A SZÁMÍTOTT ÉS MÉRT SÜLLYEDÉSEK STATISZTIKAI ÉRTÉKELÉSE

RÉTHÁTI LÁSZLÓ*
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett: 1982. február 2-án]

A szerkezetek méretezése terén egyre inkább előtérbe kerülnek a valószínűségelmélet alapján álló megoldások. Ez a geotechnika területén is szükségessé teszi, hogy minden feladat-típushoz korszerű vizsgálati metodikát dolgozzunk ki. Mivel a süllyedések korlátozásához jelentős gazdasági érdekek fűződnek, ennek a kérdésnek igen nagy jelentősége van. A cikk azokat a problémákat kíséreli meg feltárni, amelyek megoldásához az új szemlélet többlet-információkat nyújthat.

Bevezetés

A helyszíni megfigyelések azt bizonyítják, hogy az épületek károsodását szinte soha sem a *talajtörés*, hanem a nagy mértékű és/vagy egyenlőtlen süllyedések okozzák. Annak a néhány épületnek, amely talajtörés következtében ment tönkre, a többsége siló volt (a talaj nyírószilárdságának radikális csökkenése a hirtelen terhelés hatására). A mai felfogás szerint azzal, hogy a süllyedést egy határérték alatt tartjuk, egyben a talajtörés ellen is védve vagyunk. Ezért kell különös gondot fordítanunk arra, hogy a süllyedések *előrejelzése* megbízható legyen.

A prognózis elkészítése során abból kell kiindulnunk, hogy mind a teher, mind a talajfizikai jellemzők *valószínűségi változók*. Ez azt jelenti, hogy a süllyedés (vagy süllyedéskülönbség) várható értékén kívül meg kell határoznunk az ettől eltérő, különböző valószínűséggel várható értékeket is. Ezek értékelése a tervezőnek és az üzemeltetőnek egyaránt hasznos információkat nyújthat.

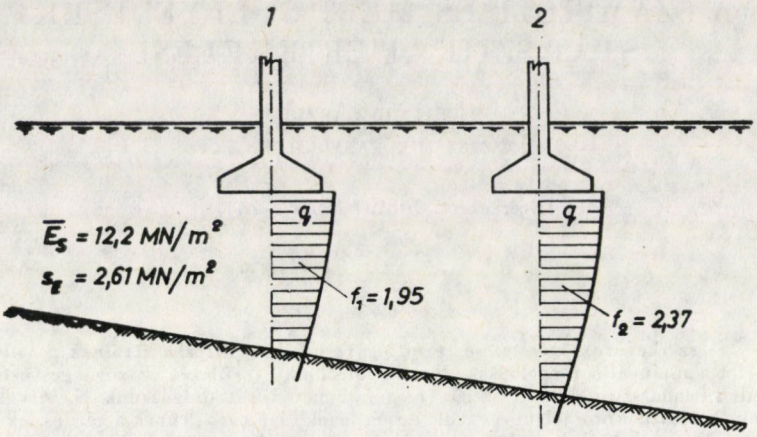
1. A süllyedések előrejelzése

1.1. Az átlagos süllyedés megbízhatósága

Induljunk ki a leggyakrabban használt képletből, mely szerint

$$s = \frac{B \cdot q \cdot f}{E_s} ,$$

* Dr. Rétháti László 1092 Budapest, Ráday u. 43.



1. ábra. Kiindulási adatok az 1.1. fejezet számpéldájához

ahol s — a számított süllyedés,
B — az alaptest szélessége,
q — a talpfeszültség,
f — az ún. süllyedési hatástényező,
E_s — a talaj összenyomódási modulusa.

Tegyük fel, hogy az 1. ábrán látható 1. sz. alaptest süllyedését akarjuk előrejelezni, és E_s-re — véletlenszerű térbeli eloszlással — az 1. táblázatban feltüntetett értékeket mértük. Az *összenyomódási modulus* statisztikai paraméterei ezek szerint a következők:

$\bar{E}_s$ = 12,2 · 10³ kN/m² (várható érték);
σ_E = 2,61 · 10³ kN/m² (szórás);
C_{vE} = 0,214 (variációs tényező);
C_s = −0,008 (ferdeségi együttható);
C_k = −0,83 (lapultsági együttható).

A süllyedés és a szórás megkülönböztetése céljából az utóbbi σ-val van jelölve, annak ellenére, hogy empirikus szórásról van szó.

Az 1. táblázat 2. oszlopában a tíz E_s-értékhez számított süllyedések láthatók. Statisztikai paramétereik a következők:

$\bar{s}$ = 4,676 cm, σ_s = 1,065 cm,
C_{vs} = 0,228, C_s = 0,725 és C_k = −0,31.

Eszerint a *variációs tényező* C_{vE}-hez képest alig változott, ugyanakkor az s-sor *már korántsem szimmetrikus*; ugyanez elmondható a $\sqrt{s}$- és ln s-sorra.

1. táblázat

Kiindulási adatok az 1.1. és 1.2. fejezetek számpéldájához

E_s(MN/m²)	s (cm)	$\sqrt{s}$	ln s
14,2	3,845	1,961	1,3468
13,8	3,957	1,989	1,3755
16,3	3,350	1,830	1,2090
14,9	3,664	1,914	1,2986
9,5	5,747	2,397	1,7487
11,3	4,832	2,198	1,5753
12,4	4,403	2,098	1,4823
8,1	6,741	2,596	1,9082
9,9	5,515	2,348	1,7075
11,6	4,707	2,170	1,5491

Bizonyítható [9], hogy a süllyedések reciprokaiból képezett sor ferdeségi együtthatója közel zérus, így a süllyedés képlete szerint E_s eloszlásától csak egy állandóban különbözik.

Ezek után az átlagos süllyedés *konfidencia-intervallumát* a következőképpen számíthatjuk. Mivel a mérések száma viszonylag kicsi ($n = 10$), a Student-eloszlást kell használni. A valószínűségi szintet $\alpha = 0{,}05$-ra választva $t_\alpha = 1{,}833$, így

$$E_s = 12{,}2 \pm 1{,}833 \frac{2{,}61}{\sqrt{10}} = 12{,}2 \pm 1{,}5\ \mathrm{MN/m^2}.$$

Ezek szerint 90%-os valószínűséggel állíthatjuk, hogy a várható süllyedés nem kisebb

$$100 \frac{1{,}4 \cdot 200 \cdot 1{,}95}{13{,}7 \cdot 10^3} = 4{,}0\ \text{cm-nél}$$

és nem nagyobb

$$100 \frac{1{,}4 \cdot 200 \cdot 1{,}95}{10{,}7 \cdot 10^3} = 5{,}1\ \text{cm-nél.}$$

A konfidencia-intervallum olyan esetekben értelmezhető, amikor E_s-nek *nincs vízszintes értelmű trendje*, és egy-egy alaptest *átlagos süllyedéséről* (valamint ennek megbízhatóságáról) akarunk számszerű adatokat nyerni. Így kell eljárnunk, ha pl. merev alaptesten átvezetett cső részére kialakított elliptikus nyílás méreteit kívánjuk meghatározni.

1.2. A süllyedéskülönbség előrejelzése

Ez a feladat kétféleképpen oldható meg, aszerint, hogy *a)* egy merev alapról vagy *b)* két különálló alaptestről van szó.

Ad a) Tételezzük fel, hogy az 1. táblázat 1. oszlopának első nyolc értékét nem egyetlen alap környezetében, hanem egy merev sávalap tengelyében, egy-

mástól d távolságra mérték. Az egyes s_i értékekre meghatározott regressziós egyenes egyenlete ekkor:

$$s = 0{,}346\, d + 3{,}01,$$

a korrelációs együttható pedig $r = 0{,}73$.

Az egyenlet szerint az 1. pont helyén várható süllyedés $s_1 = 3{,}36$ cm, a 8. pont helyén $s_8 = 5{,}78$ cm, a süllyedéskülönbség várható értéke tehát $\Delta s = 2{,}42$ cm.

