

SZEKRÉNYTARTÓS HIDAK ERŐJÁTÉKA

SZIDAROVSKY JÁNOS*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

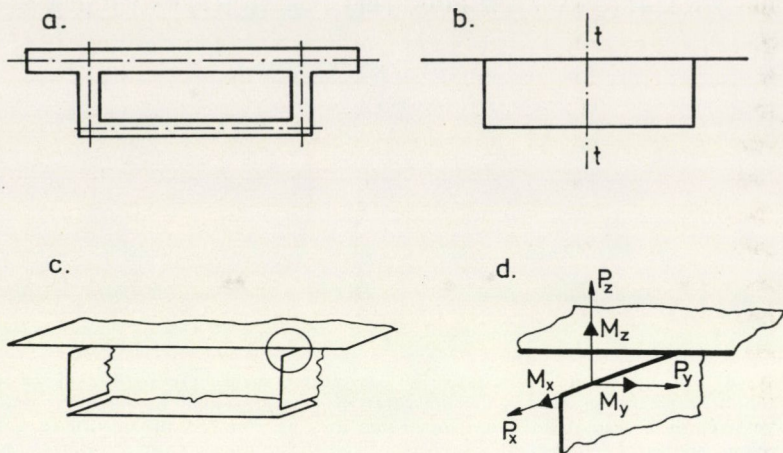
A tanulmány a szekrénytartót egy zérus sarokmerevségű csuklós szekrénytartóból és sűrűn egymás mellé helyezett zárt keretkből összeépített szerkezettel helyettesíti és az erőjátékot azon határozza meg az elemi szilárdságtan szokásos módszereinek segítségével. Az antimetrikus terhelés okozta csavaró nyomaték egy részét a szekrénytartó, mint csavart rúd, a másik részét a két függőleges fal és övek alkotta főtartók veszik fel. A nyomaték megosztása azonban nem csak a tartó merevségi viszonyaitól, hanem a terhelés mikéntjétől is függ. A nyomaték megosztása és a helyettesítő főtartók hajlító merevsége meghatározására egyszerű képlet szolgál.

1. Bevezetés

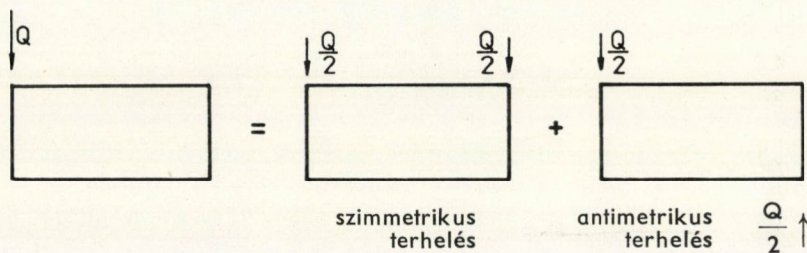
Szekrénykeresztmetszetű hídtartók, az ún. szekrénytartós hidak leg-egyszerűbbje, az egycellás szekrénytartó (1a. ábra) tulajdonképpen négy — két vízszintes és két függőleges síkú — síkbeli tartóból áll (1c. ábra), amelyekből úgy van összeépítve, hogy a csatlakozásoknál a tartók közt sem relatív eltolódás, sem relatív elfordulás nem lehetséges (1b. ábra). Az érintkező felületeken a helytől függő három (P_x, P_y, P_z) erő és három (M_x, M_y, M_z) nyomatékvektor hat. Az ismeretlenek száma tehát csatlakozási felületenként 6—6, összesen 24 vektorfüggvény (1d. ábra). Ezeknek az ismeretlen függvényeknek a számát — bizonyos összefüggések ismereteiben — le lehet csökkenteni, de az még így is túl nagy ahhoz, hogy a gyakorlat számára használható eljárás alapját képezze.

A szekrénytartó egyik fala síkjában terhelő lefelé ható Q erőt szimmetrikus és antimetrikus összetevőkre bontjuk. A szimmetrikus összetevő a mindkét függőleges fal síkjában terhelő $Q/2 - Q/2$ lefelé ható erőkből, az antimetrikus összetevő viszont az egyik fal síkjában terhelő $Q/2$ lefelé ható és a másik fal síkjában terhelő $Q/2$ felfelé ható függőleges erőkből áll (2. ábra). A szimmetrikus összetevők, azaz a szimmetrikus terhelés hatására ébredő erőjáték általában az elemi szilárdságtan módszereivel a mérnöki számítás céljainak megfelelő pontossággal meghatározható. Az antimetrikus terhelés hatásának vizsgálata nem ilyen egyszerű és ezért különböző egyszerűsítő feltevéseket vezettek be. A javasolt módszerek három típusba sorolhatók.

