

# TALAJMODELLEK ÉS A FEJLŐDÉS IRÁNYAI

PETRASOVITS G.<sup>1</sup> A MŰSZ. TUD. DOKTORA—SOLTÉSZ P.<sup>2</sup>

A tanulmány áttekintést ad a síkalapok méretezésénél figyelembe vehető főbb talajmodellekről, az ágyazási tényező és a rugalmas féltér használatán alapuló módszerekről, azok elméletéről és alkalmazhatóságáról.

Bemutatja a tanulmány a különböző talajmodellek terhelés — alakváltozási folyamatának pontosabb követését lehetővé tévő fejlesztési lehetőségeket és különös gondot fordít az ún. kombinált modellek tárgyalására, amelyek a talaj inhomogén tulajdonságait is figyelembe tudják venni.

## Bevezetés

A tanulmány célja, hogy áttekintést adjon a síkalapozás területén kialakult talajmodellezés főbb irányairól. Kitérünk ugyan a nagy számítógépigényű módszerekre is, de fő célkitűzésünk a gyakorlati feladatok megoldásában egyszerűen felhasználható újabb talajmodell, illetve eljárás csoport részletesebb bemutatása. Ezeknek az ún. kombinált talajmodelleknek a vizsgálatával, illetve az ezeken alapuló síkalapméretezési eljárások kidolgozásával az MTA Műszaki Mechanikai Kutatócsoportja keretében a Budapesti Műszaki Egyetem Geotechnikai Tanszéken több éve foglalkozunk.

Tanulmányunkban a hangsúlyt az egyes modellek bemutatására helyezzük, ezért az egyszerűség kedvéért mindig síkbeli vagy tengelyszimmetrikus rugalmassági esetet tételezünk fel.

A gyakorlatban alkalmazott talajmodellek felülvizsgálatát és újabb modellek felkutatását, ill. kidolgozását az indokolja, hogy a hagyományos talajmodelleken alapuló számítási módszerek sok esetben igen kedvezőtlen méretezési megoldásokhoz vezetnek. Mint látni fogjuk, ezek a módszerek, — bár a biztonság növelés irányába hatva — a valóság erősen torzított modelljeit építették be a méretezési eljárásokba. A kiválasztandó talaj modellcsoporttal szemben két követelményt támasztunk:

- a gyakorlati tervezés által megkívánt egyszerűséget, valamint
- a fizikai-mechanikai folyamatok jó követését.

A teljes feszültség-analízis megadása helyett elsősorban az alapsüllyedések és az alaptestben fellépő igénybevételek meghatározására irányítjuk figyelmünket. Megmu-

<sup>1</sup> Dr. Petrasovits Géza egyetemi tanár BME Talajmechanikai Tnsz. 1091 Bp. Ifjúmunkás u. 20.

<sup>2</sup> Dr. Soltész Péter tud. mtárs BME Talajmechanikai Tnsz. 1082 Tömő u. 81.

tatjuk, hogy e feltételek mellett természetes úton adódik az ún. kombinált talajmodell csoport alkalmazásának célszerűsége.

A térbeli feszültségállapotokra, ill. az összetettebb geometriai feltételek esetére vonatkozóan csak a gyakorlati megvalósíthatóság szempontjából utalunk egyes talajmodelleknél.

A dolgozat témakörének további korlátozását jelenti, hogy nem térünk ki az időtényező hatásának elemzésére. A konszolidációs jelenségektől való eltekintés azt jelenti, hogy ennek megfelelően szemcsés közegekre vagy kevéssé konszolidálódó agyagtalajokra szorítkozunk. Megjegyezzük azonban, hogy a tárgyalásokra kerülő talajmodellek nagy részénél a konszolidáció figyelembevételének elvi lehetősége adott.

Az újabb talajmodelleknél röviden utalunk majd a paramétermeghatározásra, kiemelve, hogy, a fejlettebb modellek éppen a paraméterek számának és fizikai tartalmának megváltozása miatt állnak közelebb a valósághoz. Ezzel összhangban itt megbízhatóbb és a helyszíni próbatelhelési kísérletekkel jobb egyezést mutató laboratóriumi kísérletek javasolhatók.

## 1. Ágyazási együtthatós modellen alapuló eljárások

A klasszikus talajmodellek kialakulásánál döntő szerepet játszott, hogy a homogén, állandó inerciájú és a talaj illesztéséhez, a tartóegyenletről és a talaj terhelés-süllyedés egyenletéből álló rendszer megoldása technikailag nem egyszerű feladat. Mivel a tartó egyenlete adott, azért a talajmodellt jellemző összefüggés kezelhetőségét és az előzőhöz való csatlakoztatását kell biztosítani. Ezzel indokolható az az erősen egyszerűsíthető feltevés, amely az ún. ágyazási együtthatós eljárások kialakulásához vezetett. Eszerint a talaj adott pontbani süllyedése arányos az ugyanebben a pontban ható függőleges erővel:

$$y = Lq = \frac{q}{K}$$

ahol  $K$  a talaj ágyazási paramétere.

E klasszikus ún. Zimmermann—Winkler-féle modell egyszerű terhelések esetén analitikus megoldásra ad lehetőséget. Ezt HETÉNYI [11] nyomán vázoljuk.

### 1.1 Hetényi analitikus megoldása

Fennáll tehát a feltevés

$$q = Ky$$

ahol  $q$  a talajra jutó feszültség,  $y$  a felület süllyedése. Ezzel a tartó differenciálegyenlete

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -q = -Ky \quad 1.1$$

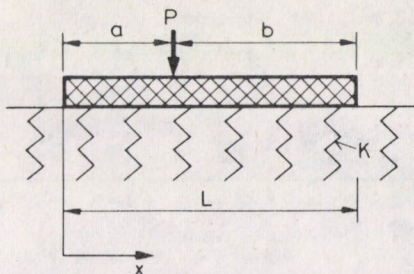
Az 1.1 egyenlet általános megoldása

$$y = e^{\lambda x}(A \cos \lambda x + B \sin \lambda x) + e^{-\lambda x}(C \cos \lambda x + D \sin \lambda x)$$

ahol

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{KB'}{4EI}}$$

$B'$  az alap szélessége,  $E$ ,  $I$  az alap merevségi tényezői. Tegyük meg például, hogy a  $P$  pontszerű teher hat a tartóra. 1. ábra. Ehhez a terheléshez és a nyomatékokra, ill. a



1. ábra. Ágyazási együtthatós számítás modellje

nyíróerőkre vonatkozó megfelelő peremfeltételekhez tartozó megoldás a következő alakú:

$$y = \frac{P\lambda}{KB'} \frac{1}{\text{sh}^2 \lambda L - \sin^2 \lambda L} \times$$

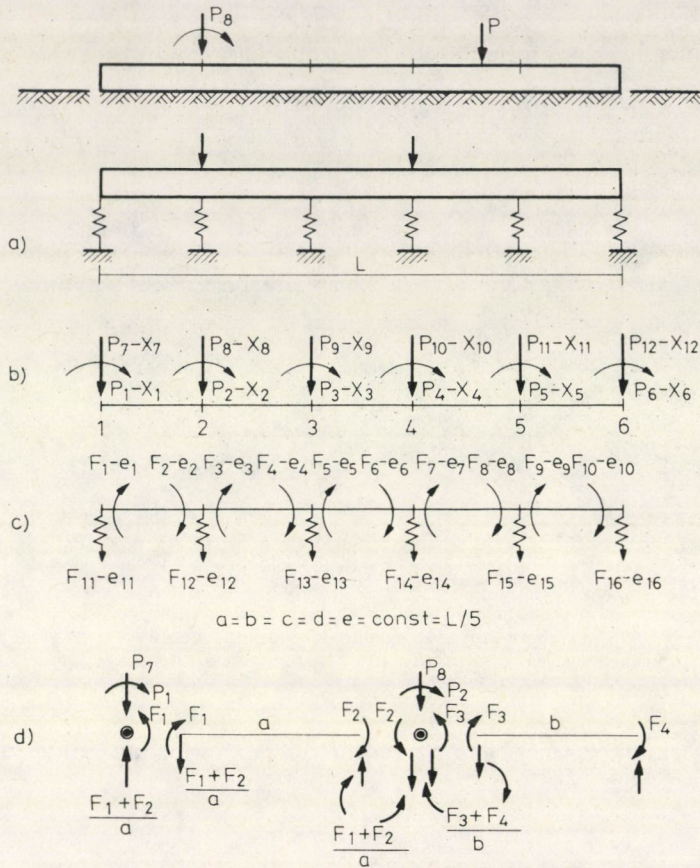
$$\times \{ 2 \text{ch} \lambda x \cos \lambda x (\text{sh} \lambda L \cos \lambda a \text{ch} \lambda b - \sin \lambda L \text{ch} \lambda a \cos \lambda b) +$$

$$+ (\text{ch} \lambda x \sin \lambda x + \text{sh} \lambda x \cos \lambda x) [\text{sh} \lambda L (\sin \lambda a \text{ch} \lambda b - \cos \lambda a \text{sh} \lambda b) +$$

$$+ \sin \lambda L (\text{sh} \lambda a \cos \lambda b - \text{ch} \lambda a \sin \lambda b)] \}$$
1.2

Az analitikus megoldás gyakorlati szempontból több előnytelen tulajdonsággal rendelkezik. Például a tartó változó inerciája nem vehető figyelembe, valamint az erősen egyszerűsített talajmodell a valóságot tapasztalati adatok szerint csak puha talajokban közelíti. A tapasztalattal szemben áll az a feltevés, hogy egy pontban a süllyedés csak az abban a pontban ébredő feszültségtől függ.

A Winkler-féle ágyazási eljárást több irányban fejlesztették tovább. Egyik általánosítási lehetőség a változó ágyazási együtthatók módszere. Ehhez természetesen előre ismerni kell a tartó hossza mentén változó  $K(x)$  ágyazási együttható függvényt, melynek meghatározása éppoly pontatlan és nehéz feladat, mint a  $K$  paraméteré. Az analitikus eljárás korlátai miatt az ún. finitizáló módszer bevezetése vált szükségessé. Röviden bemutatjuk az ún. mátrix-megoldást, mely a 2. ábrán követhető.



2. ábra. Winkler-féle modell a csomópontokba redukált erőkkel és nyomatékokkal

## 1.2 Mátrixos eljárás

Praktikus numerikus eljárást vázolunk BOWLES [3] nyomán. A talajt a kijelölt csomópontokon csatlakozó rugók helyettesítik. Esetünkben a külső koncentrált erőket is e csomópontokba kell áthelyeznünk, az áthelyezés miatt működtetendő nyomatékkal együtt. A b) ábrarész a  $P-X$  diagram a külső nyomatékok —  $P_1 \dots P_6$  — az erők —  $P_7 \dots P_{12}$  — és az elfordulások —  $X_1 \dots X_6$  —, valamint a függőleges elmozdulások —  $X_7 \dots X_{12}$  diagramja. A c) ábrarész a belső erők (nyomatékok) és deformációk diagramja, ahol  $F_1 \dots F_{10}$  belső elemvég nyomatékok.