A regressziós együttható szórása

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sigma_r^2}{(n=1)\,\sigma_d^2}} = \sqrt{\frac{0{,}792^2}{(10-1)\,2{,}45^2}} = 0{,}108,$$

minthogy a σ_r reziduális szórás:

$$\sigma_r = \sigma_s \sqrt{1 - r^2} = 1{,}159 \sqrt{1 - 0{,}73^2} = 0{,}792\,.$$

Eszerint 90%-os valószínűséggel állíthatjuk, hogy a regressziós együttható (a) nem nagyobb

$$0{,}346 + 1{,}28 \cdot 0{,}108 = 0{,}484\text{-nél},$$

és Δs nem nagyobb

$$(8 - 1)0{,}484 = 3{,}39 \text{ cm-nél}.$$

Ad b) Tegyük fel, hogy az 1. ábrán látható két alaptest altalaját az 1. táblázat tíz — véletlen térbeli eloszlású — E_s-értéke jellemzi. A süllyedéskülönbség várható értéke ekkor

$$\overline{\Delta s} = 100 \frac{q \cdot B}{\bar{E}_s} (f_2 - f_1) = \frac{200 \cdot 1{,}4}{12{,}2 \cdot 10^3} (2{,}37 - 1{,}95) = 0{,}96 \text{ cm}.$$

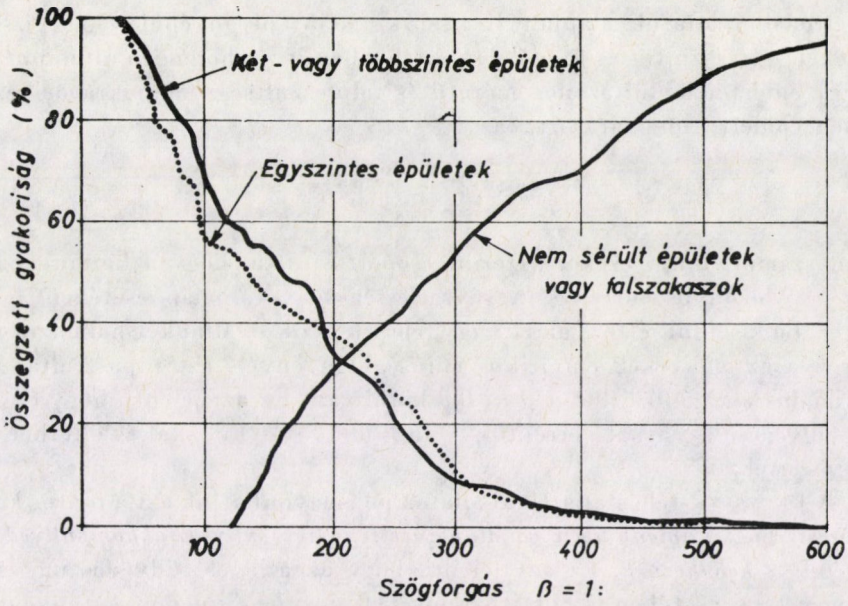
Az 1. sz. alap süllyedésének varianciája (ha q és B szórását elhanyagoljuk):

$$\sigma_1^2 = -\left(\frac{qBf_1}{\bar{E}_s^2}\right)^2 \sigma_E^2 + \left(-\frac{qBf_1}{\bar{E}_s^2}\right)^2 \frac{2qBf_1}{\bar{E}_s^3} C_{sE}\, \sigma_E^3 = 91{,}98 \cdot 10^{-6},$$

így $\sigma_1 = 0{,}00959$, vagyis 0,959 cm. Hasonlóképpen eljárva, a 2. jelű alap süllyedésének szórására $\sigma_2 = 1{,}164$ cm-t kapunk.

Az a Δs különbség, amelynél nagyobb érték bekövetkezésének valószínűsége 10%, a következő:

$$\Delta s = \left(\overline{\Delta s} + t_\alpha \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right) 100 =$$
$$= \left(0{,}096 + 1{,}28 \sqrt{0{,}00959^2 + 0{,}01164^2}\right) 100 = 2{,}9 \text{ cm}.$$



2. ábra. A kritikus szögforgás meghatározása az ép és sérült épületeken (falakon) mért szögforgások empirikus eloszlásfüggényei segítségével *(Rétháti* 1977)

A tervezési gyakorlatban a számított süllyedéseket a süllyedéskritériumok határértékeivel szokás összehasonlítani. A *szögforgás* határértékeinek megállapítására jó alkalmat nyújtott a Magyarországon vizsgált több 100 károsodott épület [8]. Felrajzolva a károsodott és a sértetlenül maradt épületeken (falakon) mért szögforgások empirikus eloszlásfüggvényeit (2. ábra), a kettő metszéspontjához tartozó β tekinthető a veszélyes érték felső határának.

1.3. Véletlen jellegű mozgáskomponensek homogén talajon

A homogén talajon álló, azonos felületű és terhelésű tömbalapok süllyedését a hagyományos (determinisztikus) méretezési eljárás során *azonosnak* tekintjük.

Ez a feltételezés igen távol áll a valóságtól. A helyszíni megfigyelések azt bizonyítják, hogy süllyedéskülönbségek ilyen esetekben is kialakulnak, és általában nem is mm-, hanem cm-nagyságrendben. Ennek főbb okai a következők:

— a „homogenitás" tényét viszonylag kevés minta vagy helyszíni vizsgálat alapján deklaráljuk;

— a hasznos teher, de nemegyszer a holt teher eloszlása is véletlen jellegű;

— az egyes alapok kivitelezése során kialakuló körülmények nem azonosak (egyik-másik munkagödör beázhat vagy fellazulhat stb.);

— egyes alapokat előre nem látható lokális hatások érhetnek (a felszíni vízhozzáfolyás mértéke pl. nem azonos).

Irodalmi adatok alapján LEUSSINK (1955) olyan épületeket vizsgált, melyeket — vízszintes és függőleges értelemben is — homogén altalajon álló, egy-egy épületen belül azonos méretű és talpfeszültségű alapokra helyeztek. Minden épületre meghatározta az

$$\alpha = \frac{s_{max} - s_{min}}{\bar{s}}$$

viszonyszámot, majd ezeket aszerint csoportosította, hogy a kompresszibilis réteg egy bizonyos mélység (a sávszélesség fele, talpalap esetében $B/2$ és $L/4$ közül a kisebbik érték) alatt vagy felett fekszik-e. Mindkét halmazra meghatározva az α értékek empirikus sűrűségfüggvényét, azt tapasztalta, hogy ezek módusza $\alpha = 0{,}3$, illetve $\alpha = 0{,}9$ körül van. Ez azt jelenti, hogy egy-egy alap süllyedése a várható értéktől ± 15-, illetve $\pm 45\%$-kal is eltérhet, ami jelentős érték.

A LEUSSINK-féle statisztikai adatokból is levonhatjuk azt a fontos következtetést, hogy, *amennyiben az alapozási rendszer süllyed, akkor süllyedéskülönbségek is keletkeznek.* Ez azt jelenti, hogy az átlagos süllyedés nagyságát homogén talaj esetében is korlátoznunk kell, mégpedig nemcsak funkcionális (pl. csővezetékek csatlakozása) vagy egyéb okokból, hanem azért is, hogy az építményt nemkívánatos egyenlőtlen mozgásoktól megvédjük. A *megtűrhető maximális* $\bar{s}$ a következőképpen számítható [6].