* Dr. Szidarovszky János, 1089—Budapest, Bíró L. u. 42.



1. ábra

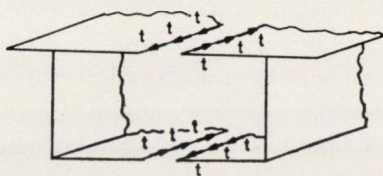


2. ábra

Az egyik leggyakrabban alkalmazott módszer elhanyagolja a keresztmetszet eltorzulásának hatását, vagyis feltételezi egyrészt azt, hogy a keresztmetszet teljes alaktartó, másrészt azt, hogy az antiszimmetrikus terhelést a tartó csavaró ellenállása veszi fel. E módszer alkalmazásánál a gyakorlat a szekrény keresztmetszet eltorzulásának hatását úgy veszi figyelembe, hogy a szimmetrikus terhelésre kapott feszültségeket — érzés alapján — $5 \div 20\%$ -kal megnöveli.

Egy másik módszer a tartórács analógiájából indul ki, és a keresztelosztást vizsgálja; vagyis azt az arányt határozza meg, hogy az egyik függőleges fal, vagyis az egyik tartó síkjában ható függőleges teher milyen arányban terheli a két függőleges tartót. Ez az eljárás a szekrénytartót középen hosszirányban elvágva képzeleli, és az ott fellépő hosszirányú t megoszló erők hatását hanyagolja el (3. ábra). Ez az eljárás tehát kompatibilitási feltételeket nem elégít ki.

A harmadik típus a csavarónyomatékot osztja meg. Egyik része az alaktartó keresztmetszetű szekrénytartónál csavarást idéz elő, a másik része a



3. ábra

falakat képező tartónyalábot terheli. Ez utóbbi vizsgálatánál tett elhanyagolások a kompatibilitás feltételeinek ki nem elégítését vonják maguk után.

Jelen tanulmány a szekrénytartót a falakból, mint önálló tartókból összeépített szerkezetet vizsgálja és — egyszerűsítő feltevések bevezetése után — ezen a tartón vizsgálja az erőjátékot.

2. Egyszerűsítések

A vizsgálatunknál bevezetett egyszerűsítő feltevések az alábbiak:

1. A vizsgálat az elemi szilárdságtan összefüggései alapján végezhető. Ennek következtében érvényes a szuperpozíció elve és a Navier—Bernoulli féle hipotézis (aminek következtében az egyes falak síkjában, vagyis függőleges és vízszintes irányban a feszültségeloszlás lineáris).

2. Az egyes falak vastagsága hosszukhoz és szélességükhöz viszonyítva kicsi és ezért az egyes falak csavarómerevsége elhanyagolható.

3. A normál erőknél alakváltozást módosító hatása elhanyagolható.

4. A szekrénytartó falainak tengelye derékszögű négyszöget képez (1b. ábra).

5. A szekrénytartó kéttámaszú.

6. A szekrénytartó tengelye merőleges az egy oldalon levő alátámasztás tengelyére (merőleges elrendezésű).

7. A szekrénytartó két végén levő alátámasztásnál szerkezeti megoldás biztosítja, hogy ott a keresztmetszet megtartja eredeti alakját a terhelés után is a saját síkjában, de nem akadályozza az arra merőleges irányú alakváltozást.

8. A szekrénytartó keresztmetszetének függőleges szimmetria tengelye van (1b. ábra).

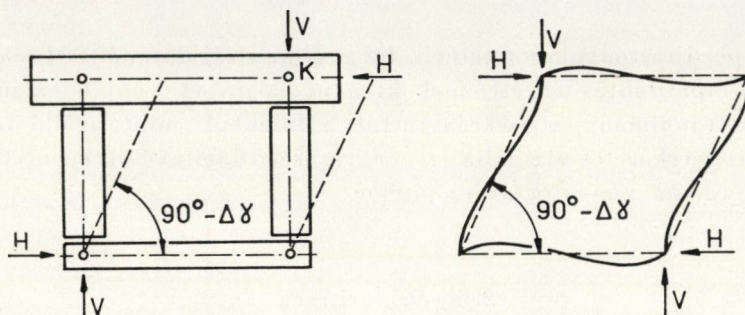
9. Az egyes falak derékszögű négyszög keresztmetszetűek (1b. ábra).

A vizsgálatnál az öblösödés gátlásának hatását nem vesszük figyelembe.