$F_{11} \dots F_{16}$  belső rugóerők,  $e_1 \dots e_{10}$  elemvégi rotációk, végül  $e_{11} \dots e_{16}$  a rugó-összenyomódások. A módszer feltételezi, hogy a  $P$  külső erők és az  $F$  belső erők vektora között lineáris összefüggés áll fenn:

$$P = AF,$$

ahol  $A$  a feladat statikai mátrixa, mely a 2d. ábrarész segítségével állítható össze.

Hasonlóan lineáris kapcsolatot tételezünk fel a belső deformációk és a külső csomóponti elmozdulások között:

$$e = BX .$$

Kimutatható, hogy  $B$  az  $A$  transzponáltja, így

$$e = A^T X .$$

Végül hasonlóan lineáris összefüggést képzelünk a belső erők és deformációk között:

$$F = Se .$$

Ide helyettesítve az előző összefüggést

$$F = SA^T X .$$

Majd  $P = AF$  felhasználásával

$$P = ASA^T X$$

amit megoldva

$$X = [ASA^T]^{-1} P$$

kapjuk az elmozdulásokat, majd visszahelyettesítéssel a belső értékeket.

Hátravan az  $A$  és az  $S$  mátrix meghatározása. A d) ábrarész szerint az 1. szélső pontra  $P_1 = F_1$  a nyomaték zérus voltát kifejező egyenlet, míg

$$P_7 = \frac{F_1}{a} + \frac{F_2}{a} - F_{11}$$

a függőleges erők egyensúlyát fejezi ki. A 2. csomópontra

$$P_2 = F_2 + F_3$$

a nyomatékokra és

$$P_8 = -\frac{F_1}{a} - \frac{F_2}{a} + \frac{F_3}{a} + \frac{F_4}{a} - F_{12}$$

az erőkre. Így végighaladva a csomópontokon a 6. pontra kapjuk

$$P_6 = F_{10}$$

és

$$P_{12} = -\frac{F_9}{a} - \frac{F_{10}}{a} - F_{16} .$$

Ezzel az  $A$  mátrixot összeállítottuk.

Az  $S$  mátrix összeállításához tekintsük át a következőket.

A konjugált-tartó elv alkalmazásával az első tartóelemre ( $L = a$ )

$$\frac{F_1 a}{3EI} - \frac{F_2 a}{6EI} = e_1 \quad -\frac{F_1 a}{6EI} + \frac{F_2 a}{3EI} = e_2$$

Ezt  $F_1, F_2$ -re megoldva

$$F_1 = \frac{4EI}{a} e_1 + \frac{2EI}{a} e_2 \quad F_2 = \frac{2EI}{a} e_1 + \frac{4EI}{a} e_2$$

Hasonlóan adódik  $F_3, F_4 \dots F_9, F_{10}$ .

Az  $F_{11}$  rugóerőre vonatkozóan fennáll

$$F_{11} = K_1 e_{11}$$

ahol  $K_1$  az első csomópont alatti ágyazási tényezőből számítható az elem felületével való szorzással:

$$K_1 = aBk_1$$

( $B$  a tartó szélessége).

Hasonlóan  $F_{12} = K_2 e_{12} \dots F_{16} = K_6 e_{16}$ .

Ezzel az  $S$  mátrixot felépítettük. Míg az utolsó lépésnél a változó ágyazási együttható, addig az előzőnél a darabonként változó inercia figyelembevétele automatikusan lehetővé vált.

Külön említést érdemel az ágyazási együtthatós eljárások között az a SZOBOLJEV [30] nevéhez fűződő kísérlet, melyben valószínűség-számítási eszközök alkalmazására kerül sor.

### 1.3 Valószínűség-számítási eljárás

A módszer a már használt

$$Ely^{IV}(x) + K(x)y(x) = p(x)$$

( $p(x)$  a külső terhelés)

egyenletben a  $K_{(x)}$  ágyazási együttható függvényt valószínűségi változónak tekinti. Az eljárás elterjedésének fő akadályá éppén a valószínűségi függvény korrelációs függvényének és várható értékének meghatározása. Ehhez az átlagosnál lényegesen több kísérleti munkára van szükség — minden egyes talajtípus esetén. Ha azonban ismerjük a  $K_{(x)}$  függvény e tulajdonságait, akkor az eloszlására tett egyszerűsítő feltevés mellett Szoboljev meghatározza a süllyedésfüggvény valószínűségi jellemzőit s ebből adott kritikus nyomtatékok kialakulásának valószínűségét, és így tovább.

Áttérünk a talajmodellek másik klasszikus csoportjára.

## 2. A talajt rugalmas homogén, izotrop féltérnek tekintő eljárások

Ezen elméletek kifejlődését az tette lehetővé, hogy a rugalmas közegekre egy viszonylag jól kidolgozott matematikai apparátus állt rendelkezésre. Így ezek a tartószámítások természetesen átvették a rugalmasságtan hiányosságait, például azt,

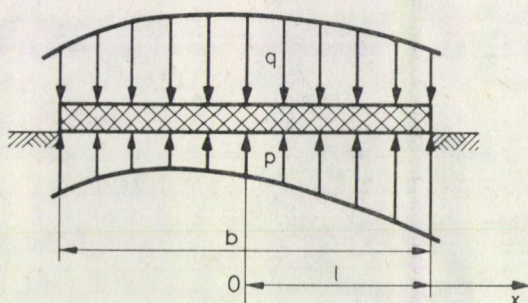
hogyan az alapvető összefüggések itt elvileg csak infinitezimális mennyiségek között állnak fenn — a másod- és magasabb rendű tagokat elhanyagolva. Alapvető anomália az ismert Boussinesque-féle formula tapasztalattal szemben álló jellege, nevezetesen az, hogy a rugalmas féltéren működő koncentrált erő alatt végtelen elmozdulás és feszültség értékeket ad. Ez a hatás jelentkezik a tartószámításoknál, amikor a tartó szélénél végtelen nagy talpfeszültségeket kapunk. Ennek ellenére több talajtípusnál is a benyomódások a valósághoz közeli értékűek. A később tárgyalandó továbbfejlesztések egyik feladata éppen az említett hiányosságok kiküszöbölése.

Azon elméletek áttekintését, amelyek a talajt homogén izotrop, rugalmas féltérnek tételezik fel, kezdjük egy, a Szovjetunióban szélesen alkalmazott ún. félanalitikus módszerrel.

### 2.1 Gorbunov-Poszadov [24] eljárása

A talaj homogén, izotrop rugalmas közeg, azaz két paraméterrel, az  $E_0$ —Young modulussal és a Poisson-tényezővel jellemezhető. (3. ábra.) A tartó egyenlete:

$$E_1 I y^{IV}(\xi) = q(\xi) - p(\xi)$$



3. ábra. A rugalmas féltér elvi modellje

- $E_1$  és  $I$  — a tartó merevségi paramétereit,  
 $l$  — a félhossza,  
 $b$  — a szélessége,  
 $\xi$  —  $X/l$  dimenziómentes koordináta  
 $p(\xi)$  — a talpfeszültség  
 $q(\xi)$  — a külső terhelés.

A talajmodell karakterisztikus egyenletét a rugalmas féltér vonalterhelésére ismert ún. Flamant-formula integrálásából kapjuk:

$$\omega(\xi) = -\frac{2l(1-\nu_0^2)}{\pi E_0} \int_{-(1+\xi)}^{1-\xi} p(\rho) \ln \rho d\rho + C.$$

Itt  $E_0$  és  $\nu_0$  a talajparaméterek.

A síkbeli rugalmassági feladatok igen hátrányos elvi tulajdonsága, hogy csak relatív elmozdulások számíthatók, ezért szerepel a  $C$  ismeretlen állandó.

Feladat a két egyenletben szereplő  $p(\xi)$  és  $y(\xi)$  ismeretlen függvények meghatározása amellet a feltétel mellett, hogy a tartó és a talajfelszín deformációi megegyeznek:

$$y(\xi) = \omega(\xi)$$

Mivel a később tárgyalandó kombinált modelleknél ez az eljárás alkalmazást nyert, azért a módszer alapgondolatát röviden vázoljuk.

A módszer a  $p(\xi)$  ismeretlen függvényt hatványsor alakjában keresi

$$p(\xi) = a_0 + a_1 \xi + \dots + a_n \xi^n + \dots$$

ahol az  $a_i$  együtthatókat kell meghatározni. Ezért helyettesítsük  $p(\xi)$  hatványsorát a két megoldandó egyenletbe, ezután  $y(\xi)$  és  $\omega(\xi)$  hatványsora integrálással adódik. Az illeszkedési feltétel miatt e két hatványsor azonos kell legyen, tehát a megfelelő hatványok együtthatói egyenlők. Az így adódó rendszerhez járul még a két statikai egyensúlyt kifejező egyenlet. A rendszer két részre bomlik — a páros és a páratlan fokszámú tagok együtthatóira adódó rendszerre.

Közelítő számítások esetén ezekből leválasztandó két véges rendszer az együtthatókra. Gorbunov—Poszadov számításai azt mutatják, hogy az esetek többségében elegendő egy hat és egy öt egyenletből álló rendszert leválasztani, ami azt jelenti, hogy a  $p(\xi)$  talpfeszültség-függvény hatványsorát tizedfokú polinommal helyettesítjük. Természetesen a módszer akkor vihető végig, ha a külső terhelés is polinom formában van megadva. Ez azt jelenti, hogy elsősorban a koncentrált terhek esetén interpolációs polinomokkal történő közelítésre van szükség. A módszer elterjedtségét a részletesen kidolgozott táblázatok használata segítette.

E módszer is, mint minden a rugalmas féltér elméletén alapuló eljárás rendelkezik azok hátrányaival, így pl. az alaptest széleinél — a polinom-közelítés ellenére — a valóságosnál lényegesen nagyobb talpfeszültségek adódhatnak. Cütovcics megállapítása szerint a módszer elsősorban elég tömör, kemény talajok esetében ad helyes eredményt szemben az ágyazási együtthatós eljárásokkal, melyek gyenge, erősen összenyomható talajoknál adnak a valósághoz közel álló eredményt.

## 2.2 Numerikus eljárások

Két lényegét tekintve nem eltérő eljárás csoportot mutatunk be a nyugati országok gyakorlatában szereplő Ohde-Kany [16, 13] módszercsoportot és a Szovjetunióban elterjedt ZSEMOSKIN [25] eljárást.