SKEMPTON és MACDONALD [14] igen részletes statisztikai vizsgálatai szerint agyagon, illetve homokon (tehát lassan és gyorsan konszolidálódó talajon) álló alapokra a *megengedhető maximális süllyedéskülönbség*

$$\Delta s_{max} = 4{,}5 \text{ cm}, \quad \text{illetve} \quad 3{,}2 \text{ cm}.$$

Ezeket az értékeket egyenlővé téve a LEUSSINK-féle értékekkel, a következő egyenlőségek írhatók fel:

$$4{,}5 = 0{,}9\,\bar{s}, \quad \text{illetve} \quad 3{,}2 = 0{,}9\,\bar{s}.$$

Ez azt jelenti, hogy agyagra $\bar{s} = 5{,}0$ cm, homokra $\bar{s} = 3{,}5$ cm a megengedhető átlagos süllyedés. Hasonló eredményt kapunk, ha SKEMPTON és MACDONALD másik, nevezetesen az épületen belül mérhető *maximális süllyedésre* vonatkozó kritériumából indulunk ki. E szerzők szerint ennek megengedhető mértéke agyagra 7,6 cm, homokra 5,1 cm, így az alábbi egyenlőségeket kapjuk:

$$7{,}6 = \bar{s} + 0{,}45\,\bar{s}, \quad \text{illetve} \quad 5{,}1 = \bar{s} + 0{,}45\,\bar{s}.$$

Az $\bar{s}$-ra ezekből kapott értékek (5,2 és 3,6 cm) közel azonosak az előzőekben meghatározott kritikus $\bar{s}$-gal.

RESENDIZ és HERRERA [5] egyenletesen megoszló teherrel igénybe vett solitair alap mozgáskomponenseit vizsgálják arra az esetre, amikor a talaj alakváltozási jellemzőinek *nincs vízszintes trendje.* Képleteik segítségével számítható az átlagos süllyedésnek, valamint az x és y irányú billenésnek (Θ_x és Θ_y) a varianciája. (Míg s várható értéke véges érték, Θ_x és Θ_y várható értéke természetesen zérus.) Az eljárásnak az a figyelemre méltó alapgondolata, hogy egy zérus várható értékű esemény bekövetkezéséhez *zérustól különböző valószínűséget* rendelünk. A valószínűségelméletnek azért van ilyen esetekben nagy jelentősége, mert ezek a feladatok *determinisztikus módszerekkel nem oldhatók meg.*

2. A mért süllyedések értékelése

A süllyedésmérés a cikk bevezetőjében említett feladatokon kívül számos más probléma megoldását is elősegíti: lokális hatások kimutatását (pl. közeli építkezés esetén), új szerkezetek, technológiák vagy alapozási rendszerek megfigyelését, a süllyedés sebességének meghatározását (pl. az épület helyreállítása előtt) stb. Ezek közül itt négy kérdéssel fogunk részletesebben foglalkozni.

2.1. A mért konszolidációs görbe extrapolálása

A biztonság fokozatos csökkenése sok esetben szükségessé teszi a mozgáskomponensek *végleges értékének* ismeretét, hogy a szükséges intézkedéseket idejében megtehessük.

Az itt ismertetett két módszer — főleg az első [7] — szigorúan véve csak az *egydimenziós konszolidáció* esetére használható.

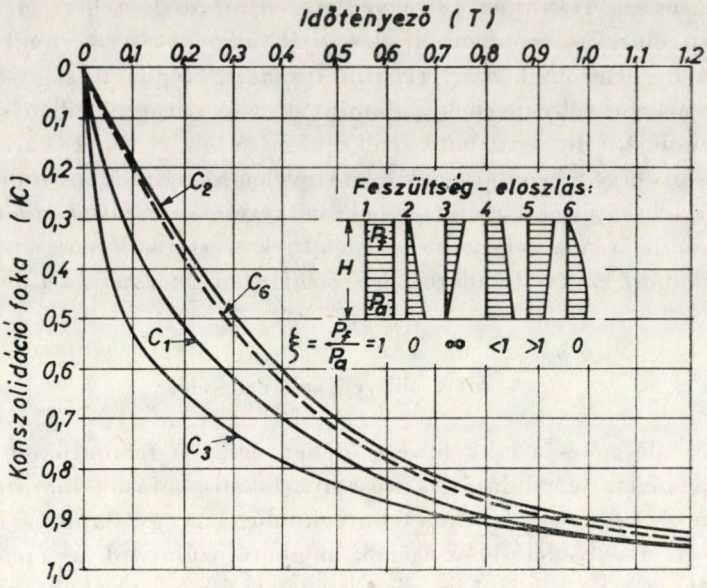
Az *első* szerint eljárva a mérések alapján megbecsüljük az s_u végleges süllyedést, majd számítjuk a különböző t_i időpontokhoz tartozó

$$\varkappa_i = \frac{s_i}{s_u}$$

hányadost. Ezekhez a 3. ábrából leolvassuk a kerületi feltételeknek megfelelő T_i időtényezőket, majd képezzük az

$$\alpha_i = \frac{t_i}{T_i}$$

hányadosokat. Az s_u süllyedés megbízhatósága az α_i értékek variációs tényezőjével, vagyis a $C_v = \sigma_\alpha/\bar{\alpha}$ hányadossal jellemezhető. Változtatva s_u-t, azon értékét tekintjük legvalószínűbbnek, amelyre C_v = minimum.



3. ábra. Összefüggés az időtényező (T) és a konszolidáció foka ($\varkappa$) között, egydimenziós konszolidáció esetén

Tegyük fel, hogy a függőleges feszültségek eloszlása a 3. ábra 5. jelű esetének felel meg, $\xi = p_f/p_a = 2$, vagyis

$$\varkappa_i = \varkappa_1 - \frac{\xi - 1}{\xi + 1}(\varkappa_1 - \varkappa_2) = \frac{2}{3}\varkappa_1 + \frac{1}{3}\varkappa_2.$$

Tegyük fel továbbá, hogy az építés kezdetétől eltelt t_i (hónap) időpontokban mért s_i süllyedések idősora a 2. táblázatnak megfelelő. Ugyanezen táblázat 3—7. soraiban találjuk az $s_u = 6{,}6-7{,}2$ cm-hez tartozó α_i-értékeket, ezek szórását és variációs tényezőjét. Ezek szerint $s_u = 6{,}8$ cm tekinthető a legvalószínűbb értéknek.

A *második módszer* azon alapul, hogy az egydimenziós esetben a görbe második szakasza exponenciális függvénnyel közelíthető. Így jogosan várhatjuk, hogy a süllyedések az

$$s = s_u\left(1 - e^{-At}F\right)$$

kifejezéssel jól leírhatók. Mivel ez a függvény sem linearizálható, ismét úgy járhatunk el, hogy s_u-t megbecsüljük, majd az

$$A = -\frac{\ln\left(1 - \dfrac{s}{s_u}\right)}{t}$$

képletből számítjuk a t_i, s_i értékpárokhoz tartozó A_i értékeket. Meghatározva ezeknek a különböző s_u-hoz tartozó variációs tényezőit, azt a becsült süllyedést fogadjuk el, amelyre C_v = minimum.

2. táblázat

A végleges süllyedés meghatározása (számpélda)

s_u (cm)	t_i (hónap): 3 s_i (cm): 1,8	4,7 2,7	7,5 4,0	9,5 4,4	12 4,8	σ_α, σ_A	$C_{v\alpha}, C_{vA}$
6,0	$\alpha =$ 24,0	21,4	17,6	18,6	19,0	2,58	0,128
6,6	27,3	25,4	22,1	22,4	23,5	2,20	0,091
6,8	27,3	26,1	22,1	23,8	25,5	2,05	0,082
7,0	30,0	27,6	24,2	24,7	26,7	2,34	0,088
7,2	31,6	27,7	25,0	26,8	28,2	2,42	0,087
6,0	$A =$ 0,1189	0,1272	0,1465	0,1391	0,1341	0,0106	0,0799
6,8	0,1025	0,1076	0,1183	0,1096	0,1020	0,0066	0,0614
7,0	0,0991	0,1037	0,1130	0,1043	0,0965	0,0063	0,0611
7,2	0,0959	0,1000	0,1081	0,0994	0,0916	0,0061	0,0618

A 2. táblázat *8—11.* soraiban feltüntetett adatok szerint $s_u = 7{,}0$ cm a legvalószínűbb érték, jó egyezésben az első módszerrel kapott értékkel.

s_u és A ismeretében meghatározható a tetszőleges t_i-hez tartozó süllyedés vagy a $\varkappa$ konszolidációs fokhoz tartozó idő. Segítségükkel a számítás megbízhatóságát is jellemezni tudjuk; a második módszer esetében pl. a mért (s_m) és számított (s_c) süllyedések a következő értékpárokat alkotják:

s_m	1,80	2,70	4,00	4,40	4,80
s_c	1,86	2,68	3,76	4,36	4,96

Eszerint a korrelációs együttható $r = 0{,}993$, a reziduális szórás pedig mindössze $\sigma_r = 0{,}15$ cm.