A felsorolt feltevések esetében a szekrénytartónak a tengelyére merőleges síkmetszetei alakváltozás után nem maradnak síkok, de — ha másodrendű hatásoktól eltekintünk — a síkmetszetben a függőleges és vízszintes (vagyis a falak tengelyével párhuzamos) egyenes alakváltozás után is egyenesek maradnak.

A szekrénytartót képező négy falat erősítsük egymáshoz, úgy mint a tényleges szekrénytartónál van azzal a különbséggel, hogy az egyes falak egymáshoz képest szabadon elfordulhatnak. Ezt a tartót nevezzük a következőkben *csuklóstartónak*.

A relatív elfordulást lehetővé tevő csuklókat a feszültségek súlyvonalában helyezük el (4. ábra). A feszültségek súlyvonalát később határozzuk meg.



4. ábra

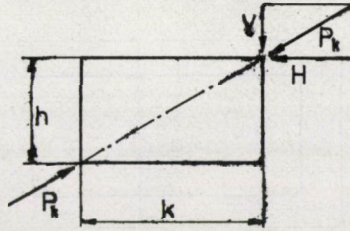
A csuklóstartóra ható függőleges és vízszintes erők hatására a csuklóstartó keresztmetszete deformálódik, azaz a tartó tengelyére merőleges sík-metszetben az ugyanazon falakon levő csuklókat összekötő egyenesek alkotta zárt keret szögei — amelyek terheletlen tartó esetében derékszögek — megváltoznak. A szekrénytartó tengelyére merőleges síkban kényszer nyomatékok lépnek fel a csuklós tartó csuklóí helyén. Ezeknek a kényszer nyomatékoknak a síkja a tartó tengelyére merőleges síkban fekvő zárt keret síkjával egyezik. Ily módon ezek a kényszernyomatékok a szekrénytartó keresztmetszetét képező síkbeli zárt keretekben ébrednek. E zárt kereteket a továbbiakban *támasztókereteknek* nevezzük. A támasztókeretben ébredő kényszernyomatékok előállíthatók a keret két szembenlevő sarokpontját terhelő $+P_k$ és $-P_k$ null értékű erőpárral (5. ábra), amelyek vízszintes és függőleges összetevői a H és V erők. A háromszögek hasonlóságából

$$\frac{V}{H} = \frac{h}{k} \quad (2.1)$$

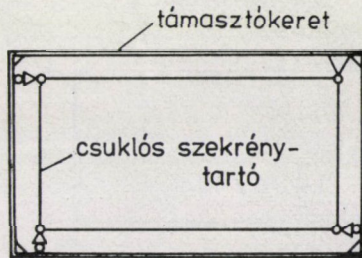
amiből

$$V = H \frac{h}{k} \quad (2.2)$$

A szekrénytartó felfogható egy olyan csuklóstartóként, amelyet csuklóinál sűrűn elhelyezett támasztókeretek támasztanak alá (6. ábra). A támasztó-



5. ábra



6. ábra

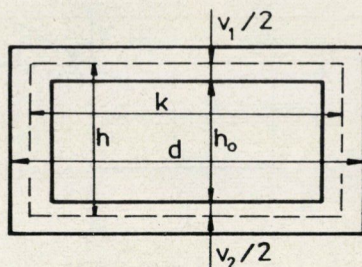
keretek összetartozó H , V erőket adnak át a csuklóstartónak. A külső anti-metrikus terhelés és a H , V erők hatására a csuklóstartó csuklóit összekötő fiktív keret eltorzulása és a támasztókeret sarokpontjait összekötő keretnek a H , V erők hatására bekövetkező eltorzulása megegyezik (4. ábra). Ennek az összefüggésnek az alapján lehet a H , V erőket meghatározni.

A csuklóstartóban a hosszirányú feszültségek a keresztirányú deformáció következtében a támasztókeret alakváltozását is maga után vonják, ha a Poisson szám nem zérus (vagyis $\nu \neq 0$). Hasonlóképp a támasztókeret elemeinek hajlító merevségét a hosszirányban gátolt alakváltozás módosítja. A továbbiakban a harántirányú alakváltozás hatásának vizsgálatára nem térünk ki.

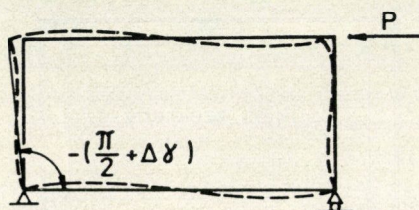
3. A keretmerevség

A szekrénytartót helyettesítő tartó a 2. §-ban részletezettek alapján egy csuklós szekrénytartó, amit a négy sarkán támasztókeretek támasztanak meg (7. ábra). A támasztókeretek egységnyi vastagságúak és szorosan egymás mellett vannak.

