

SÚRÚSÉGFÜGGVÉNY SZUPERPOZÍCIÓK FELBONTÁSÁNAK EGY LÉNYEGILEG ÚJ MÓDSZERÉRŐL¹

ÍRTA: MEDGYESSY PÁL

1.

Legyen $f(x; \alpha, \beta)$ egy kétparaméteres, egycsúcsú sűrűségfüggvény. Legyen $\alpha \in A, \beta \in B$, ahol az A, B értelmezési tartományok adottak. Ekkor a

$$k(x) = \sum_{k=1}^N p_k f(x; \alpha_k, \beta_k) \quad (\alpha_k \in A, \beta_k \in B)$$

($p_k > 0$) összefüggéssel definiált $k(x)$ függvényt az $f(x; \alpha_k, \beta_k)$ komponensek p_k súlyokkal képezett szuperpozíciójának nevezzük.

Legyen adott $k(x)$ grafikonja. Egy olyan numerikus eljárást, amely az $N, p_k, \alpha_k, \beta_k$ paraméterek (vagy ezek egy része) értékének $k(x)$ grafikonja segítségével történő közelítő meghatározására szolgál, a $k(x)$ szuperpozíció (numerikus) felbontásának nevezünk.

A felbontási eljárások lényegét (vö. [1]) a következőkben foglalhatjuk össze:

A grafikonjával képviselt $k(x)$ szuperpozícióhoz bizonyos L lineáris operátorral hozzárendelünk egy

$$b(y) = L\{k(x); y\}$$

ún. *tesztfüggvényt*. Az L lineáris operátort úgy választjuk meg, hogy

$$L\{f(x; \alpha_k, \beta_k); y\} = g(y, \alpha_k, \beta_k)$$

egy olyan egycsúcsú sűrűségfüggvény legyen, amelynek grafikonja felrajzolva — megadott „keskenység”-definíció mellett — „keskenyebbnek”, kevésbé szétterülőnek mutatkozna, mint $f(x; \alpha_k, \beta_k)$ grafikonja, emellett csúcshelye valamely másik $g(y; \alpha_l, \beta_l)$ ($\alpha_l \in A, \beta_l \in B$) sűrűségfüggvény csúcshelyétől legalább olyan távol volna, mint $f(x; \alpha_k, \beta_k)$ csúcshelye $f(x; \alpha_l, \beta_l)$ csúcshelyétől. — Mindebből az következik, hogy A) a $b(y)$ tesztfüggvény

$$b(y) = \sum_{k=1}^N p_k g(y; \alpha_k, \beta_k)$$

alakú lesz, vagyis ismét sűrűségfüggvény-szuperpozíció; B) ha felrajzolnánk $b(y)$ grafikonját, abban az egyes komponensek grafikonjai *különváltabban* mutatkoznának meg, mint $k(x)$ grafikonjában. Ha a különváltság elég nagymérvű, a komponensek grafikonjai szinte egymást nem is zavarva jelennének meg. Ekkor $b(y)$ grafikonjából

¹ E cikk magja megtalálható a szerző egy levelében, melyet Prof. E. BREITENBERGERNEK (Ohio University, College of Arts and Sciences, Department of Physics, Athens, Ohio, USA) 1966. december 14-én írt.

a komponensek száma — és esetleg egyes paraméterek közelítő értéke is — megállapítható volna.

Mivel mindez *közelítőleg* igaz akkor is, ha $k(x)$ grafikonjának *mért* ordináta-értékeiből a lineáris operációnak megfelelő numerikus módszerrel $b(y)$ bizonyos közelítésének G grafikonját állítjuk elő, felbontási eljárásnak G csúcsai számának, helyeinek stb. megállapítását fogjuk tekinteni.

Adott felbontási probléma esetében a feladat tehát: A) a fentebb említett lineáris operátor megtalálása; B) ennek segítségével a felbontási eljárás alapjául szolgáló $b(y)$ tesztfüggvény meghatározása; végül C) mindezek alapján numerikus módszer kidolgozása a tesztfüggvény közelítő grafikonjának előállítására.