2.2. *A számítási modellek ellenőrzése*

A számított és mért értékek összehasonlításával számos szerző foglalkozott, felmérve a modell egyes elemeinek (határmélység stb.) megbízhatóságát.

A vizsgálatok egy része *homokon* álló épületek süllyedésével kapcsolatos, amikor is a talaj alakváltozási tulajdonságait többnyire *szondázás* segítségével határozzák meg.

WU [16] számos irodalmi adatból meghatározta a számított és mért süllyedések $\mu = s_c/s_m$ arányát, majd ezek eloszlásfüggvényét. A süllyedést az $s_c = q/q_c$ hányadossal vette azonosnak, ahol q a talpfeszültség, q_c pedig a TERZAGHI és PECK [15] által javasolt

$$q_c = 0{,}36\,(N - 3)\left(\frac{B+1}{2B}\right)^2$$

alakú képletből számítható, a max. 1 inch süllyedést előidéző feszültség. (A képletben N a „standard penetration test" során a 30 cm behatoláshoz tartozó ütésszám, B pedig az alap szélessége lábban helyettesítve.)

Az eloszlásfüggvények alapján becslést tudunk adni annak valószínűségére, hogy a süllyedés nem lépi túl az általunk megszabott *küszöbértéket.* A görbék arra is rámutatnak, hogy a képlet igen konzervatív, mintegy háromszoros biztonságot rejt magában.

SCHULTZE és SHERIF [12] egy lépéssel tovább mennek: új, általánosabb érvényű összefüggést keresnek N és s között. Képletüket a matematikai statisztika módszereivel határozták meg, amennyiben

a) négy állandóját *többváltozós korrelációból* számították;

b) az ötödiket — *véletlen számként* kezelve — r_{max}-ot adó értékével vették azonosnak;

c) a képlet *megbízhatóságát* statisztikai paraméterrel jellemezték.

A képlet végleges alakja:

$$s\,(\mathrm{cm}) + \frac{p \cdot f}{1{,}71\, N^{0{,}87} \sqrt{B}} \frac{1}{(1 + 0{,}4t/B)} ,$$

ahol p a teljes talpfeszültség kN/m²-ben kifejezett értékének 1/100-a, f a süllyedési hatástényező, B (cm) az alaptest szélessége, t (cm) az alapozás mélysége.

Az s_c/s_m hányadost érzékeltető 4. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy az előrejelzés hibája az esetek többségében 40%-nál kisebb. (A többszörös korrelációs együttható 0,938 volt !)

A képlet szerint s lineárisan változik p-vel, ami azt jelenti, hogy a talaj ágyazási együtthatója a talpfeszültségnek nem függvénye.

A szórást vizsgálva arra kell törekednünk, hogy a μ értékeket a fizikai vagy egyéb jellemzők szerint differenciáljuk. Jó példa erre 105, löszön álló alap mért süllyedéseinek értékelése [2]. A $\bar{\mu}$-ra kapott nagy érték ($\vartheta = 4{,}3$) arra utalt, hogy az ödométeres vizsgálat löszre irreális értéket ad, ugyanakkor feltűnt az is, hogy a legnagyobb értékek a *nagy felületű* alapokhoz tartoznak (5. ábra). Ez a jelenség többek között arra utal, hogy a függőleges feszültségek *határmélysége* (m_σ) annál kisebb az általunk feltételezettnél, minél nagyobb az alap felülete. Meggyőzően igazolják ezt ALTES [1] vizsgálatai, aki 132 mérés eredményét dolgozta fel. *Többváltozós korrelációval* meghatározott empirikus képlete

$$m_0/B = f(p,\ F,\ E_s,\ B/L)$$

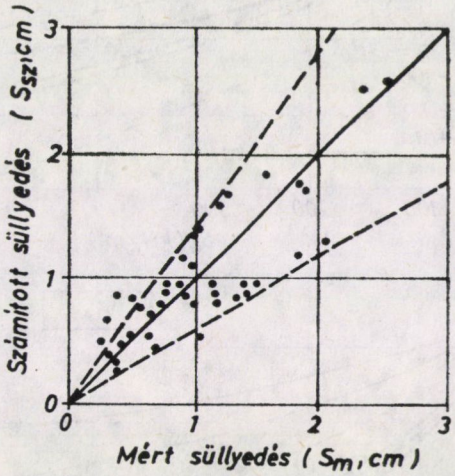
alakban írható fel, ahol — az eddigi jelöléseken kívül — B, L és F az alaptest rövidebb és hosszabb oldala, illetve felülete. (A többszörös korrelációs együttható 0,82 volt.)

A különböző F- és E_s-értékekre szerkesztett grafikonokból (6. ábra) a következőket állapíthatjuk meg:

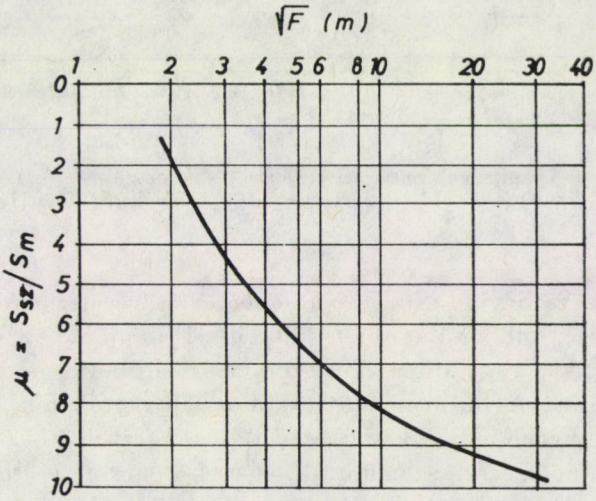
a) a határmélység E_s növekedésével csökken;

b) az m_0/B hányados B növekedésével csökken;

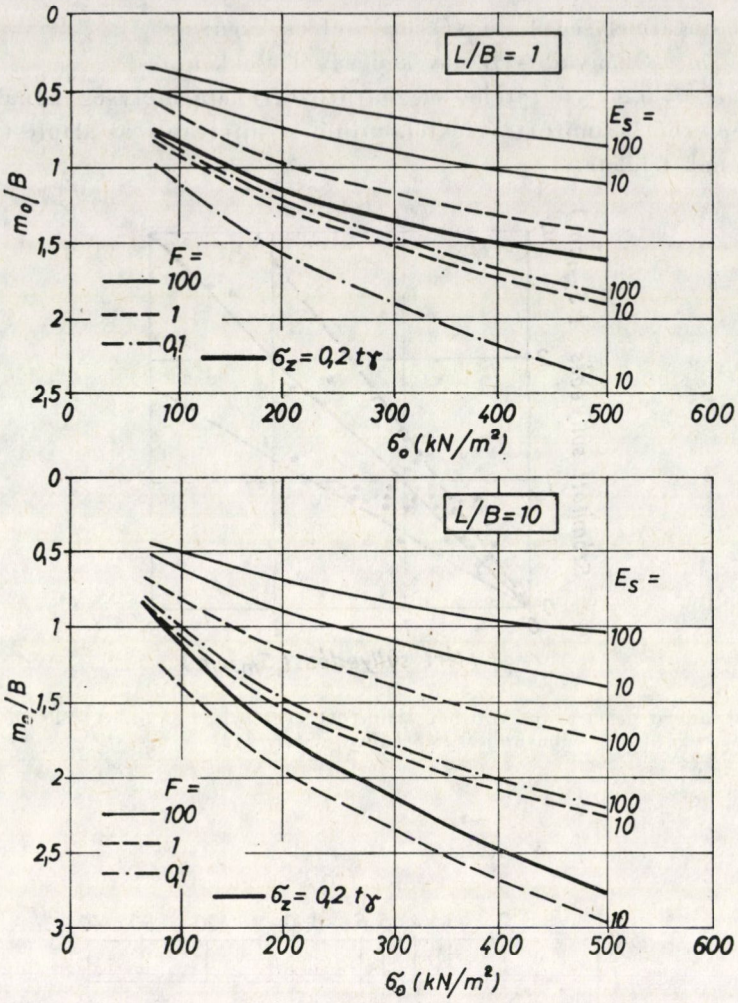
c) a $\sigma_z = 0{,}2\ z\gamma$ feltétellel meghatározott határmélység annál jobban eltér a képletből számított értéktől, minél nyújtottabb az alaptest és minél *nagyobb* ennek felülete.