Ha a két oszlopa alatt megtámasztott keretet felső vízszintes elemének tengelyében P vízszintes erő támadja meg, a keret vízszintes elemeinek közép-pontja függőleges irányban nem tolódik el, ugyanott inflexió is van (8. ábra), tehát a hajlítónyomaték értéke zérus.



7. ábra



8. ábra

Ha a $[h_0 + (V_1/2)]^3$ mennyiség mellett a $V_1^3/8$ értéket, valamint a $[h_0 + (V_2/2)]^3$ mellett a $V_2^3/8$ értékét elhanyagoljuk, az $e = 1$ cm-es elmozdulást előidéző $H = A_k$ megoszló erőre az

$$A_k = \frac{2Ev_3 \left\{ \frac{h_0}{v_3^3} - \left(\frac{k-v_3}{k} \right)^2 \frac{k-v_3}{6} \left(\frac{1}{v_1^3} + \frac{1}{v_2^3} \right) \right\}}{h \left\{ \frac{h_0^4}{h^2 v_3^3} + \left(\frac{\left(h_0 + \frac{v_2}{2} \right)^3}{v_2^3} + \frac{\left(h_0 + \frac{v_1}{2} \right)^3}{v_1^3} \right) \left(\frac{k-v_3}{k} \right)^2 \frac{2k}{3h^2} + \left(\frac{k-v_3}{k} \right)^4 \frac{(k-v_3)^2 v_3^3}{3v_1^3 v_2^3} \right\}} \quad (3.1)$$

összefüggést vezethetjük le. Az A_k vízszintes erő hatására a keret sarokpontjait összekötő képzeletbeli keret eltorzulását a

$$\Delta\gamma_0 = \frac{1 \text{ cm}}{h(\text{cm})} \quad (3.2)$$

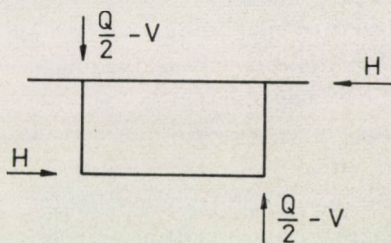
szögváltozás határozza meg. Ha a keretre ható vízszintes megoszló erő H , úgy a szögváltozás

$$\Delta\gamma = \frac{H}{A_k} \cdot \frac{1}{h} \quad (3.3)$$

Ha a tartón kiékelések vannak és a keresztmetszet lényegesen eltér a 7. ábrán feltüntetett keresztmetszettől, vagy a csuklós tartó falainak feszültségi súlyvonala és a támasztó keret elemeinek középvonala lényegesen eltér egymástól, úgy a zárt keret A_k keresztmerevsége — a (3.1) képlet alkalmazása helyett — valamilyen közismert módszerrel határozható meg.

4. Az antimetrikus terhelés hatása

A külső antimetrikus terhelést a 2. ábra tünteti fel. A csuklós szekrénytartóra még az 5. ábrán feltüntetett H és V erőrendszer is hat. Így a csuklós-tartóra $(Q/2 - V)$ nagyságú függőleges irányú és H nagyságú vízszintes irányú antimetrikus terhelés hat (9. ábra).



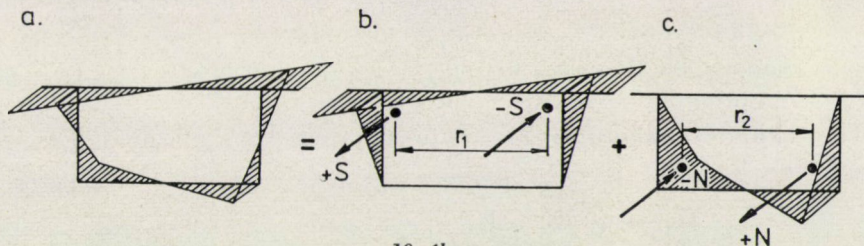
9. ábra

A keresztmetszetnek függőleges szimmetria tengelye van, továbbá a terhelés antimetrikus, így a függőleges szimmetria tengelyben a keresztmetszetre merőleges σ feszültségek nem ébredhetnek. A keresztmetszet minden vízszintes egyenesében a σ feszültségek a tengelyre tükröződnek. Az egyszerűsítő feltevésekben az 1., 4., 6. és 8. pontok alatti részletezettek alapján a

$$\sigma = \alpha \cdot y \cdot z \quad (4.1)$$

összefüggés áll fenn.