Az [1]-ben ismertetett felbontási módszerek jórésze arra az esetre vonatkozott, amidőn $k(x)$ komponensei $f(x - \alpha_k; \beta_k)$ alakúak, ahol $\alpha_k \in (-\infty, \infty)$, $\beta_k \in (0, \infty)$, $\beta_1 \leq \beta_2 \leq \dots \leq \beta_N$ és az (α_k, β_k) párok mind különbözők; továbbá β_k jellemzi $f(x - \alpha_k; \beta_k)$ grafikonjának „keskenységét”, pontosabban: β_k csökkenésekor e grafikon „keskenysége” is csökken. (Sok esetben β_k a szórás vagy annak valamilyen monoton függvénye volt.) Ez esetben tehát a szuperpozíció alakja

$$(1.1) \quad k(x) = \sum_{k=1}^N p_k f(x - \alpha_k; \beta_k) \quad (0 < \beta_1 \leq \beta_2 \leq \dots \leq \beta_N).$$

Ebben az esetben a felbontáshoz szükséges $b(y)$ tesztfüggvényt a következőképp állítottuk elő:

1. Képeztük $k(x)$ Fourier-transzformáltját, $\varkappa(t)$ -t. Ha $f(x; \beta_k)$ karakterisztikus függvénye $\varphi(t; \beta_k)$, akkor

$$\varkappa(t) = \sum_{k=1}^N p_k e^{i\alpha_k t} \varphi(t; \beta_k).$$

2. $\varkappa(t)$ -t osztottuk $\varphi(t; \lambda)$ -val, ahol a λ paraméterre fenn kellett állnia a $0 < \lambda < \beta_1$ egyenlőtlenségnek (ez általában teljesíthető feltétel volt); emellett $\frac{\varphi(t; \beta_k)}{\varphi(t; \lambda)}$ karakterisztikus függvény maradt, a hozzátartozó $g(y; \beta_k, \lambda)$ sűrűségfüggvény egycsúcsú volt, utóbbi grafikonja pedig „keskenyebb” lett, mint $f(x; \beta_k)$ grafikonja, — annál „keskenyebb”, minél nagyobb volt λ .

3. $\frac{\varkappa(t)}{\varphi(t; \lambda)}$ -nak képeztük az inverz Fourier-transzformáltját és ezt vettük — a következőkben $b(y)$ helyett $b(y; \lambda)$ -val jelölendő — tesztfüggvénynek, vagyis

$$b(y; \lambda) = \sum_{k=1}^N p_k g(y - \alpha_k; \beta_k, \lambda) \quad (0 < \lambda < \beta_1)$$

volt. Ha $b(y; \lambda)$ komponenseinek kölcsönös csúcstávolságai nem voltak kisebbek, mint $k(x)$ komponenseinek kölcsönös csúcstávolságai, ez a függvény megfelelt tesztfüggvénynek; az ezt létesítő L lineáris operátort pedig a

$$(1.2) \quad b(y; \lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-iyt}}{\varphi(t; \lambda)} \left[\int_{-\infty}^{\infty} k(x) e^{itx} dx \right] dt$$

összefüggésből olvashattuk ki.

Példa. Legyen

$$(1,3) \quad k(x) = \sum_{k=1}^N p_k \frac{1}{2\beta_k \operatorname{ch} [\pi(x - \alpha_k)/2\beta_k]}.$$

Ekkor

$$\varkappa(t) = \sum_{k=1}^N p_k \frac{e^{i\alpha_k t}}{\operatorname{ch} \beta_k t},$$

azaz

$$\varphi(t; \beta_k) = \frac{1}{\operatorname{ch} \beta_k t}.$$

$$A \quad \frac{\varphi(t; \beta_k)}{\varphi(t; \lambda)} = \frac{\operatorname{ch} \lambda t}{\operatorname{ch} \beta_k t} \quad (0 < \lambda < \beta_1)$$

karakterisztikus függvény (vö. [1], p. 65) és a hozzátartozó sűrűségfüggvény,

$$g(y; \beta_k, \lambda) = \frac{1}{\beta_k} \cdot \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi y}{2\beta_k} \cdot \cos \frac{\pi \lambda}{2\beta_k}}{\operatorname{ch} \frac{\pi y}{\beta_k} + \cos \frac{\pi \lambda}{\beta_k}} \quad (0 < \lambda < \beta_1)$$

egycsúcsú, és λ növekedésekor egyre „keskenyebb” (kisebb szórású). $\varkappa(t)/\varphi(t; \lambda)$ inverz *Fourier*-transzformáltja,

$$b(y; \lambda) = \sum_{k=1}^N p_k g(y - \alpha_k; \beta_k, \lambda)$$

megfelel tesztfüggvénynek, mert $b(y; \lambda)$ komponensei csúcshelyeinek kölcsönös távolságai azonosak $k(x)$ komponensei csúcshelyeinek kölcsönös távolságaival.