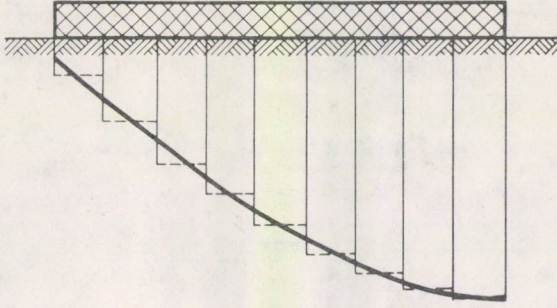
Emlékeztetünk, hogy a rugalmas féltéren alapuló megközelítések elsősorban azért váltak szükségessé, mert nem volt igazolható az a feltevés, hogy a benyomódás egy pontban csak az ott ható erőtől függjön. Ha most a süllyedés az  $x$  pontban függ a



többi pontban működő talpfeszültségtől is, akkor ezt a függvénykapcsolatot a következő formában indokolt keresni

$$y(x) = C \int p(\xi) K |x - \xi| d\xi$$

ahol a  $K|x - \xi|$  magfüggvény van hivatva kifejezni a kölcsönhatásokat, és az integrálást az egész terhelt felületre kell kiterjeszteni.



4. ábra. Talpfeszültség közelítése lépcsős függvénnyel

Az *Ohde-módszer* abból indul ki, hogy a vizsgált tartót véges sok részre bontja, és a süllyedési vonalat egyetlen mezőn működő egységnyi terhelésre határozza meg, majd szuperpozíciót alkalmaz. Így, ha  $n$ -részre osztottuk a tartót, akkor az  $l$ -ik rész süllyedésére

$$y_i = \sum_{v=1}^i c_{i-v} q_v + \sum_{v=i+1}^n c_{v-1} q_v$$

A módszert ismertsége miatt tovább nem részletezve azt emeljük ki, hogy ez az egyenlet lép most a fenti integrál-összefüggés helyébe. Itt a  $c_1$  a kölcsönhatást mutató paraméterek meghatározása történhet elméleti úton (Boussinesque-képletéből) és kísérleti-tapasztalati vizsgálatokból.

Kany szerint a  $c_1$ -re a következő tapasztalati összefüggés áll fenn:

$$c_i = \frac{e_0}{1 + k_i^{1,5}}$$

A  $c_0$  érték a  $q_0$  = egység terhelésből és az  $y_0$  középpont-süllyedésből számítható vissza  $c_0 = y_0/q_0$  szerint.  $k$  is a talajviszonyoktól függő állandó. A képletben szereplő 1,5-es kitevő De Beer szerint is jó átlagérték, adott talajoknál a kitevő pontosításával a számítás és a tapasztalat közti eltérés csökkenthető. Megemlítjük, hogy az *Ohde-módszer*t Kany igen sok partikuláris esetre és lemezek — térbeli probléma — esetére is kidolgozta és táblázatrendszerrel egyszerűen alkalmazhatóvá tette.

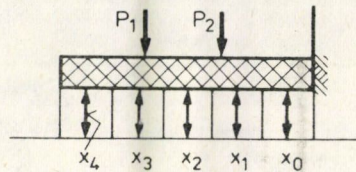
A széles körben alkalmazott finitizáló eljárás a Szovjetunióban ZSEMOCSKIN nevéhez fűződik.

A folytonos talpfeszültség-függvényt lépcsős függvénnyel közelítjük (4. ábra).

A talaj és a tartó közti kapcsolatot kis rudakkal biztosítjuk. A terhelést szimmetrikusnak tételezzük és felveszünk a tartó közepén egy fiktív merevítést. A rudakat az ismeretlen  $X_0, X_1 \dots X_4$  erőkkel helyettesítjük. (5. ábra.)

Az elmozdulások függnek az  $X_1$  erőktől, a külső terhelésektől és az  $y_0$  süllyedéstől, amit a tartó a merevítéssel együtt végez. Az ábrán látható tartóra a következő kanonikus egyenletrendszer adódik.

$$\begin{aligned} \partial_{00}x_0 + \partial_{01}x_1 + \dots + \partial_{04}x_4 - y_0 &= 0 \\ \partial_{10}x_0 + \partial_{11}x_1 + \dots + \partial_{14}x_4 - y_0 + \Delta_{1p} &= 0 \\ \vdots & \\ \partial_{40}x_0 + \partial_{41}x_1 + \dots + \partial_{44}x_4 - y_0 + \Delta_{4p} &= 0. \end{aligned}$$



5. ábra. Zsemocskin-féle számítási modell

Továbbá teljesülni kell az egyensúlyi egyenletnek:

$$-\sum_0^4 x_i + \Sigma P_i = 0.$$

Ebben az öt egyenletből álló rendszerben 6 ismeretlen van,  $X_0 \dots X_4, y_0$ . Az első egyenletben  $\Delta_{0p}$  hiányzik, ami csak azt a feltevést jelenti, hogy a külső teher hatására  $X_0$  irányban nincs elmozdulás. (Itt van a fiktív rögzítés).  $\delta_{ki}$  az  $X_k$  erő helyén az  $X_i$  erő helyén ható egységnyi erőből bekövetkező elmozdulás. Két összetevőből áll:

$$\delta_{ki} = y_{ki} + v_{ki}$$

ahol  $y_{ki}$  az alap süllyedésből  $v_{ki}$  pedig a tartó áthajlásából következik.

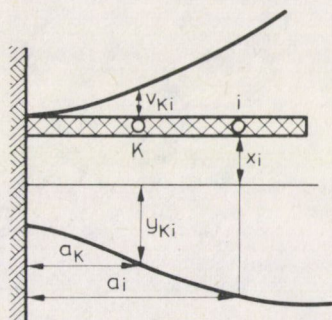
A süllyedésből származó elmozdulások a rugalmasságtan módszereivel számíthatók, a már említett Flamant formula szerint. Erre Zsemocskin táblázatokat ad. Most még a  $v_{ki}$  áthajlásokra van szükség. (6. ábra.)

Az  $i$ -ik pontban ható egységnyi erőtől a  $k$ -ik pontban bekövetkező áthajlás a Maxwell—Mohr összefüggésből adódik:

$$v_{ki} = \int \frac{M_k M_i}{E_1 I} dx$$

ahol  $E_1 I$  a tartó merevségi jellemzője. Ha koncentrált erők szerepelnek, az  $\int M_k M_i$  értékek táblázatba foglalhatók. Ha a tartó inerciája változó, azt itt az integrálon belül kell figyelembe venni.

A külső terhelés hatására bekövetkező tartóáthajlások számításához hasonlóan történik, ugyanazokkal a táblázatokkal. Végül a relatív elmozdulások az egyenletrend-



6. ábra. Áthajlás számítás elvi ábrája

szerből számíthatók. A néhány kiemelt eljárás — minden előnyös tulajdonsága ellenére — magán viseli a homogén izotrop lineárisan rugalmas közeg feltételezéséből fakadó hátrányokat. A továbblépés tehát akár itt, akár az ágyazási tényezős modelleknél egy vagy több alapfeltevés elvetésétől volt várható.

A következő fejezetekben a klasszikus talajmodellek és eljárások továbbfejlesztési lehetőségeiről szólnunk:

### 3. A klasszikus talajmodellek egyes továbbfejlesztési lehetőségei

#### 3.1 Két ágyazási tényezős modell

A modell kidolgozása Pasternak és tanítványai (27) nevéhez fűződik. A modell azt a szemléletet hivatott kielégíteni, hogy a talaj függőleges teherbírása nem kizárólag az abban a pontban támadó függőleges nyomással szemben mutatott ellenálló képességétől függ, hanem a nyírással szembeni ellenállásból is. Az elképzelést a 7. ábra szemlélteti.

Pasternak alap gondolata egy második ágyazási tényező felvétele. Az első a talaj függőleges visszahatását adja  $w$  elmozdulásra

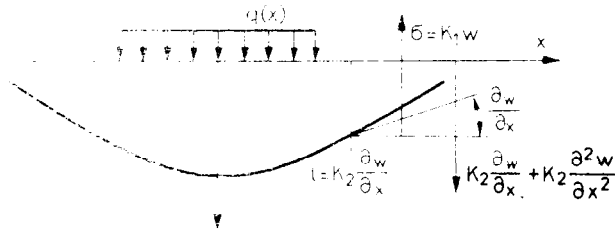
$$\sigma = K_1 w$$

míg a  $K_1$ -től független  $K_2$  konstans az elnyíródásból adódó talajreakciót jellemzi:

$$t = K_2 \frac{\partial w}{\partial x}.$$

Érezhető, hogy  $K_2$  a talaj belső súrlódással lesz kapcsolatban. (7. ábra.)

A  $K_1$ -et tartalmazó összefüggés azt a benyomást kelti, mintha  $K_1$  semmiben sem különbözne a klasszikus Winkler-féle ágyazási tényezőtől. Ez azonban nem így van,



7. ábra. Pasternák-féle kétágyazási együtthatós számítási modell

ugyanis a  $K_2$  új tényező bevezetésével megváltozik  $K_1$  jellege is és együttes használatuk megszabadítja a modellt a klasszikus ágyazás több hiányosságától. A paraméter értelmének megváltozására új együttható bevezetése esetén jó példa lesz a későbbiekben a kombinált modelleknél. Mint majd ott is hangsúlyozzuk, az ésszerűen bevezetett új együttható előnyöket rejt a paraméterek kísérleti meghatározása szempontjából. Pasternak a  $K_1, K_2$  együtthatók meghatározására próbaterhelési — elsősorban helyszíni — kísérletekből történő visszszámítási eljárást dolgozott ki. Kétségtelen, hogy a hagyományos Winkler-féle együtthatóhoz képest a paraméterek nagyobb biztonsággal határozhatók meg. A helyszíni próbaterhelési kísérletek nehézkesek és költségesek. Ezek nélkül a talaj függőleges inhomogenitását el kell hanyagolni. Pasternak szerint tisztán laboratóriumi kísérletekkel történő paramétermeghatározásra kevés lehetőség van.

A következő fejezetben bemutatandó kombinált modell egyik igen értékes tulajdonsága éppen az, hogy a szintén újszerű talajparaméterek hagyományos laboratóriumi kísérletekkel is meghatározhatók.

Pasternak és tanítványai az elméletet egy- és kétdimenziós esetre is kidolgozták. Az adódó egyenletek abban térnek el a klasszikustól, hogy az elmozdulásfüggvény és negyedik deriváltja mellett a függvény második deriváltja is szerepel. Látni fogjuk, hogy egészen más irányból, más alapfeltevések mellett is el lehet jutni ehhez a típusú egyenlethez.

A rugalmas féltér-koncepció általánosításait két csoportra oszthatjuk. Sok kísérlet történt az általánosabb esetekre analitikus vagy legalábbis félanalitikus nem nagy számítógép igényű eljárások kidolgozására, másfelől elkezdődött a véges elemes módszer alkalmazása a síkalapozásban is.

### 3.2 Homogén, rugalmas, nem izotrop féltér

Nem izotrop féltéren itt ún. kereszt-anizotrópiát értünk, ami a vízszintes és a függőleges irányban érvényes rugalmassági paraméterek eltérését jelenti. A témakörben analitikus eredmény kevés van, elsősorban nagy számítógépes programok készültek pl. MILOVICS [15].