A (4.1) alatti képletnek megfelelő feszültségeket a 10a. ábra tünteti fel. A feszültségi ábra a 10b. és 10c. ábrák szerinti feszültségi ábrák összegeként is előállítható.



10. ábra

A 10b. ábrán feltüntetett húzó, ill. nyomó feszültségek eredője a $+S$, ill. $-S$ erők, a 10e. ábrán a nyomó, ill. húzó feszültségek eredője a $-N$ és $+N$ erők.

A $+S$ és $-S$ erők Sr_1 erőpárt, a $-N$ és $+N$ erők a $-Nr_2$ erőpárt képezik. Minthogy a terhelés antimetrikus, a keresztmetszetre ható σ feszültségek eredője zérus, így

$$Sr_1 - Nr_2 = 0 \quad (4.2)$$

amiből

$$\frac{S}{N} = \frac{r_2}{r_1} \quad (4.3)$$

Az r_1 és r_2 mennyiségek a terhelés nagyságától függetlenek, csak a szekrénytartó keresztmetszeti méretétől függnek, így az S/N arány is csak a keresztmetszet méretétől függ. Így ha S adott, az N értékét is meghatározza és vele együtt meghatározza a vízszintes null tengely helyét is.

Így megállapítható, hogy antimetrikus függőleges és vízszintes terhelés esetében a σ feszültségi nulltengely helyét a csuklós szekrénytartó keresztmetszeti méretei határozzák meg, az állandó szelvény esetében szelvényről szelvényre nem változik és független a terheléstől.

A csuklós szekrénytartóra ható terhelés $[(Q/2) - V]$ függőleges antimetrikus terhelés és H vízszintes antimetrikus terhelés szuperpozíciójaként is kezelhető (1. alatti feltevés).

5. Antimetrikus függőleges terhelés

Terhelje a tartót csupán antimetrikus függőleges terhelés.

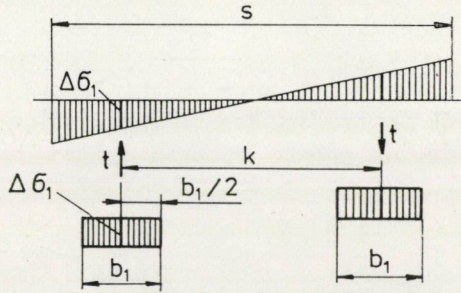
A tartó bármelyik keresztmetszetét is vizsgáljuk, a σ feszültségek ábrája ugyanolyan alakú, csupán az értékek mások. Ezért két egymástól Δx távolságban levő keresztmetszetben fellépő σ feszültségek $\Delta\sigma$ különbsége is hasonló, vagyis azt is alakhelyesen tünteti fel a 10a. ábra.

A 2. feltevés következtében egyes függőleges falak a csuklóknál P_y vízszintes erőket (ld. ábra) nem tudnak átadni a vízszintes falaknak, így a vízszintes fal nem kap vízszintes irányú terhelést, tehát a Δx vastagságú szeletének átadott $\Delta\sigma$ feszültségekkel a függőleges fal csatlakozásánál fellépő P_x irányú t nyíróerők tartanak egyensúlyt (11. ábra).

A vetületi tétel alapján a két függőleges falról átadódó nyíró erők nagysága egyenlő, irányuk ellentétes.

A nyomatéki egyensúly alapján pedig

$$tk = 2 \left(\frac{s}{2} \Delta\sigma_1 \frac{s}{k} \right) \frac{1}{3} \frac{s}{2} = \frac{s^3}{6k} \Delta\sigma_1 \quad (5.1)$$



11. ábra

amiből a

$$t = \frac{s^3}{6k^2} \Delta\sigma_1 \quad (5.2)$$

összefüggés vezethető le, ahol az egyes mennyiségeket a 11. ábra magyarázza. Itt k még ismeretlen. Ugyanekkora t erő adódik át két b_1 széles $\Delta\sigma_1$ feszültségkülönbséggel terhelt szimmetrikusan elhelyezett lemezről is, azaz

$$t = b_1 \Delta\sigma_1, \quad (5.3)$$

ahonnan (5.2) felhasználásával a helyettesítő lemez szélesség

$$b_1 = \frac{s^3}{6k^2}. \quad (5.4)$$

A fentiek alapján igénybevétel szempontjából az s széles fejlemez két b_1 széles fejlemezzel helyettesíthető.