$b(y; \lambda)$ -nak $k(x)$ „grafikonja” ordinátaértékeivel történő, numerikus módszereken alapuló közelítő előállítását nagyon megnehezíti az, hogy (1.2)-ben a két integrálás *nem cserélhető fel* és így a vonatkozó L lineáris operátor nem egyetlen integrálást jelent, vagyis $b(y; \lambda)$ *nem állítható elő*

$$b(y; \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} K(y, x) f(x) dx$$

alakban, hanem csupán a

$$(1.4) \quad k(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x - y; \lambda) b(y; \lambda) dy$$

integrálegenlet megoldásával. Egyes esetekben ugyan (vö. [2]) ezen integrálegenlet numerikus megoldása aránylag egyszerűen elvégezhető; $k(x)$ értékeit azonban a grafikonból csak hibákkal kaphatjuk meg és e hibák a numerikus megoldás pontosságát erősen lerontják. Elméleti megfontolásokból — melyekre itt nem térhetünk ki — az is következik, hogy e nehézségek *elvileg* elháríthatatlanok.

2.

A mondottakból következik, hogy a fentebb 1., 2., 3. alatt leírt helyett valamilyen más eljárást kell keresni a $b(y; \lambda)$ tesztfüggvény előállítására, — olyan eljárást, amelynek numerikus elvégzése kevésbé érzékeny $k(x)$ mért értékeinek hibáira.

Ilyen eljárásra jutunk 1., 2., 3. következő módosításával:

1'. Képezzük $k(x)$ Fourier-transzformáltját, $\varkappa(t)$ -t. A fenti jelölésekkel

$$\varkappa(t) = \sum_{k=1}^N p_k e^{i\alpha_k t} \varphi(t; \beta_k).$$

2'. Legyen $\Phi(t)$ olyan karakterisztikus függvény, melyre $\frac{\Phi(t)}{\varphi(t; \lambda)}$ ($0 < \lambda < \beta_1$) egy $M(x; \lambda)$ függvény Fourier-transzformáltja, azaz

$$(2.1) \quad \frac{\Phi(t)}{\varphi(t; \lambda)} = \int_{-\infty}^{\infty} M(x; \lambda) e^{itx} dx, \quad (0 < \lambda < \beta_1)$$

emellett a

$$\frac{\varphi(t; \beta_k)}{\varphi(t; \lambda)} \Phi(t)$$

karakterisztikus függvényhez egy olyan $g^*(y; \beta_k, \lambda)$ egycsúcsú sűrűségfüggvény tartozik, melynek grafikonja „keskenyebb”, mint $f(x; \beta_k)$ grafikonja, és pedig annál keskenyebb, minél nagyobb λ . — Képezzük $\varkappa(t) \frac{\Phi(t)}{\varphi(t; \lambda)}$ -t.

3'. Vegyük $b(y; \lambda)$ tesztfüggvénynek $\varkappa(t) \frac{\Phi(t)}{\varphi(t; \lambda)}$ inverz Fourier-transzformáltját. Ekkor

$$\varkappa(t) \frac{\Phi(t)}{\varphi(t; \lambda)} = \sum_{k=1}^N p_k e^{i\alpha_k t} \frac{\varphi(t; \beta_k)}{\varphi(t; \lambda)} \Phi(t)$$

és

$$b(y; \lambda) = \sum_{k=1}^N p_k g^*(y - \alpha_k; \beta_k, \lambda) \quad (0 < \lambda < \beta_1).$$

Ha $b(y; \lambda)$ komponenseinek kölcsönös csúcstávolságai nem kisebbek, mint $k(x)$ komponenseinek kölcsönös csúcstávolságai, ez valóban megfelel tesztfüggvénynek. Emellett $b(y; \lambda)$ felírható

$$b(y; \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} M(y-x; \lambda) k(x) dx \quad (0 < \lambda < \beta_1)$$

alakban; ebből a $b(y; \lambda)$ tesztfüggvényt létesítő L lineáris operátor rögtön kiolvasható, mert $b(y; \lambda)$ Fourier-transzformáltja a $\varkappa(t)$ és $\Phi(t)/\varphi(t; \lambda)$ Fourier-transzformáltak szorzata. — Hangsúlyozandó, hogy $M(x; \lambda)$ nem sűrűségfüggvény.