Mégis GERRARD és HARRISON [7, 8] sok egzakt eredményt közöl kereszt-anizotrop közegre sáv- és kőralapok esetére. A témakör áttekintését adja HOOPER [12]. Megállapítható, hogy a kereszt-anizotropitás figyelembevétele analitikusan igen nehéz és csak extrém esetekben ad jelentős eltérést az alaptest süllyedése és igénybevétele szempontjából az izotrop esettől. Megjegyezzük, hogy a kereszt-anizotrop közegek rugalmassági paraméterei a konkrét esetekben — különösen a nyírási modulus — nehezen megközelíthetők.

### 3.3 Nem-lineárisan rugalmas és rugalmas-tökéletesen plasztikus homogén, izotrop közegek

A modellek lényeges megkülönböztető tulajdonsága a lineárisan rugalmas közegektől abban áll, hogy a deformációk növekménye nemcsak a feszültség növekményétől, hanem a teljes feszültségértéktől is függ. Függetlenül terhelt alapoknál a fő feszültségnövekmények iránya az alap jelentős része alatt függőleges, függetlenül attól, hogy a közeg elasztikus vagy plasztikus. MAJID, GRAIG [14]. Ezért ebben a fontos esetben a feszültségek és a deformációk tengelyei egybeesnek, ami azt jelenti, hogy az alap igénybevételei szempontjából nem lényegesen eltérő eredmények adódnak. Ferde terhelések esetén a fenti gondolatmenet nem érvényes. Születtek eljárások a plasztikus hatás analitikus kezelésére (pl. STAIERMAN [32]). A nagy technikai nehézségek ellenére megállapítható, hogy a lineárisan rugalmas homogén izotrop közeghez képest mind a süllyedésre, mind az igénybevételekre vonatkozólag realisabb eredmények adódnak. Látni fogjuk azonban, hogy a lineáris rugalmasságtanon belül maradvá, jóval egyszerűbb apparátus segítségével is a valóság jó közelítését állíthatjuk elő.

Az említetteket összevetve azzal, hogy a nemlineárisan rugalmasságot vagy a plasztikus hatásokat általánosabb esetekben már csak nagy számítástechnikai apparátus segítségével lehet követni, megállapíthatjuk, hogy a sikalapozási gyakorlat számára viszonylag egyszerűen használható és a tapasztalattal jó összhangot mutató modelleket nem itt kell keresni.

Bemutatunk röviden egy sok lehetősége, magába rejtő variációs eljárást.

### 3.4 Egy variációs módszer

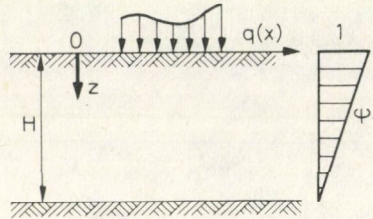
Rugalmas közegek deformációinak számítására VLASZOV [23] kidolgozott egy igen általános fizikai alapokon nyugvó eljárást. Vizsgáljunk síkbeli deformációs esetet.

(8. ábra)  $U$  és  $W$  legyenek az elmozdulás függvényei, ezeket a következő alakban keressük:

$$U(x, z) = \sum_{i=1}^m U_i(x) \varphi_i(z) \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$W(x, z) = \sum_{k=1}^a W_k(x) \Psi_k(z) \quad (k = 1, 2, \dots, m)$$

Itt az  $U_i, W_k$  függvényeket tekintjük ismeretlennek, míg a  $\varphi_i, \psi_k$  ún. általánosított koordinátafüggvényeket előzőleg, a feladat kinetikus feltételeinek megfelelően választjuk meg. Az  $U_i, W_k$  ismeretlen függvények meghatározásához szükséges egyenletek egy  $dx=1$  szélességű kimetszett sávegyensúlyi egyenleteiből adódnak.



8. ábra. Vlaszov-féle számítási modell

A fent megadott formájú elmozdulások esetén a kivágott sáv az  $o$  síkjában min. szabadsági fokkal rendelkezik, más szóval a sáv lehetséges elmozdulásait az  $m+n$  darab  $\varphi_i, \psi_k$  függvénnyel jellemezhetjük. Így az egyensúly általános feltétele  $n+m$  egyenlettel adható meg.

Egy egyrétegű rugalmas talajmodell esetén lehetséges pl. a következő koordinátafüggvény választás:

$$\varphi_i(z) = 0 \quad \psi_1(z) = \frac{H-z}{H}$$

$$\psi_k(z) = 0 \quad k \neq 1$$

Ekkor az elmozdulásfüggvények:

$$U(x, z) = 0 \quad W(x, z) = W_1(x) \psi_1(z).$$

Ha most felírjuk a nem részletezett egyensúlyi feltételt (itt csak egy van), akkor  $q(x)$  külső terhelés esetén a következő egyenlet adódik:

$$2tW'' - kW + q = 0$$

ahol  $t$  és  $k$  rugalmassági paraméterek. Ezt a tartó

$$EI W^{IV} - p(x) + q(x) = 0$$

egyenletével a szokásos módon összekapcsolva a tartó behajlására a

$$W^{IV} - r_1 W'' + r_2 W = r_3 p$$

negyedfokú egyenlet adódik  $r_1, r_2, r_3$  rugalmassági paraméterekkel.

Látjuk, hogy a nyírási ellenállást külön figyelembe vevő két-ágyazási együtt-hatós, Pasternak modellhez hasonlóan a klasszikus ágyazási eljárásokhoz képest megjelent az egyenletben az elmozdulásfüggvény második deriváltja.

A fentiekből kitűnik, hogy a  $\varphi_i, \psi_k$  általánosított koordinátafüggvények megváltoztatása új talajmodellhez vezet. Így pl. több réteg esetén a függvények megfelelő megválasztásával a modell számítható. Nyitva áll a lehetőség, hogy a  $\varphi_i, \psi_k$  függvények megválasztása a talaj mind több talajmechanikai tulajdonságát vigyük be, ezzel mind jobb modellhez jutva. A  $\varphi_i, \psi_k$  függvények és a fellépő rugalmassági együttthatók meghatározása az egyes talajtípusok esetére tudásunk szerint kevésbé kidolgozott, ezért a módszer a gyakorlat számára nehezen megközelíthető.

#### 4. Inhomogén, lineárisan rugalmas izotrop közegek

Ebben a fejezetben jutunk el tanulmányunk fő céljához, az ún. kombinált modellek bemutatásához. Ez egyben megkívánja különböző inhomogén felteterekre vonatkozó vizsgálatok áttekintését, bizonyos párhuzamok feltárását.

A két hagyományos, a gyakorlatban legtöbbször alkalmazott talajmodell a Winkler—Zimmermann-féle rugós ágyazat és a homogén rugalmas féltér, ill. az ezeken alapuló eljárások áttekintésekor láttuk, hogy mindkét modell lényeges hiányosságokkal rendelkezik. Továbbá akár a talpfeszültségek, akár a süllyedések vizsgálatánál megállapítható, hogy a két modellnél ellenkező oldalú szélsőséges értékek lépnek fel. Nyilvánvaló tehát a gondolat, hogy a két modell valamilyen „keverékével” próbáljuk meg e hiányosságokat kölcsönösen megszüntetni, ill. letompítani. Így jutunk el az első kombinált modellhez, melynek elméleti alapjait REPNYIKOV [29] rakta le, teljes analízise és kidolgozása igen általános gyakorlati esetekre a szerzők [17, 18, 19] cikkeiben található meg.

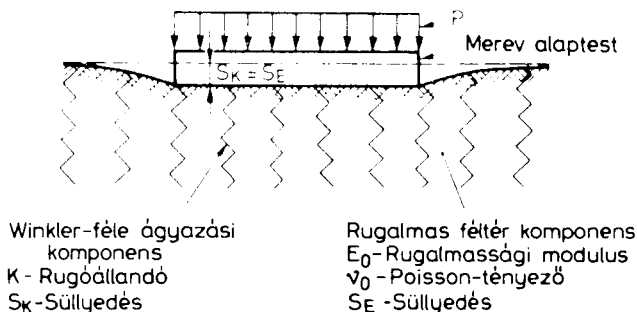
##### 4.1 Repnyikov-féle kombinált talajmodell

A Repnyikov-modell a két legelterjedtebben alkalmazott talajmodell, a Winkler-féle rugós ágyazat és a rugalmas (homogén, izotrop) féltér ún. párhuzamos kombinációjának tekinthető (9. ábra); azaz, rugókkal átszótt rugalmas féltér. Paraméterei:  $E_0$  rugalmassági modulus,  $\nu_0$  Poisson-tényező,  $K$  ágyazási tényező.

Az eddigi vizsgálatok alapján elmondható, hogy ez a modell sajátos módon egyesíti a két említett klasszikus eljárás pozitív tulajdonságait, miközben megszüntet több azoknál meglevő anomáliát és tompít több szélsőséges tulajdonságot. Az ilyen típusú kombinált modell az eddigieknél jobban közelíti meg a talaj tényleges viselkedését. Ezt az állítást alátámasztja, hogy fontos kapcsolat mutatható ki a Repnyikov-féle modell és a mélységgel növekvő rugalmassági modulus felteterek között, amelyeket később tárgyalunk.

Hangsúlyozzuk eddigi vizsgálataink egyik lényeges következtetését, mely szerint a kombinált modellre helyezett alaptestekben adódó mértékadó nyomtérk a hagyományos eljárásokkal kapotthoz képest jelentősen kisebb — és ez gazdaságosabb méretezési eljáráshoz vezet.

Az előzőekben közölt állítások alátámasztására néhány modelltulajdonságot mutatunk be.



9. ábra. Rugós ágyazattal kombinált rugalmas féltér

Tekintsük a síkbeli rugalmassági feladatot. Rugalmas félsík esetén a süllyedések és a terhelések közti összefüggést koncentrált terhelésnél a vonalterhelésre jól ismert Flamant-formula adja

$$y = \frac{2P(1 - \nu_0^2)}{\pi E_0} \ln \frac{d}{r}.$$

Itt  $E_0$ ,  $\nu_0$  — a talaj rugalmassági modulusa és Poisson-tényezője. (Síkbeli deformáció esete.)