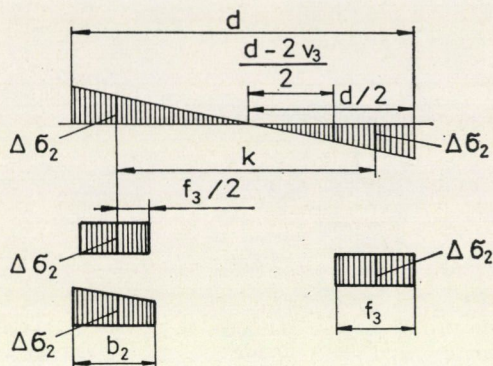
Ugyanez érvényes a talplemezre is, ahol

$$b_2 = \frac{d^3}{6k^2}. \quad (5.5)$$

A még ismeretlen k mennyiség az alábbi gondolatmenet alapján határozható meg:

A t nyíró erő a függőleges falban ébredő $\Delta\sigma$ feszültségek eredőjének függőlegesében hat. Így a 12. ábra szerint a bal oldali falra ható $\Delta\sigma$ feszültségek eredője

$$\begin{aligned} t &= \frac{1}{2} \frac{d}{k} \Delta\sigma_2 \frac{d}{2} - \frac{1}{2} \frac{d - 2v_3}{k} \Delta\sigma_2 \frac{d - 2v_3}{2} = \\ &= \frac{1}{4} \frac{d^2}{k} \Delta\sigma_2 - \frac{1}{4} \frac{(d - 2v_3)^2}{k} \Delta\sigma_2, \end{aligned} \quad (5.6)$$



12. ábra

azaz

$$t = \frac{v_3(d - v_3)}{k} \Delta\sigma_2. \quad (5.7)$$

A $\Delta\sigma$ feszültségek nyomatéka a keresztmetszet szimmetria tengelyére

$$M = \frac{2}{3} \frac{1}{4} \frac{d^3}{k} \Delta\sigma_2 - \frac{2}{3} \frac{1}{4} \frac{(d - 2v_3)^3}{k} \Delta\sigma_2 = \frac{(d - v_3)^2 + (v_3^2/3)}{k} \Delta\sigma_2. \quad (5.8)$$

De a t nyíró erők nyomatéka

$$M = kt = k \frac{v_3(d - v_3)}{k} \Delta\sigma_2 \quad (5.9)$$

a $\Delta\sigma$ feszültségek nyomatékával egyenlő, és így

$$k = d - v_3 + \frac{v_3^2}{3(d - v_3)}. \quad (5.10)$$

A függőleges fal helyettesíthető egy

$$f_3 = v_3 \frac{d - v_3}{k} \quad (5.11)$$

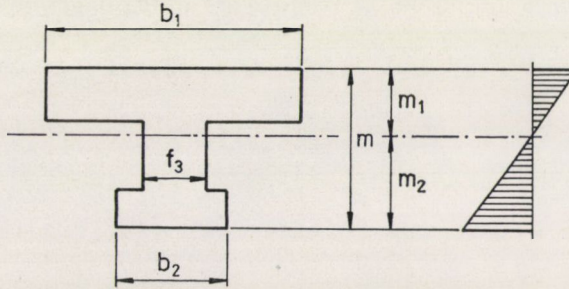
vastag egyenletes feszültségű fallal, mert az

$$f_3 \Delta\sigma_1 \quad (5.12)$$

eredő valóban a t (5.7) alatti értékét adja.

A vízszintes falra ható külső hajlítónyomatékkal a feszültségekből és a t csúsztató erőkből álló (σ, t) erőrendszer tart egyensúlyt. A helyettesítő tartónál a (σ, t) erőrendszer az előbbivel azonos. Ezért fentiek alapján függőleges antimetrikus terhelésre az igénybevételek szempontjából a csuklós tartó két olyan tartóval helyettesíthető, melynél b_1 a fej, b_2 a talp szélessége és f_3 a gerinc vastagsága (13. ábra).

A függőleges síkú hajlítónyomaték hatására fellépő feszültségi ábra null tengelye a helyettesítő tartó vízszintes súlyvonala lesz (13. ábra).



13. ábra

A σ és τ feszültségek konvencionális módon határozhatók meg.

A vízszintes (nem terhelt) falban ébredő τ feszültségek is meghatározhatók.

