

EGY MEGJEGYZÉS JU. V. LINNIK EGY DOLGOZATÁHOZ

Írta: KÁTAI IMRE

JU. V. LINNIK [1] dolgozatában kimutatta, hogy a *Riemann-sejtés* fennállása esetén minden $\varepsilon > 0$ állandóval minden elég nagy $x (> x_0(\varepsilon))$ esetén megoldható az

$$(1) \quad |x - p - p'| < (\log x)^{3+\varepsilon}$$

egyenlőtlenség alkalmas p, p' prímszámokkal. A. SELBERG egy tételéből levezetjük, hogy (1) helyett az

$$(2) \quad |x - p - p'| < c_1 (\log x)^2, \quad (x \geq 2)$$

egyenlőtlenség is megoldható, ha c_1 elég nagy állandó.

Jelölje $p_1 < p_2 < \dots < p_n < \dots$ a prímszámok sorozatát, továbbá legyen $d_n = p_n - p_{n-1}$ ($n = 2, 3, \dots$). SELBERG bebizonyította [2], hogy a *Riemann-sejtés* mellett $h > 1$, $x \geq 2$ -re érvényes az

$$(3) \quad \frac{1}{x} \sum_{\substack{d_n > \frac{h}{x} \\ p_n \leq x}} d_n < c_2 \frac{\log^2 x}{h}$$

egyenlőtlenség alkalmas $c_2 > 0$ állandóval. Így $H = 4c_2 \log^2 x$ választással

$$(4) \quad \frac{1}{x} \sum_{\substack{d_n > H \\ p_n \leq x}} d_n < \frac{1}{4}.$$

Fedjük le a $[0, x]$ intervallumot az $I_k = [(k-1)H, kH]$, $k = 1, 2, \dots, \left[\frac{x}{H}\right] + 1$ intervallumokkal. Így azon intervallumok száma, melyek nem tartalmaznak prímszámot, legfeljebb

$$\sum_{\substack{d_n > H \\ p_n < x}} \frac{d_n}{H},$$

ami (4) miatt $< \frac{x}{4H}$. Ezek szerint létezik olyan l ($1 \leq l \leq \left[\frac{x}{H}\right]$) szám, amelyre az I_l és $I_{\left[\frac{x}{H}\right]-l}$ tartalmaz egy p illetve egy p' prímszámot és az I intervallum különbözik az $I_{\left[\frac{x}{H}\right]-l}$ intervallumtól. Így fennáll az

$$x - 3H \leq \left[\frac{x}{H}\right]H - 2H \leq p + p' \leq \left[\frac{x}{H}\right]H \leq x$$

egyenlőtlenség. Innen $c_1 = 12c_2$ választással következik (2).

IRODALOMJEGYZÉK

- [1] Ю. В. Линник, Некоторые условные теоремы, касающиеся бинарной проблемы Гольдбаха, *Известия Акад. Наук. СССР*, 16 (1952), 503-520.
[2] A. SELBERG, On the normal density of primes in small intervals, and the difference between consecutive primes, *Arch. Math. Naturvid.* 47 (1943), 87—105.

(Beérkezett: 1966. VIII. 13.)

A REMARK ON A PAPER OF JU. V. LINNIK

by

IMRE KÁTAI

Summary

In this paper the following assertion is proved: if the conjecture of RIEMANN is true, then the inequality (2) is solvable, where p, p' denote prime numbers and $c_1 > 0$ absolute constant.