Kimondható tehát a következő

TÉTEL. A

$$k(x) = \sum_{k=1}^N p_k f(x - \alpha_k; \beta_k)$$

sűrűségfüggvény-szuperpozíció felbontásához alapul szolgáló $b(y; \lambda)$ tesztfüggvénynek vehető

$$(2.2) \quad b(y; \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} M(y-x; \lambda) k(x) dx \quad (0 < \lambda < \beta_1).$$

E tétel alapján tehát $b(y; \lambda)$ $k(x)$ grafikonja segítségével történő kiszámításakor nem integrálegyenletet kell megoldani, hanem egy paraméteres integrált kell kiszámítani, ami $k(x)$ mérési hibáira kevésbé érzékeny. Természetesen az $M(x; \lambda)$ függvényt, illetve a $\Phi(t)$ karakterisztikus függvényt esetenként kell megkeresni.²

Példa. Tekintsük ismét az (1.3) alatti

$$k(x) = \sum_{k=1}^N p_k \frac{1}{2\beta_k \operatorname{ch} [\pi(x - \alpha_k)/2\beta_k]}$$

szuperpozíciót, illetve ennek

$$\kappa(t) = \sum_{k=1}^N p_k \frac{e^{i\alpha_k t}}{\operatorname{ch} \beta_k t}$$

karakterisztikus függvényét. Legyen

$$\Phi(t) = e^{-\varepsilon t^2} \quad (\varepsilon > 0).$$

$\operatorname{ch} \lambda t \cdot e^{-\varepsilon t^2}$ Fourier-transzformáltja az

$$M(x; \lambda) = e^{\frac{\lambda^2}{4\varepsilon}} \frac{e^{-\frac{x^2}{4\varepsilon}}}{\sqrt{4\pi\varepsilon}} \cos \frac{\lambda \varepsilon x}{2}$$

függvénynek. Ha $0 < \lambda < \beta_1$, $\frac{\operatorname{ch} \lambda t}{\operatorname{ch} \beta_k t} e^{-\varepsilon t^2}$ -hez a

$$g(y; \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(y-x)^2}{4\varepsilon}} \frac{1}{\beta_k} \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi y}{2\beta_k} \cdot \cos \frac{\pi \lambda}{2\beta_k}}{\operatorname{ch} \frac{\pi y}{\beta_k} + \cos \frac{\pi \lambda}{\beta_k}} dx$$

sűrűségfüggvény tartozik. Ez $y=0$ körül szimmetrikus és egycsúcsú, mert a konvolúciónak alávetett függvények $x=0$ körül szimmetrikusak és egycsúcsúak (lásd pl. [3], p. 841). Könnyen kiszámítható, hogy $g(y; \lambda)$ szórásnégyzete $\beta_k^2 - \lambda^2$ vagyis — a szórásnégyzetet véve „keskenység”-jellemzőnek —, $g(y; \lambda)$ grafikonja „keskenyebb”, mint $f(x; \beta_k)$ grafikonja. Mivel $b(y; \lambda)$ komponensei csúcshelyeinek

² Kimutatható, hogy ha $k(x)$ és $b(y; \lambda)$ szórásnégyzetei léteznek, (2.2) oly lineáris transzformáció, mely $k(x)$ szórásnégyzetét csökkenti, (szemben a közönséges konvolúcióval, amely növeli a szórásnégyzetet). Ezt az észrevételt azonban nem használjuk fel a jelen dolgozatban.

kölcsönös távolságai azonosak $k(x)$ csúcshelyeinek kölcsönös távolságaival, a tesztfüggvény

$$b(y; \lambda) = e^{\frac{\lambda^2}{4\varepsilon}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(y-x)^2}{4\varepsilon}} \cos \frac{\lambda\varepsilon(y-x)}{2} k(x) dx$$

lesz.

MEGJEGYZÉS. Lehetséges, hogy bizonyos $k(x)$ szuperpozíciók esetében az $M(x; \lambda)$ függvény nem adható meg zárt alakban. (Pl. csak mint függvénytörzs.) Értékei ekkor is táblázatba foglalhatók és ez numerikus eljáráshoz elegendő. Ilyen eset adódik elő például akkor, ha $k(x)$ normális sűrűségfüggvények szuperpozíciója; ekkor vehető pl. $\Phi(t) = e^{-e^{\varepsilon t}}$ ($\varepsilon > 0$), az ennek megfelelő $M(x; \lambda)$ függvény azonban csak hatványsor alakjában írható fel.

3.