A függőleges falból átadódó csúsztató erő (5.2) alapján a vízszintes fal egy metszetén

$$t = \frac{s^3}{6k^2} \Delta\sigma_1. \quad (5.13)$$

A $\Delta\sigma$ feszültségek összege a fél falra a 11. ábra alapján

$$\Delta\sigma_1 \frac{s}{k} \frac{s}{4} = \frac{s^2}{4k} \Delta\sigma_1. \quad (5.14)$$

A kettő különbsége adja középen a csúsztató erőt:

$$t_1 = \frac{s^2}{4k} \Delta\sigma_1 - \frac{s^3}{6k^2} \Delta\sigma_1 = \frac{s^2(3k - 2s)}{12k^2} \Delta\sigma_1 = \frac{3k - 2s}{2s} t. \quad (5.15)$$

A teljes csúsztató erő a függőleges falról

$$t = R \frac{S}{I}, \quad (5.16)$$

ahol S a függőleges fal övének statikai nyomatéka.

Így a vízszintes fal közepén a csúsztató erő

$$t_1 = \frac{3k - 2s}{2s} R \frac{S}{I} \quad (5.17)$$

és a nyíró feszültség

$$\tau_1 = \frac{3k - 2s}{2s} R \frac{S}{I_{v_1}}. \quad (5.18)$$

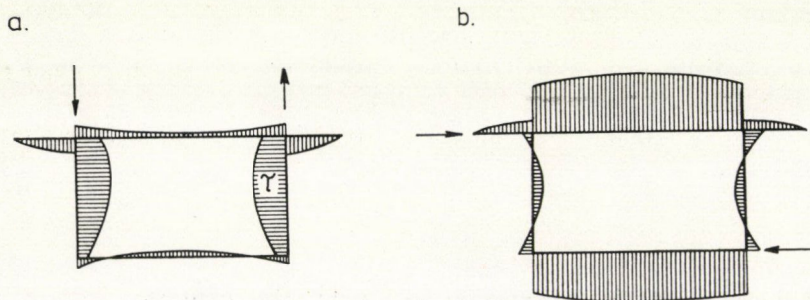
Hasonlóképpen a nyaknál a csúsztató erő a függőleges fal csatlakozásánál

$$t_2 = \Delta\sigma_1 \left(\frac{s}{k} \frac{s}{4} - \frac{k}{4} \right) = \frac{s^2 - k^2}{4k} \Delta\sigma_1 = \frac{3k}{2s} \left(1 - \frac{k^2}{s^2} \right) t,$$

vagy (5.16) alapján

$$t_2 = \frac{3k}{2s} \left(1 - \frac{k^2}{s^2} \right) R \frac{S}{I}. \quad (5.19)$$

A csúsztatóerőt a 14/a. ábra tünteti fel.



14. ábra

Minthogy a terheletlen vízszintes fal nem kap vízszintes erőt a függőleges falaktól, a vízszintes fal hossz tengelyére merőleges metszetben a keresztmetszeti eredőnek nincs nyíró komponense. Így

$$\int \tau \, dy \, dz = 0 \quad (5.20)$$

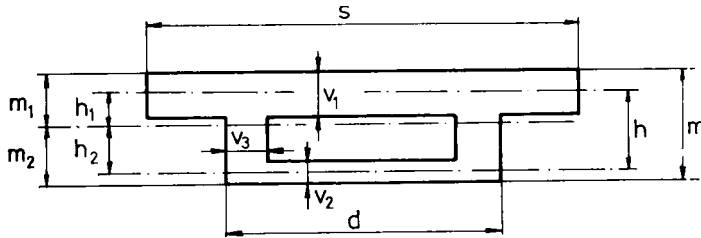
szavakkal: függőleges antimetrikus terhelés esetén a vízszintes falakban a csúsztatóerők összege zérus.

Egész hasonlóan, vízszintes antimetrikus terhelés esetében a függőleges falakban a csúsztató erők összege zérus.

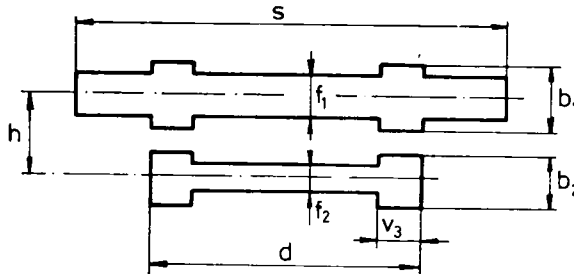
6. Antimetrikus vízszintes terhelés

Vízszintes irányú antimetrikus terhelésre a csuklós tartó a σ feszültségek szempontjából két vízszintes tengelyű tartóval helyettesíthető.

A tartó vízszintes terhelése a támasztókeretről átadódó H erő (4. ábra). A H erő hatására fellépő igénybevételnek szempontjából a fejlemez helyettesíthető egy f_1 gerincvastagságú és C_1 övszélességű, a talplemez pedig egy f_2 gerincvastagságú és C_2 övszélességű tartóval (15. és 16. ábrák).