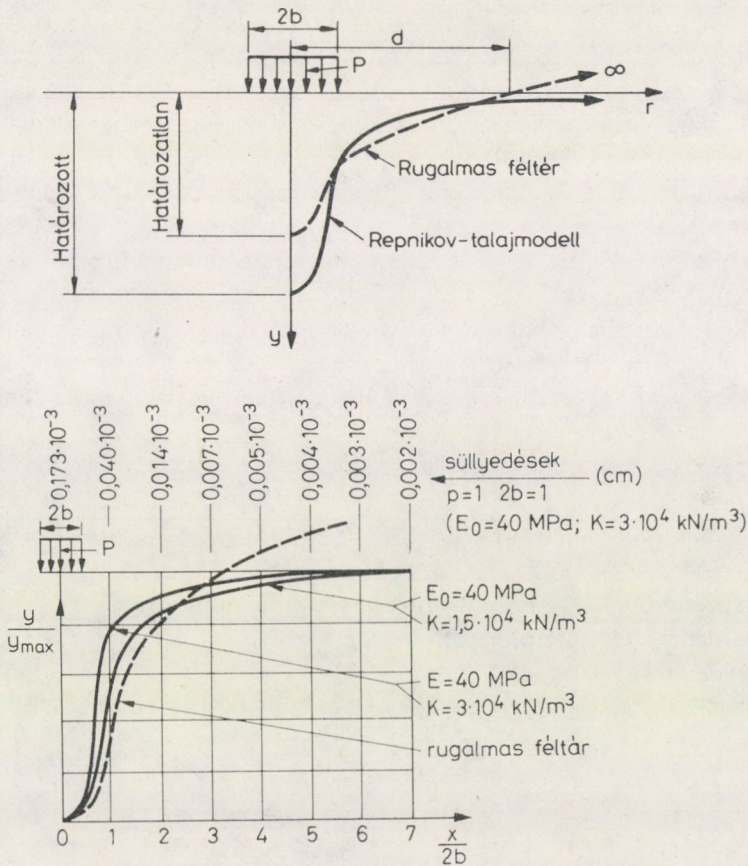
$r$  — a  $P$  erő támadáspontja és a vizsgált pont távolsága, míg  $d$  — egy határozatlan állandó.

A képlet szerint  $d$  a zérus süllyedésű pont távolságát adja az erő támadáspontjától. Ha most integrálással áttérünk egy egyenletesen terhelt sáv esetére, akkor a határozatlan állandó változatlanul jelen van, amely nem teszi lehetővé az abszolút süllyedések számítását. Továbbá a rögzített  $d$  mellett  $r$ -rel végtelenhez tartva a „süllyedés” végtelen kiemelkedéshez tart, amely esetben nem végezhető el az egymástól távol eső pontok elmozdulásának valós vizsgálata. (10/a ábra.)

Ezekkel szemben, ha a kombinált modell síkbeli változata pontszerű erővel terhelt, megmutatható, hogy  $r \rightarrow \infty$  esetén a felszín elmozdulással zérushoz közelednek. Továbbá az egyenletesen terhelt szakasz esetén a határozatlan állandó eltűnik, mivel  $d$ -vel, azaz a zérus süllyedésű ponttal  $\infty$ -hez tartva a terhelt szakasz alatti süllyedések igen gyorsan konvergálva, véges értékhez közelednek. Másrészt ez a jelenség fizikai szempontból is igen jelentős. Tudjuk, hogy a rugalmas végtelen féltéren alapuló



számításoknál az alaptest szélétől kifelé távolodva a süllyedések lecsengése igen lassú, ami ellentétben áll a tapasztalattal. Ezzel szemben a Repnyikov-modell esetén az alap szélétől kifelé távolodva a süllyedések gyorsabb csökkenése figyelhető meg, ami jó megegyezést mutat a tapasztalatokkal. Ezt a jelenséget két számpéldán — két  $E_0$ ,  $K$  párra mutatja be a 10/b ábra. Mivel azonos terhelés alatti süllyedések két különböző



10. ábra. a) Elvi süllyedéskép alakulása. b) A talajparaméterek hatása a süllyedési tartomány alakjára és kiterjedésére sávalapok alatt

paraméterpár mellett természetesen különböznek, azért az összehasonlíthatóság végett úgy vannak megválasztva a terhelések, hogy a maximális süllyedések megegyezzenek. Összevetés céljából itt is felvettük a tisztán rugalmas félsíkra adódó süllyedési görbét, amelyet az előzőekkel közös pontból indítunk.

A Repnyikov-modellen alapuló számítási eljárást igen általános feltételek között — tetszőleges terhelésű és változó inerciájú tartók esetére is kidolgoztuk.

A sáv- és köralapra, valamint a keresztben merevnek tekintett gerenda esetére kidolgozott számítási eljárásaink félanalitikusok és asztali számítógépen végrehajt-

hatók. Ezekben a már említett Gorbunov—Poszadov módszert építettük be. Az eljárások menetétől eltekintünk (17, 18) csak az eredményekből mutatunk be néhányat. Minden irányban hajlékony lemezek, változó lemezmerevség és tetszőleges terhelés esetére numerikus eljárást dolgoztunk ki. A módszerrel tetszőleges geometriájú lemez és több lemez kölcsönhatása is számítható. Nagy előnye, hogy memóriaiágénye a talajt véges sok elemre bontó numerikus módszerekhez képest összehasonlíthatatlanul kisebb, hiszen csak a lemezt, ill. a felszín síkját bontja elemekre, míg a talajt a modellel veszi figyelembe. Az eljárásaink lényeges tulajdonsága még, hogy a  $K = 0$  esetben tiszta rugalmas féltérről lévén szó, visszaadja az előző fejezetben tárgyalt módszereket. Ezt az eljárásunkat még nem publikáltuk, de gyakorlati alkalmazása folyamatban van.

Az eredmények kiértékeléséhez és a modell fizikai hátterének megvilágításához szükség van a modellparaméterek vizsgálatára. Ehhez végezzük el a következő gondolatmenetet.

Tekintsünk egy zárt területű, teljesen merev, a kombinált modellre helyezett alaptestet, melyre  $p$  megoszló terhelés hat. Ekkor a terhelésből  $\lambda p$  rész az ágyazat rugóit terheli, míg  $(1 - \lambda)p$  a rugalmas féltéren oszlik el. A  $\lambda$  tényező mutatja tehát a teher megoszlását.

A merev alaptest alatt a rugalmas féltér az ismert Schleicher-féle képlet szerint

$$y_E = \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} \Omega B (1 - \lambda) p \quad 4.1$$

egyenletes süllyedést szenved. Itt

$\nu_0$  — a rugalmas féltérkomponens Poisson-tényezője,

$E_0$  — a rugalmas féltérkomponens rugalmassági modulusa,

$\Omega$  — az alaptest formájától függő süllyedési szorzó,

$B$  — az alaptest szélessége.

A rugós ágyazati komponens süllyedése  $\lambda \cdot p$ -nagyságú terhelésnél

$$y_K = \frac{\lambda p}{K}. \quad 4.2$$

Itt  $K$  az ágyazási tényező.

A két süllyedést egyenlővé téve a  $\lambda$ -tényező meghatározható:

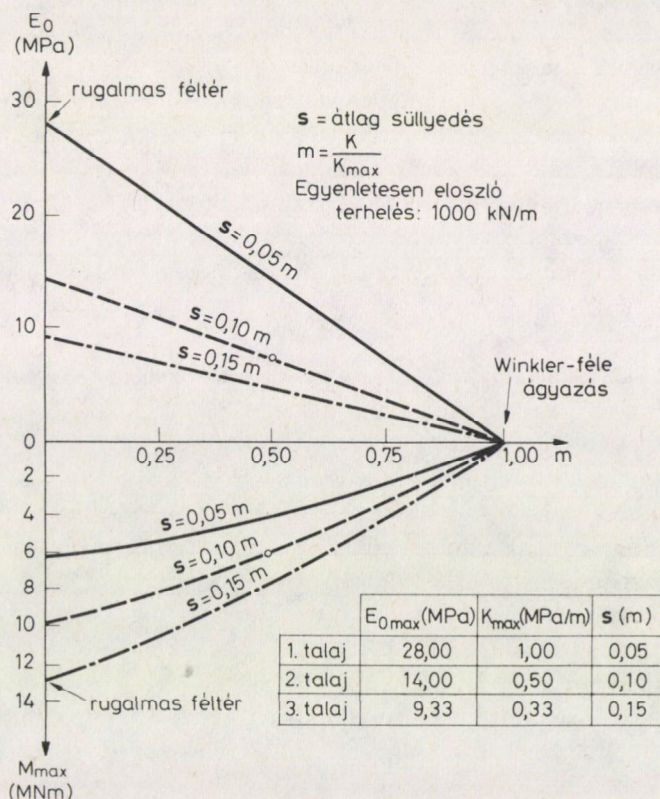
$$\lambda = \frac{1}{1 + \frac{E_0}{BK\Omega(1 - \nu_0^2)}}. \quad 4.3$$

Látjuk, hogy a megoszlás csak  $E_0$ ,  $\nu_0$  és  $K$  függvénye. Visszahelyettesítve a  $\lambda$ -ra kapott kifejezést, akár az (4.1), akár a (4.2) képletbe, a következő összefüggés adódik:

$$y = \frac{p}{K + \frac{E_0}{(1 - \nu_0^2)\Omega B}}. \quad 4.4$$

Elemelve a (4.3) képletet a következő megállapításokat tehetjük. Ha az alaptest mérete csökken (ez  $B \rightarrow 0$ -nak felel meg), akkor a rugalmas féltér játszik egyre nagyobb szerepet ( $\lambda \rightarrow 0$ ), míg az alap méretének növekedésével ( $B \rightarrow \infty$ ) az ágyazat viselkedése egyre inkább a Winkler-féle közegéhez közelít ( $\lambda \rightarrow 1$ ).

A  $\nu_0$  Poisson-tényezőt rögzítsük. (A  $\nu_0$  hatására későbbiekben kitérünk.) Ekkor a 4.4 képlet mutatja, hogy rögzített  $y$  süllyedés mellett az  $E_0$  és  $K$  modellparaméterek



11. ábra. A kombinált modellnek a rugalmas féltérhez viszonyított nyomatécscsökkentő hatása

között lineáris összefüggés áll fenn. Ez azt jelenti, hogy egy adott süllyedés — rögzített terhelés és Poisson-tényező mellett — több  $E_0$ ,  $K$  értékpárra valósulhat meg, azonban ezek egy egyenesen helyezkednek el. Helyes általánosítás a nem teljesen merev alaptest esetére a 4.4 képletbe  $y$  helyére az  $\bar{s}$  átlagsüllyedést tenni.