Új felbontási eljárásunk numerikus végrehajtásával egy másik dolgozatban szándékozunk foglalkozni. Érdemes azonban már itt felvetni a következő kérdést:

Tegyük fel, hogy a kiindulási $k(x)$ szuperpozícióra valamilyen $\zeta(x)$ „zaj” $z(x)$ realizációja rakódik rá, azaz ideális esetben sem $k(x)$ volna észlelhető, hanem $k(x) + z(x)$. Legyen $\zeta(x)$ 0 várható értékű, tágabb értelemben stacionárius sztochasztikus folyamat, $R(\tau)$ autokorreláció-függvénnyel. Hajtsuk végre $k(x)$ helyett a $k(x) + z(x)$ függvényen a (2. 2) alatti, a tesztfüggvényt szolgáltatató lineáris operációt. Bizonyos feltételek mellett az eredmény $b(y; \lambda)$ -nak és egy másik, tágabb értelemben stacionárius sztochasztikus folyamat — $\xi(y; \lambda)$ — egy realizációjának az összege. Mi lesz $\xi(y; \lambda)$ autokorrelációs függvénye, $B(\tau; \lambda)$, ill. hogyan kell megválasztani $M(y; \lambda)$ -t, hogy $D^2[\xi(y; \lambda)]$ valamilyen értelemben minimális legyen?

A (2. 2)-ben szereplő integrálás formálisan bizonyos „szűrő” alkalmazása az $f(x)$ „bemenő jelle”. A szűrők elméletéből ismeretes, (lásd pl. [4], p. 275), hogy ha

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M(t_1; \lambda) R(t_2 - t_1) \overline{M(t_2; \lambda)} dt_1 dt_2 < \infty,$$

$$\mu(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} M(x; \lambda) dx$$

és
$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\tau t} f(t) dt, \quad (f(t) \text{ ún. spektrális sűrűségfüggvény}),$$

akkor
$$B(\tau; \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\tau t} |\mu(-t)|^2 f(t) dt,$$

amiből $D^2[\xi(y; \lambda)] = B(0; \lambda)$ folytán

$$(3.1) \quad D^2[\xi(y; \lambda)] = \int_{-\infty}^{\infty} |\mu(-t)|^2 f(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\Phi(-t)}{\varphi(-t; \lambda)} \right|^2 f(t) dt.$$

Ez az alak előnyösebb, mert benne az esetleg zárt alakban meg nem adható $M(x; \lambda)$ függvény helyett annak *Fourier*-transzformáltja szerepel — amelyre a tesztfüggvény előállítására épült.

Legyen most $\left| \frac{\Phi(-t)}{\varphi(-t; \lambda)} \right| \leq K$. Akkor feltevéseink alapján

$$\begin{aligned} \mathbf{D}^2[\xi(y; \lambda)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\Phi(-t)}{\varphi(-t; \lambda)} \right|^2 f(t) dt \leq \\ &\leq K^2 \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = K^2 \mathbf{D}^2[\zeta(x)]. \end{aligned}$$

Mindebből a következőket szűrhetjük le problémánkkal kapcsolatban:

A $\mu(t)$ Fourier-transzformáltat, illetve a $\Phi(t)$ karakterisztikus függvényt úgy kell megválasztani, hogy az a (3. 1) jobb oldalán szereplő integrál értékét minimálíssa tegye. Ha

$$|\mu(-t)| \leq 1, \quad \mathbf{D}^2[\xi(y; \lambda)] \leq \mathbf{D}^2[\zeta(x)],$$

a tesztfüggvény előállítása a „zaj” torzító hatását csak csökkentheti.

$\mu(t)$, ill. $\Phi(t)$ optimális megválasztása teljes általánosságban nehéz feladat, hiszen $\Phi(t)$ -nek más feltételeknek is eleget kell tennie. Éppen ezért itt csak fenti példánk esetében végzünk részletesebb vizsgálatot.

Legyen tehát $\mu(t) = \text{ch } \lambda t \cdot e^{-\varepsilon t^2} = \mu(-t)$. Ennek maximális értéke $\varepsilon \cong \frac{\lambda^2}{2}$ esetén 1, $\varepsilon < \frac{\lambda^2}{2}$ esetén pedig 1-nél nagyobb. A „zaj” befolyásának csökkenése tehát $\varepsilon \cong \frac{\lambda^2}{2}$ esetében biztos; belátható azonban, hogy ez a megkötés a felbontási eljárást elrontja. Így tehát közelebről meg kellene vizsgálnunk $\mathbf{D}^2[\xi(y; \lambda)]$ értékét különböző $f(t)$ spektrális sűrűségfüggvények esetére. Itt csak azt az esetet vizsgáljuk, amidőn