4. ábra. A standard penetration test-ből számított és ténylegesen mért süllyedések összehasonlítása (*Schultze—Sherif* [12])



5. ábra. Makro porózus löszön álló alapok ödométeres vizsgálat alapján számított süllyedésének és a mért süllyedésnek a hányadosa az alapfelület négyzetgyökének függvényében (*Egri—Rétháti* [2, 3])



6. ábra. A függőleges feszültségek határmélysége (m_0) a talpfeszültség (σ_0), az alaptest felülete (F, m²) és az oldalak L/B aránya függvényében (*Altes* [1])

SCHULTZE és SIEVERING [13] *különböző süllyedésszámítási módszereket* hasonlított össze, 148 épület mért süllyedései alapján. Az összenyomódási modulusok statikus vagy dinamikus szondázásból, illetve ödométeres vizsgálatból származtak. A határmélységet lemezalap esetében a B szélességgel, solitaire alap esetében ennek kétszeresével vették figyelembe. A süllyedéseket 10 különböző módszerrel számították. Az első három esetben $E_s = \text{const}$ feltételezéssel számoltak, a süllyedési hatástényezőt a Fröhlich-féle koncentrációs tényező (ν) és a Poisson-tényező (μ) következő kombinációiban véve fel: $\nu = 3$, $\mu = 0$; $\nu = 5$, $\mu = 0$; $\nu = 3$, $\mu = 0{,}3$. A másik három eset ezektől abban

3. táblázat

A különböző módszerekkel számított és a tényleges (mért) süllyedések arányának átlaga, szórása és variációs tényezője SCHULTZE—SIEVERING *1977)*

Számítási módszer-jele	Az összes alapra			Lemezalapra			Tömbalapokra		
	$\bar{\mu}$	σ_μ	C_v	$\bar{\mu}$	σ_μ	C_v	$\bar{\mu}$	σ_μ	C_v
1	1,82	1,43	0,79	1,99	1,54	0,78	1,51	0,79	0,52
2	2,16	1,66	0,77	2,28	1,78	0,78	2,07	1,05	0,51
3	1,49	1,15	0,77	1,60	1,24	0,78	1,31	0,69	0,52
4	1,41	1,12	0,79	1,56	1,21	0,77	1,05	0,52	0,50
5	1,63	1,27	0,78	1,78	1,37	0,77	1,36	0,66	0,49
6	1,13	0,89	0,78	1,24	0,96	0,77	0,89	0,44	0,50
7	3,71	3,37	0,91	4,30	3,64	0,85	2,05	1,05	0,51
8	1,70	1,45	0,85	1,92	1,58	0,82	1,06	0,49	0,46
9	0,55	0,49	0,90	0,64	0,53	0,82	0,35	0,16	0,46
10	2,02	1,75	0,87	2,31	1,90	0,82	1,27	0,59	0,46

különbözik, hogy E_s-t a mélységgel lineárisan változónak vették fel. A 7—10. jelű számításokhoz felhasznált képletek:

$$s = 3{,}5\,\frac{p_n^R H}{E_s}\,;$$

$$s = \frac{L \cdot B \cdot p}{E_s(L + B)}\,;$$

$$s = 2{,}3\,\frac{p}{2E_s(L - B)}\log\frac{2B + z}{2E_s + z}\,\frac{L}{B}$$

$$s = \frac{0{,}6pB}{E_s}\,.$$

A számított és mért süllyedések μ hányadosainak a különböző számítási módszerekre meghatározott átlagai 0,55 és 3,71 között változtak (3. táblázat). Egy-egy csoporton belül a μ értékek Poisson-eloszlást, a talpalapokra normális eloszlást követnek. Az alaptesteket típusuk szerint különválasztva a szórás csökken. A mért és számított süllyedésekre meghatározott

$$s_m = a + bs_c$$

összefüggésekre a korrelációs együttható $r = 0{,}81—0{,}87$, és mivel $a \sim 0$, minden számítási módszerhez egy *korrekciós tényező* rendelhető (l. a táblázatot).

2.3. *Az összenyomódási modulus utólagos meghatározása*

A számítási metodikát a *talajviszonyoktól* és a *süllyedésmérési módszertől* függően kell megválasztani. Az utóbbi történhet *a)* folyamatos műszeres méréssel vagy *b)* az eredetileg vízszintes szerkezeti elem (pl. lábazat) egyszeri szintezésével. A következőkben a számítási metodikára látunk példákat (RÉTHÁTI [9]—[11]).

a) *Homogén rétegződés*

Ha az *alapok terhelése és felülete azonos*, a következő példa szerint járhatunk el. Egy csarnok 21 pillérén mért süllyedések átlaga $\bar{s} = 27{,}0$ mm, szórása pedig $\sigma = 4{,}22$ mm volt. Így a konfidencia-határok (ha a valószínűségi szint $\alpha = 0{,}05$) a süllyedésre

$$s = 27 \pm 2{,}086 \frac{4{,}22}{\sqrt{20}} = 27 \pm 1{,}92 \text{ (mm)},$$

az összenyomódási modulusra pedig

$$\frac{F}{27 + 1{,}92} \leq E_s \leq \frac{F}{27 - 1{,}92},$$

ahol F a feszültségi ábra területe. A tényleges értékeket helyettesítve a következőket állapíthatjuk meg: 95% a valószínűsége annak, hogy az E_s érték 10,3 és 11,9 MN/m² közé esik.

Ha *különböző terhelésű és/vagy felületű* alapokról van szó, a következő két módszer valamelyikét követhetjük.

1. Minden alaptestre számítjuk E_s-t, és ezek átlagát a *szórással jellemezzük.*

2. F és s között *korrelációs kapcsolatot* létesítünk (l. később).

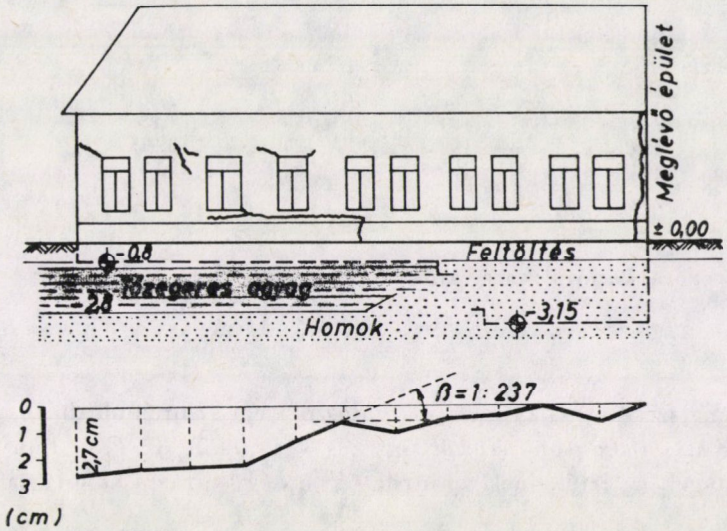
b) *A rétegek egyike nagy kompresszibilitású*

Ebben az esetben a süllyedést az erre a rétegre jutó feszültségekkel hozzuk kapcsolatba, a többi réteg alakváltozását pedig elhanyagoljuk. A számítás menete attól függ, *hány egyenlet* írható fel E_s-re.