Alkalmazzuk számítógépi eljárásunkat egy 40 m hosszú, 10 m széles,  $10^8$  kNm<sup>2</sup> hajlító merevségű alaptestre,  $F = 1000$  kN/m egyenletesen megosztó terheléssel 3 olyan talajcsoportra, amelyeknél az  $\bar{s}$  átlagsüllyedés 0,05 m, 0,1 m, ill. 0,15 m. A fentiek szerint mindegyik  $\bar{s}$  értékhez egy  $E_0$ ,  $K$  egyenes tartozik. Bevezetve az  $m = \frac{K}{K_{\max}}$

jelölést, a három egyenest a 11. ábra felső része szemlélteti. Látható, hogy a tengelyeken levő pontok a tiszta rugalmas féltér, illetve a tiszta Winkler-féle ágyazat esetének felelnek meg. Kiszámítottuk az egyes eseteknek megfelelő maximális nyomatékokat, és feltüntettük azokat a 11. ábra alsó részén. Jól látható, hogy az alaptestben az adott átlagsüllyedésnél a legnagyobb nyomaték a tiszta rugalmas féltérnél adódik, míg a tiszta Winkler-féle ágyazat esetében nyomaték nincs. Látszik tehát a Repnyikov-féle modell nyomatékcsökkentő hatása a hagyományosan alkalmazott rugalmas féltérhez képest. Az is kitűnik azonban, hogy a nyomatékok szempontjából igen lényeges az  $E_0$  és  $K$  viszonyának meghatározása.

A nagyméretű helyszíni kísérleteket különböző méretű alapokkal és több terhelési lépcsővel elvégezve az  $E_0/K$  viszony megbízhatóan meghatározható. A vizsgálati költségeket jelentősen csökkenti, ha ezt a már megépült házak süllyedésmérési adataiból történő visszszámítással adjuk meg. A Repnyikov-féle kombinált modell rövid bemutatása után bemutatunk néhány érdekes párhuzamot e modell és az inhomogén, függőlegesen növekvő rugalmassági modulusú féltérek között.

#### *4.2 Analógiák vizsgálata a párhuzamos kombinált modell és a mélységgel növekvő rugalmassági modulusú féltérek között*

##### *4.2.1 Lineárisan változó rugalmassági modulus*

Általános tapasztalat, hogy a talaj nem tekinthető homogén rugalmas féltérnek, hanem elsősorban a mélységgel változó összenyomódási modulusú közeg. Az ilyen inhomogén rugalmas közegek analitikus vizsgálata nagy technikai nehézségeket támaszt, s ezért az eredmények hatóköre is igen korlátozott. Ezért találjuk igen fontosnak a kombinált modell(ek) vizsgálatát, hiszen ezek — mint arra a Repnyikov modell esetében rámutattunk — technikailag relatíve egyszerűbben kezelhetők, másrészt igen érdekes hasonlóságokat, sőt egybeeséseket mutatnak az említett inhomogén közegekkel.

A mélységgel változó rugalmassági modulusú féltérek között a legegyszerűbb a lineáris változású eset. Ezek közül is akkor adható zárt alakú eredmény, ha a rugalmassági modulus a felszínen zérus. Erre az esetre vonatkozik GIBSON (9) már klasszikusnak számító analitikus eredménye. Lineáris rugalmassági modulusváltozás esetére vonatkozó véges elemes vizsgálatokat végzett CARRIER és CHRISTIAN [4]. GIBSON megmutatta, hogy egy  $E/z = E_1 z$  lineárisan változó modulusú függvénnyel jellemzett rugalmas féltér és egy  $K$  ágyazási tényezőjű Winkler-féle ágyazat egymással ekvivalens, ha fennállnak a

$$v_0 = 0,5 \quad \text{és} \quad K = \frac{2}{3} E_1$$

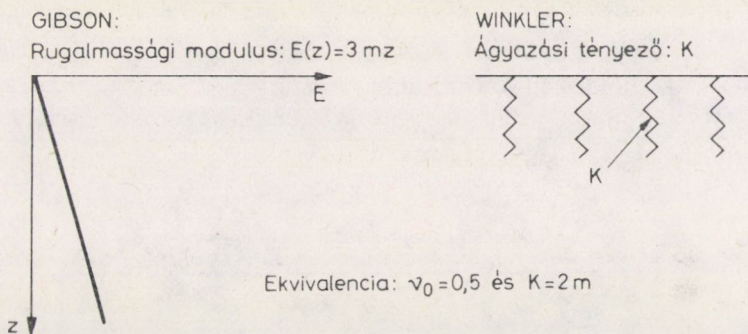
összefüggések. (12. ábra.) Hangsúlyozandó, hogy ez az eredmény csak térfogatállandó,

$\nu_0 = 0,5$  anyagra érvényes. Nem zérusról induló modulusfüggvény esetére hasonló eredmény nem ismert, mégis a Gibson-féle analógiából a Repnyikov-féle modellt a következő — elhanyagolásokat tartalmazó — közelítés kínálkozik:

Tegyük fel, feltér rugalmassági modulusát leíró függvény  $\nu_0 = 0,5$  mellett a következő alakú:

$$E(z) = E_0 + E_1 z. \quad 4.5$$

Tekintsük ezt a feltér két egymással párhuzamosan működő  $E = E_0$ , illetve  $E = E_1 z$  modulusfüggvényű feltér közelítésének. Ez a párhuzamosan működő együttes a



12. ábra. Gibson-féle analógia a lineárisan inhomogén rugalmas feltér és a Winkler-ágyazat között

Gibson eredmény miatt éppen egy Repnyikov modell. Ez azt jelenti, hogy ha a talaj modulusa (4.5) alakú, akkor  $E_0$ -ból és  $E_1$ -ből közelítő érvénnyel átszámítható a Repnyikov-féle modell két paramétere. Meg kell jegyeznünk, hogy (4.5) fennállása esetén valójában nem párhuzamos kapcsolatról van szó, hanem olyan belső egyszerre működésről, melynél a komponensek süllyedése mindenütt megegyezik. A párhuzamos modellre történő áttéréssel tehát elhanyagoljuk a két feltér közti belső kapcsolatokat, azaz valójában csökkentett merevséggel dolgozunk. Ez a biztonság javára okoz eltérést a tervezendő alaptest szempontjából. Végül tehát kimondhatjuk, hogy lényegében lineárisan növekvő rugalmassági modulus és  $\nu_0 = 0,5$  közelében levő Poisson-tényező esetén első közelítésként javasolható ez az analógia.

#### 4.2.2 Nem lineárisan változó rugalmassági modulus

##### 4.2.2.1 A rugalmassági modulus értéke a felszínen nulla

Nem lineárisan változó modulusú inhomogén feltérekre vonatkozóan az első elméleti eredmények Klein [26] nevéhez fűződnek. Klein vizsgálja az  $E(z) = E_n z^n$  modulusfüggvényű feltéreket. Ez a Gibson által vizsgált eset általánosításának tekinthető, bár a rugalmassági modulus a felszínen itt is zérus. A talajokra

vonatkozólag megállapítható, hogy ott  $n$  értéke 0 és 2 közé esik. A problémát Klein igen általánosan a rugalmasságtani alapegyenletek megoldása felől közelítette, tehát a klasszikus Boussinesque-féle utat kívánta járni. Eredményei szerint ha az  $E_n z^n$  modulusfüggvényű féltérre  $P$  pontszerű terhelés hat, megadható a feszültségkomponensekre vonatkozó egyenletrendszer megoldása

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{APz^A}{2\pi R^{A+2}} & \sigma_r &= \frac{APz^{A-2}r^2}{2\pi R^{A+2}} \\ \sigma_\theta &= 0 & \tau_{rz} &= \frac{APz^{A-2}}{2\pi R^{A+1}} \end{aligned} \quad 4.6$$

ahol  $r$  és  $z$  a cilindrikus koordináták, míg  $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ . A (4.6) formulák a deformációk folytonosságát kifejező egyenleteket csak speciális,  $A$ -ra,  $v_0$ -ra és  $n$ -re vonatkozó feltételek mellett elégítik ki:

$$A = n + 3 \quad \text{és} \quad v_0 = \frac{1}{2 + n} \quad 4.7$$

vagy

$$A = n + 2 \quad \text{és} \quad v_0 = \frac{1}{1 + n}.$$

Tehát adott  $n$  mellett  $A$  és  $v_0$  értéke már csak a (4.7)-szerinti lehetőségek szerint választható, azaz a (4.6) egzakt formulák csak a (4.7) által megszabott esetekben érvényesek. A (4.6) képletekből az ismert módon számítható a süllyedés — függőleges elmozdulás —  $z_0$  mélységben:

$$y = \int_{-\infty}^{z_0} \frac{1}{E(z)} (\sigma_z - v_0 \sigma_r) dz + F(r) \quad 4.8$$

$Fr=0$  és  $z_0=0$  esetén adódik a felszín süllyedése. A 4.6 és a 4.8-ból az  $n \neq 0$  esetre kapható formulák az  $n=0$  esethez tartozó homogén rugalmas féltérre vonatkozó jól ismert Boussinesque-féle formulák általánosításai.

#### 4.2.2.2 A rugalmassági modulus értéke a felszínen nem nulla

Célunk most a Repnyikov-féle modell és a mélységgel változó rugalmassági modulusú félterek közti analógiák teljes feltárása, tetszőleges Poisson-tényező esetére. Az ehhez szükséges alapvető analitikus eredmények PLEVAKO [28] nevéhez fűződnek. Plevako nemlineárisan változó rugalmassági modulusú félterekre vonatkozóan kereste a rugalmasságtani alapfeladatok megoldását harmonikus függvények segítségével. Az  $E/z = E_0(1 + Cz)^\beta$  függvénnyel leírt modulusú rugalmas félterekre

végzett vizsgálatainál azt találta, hogy a  $\beta$  kitevő és a  $v_0$  Poisson-tényező speciális összetartozó értékeinél a rugalmassági feladat megoldása zárt alakban megadható. Ezek közül a legegyszerűbb — és a gyakorlat számára is használható — eset

$$a \beta = 2 \quad v_0 = 0,25$$

értékeknél adódik.

Az eredmények további ismertetéséhez be kell vezetnünk a talajmodell magfüggvényének a fogalmát. Legyen egy talajmodell egy  $\pi$  tartományon a  $p(X, Y)$  megoszló terhelésnek alávetve. Ha van olyan  $J(r)$  függvény,  $r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$  hogy tetszőleges  $(X, Y)$  pontban a felszínsüllyedés az

$$y(x, y) = \iint_{\pi} p(\xi, \eta) J(r) dr \quad 4.9$$

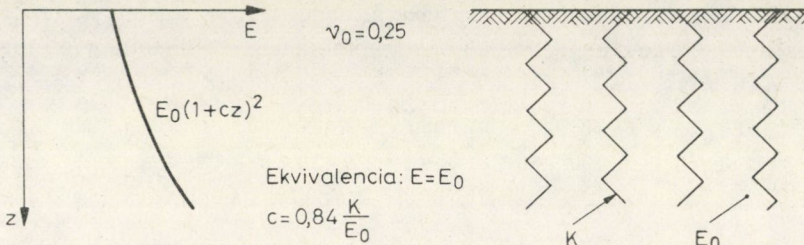
formában állítható elő, akkor a  $J(r)$  függvényt az adott talajmodell magfüggvényének nevezzük. Belátható, hogy a rugalmas homogén féltér magfüggvénye — Boussinesque nyomán —  $1/r$ -ből, a Winkler-féle ágyazatoké  $1/K$ -ből ( $K$  állandó) származtatható. A Gibson-féle fentebb tárgyalt analógiából következőleg az  $E(z) = E_1 z$  modulusfüggvényű inhomogén féltér magfüggvénye —  $K = 2/3 E_1$  esetén — szintén  $1/K$ -ből származtatható. A talajmodellek magfüggvényének vizsgálatával és ezen keresztül egyes modellek közti kapcsolatok feltárásával BARVASOV [21, 22] két tanulmányban foglalkozik.