$$R(\tau) = \sigma^2 \cdot e^{-\frac{\tau^2}{4\delta}} \quad (\delta > 0),$$

és így $\mathbf{D}^2[\zeta(x)] = \sigma^2$. Ekkor

$$f(t) = \sigma^2 \sqrt{4\pi\delta} e^{-\delta t^2}$$

és

$$\begin{aligned} \mathbf{D}^2[\xi(y; \lambda)] &= \sigma^2 \sqrt{4\pi\delta} \int_{-\infty}^{\infty} \text{ch}^2 \lambda t e^{-(2\varepsilon + \delta)t^2} dt = \\ &= \mathbf{D}^2[\zeta(x)] \pi \sqrt{\frac{\delta}{2\varepsilon + \delta}} \left(e^{\frac{\lambda^2}{2\varepsilon + \delta}} + 1 \right). \end{aligned}$$

E kifejezés $\varepsilon > 0$ esetén δ minden értékére korlátos, és ha δ elég kicsi (azaz nagyjából ún. „fehér zaj” rakódik rá a $k(x)$ függvényre), kisebb is lehet, mint $\mathbf{D}^2[\xi(y; \lambda)]$, vagyis a (2. 2) alatt szereplő lineáris operáció lecsökkenti a „zaj” befolyását.

Kíváncsún volna a tekintett példával kapcsolatban megvizsgálni, található-e $e^{-\varepsilon t^2}$ helyett olyan másik $\Phi(t)$ függvény, melynek esetében $|\mu(-t)| \leq 1$, vagyis a „zaj” befolyása biztosan csökken a (2. 2) lineáris operáció alkalmazásakor.

IDÉZETT IRODALOM

- [1] MEDGYESSY, P.: *Decomposition of superpositions of distribution functions*. Akadémiai Kiadó, Budapest 1961.
- [2] MEDGYESSY PÁL: Egy konvolúciós típusú integrálegyenlet numerikus megoldása és ennek felhasználása Gauss-függvény szuperpozíciók felbontására. *Az MTA III. Oszt. Közl.* 16 (1966) 47—64.
- [3] WINTNER, A.: Cauchy's stable distributions and an explicit formula of Mellin. *Amer. Jour. Math.* 78 (1956) 819—861.
- [4] И. И. ГИХМАН—А. В. СКОРОХОД: *Введение в теорию случайных процессов*. Изд. „Наука”, Москва, 1965.

(Beérkezett: 1967. április 11.)

ON AN ESSENTIALLY NEW METHOD OF DECOMPOSING
SUPERPOSITIONS OF DENSITY FUNCTIONS

By P. MEDGYESSY

Summary

The majority of the current methods of decomposing a superposition (1. 1) of density functions was adapted to that case when $\frac{\varphi(t; \beta_k)}{\varphi(t; \lambda)}$, where $\varphi(t; \beta_k) = \mathbf{F}\{f(x; \beta_k); t\}$ (\mathbf{F} denotes Fourier transform) and $0 < \lambda < \beta_1$ was the characteristic function of some density function $g(y; \beta_k, \lambda)$ whose dispersion was less than that of $f(x; \beta_k)$. Then a test function $b(y; \lambda)$ (whose maxima might indicate the components of the initial superposition (1. 1)) was obtained by the numerical resolution of the integral equation (cf. [2]); consequently, these methods were very sensitive to the errors of the initial data. — The present paper aims at eliminating this disadvantage by introducing an essentially new type of test function, obtained by the convolution integral (2. 2) from (1. 1); in (2. 2) $M(x; \lambda)$ is defined by (2. 1) in which $\Phi(t)$ is some characteristic function satisfying the conditions: 1). $\frac{\Phi(t)}{\varphi(t; \lambda)}$ is a Fourier transform; 2). $\mathbf{F}^{-1} \left\{ \frac{\varphi(t; \beta_k)}{\varphi(t; \lambda)} \Phi(t); y \right\}$ is a unimodal density function whose dispersion is less than that of $f(x; \beta_k)$. — The method is illustrated on a superposition (1. 3) of hyperbolic cosine density functions. The effect of the transformation (2. 2) on a stationary noise superposed on (1. 1) is also investigated.

Technikai szerkesztő: L. Ziermann Margit

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Farkas Sándor

A kézirat nyomdába érkezett: 1967. VII. 7. — Terjedelem: 12 (A/5) ív, 219 ábra

67-5688 Szegedi Nyomda