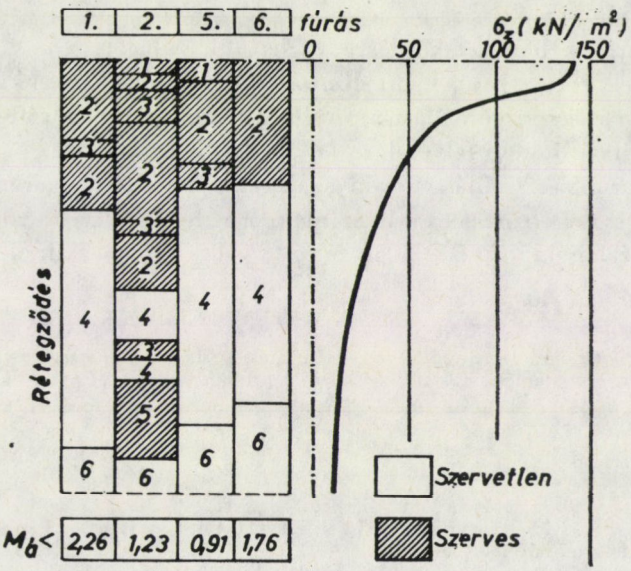
A 7. ábrán látható károsodott épület $B = 0{,}45$ m széles, 146 kN/m terhet átadó sávalapjai az alápincézett részen homokon, a többi szakaszon tőzegeres agyagon ($\bar{w} = 53\%$, $w_p = 38\%$) állnak. A lábazat szintezése szerint $\Delta s = 2{,}7$ cm, így

$$E_s = \frac{F}{s} \cong \frac{F}{\Delta s} = \frac{0{,}0848}{0{,}027} = 3{,}14 \text{ MN/m}^2.$$

A 8. ábra egy jelentős süllyedést (Δs = 15 cm) szenvedett épület körül mélyített négy fúrás vázlatos szelvényét tünteti fel. A Duna egykori holtmedre finom homokkal töltődött fel, amelybe tőzegerek települtek. A lábazat szinte-



7. ábra. Az összenyomódási modulus utólagos meghatározása a lábazat deformációs vonalából, egyetlen kompresszibilis réteg esetén



8. ábra. E_s utólagos meghatározása a relatív süllyedésekből, négy-négy fúrásszelvény és Δs-érték ismeretében

zése segítségével minden fúrásszelvényhez egy-egy Δs relatív süllyedést, ezekhez pedig — a szerves rétegekhez tartozó feszültségi ábrák területeit összegezve — egy-egy F-értéket rendelhetünk:

Fúrás	F (kN/mm)	Δs (mm)	$F/\Delta s$
1.	135,4	60	2,26
2.	184,1	150	1,23
3.	109,7	120	0,91
4.	105,6	60	1,76

A két változóra kapott regressziós egyenes egyenlete:

$$\Delta s = 0{,}792\ F - 8{,}4 \quad (r = 0{,}64).$$

A tengelymetszésről (−8,4) 90%-os valószínűségi szinten állítható, hogy *nem különbözik szignifikánsan zérustól*, így $\Delta s \sim s$, tehát az $F/\Delta s$ hányadosok a szerves rétegek E_s értékeinek tekinthetők. A négy fúrásra kapott érték átlaga és szórása:

$$\bar{E}_s = 1{,}54\ \mathrm{MN/m^2} \quad \text{és} \quad \sigma_E = 0{,}59\ \mathrm{MN/m^2}.$$

A regressziós egyenes iránytangensének reciproka 1,26, ami a legkisebb négyzetek módszerével meghatározott E_s-nek felel meg.

c) *Két vagy több kompresszibilis réteg*

Ebben az esetben két kérdésre várhatunk választ:

— melyik réteg szerepe volt döntő a süllyedések (károk) kialakulásában,

— milyen összenyomódási modulus jellemzi ezeket a rétegeket.

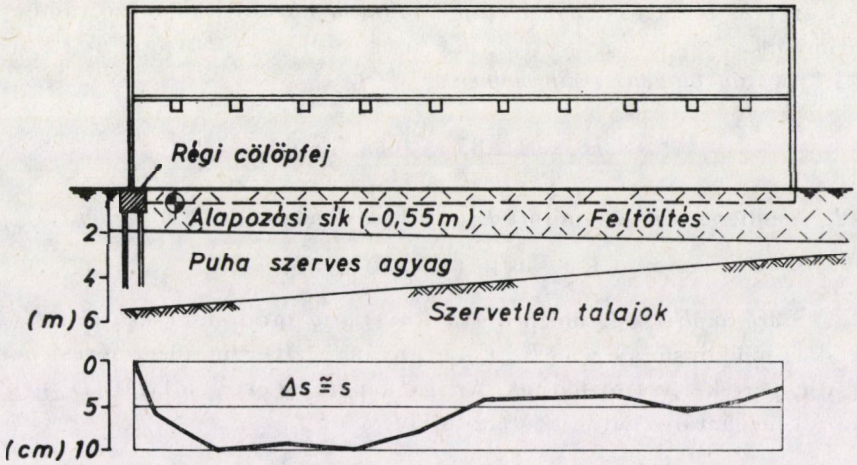
A számítási modell felvételére *két példát* fogunk látni.

Egy csarnok 12 pillért hordó szalagalapja és födémgerendái az építés után kb. egy évvel eltörtek, a válaszfalakon pedig igen széles repedések jelentek meg. A szalagalapot ($B = 0{,}50$ m, $q = 100$ kN/m²) egyik oldalon egy régi

4. táblázat

Egy csarnok pilléreinek relatív süllyedései (Δs, mm), a feltöltés és a szerves réteg vastagsága (v_1 és v_2, m), valamint a feszültségi ábra lamelláinak területe (F_1 és F_2 kN/mm)

Pillér jele	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Delta s \approx s$	107	98	103	82	42	41	49	56	41	30
v_1	1,3	1,35	1,35	1,35	1,4	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6
v_2	3,1	2,85	2,6	2,4	1,95	1,7	1,45	1,15	0,9	0,8
F_1	58,7	59,7	59,7	59,7	60,7	60,7	61,7	62,7	63,7	64,7
F_2	37,2	34,7	32,8	31,1	26,6	23,6	20,6	16,7	13,4	11,9



9. ábra. Egy csarnok altalajviszonyai és a pilléreken mért relatív süllyedések

cölöpfejhez kötötték, többi szakasza alatt 1,2—1,8 m vastag, téglatörmelékes-homokos feltöltés van, melyet 0,8—3,8 m vastag szerves agyag követ (9. ábra). Az utóbbi réteg fizikai jellemzői a következők: $w = 76\%$, $w_p = 42\%$, $I_{0m} = 11\%$.

A pillérek relatív süllyedését, az alattuk elhelyezkedő feltöltés és szerves réteg vastagságát, valamint a feszültségi ábra megfelelő részeinek területét a 4. táblázat tünteti fel. A $\Delta s \approx s$ egyenlőség azt kívánja kifejezni, hogy az 1. jelű pillért tartó cölöpfej feltehetően mozdulatlan.

A két kompresszibilis réteg szerepét *korrelációszámítással* vizsgálhatjuk meg, ahol s a függő, F a független változó. A feltöltésre kapott regressziós egyenes egyenlete:

$$s = -12{,}1\ F_1 + 806 \quad (r = -0{,}80),$$

A korrelációs együttható (r) negatív előjele arra utal, hogy a süllyedéskülönbséget nem a feltöltés alakváltozása idézte elő. (Δs és F ellentétes értelemben változnak !)