Barvasov az egymásra helyezett ágyazati komponensekből képzett modellt sorosan kapcsolt modellnek, míg az egymásba szőtt komponensek alkotta modellt párhuzamosan kapcsolt modellnek nevezi. Az elektromos ellenállások példájából vett szóhasználat indoklása a következő. Kimutatható, hogy a kombinált modellek magfüggvényeinek bizonyos egyszerű transzformáltjai úgy származtathatók a komponensek magfüggvényeinek transzformáltjaiból, amint sorosan, illetve párhuzamosan kapcsolt ellenállásokból az eredő ellenállás származtatható. Ez az állítás a sorbakapcsolt modelleknél nem érvényes, ha olyan komponens is szerepel, melynek összenyomódása a mélységben nem állandó. Az általában használt modellek közül ilyen csak a rugalmas réteg. A rugalmas rétegekből álló kombinált modellnek külön pontot szentelünk. Ennek az állításnak a bebizonyítása után Barvasov a párhuzamos kapcsolás szabálya szerint előállította a Repnyikov-féle modell magfüggvényét. Másrészt — Plevako említett eredményét felhasználva — Barvasov előállította az  $E(z) = E_0(1 + Cz)^2$  modulusfüggvényű inhomogén féltér magfüggvényét a  $v_0 = 0,25$  esetre. Az eredmények összevetéséből azt kapta, hogy  $v_0 = 0,25$  esetén az  $E_0, K$  paraméterű Repnyikov-féle modell magfüggvénye gyakorlati szempontból tökéletes egybeesést mutat egy  $E(z) = E_0(1 + Cz)^2$  modulusfüggvényű féltér magfüggvényével, hacsak a  $C = 0,84 K/E_0$  egyenlőség fennáll. E nagy jelentőségű analógiát szemléltetjük a 13. ábrán.

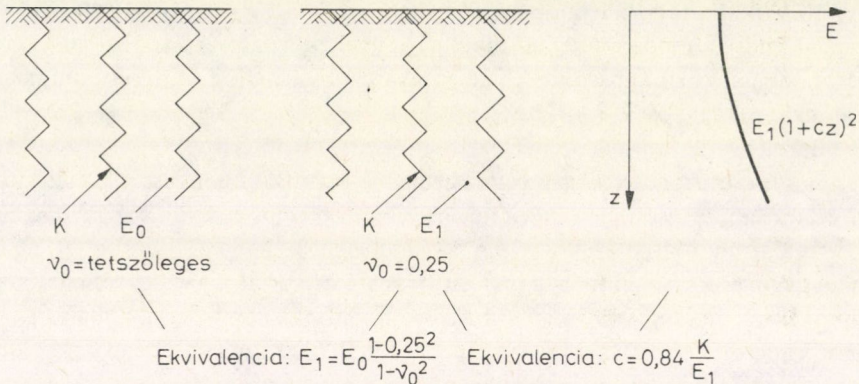
A szerzők az [18] cikkben megmutatták, hogy tetszőleges  $v_0$  Poisson tényezőjű Repnyikov-modell megfeleltethető — egy kétlépéses megfeleltetéssel — egy  $v_0 = 0,25$

Poisson-tényezőjű a mélységgel parabolikusan növekvő rugalmassági modulusú féltérnek. Ezt az analógiát szemlélteti a 14. ábra.

Hangsúlyozzuk, hogy ezen analógiák feltárásával lehetőség nyílt a Repnyikov-féle kombinált talajmodell paramétereinek laboratóriumi meghatározására a növekvő mélységből vett talajminták összenyomódási tulajdonságain keresztül.



13. ábra. Barvasov-féle analógia a parabolikusan inhomogén rugalmas féltér és a Repnyikov-féle kombinált modell között



14. ábra. Általános analógia az inhomogén féltér és a párhuzamosan kapcsolt modell között

A mélységgel közelítőleg lineárisan vagy parabolikusan növekvő modulusú talajoknál — eredeti kikötésünk szerint elhanyagolható konszolidáció esetén — a Repnyikov-féle kombinált modell a felszínsüllyedéseket és ezen keresztül az alaptestek igénybevételeit viszonylag egyszerű eljárással igen valóságghűen szolgáltatja. Ezért a gyakorlati tervezésbe történő bevezetése célszerű.

Áttérünk egy olyan modell tárgyalására, amely az eddigiektől eltérő típusú inhomogenitás esetén is lehetőséget nyújt aránylag egyszerű számítási eljárás kidolgozására.



### 4.3 Egymásra helyezett rugalmas rétegek esete (Sorosan kapcsolt kombinált modell)

Említettük, hogy ha a sorosan kapcsolt modellben rugalmas réteg is szerepel komponensként, akkor a kombinált modell magfüggvényének kiszámítására vonatkozó szabály nem érvényes. Ezért szükséges eltérő jellegű eljárás kidolgozása. A bemutatandó módszer annyiban általánosabb az előzőnél, hogy a modell belsejében is számíthatók feszültségek és elmozdulások. Mégis pl. tengelyszimmetrikus esetben aránylag kis memóriaigényű számítógépi programot igényel. Ezt fogjuk vázolni.

A modell tehát  $n$  egymásra helyezett rugalmas rétegből áll, amelyek mindegyike homogén izotrop közeg a következő jellemzőkkel:  $G_k$  nyírási modulus,  $\nu_k$  Poisson tényező,  $h_k$  vastagság. Minden réteghez csatoljuk az  $r_k$ ,  $\Theta_k$ ,  $z_k$  lokális koordináta-rendszert. ( $z_k$  a modell belsejébe irányítva.)

Tengelyszimmetrikus esetben a rugalmassági alapfeladat megoldását a harmonikus függvényekkel operáló Popkovic—Neiber-féle képletek adják:

$$\begin{aligned}
 2Gu_r &= -\frac{\partial\varphi}{\partial r} - z\frac{\partial\Phi}{\partial r} \\
 2Gu_z &= -\frac{\partial\varphi}{\partial z} + (3-4\nu)\Phi - z\frac{\partial\Phi}{\partial z} \\
 \tau_{rz} &= \frac{\partial}{\partial r} \left[ (1-2\nu)\Phi - \frac{\partial\varphi}{\partial z} - z\frac{\partial\Phi}{\partial z} \right] \\
 \sigma_z &= 2(1-\nu)\frac{\partial\Phi}{\partial z} - \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} - z\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} \\
 \sigma_\theta &= 2\nu\frac{\partial\Phi}{\partial z} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\varphi + z\Phi) \\
 \sigma_r &= 2\nu\frac{\partial\Phi}{\partial z} - \frac{\partial^2}{\partial r^2}(\varphi + z\Phi),
 \end{aligned}
 \tag{4.10}$$

ahol  $\varphi$  és  $\psi$  a  $\Delta^*\varphi = \Delta^*\psi = 0$  egyenletnek tesz eleget, ahol

$$\Delta^* = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

A feladatot Hankel-transzformációval oldjuk meg. Az első négy egyenletet transzformálva oly módon, hogy az első és a negyedik egyenletre elsőrendű, a második és harmadik egyenletre nulladrendű transzformációt alkalmazunk  $r$ -ben, akkor elérhető,

hogy a jobb oldalon csak nulladrendű transzformált álljon. (Az ötödik és hatodik egyenletet nem vesszük tovább) ( $\bar{\varphi}$  jelenti a nulladrendű,  $\bar{\varphi}^{(1)}$  az elsőrendű Hankel-transzformáltat.)

$$2G\bar{u}_r^{(1)}(\xi, z) = \xi[\bar{\varphi} + z\bar{\Phi}]$$

$$2G\bar{u}_z(\xi, z) = -\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial z} + (3-4\nu)\bar{\Phi} - z\frac{d\bar{\Phi}}{dz} \quad 4.11$$

$$\bar{\sigma}_z(\xi, z) = 2(1-\nu)\frac{d\bar{\Phi}}{dz} - \frac{d^2\bar{\varphi}}{dz^2} - z\frac{d^2\bar{\Phi}}{dz^2}$$

$$\bar{\tau}_{rz}^{(1)}(\xi, z) = -\xi \left[ (1-2\nu)\bar{\Phi} - \frac{d\bar{\varphi}}{dz} - z\frac{d\bar{\Phi}}{dz} \right]$$

A  $\varphi$ -re és  $\psi$ -re vonatkozó Laplace-egyenletek a következő közönséges egyenletbe mennek át:

$$\frac{d^2\bar{\Phi}}{dz^2} - \xi^2\bar{\Phi} = 0 \quad 4.12$$

$$\frac{d^2\bar{\varphi}}{dz^2} - \xi^2\bar{\varphi} = 0$$

Ezek általános megoldása:

$$\bar{\Phi} = A \operatorname{sh} \xi z + B \operatorname{ch} \xi z \quad 4.13$$

$$\bar{\varphi} = C \operatorname{sh} \xi z + D \operatorname{ch} \xi z$$

Az egyes rétegekre (4.11) és (4.13) segítségével adódó általános megoldásokat illesztjük össze úgy, hogy a réteghatárokon a

$$\begin{bmatrix} \bar{\sigma}_z(\xi, z) \\ \bar{\tau}_{rz}^{(1)}(\xi, z) \\ \bar{U}_z(\xi, z) \\ \bar{U}_r^{(1)}(\xi, z) \end{bmatrix}$$

vektor folytonos legyen, míg az egész kombinált rendszer alsó és felső határán előírt peremfeltételek ki legyenek elégítve. Ehhez természetesen a peremfeltételek Hankel-transzformáltját is ismerni kell. A technikai részleteket mellőzve megállapítható, hogy az eljárás eredményeképpen a keresett elmozdulás és feszültségfüggvények Hankel-transzformáltjai adódnak. A végeredményt inverztranszformációval kapjuk.

Láttuk, hogy a párhuzamos kombinált modell akkor alkalmazható, ha a mélységgel növekvő modulusú féltérrel van dolgunk, míg a sorosmodellnél ilyen

kikötés nincs. A párhuzamos modell lényegesen több esetre nyert már kidolgozást, ezért a soros modellt elsősorban abban az esetben javasoljuk, ha a mélységgel lazább rétegek is előfordulnak.

A 4. fejezetben bemutatott modellekkel és eljárásokkal azt kívántuk alátámasztani, hogy egyfelől a talaj szempontjából a kombinált modellekkel a gyakorlatban előforduló inhomogenitások többsége modellezhető, másfelől bizonyos típusú sicalapok és terhelések esetén aránylag egyszerű, kis-számítógépes eljárások dolgozhatók ki. Ezért tartjuk fontosnak a kombinált modellek további vizsgálatát, s a kidolgozott programcsomagnak a gyakorlati tervezési rendszerekbe történő beépítését. Előfordulhat természetesen olyan eset, amelyekre a kombinált modellek hatóköre nem terjed ki, és a finomabb megközelítést is lehetővé tevő véges elemes eljárások alkalmazása indokolt.

### 5. Véges elemes modellek a sicalapozásban

Az előző fejezetben igyekeztünk rámutatni, hogy a gyakorlatban előforduló esetek nagy többségében az esetnek megfelelő kombinált modell a tervezés számára megfelelően egyszerű eszköz s egyszersmind a fizikai valóságot is megfelelően tükrözi. Éppen a két követelmény szemben álló jellege miatt vannak a kombinált modelleknek — elsősorban elméleti — hiányosságaik.

A kombinált modellek nem — vagy csak igen nehézkesen — tudják követni a lokális inhomogenitásokat a talajok speciális deformációit, például a repedéseket, vagy azokat a tulajdonságokat, amelyek szerint egyes talajoknak nincs húzási ellenállásuk. Ami a plasztikus jelenségeket illeti, már utaltunk rá, hogy az igénybevételek szempontjából az alaptestnek általában kis része alatt fellépő plasztikus folyamatok — függőleges terhelés esetén — nem okoznak jelentős eltéréseket. [14].

Adott esetben mégis szükség lehet pontosabb vizsgálatokra. Ezeknek a vizsgálatoknak az eszköze a nagy számítógépigényű véges elemek módszere. Röviden vázoljuk előnyeit és lehetőségeit. Az eljárások egyik előnyös tulajdonsága, a bonyolult geometriai feltételek követése a sicalapozási feladatoknál általában — a relatív egyszerűbb geometria miatt — nem érvényesül.

Ismeretes, hogy a véges elemek módszere olyan közelítő eljárás, mely első formájában a rugalmas alakváltozásokat határozza meg, a felosztás finomságától függő pontossággal közelítve az elméleti értékeket. Mivel a talaj alakváltozásai legalábbis a teljes vizsgált tartományban ritkán rugalmasak, ezért szükségessé vált a véges elemes eljárás és az egyre pontosabb talajtörvények összekapcsolása. A nemlineáris rugalmasság leírására a legismertebb modell a Duncan-féle [6]. Talán ennél is megfelelőbb — bár még nagyobb előkészítést igényelnek azok a próbálkozások, amelyek a kísérletekből származó görbéket közvetlenül viszik a véges elemes programba, ezzel irányítva minden egyes elemen belül a folyamatot. Erre példa Boulon és társai munkája [2], melyben — ugyan cölöpökre vonatkozólag — végeztek ilyen

vizsgálatokat. Hasonló modell kiépítésén dolgozunk jelenleg ágyazott tartók, alaptestek esetére.

Az előző fejezetekben tárgyalt eljárások közös hátránya, hogy repedések, elcsúszások figyelembevételére alkalmatlanok. A véges elemes eljárások erre is képessé tehetők.

Akár a Duncan modellel és az abba épített speciális kontakelemekkel [10] dolgozó modellel, akár a Boulon által leírt eljárás lényege az, hogy ha egy felületen a nyírófeszültség kimerül — például a Mohr-elmélet szerint — az érintkező felületek elválhatnak egymástól, mintegy elengedik egymást. Ilyen módon foghatók meg az elcsúszási jelenségek pl. cölöpök köpenye mentén vagy a tartó és a talaj találkozásánál.

E rövid fejezetben a részletek tárgyalását mellőzve az elméleti kutatás fejlődésének egy szerintünk jelentős irányát próbáltuk érzékeltetni.

#### IRODALOM

1. DE BEER E. E.: Calcul de Poutres reposant sur le sol Annales de Travaux Publics de Belgique 1948, June, 1952. Oct. Dec.
2. BOULON M.—DARVE F.—DESRUÉS Z.—FORAY P.: Soil-structure coupling. Non linear rheological relationships and boundary conditions in soil mechanics. *Computers and Structures* Vol. 9. (1978) 293—303.
3. BOWLES Z. F.: Analytical and Computer Methods in Foundation Engineering, Mc Graw Hill, 1974. 147—185.
4. CARRIER W. D.—CHRISTIAN Z. T.: Rigid circular plate resting on a non-homogeneous elastic half space, *Geotechnique*, Vol. 23., 1973.
5. DAVIS, E. H.—POULOS, H. G.: The use of elastic theory for settlement prediction under three dimensional conditions. *Geotechnique*, Vol. 18. (1968) No. 1.
6. DUNCAN I. M.—CHANG C. Y.: Nonlinear analysis of stress and strain in soils. I. *Soil. Mech. and Found. Div., Proc. ASCE* Vol. 96. (1970) No. SM5.
7. GERARD. C. M.—HARRISON, W. J.: Circular loads applied to a cross-anisotropic half space. CSIRO Australia, *Div. App. Geomech. Tech. Paper*, No 8., 1970.
8. GERARD C. M.—HARRISON W. J.: Stresses and displacements in a loaded orthotropic half-space, CSIRO Australia, *Div. App. Geomech. Tech. Paper* No. 9. 1970.
9. GIBSON R. E.: Some results concerning displacement and stresses in a non-homogeneous elastic half-space, *Geotechnique* 1967. 17.
10. GOODMAN R. E.—TAYLOR R. L.—BREKKE T. L.: A model for the mechanics of joined rock, *I. Soil. Mech. and Found. Div. Proc. ASCE* Vol. 94. (1968) No. SM3.
11. HETÉNYI M.: Beams on an elastic foundation. Oxford University Press, 1946.
12. HOPPER J. A.: Elastic settlement of a circular raft in adhesive contact with a transversely isotropic medium. *Geotechnique*, Vol. 25. (1975) No. 4.
13. KANY M.: Berechnung von Flachengründungen. Berlin, 1972.
14. MAJID K. I.—CRAIG J. S.: An incremental finite element analysis of structural interaction with soil of non-linear properties. *Proc. Symp. Int. of Struct. and Found.* Birmingham, 1971.
15. MILOVIC D. M.: Stress-strain analysis in soil mechanics. Vojvodine—Subotica, 1974.
16. OHDE J.: Die Berechnung der Solldruckverteilung unter Grundkörpern Bauingenieur Heft 1416, 1942.
17. PETRASOVITS G.—SOLTÉSZ P.: Kombinált talajmodell alkalmazása síkalapok vizsgálatára a térbeli feszültségállapot figyelembevételével. *Műszaki Tudomány* 56. 1978.
18. PETRASOVITS G.—SOLTÉSZ P.: Síkalapok méretezése kombinált talajmodellel alapuló módszerrel. *Magyar Építőipar*, 1981. 5. 282—287. old.
19. PETRASOVITS G.—SOLTÉSZ P.: Kombinált talajmodell paramétereinek kísérleti meghatározása modell-analógiák vizsgálata alapján. *Magyar Építőipar*, 1981. 7. 411—417. old.
20. ZIENKIEWICZ O. C.: The finite element method in engineering science, Mc. Graw Hill, London, 1971.

21. Барвашов, В. А.: Комбинированные модели грунтового основания. Оснивания, *Фундаменты и Механика грунтов*, 1976/1. 1976.
22. Барвашов, В. А.: К расчету осадок грунтовых оснований, представленных различными моделями. Основания, *Фундаменты и Механика грунтов*, 197/4.
23. Власов, В. Э.—Леонтьев, Н. Н.: Балки, плиты и оболочки на упругом основании, Госстройиздат, 1960.
24. Горбунов—Посадов, М. И.—Маликова, Т. А.: Расчет конструкций на упругом основании, Москва, Стройиздат, 1973.
25. Жемочюин, В. Н.—Синицын, А. Н.: Практические методы расчета балок и плит на упругом основании. Госстройиздат, Москва. 1962.
26. Клейн, Г. К.: Учет неоднородности, разрывности деформации и других механических свойств грунта при расчете сооружений на сложном основании, *Сборник трудов МИСИ № 14*, 1956.
27. Пастернак, Р. Л.: Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели, Госстройиздат, 1964.
28. Плевако, В. П.: О возможности использования гармонических функций при решении задач теории упругости неоднородных сред. *Прикладная математика и механика* 36. 1972.
29. Репников, Л. Н.: Расчет балок на упругом основании, объединяющем деформативные свойства основания Винклера и линейно деформируемой среды, Основания, *Фундаменты и Механика грунтов* 1967/6.
30. Симвулиди, И. А.: Приближенный метод расчета балок, лежащих на упругом основании, *Сборник трудов МИСИ*. 1956.
31. Соболев, Д. Н.: К расчету конструкций лежащих на статистически неоднородном основании, *Строительная механика и расчет сооружений № 1*. 1965.
32. Филоненко—Бородович, М. М.: Простейшая модель упругого основания, способная распределять нагрузку. *Сб. Трудов МЭМИИТ вып. 53*, 1945.
33. Штаерман, И. Я.: Распределение давления под фундаментом при наличии пластической зоны. *Сб. трудов МИСИ № 14*. 1956.

**Soil models and the trends of development.** — The paper gives a survey on the main types of soil models, the subgrade coefficient method and the elastic half space method which can be taken into consideration for the dimensioning of spread foundations. It discusses the theory and the applicability of these methods.

The paper presents the possibilities of development of the soil models to describe more correctly the load-deformation process and special emphasis is put on the so called combined models which are able to take into account the inhomogeneous properties of the soil.

**Bodenmodelle und die Richtungen der Entwicklung.** — Der Aufsatz gibt eine Übersicht von Bodenmodellen, die bei der Bemessung von Flachfundamenten angewendet werden können. Es wird eine an der Kombination des Bettungsziffers und an den Eigenschaften des elastischen Halbraums basierende Methode vorgetragen und ihre Theorie sowie Anwendungsmöglichkeiten besprochen.

Vorgeführt wird weiterhin die Möglichkeit der Entwicklung einer genaueren Beschreibung des Belastung-Formänderungsprozesses von verschiedenen Bodenmodellen und mit besonderer Aufmerksamkeit werden die sogenannten kombinierten Modelle behandelt, mit denen auch die inhomogene Eigenschaften der Boden berücksichtigt werden können.

**Модели грунтов и тенденции развития.** — В исследованиях взаимодействия между конструкциями и грунтами, грунт замещается упрощенными моделями.

Работа рассматривает основные модели грунтов, применяемых в области плоских фундаментов, методы коэффициента постели и применения упругого полупространства, их теорию и применимость.

Показываются возможности более точного следования за процессом деформации грунтовых моделей под нагрузкой, и их развития без значительного затруднения расчетов, в частности, с особым учетом т. н. комбинированных моделей, способных принимать во внимание и неоднородные свойства грунта.