A *szerves agyagra* kapott regressziós egyenes egyenlete:

$$s = 2{,}85\ F_2 - 5{,}9,$$

és $r = 0{,}88$, ami *igen szoros kapcsolatra* utal. (Gondoljunk arra, hogy a réteg heterogenitása, a mérés korlátozott pontossága, a réteghatárok meghatározása is mind hibaforrást jelent !) A tengelymetszékről ($b = -5{,}9$) bizonyítható, hogy nem különbözik szignifikánsan zérustól, így a $\Delta s \approx s$ feltételezés reális.

Hasonlóan szoros a v_2, s kapcsolat is ($r = 0{,}90$), ahol v_2 a szerves réteg vastagsága.

A szerves réteg *összenyomódási modulusát* három különböző módszerrel számíthatjuk.

1. Az *iránytangens reciprokaként*:

$$E_{s2} = 1/2{,}85 = 0{,}35 \text{ MN/m}^2.$$

2. A pillérenként számított $E_{s2} = F_2/\Delta s$ hányadosok *átlagaként*:

$$\bar{E}_{s2} = 0{,}40 \pm 0{,}112 \text{ MN/m}^2.$$

3. *Szórásanalízissel*, mégpedig a következő módon. A két réteg összenyomódási modulusának $\alpha = E_{s1}/E_{s2}$ arányát rögzítve minden mérési ponton egy-egy E_{s2} értéket számíthatunk. Az így kapott 10 érték átlagát ($\bar{E}_{s2}$) és szórását (σ_E) meghatározva az adott α-hoz egy

$$C_v = \frac{\sigma_E}{\bar{E}_{s2}}$$

variációs tényezőt rendelünk. α változtatásával a vizsgált paraméterek a következőképpen alakulnak:

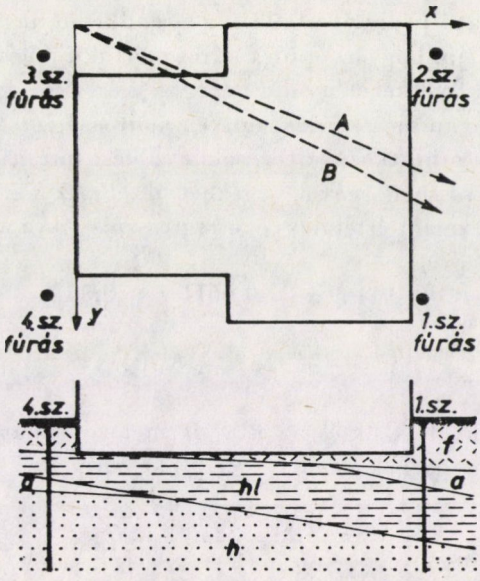
α	E_{s2}	σ_E	C_v	E_{s1}
2	0,98	0,30	0,309	1,97
3	0,79	0,23	0,294	2,37
4	0,69	0,19	0,280	2,77
5	0,63	0.17	0,273	3,17
10	0,52	0,13	0,258	5,20
∞	0,41	0,11	0,265	∞

Jogosan feltételezhetjük, hogy a valóságos E_{s2} értéket az az $\bar{E}_{s2}$ közelíti meg legjobban, melyre C_v = minimum. A táblázat szerint ez a szélső érték létezik, mégpedig $\alpha = 10$ és $\alpha \to \infty$ közé esik. Ez azt jelenti, hogy

$$0{,}41 < E_s < 0{,}52 \text{ (MN/m}^2\text{)}.$$

A *második példa* olyan esetre vonatkozik, amikor az épület merev testként elbillent.

Egy 10 emeletes épület panelszerelésének befejezését követő második hónapban kiderült, hogy a felvonó aknája 12 cm-es dőlésben van. Az épület négy sarkának közelében lemélyített fúrások szerint a *lemezalap* alatt 0,15—1,35 m vastag *feltöltés* van, amit *iszap*, majd 2,5÷3,0 m vastag homok követ (10. ábra). A feltöltés finom homokból, salakból, valamint épülettörmelékből áll, és igen laza szerkezetű. Az iszap hézagtényezője $e = 0{,}80 \div 0{,}92$, ami szintén laza településre utal.



10. ábra. Egy panelépület műszerrel mért (A) és a kompresszibilis réteg vastagságából számított (B) dőlésiránya (a rétegszelvényen: f — feltöltés, c — agyag, si — iszap, s — homok)

Az épület éleire meghatározott *dőlésszögekből* kiszámítható a négy sarok relatív süllyedése (Δ_s, mm). A fúrásszelvények alapján megállapítható a sarkok alatt a feltöltés és az iszap vastagsága (v_1, v_2 m), valamint a függőleges feszültségek ábrájának részterületei (F_1, F_2 kN/mm). Az összetartozó értékek a következő táblázatban foglalhatók össze:

Fúrás	Δs	v_1	v_2	F_1	F_2
3.	0	1,35	0	224,1	0
4.	24,3	0,15	1,75	24,9	290,5
2.	87,9	0,30	2,85	49,8	473,1
1.	124,8	0,90	3,20	149,4	531,2

A két kedvezőtlen laza réteg szerepét a billenés kialakulásában *korrelációszámítással* határozhatjuk meg. A feltöltésre kapott regressziós egyenes egyenlete:

$$\Delta s = -0{,}115\ F_1 + 72{,}2,$$

a korrelációs együttható pedig $r = -0{,}19$. A negatív előjel fizikailag nem értelmezhető, tehát a feltöltésnek a billenés kialakulásában *nem volt szerepe.*

Az *iszapra* kapott regressziós egyenes egyenlete:

$$\Delta s = 0{,}223\ F_2 - 13{,}0,$$

a korrelációs együttható pedig $r = 0{,}93$. Ez a rendkívül nagy korrelációs érték egyértelműen bizonyítja, hogy az épület káros mértékű dőlése *az iszap egyenlőtlen vastagságának* a következménye.

Felmerül ezek után az a kérdés, milyen pontossággal határozzák meg az iszap vastagságában mutatkozó eltérések a dőlés főirányát. A vizsgálatot *háromváltozós korreláció* segítségével végezhetjük el. Az x és y vízszintes koordinátákat a 10. ábra szerint értelmezve, a regressziós síkra a következő egyenletet kapjuk:

$$v_2 = 0{,}1169\,x + 0{,}0611\,y + 0{,}348.$$

Ha $v_2 = 0$,

$$y = -1{,}915\,x - 5{,}704,$$

ami a v_2 értékekre fektetett sík és az x, y sík metszésvonalának az egyenlete. Az egyenes iránytangensének negatív reciproka $m' = 0{,}5223$, a v_2-sík dőlésszöge tehát

$$\alpha = \arctan 0{,}5223 = 27{,}6^\circ.$$

Mivel a geodéziai mérések szerint a dőlés főiránya 23,3°-ot zár be az x-tengelylyel, megállapíthatjuk, hogy *a réteg vastagságának változása igen pontosan meghatározza az épület dőlésszögét.*

Ez a példa azt is bizonyítja, hogy a dőlés várható iránya és mértéke már *a tervezés stádiumában* is jó közelítéssel számítható. A matematikai statisztika nemcsak e két paraméter várható értékét, hanem szórását, tehát *az előrejelzés pontosságát is megadja.*

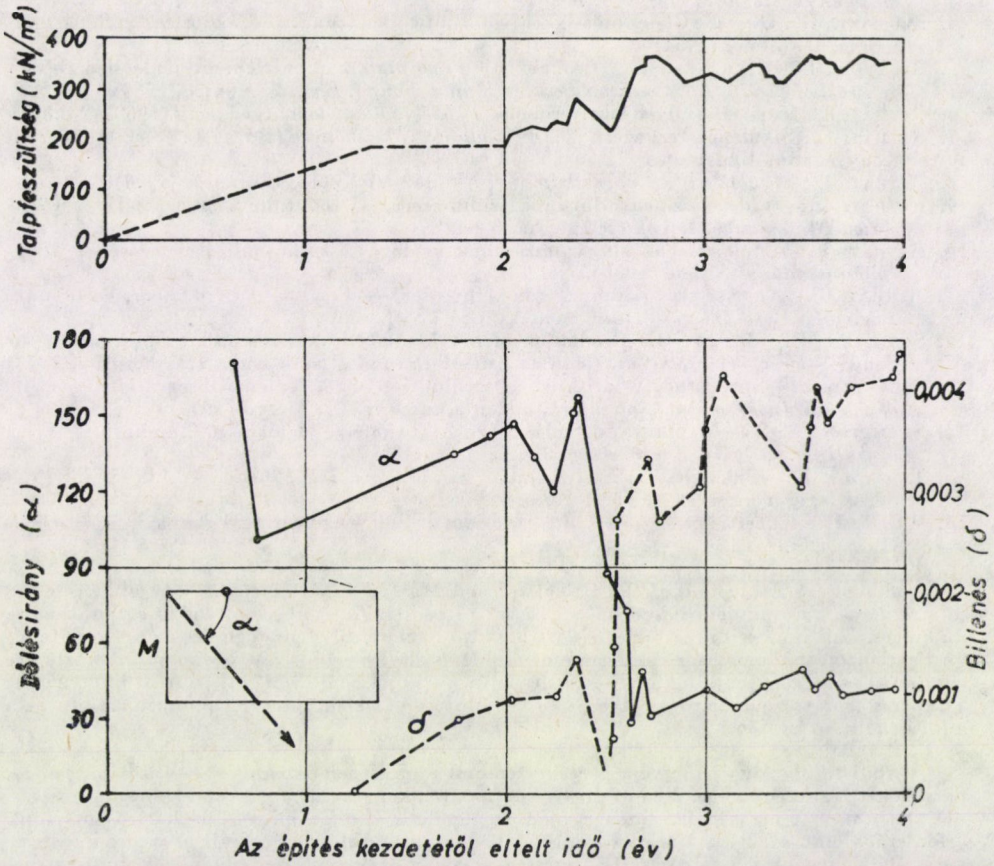
2.4. A billenés geometriai értékelése

Ha az alapozási rendszer vagy a félszerkezet kellően merev, az épület egésze is merev testként viselkedik. Ha ugyanakkor az alapokra jutó teher nem centrikus, vagy a rétegződés nem egyenletes, a talaj alakváltozása az építmény billenéséhez vezet. (Az 1. fejezet szerint elegendő, ha a talaj „véletlenszerűen" heterogén.)

Ez a mozgástípus — amellett, hogy esztétikailag sem kívánatos — veszélyeztetheti az épület állékonyságát és rendeltetésszerű használatát. Ennek megítéléséhez ismernünk kell a mozgás geometriai adatait, mind a *pillanatnyi*, mind a *konszolidált* állapotra vonatkozóan.

Az egyes pontokon mért s_i süllyedések egy síkot határoznak meg, melynek egyenletét háromváltozós korrelációval határozhatjuk meg. A *dőlés főiránya* ennek és az x, y síknak a metszésvonalára merőleges. (A számítás menete azonos a 2.3. fejezet számpéldájában követett eljárással.) A dőlés főirányával párhuzamos egyenes-sereg vízszintessel bezárt hajlásszöge az épület függőleges tengelyének *szögelfordulásával* azonos. A mozgás teljes folyamatáról úgy kapunk

átfogó képet, hogy a dőlésiránynak az x (vagy y) tengellyel bezárt szögét és a függőleges tengely szögelfordulását ugyanazon koordinátarendszerben az *idő függvényében* ábrázoljuk.



11. ábra. Egy siló dőlésirányának és dőlésszögének változása a teher jellegétől és nagyságától függően (M — a géptorony helye)

Egy silóra vonatkozó példát a 11. ábra mutat be. Jól megfigyelhető, hogy a siló az *önsúly* hatására a géptorony felé billent, majd — a *hasznos teher* hirtelen felhordásával párhuzamosan — az ellenkező irányba. Ugyanebben az időszakban következett be a dőlésszög jelentős mértékű növekedése is.

A korrelációszámítás, mivel a *linearitás* mértékét is ellenőrzi, arról is felvilágosítást nyújt, hogy az épület valóban merev testként billent-e el. Erre a kérdésre a reziduális szórás és a mérési pontosság összevetésével kapunk választ.

IRODALOM

1. ALTES, J.: Die Grenztiefe bei Setzungsberechnungen — *Bauingenieur* (1976), No. 3
2. EGRI GY.—RÉTHÁTI L.: Az FTI süllyedésméréseinek statisztikai feldolgozása — *Mélyépítéstudományi Szemle* (1959), No. 1—2
3. EGRI GY.—RÉTHÁTI L.: A süllyedésmérésekből levonható következtetések — *Mélyépítéstudományi Szemle* (1960), No. 6
4. LEUSSINK, H.: Über die Gleichmässigkeit von Bauwerksetzungen — *Vorträge der Baugrundtagung*, Hamburg (1954)
5. RESENDIZ, D.—HERRERA, I.: A Probabilistic Formulation of Settlement-controlled Design — *Proc. of the 7th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng.*, **2**, Mexico (1969)
6. RÉTHÁTI L.: Korszerű süllyedéskritériumok — *Mélyépítéstudományi Szemle* (1968), No.8—9
7. RÉTHÁTI L.: Síkalapok tervezése — In *Az alapozás kézikönyve* (Rózsa L. szerk.). Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1971
8. RÉTHÁTI L.: *Altalaj eredetű épületkárok* — Akadémiai Kiadó, Budapest (1977)
9. RÉTHÁTI L.: Ferde eloszlású adatsorok szimmetrikussá tétele hatványozással — *Alkalmazott Matematikai Lapok* (1979), No. 3—4
10. RÉTHÁTI L.: A talajrétegek alakváltozásának utólagos összehasonlító elemzése — *Mélyépítéstudományi Szemle* (1980), No. 9
11. RÉTHÁTI, L.: Analyse der Kippung von Gebäuden — *Proc. of the Int. Conf. on Found. Eng.* '81, *Vysoké Tatry*. Dom techniky ČSVTS, Košice
12. SCHULTZE, E.—SHERIF, G.: Prediction of Settlements from Evaluated Observation for Sand — *Proc. of the 8th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng.*, **1.3.**, Moscow (1973)
13. SCHULTZE, E.—SIEVERING, W.: Statistical Evaluation of Settlement Observations — *Proc. of the 9th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng.*, **1.**, Tokyo (1977)
14. SKEMPTON, A. W.—MACDONALD, D. H.: The Allowable Settlement of Buildings — *Proc. of the Institute Civil Engineering*, **5.** (1956)
15. TERZAGHI, K.—PECK, R. B.: *Soil Mechanics in Engineering Practice* — John Wiley and Sons, New York 1948
16. WU, T. H.: Uncertainty, Safety and Decision in Soil Engineering — *Proc. of the ASCE* (1974), No. GT3

Statistical Evaluation of the Calculated and Measured Settlements. — In dimensioning of structures, the solutions based on the theory of probability come into the foreground more and more. This makes it necessary to work out also in the field of geotechnics an up-to-date investigation methodology for each type of problems. Since significant economic interests are connected with the limitation of the settlements, this problem has a rather great importance. The paper tries to clear up the problems, to the solution of which, the new approach may furnish additional informations.

Statistische Auswertung der gerechneten und gemessenen Setzungen. — Im Bemessungsbereich der Konstruktionen die auf der Wahrscheinlichkeitstheorie basierenden Lösungsmethoden treten immer mehr in den Vordergrund. Demgemäß ist es auch im Bereich der Geotechnik erforderlich eine moderne Untersuchungsmethodologie für allerlei Aufgabentypen zu entwikkeln. Da sich wichtige Wirtschaftsinteressen an der Begrenzung der Setzungen knüpfen, ist dieses Problem von einer sehr großen Bedeutung. Der Autor versucht die Probleme aufzuklären, zur Lösung derselben die neue Anschauungsweise Mehrinformation liefert.