15. ábra



16. ábra

Az (5.10) képlethez hasonlóan a vízszintes falak feszültségi nulltengelye

$$h_1 = m_1 - \frac{v_1}{2} + \frac{v_1^2}{12 \left(m_1 - \frac{v_1}{2} \right)},$$

$$h_2 = m_2 - \frac{v_2}{2} + \frac{v_2^2}{12 \left(m_2 - \frac{v_2}{2} \right)} \quad (6.2)$$

összefüggések alapján határozható meg.

A függőleges falakról a vízszintes falak feszültségi nulltengelyében átadott nyíróerők:

$$t_1 = \frac{A\sigma_1}{2h_1h} \left[r_1^2 \left(\frac{2}{3} r_1 + h_2 \right) + r_2^2 \left(\frac{2}{3} r_2 - h_2 \right) \right] \quad (6.3)$$

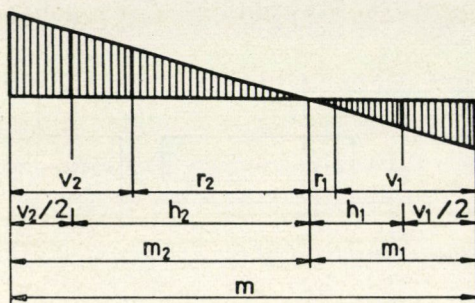
és

$$t_2 = \frac{\Delta\sigma_1}{2h_1h} \left[r_2^2 \left(\frac{2}{3} r_2 + h_1 \right) + r_1^2 \left(\frac{2}{3} r_1 - h_1 \right) \right], \quad (6.4)$$

ahol (17. ábra)

$$r_1 = m_1 - v_1, \quad (6.5)$$

$$r_2 = m_2 - v_2. \quad (6.6)$$



17. ábra

A függőleges falakat helyettesítő övlemez szélességei:

$$C_1 = \frac{1}{2hh_1} \left[r_1^2 \left(\frac{2}{3} r_1 + h_2 \right) + r_2^2 \left(\frac{2}{3} r_2 - h_2 \right) \right] \quad (6.7)$$

és

$$C_2 = \frac{1}{2hh_2} \left[r_2^2 \left(\frac{2}{3} r_2 + h_1 \right) + r_1^2 \left(\frac{2}{3} r_1 - h_1 \right) \right], \quad (6.8)$$

mert

$$C_1 \Delta\sigma_1 = t_1 \quad (6.9)$$

és

$$C_2 \Delta\sigma_2 = C_2 \frac{h_2}{h_1} \Delta\sigma_1 = t_2. \quad (6.10)$$

Végül a két helyettesítő falvastagság (5.11)-hez hasonlóan

$$f_1 = v_1 \frac{m_1 - (v_1/2)}{h_1} \quad (6.11)$$

illetve

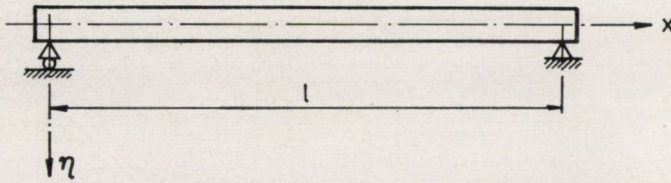
$$f_2 = v_2 \frac{m_2 - (v_2/2)}{h_2} \quad (6.12)$$

7. A falak eltolódása

A tömörszelvényű tartó eltolódására érvényes (18. ábra) az

$$\eta = -\iint_0^x \frac{M}{EI} dx dx + \int_0^x \frac{T}{GA} dx + \varphi_0 x = \eta_0 \quad (7.1)$$

összefüggés, ahol η_0 , ill. φ_0 a tartó lehajlása, illetve előfordulása az $x = 0$ helyen, M a hajlító nyomaték, T a nyíróerő, E a rugalmassági tényező, G a



18. ábra

nyírási rugalmassági tényező, I ill. A a tartó keresztmetszetének tehetetlenségi nyomatéka, ill. helyettesítő területe és x az abszcissa, továbbá

$$A = \frac{F}{\varrho} \quad (7.2)$$

ahol F a tartó keresztmetszeti területe és ϱ egy alaki tényező.

Ha a kéttámaszú tartó keresztmetszete állandó, a (7.1) képlet tovább egyszerűsíthető, és az

$$\eta = -\iint_0^x \frac{\sigma}{Ee} dx dx + \frac{\sigma I}{GAe} + \varphi_0 x \quad (7.3)$$

összefüggést kaphatjuk az eltolódás meghatározására.

Ha a tartót terhelő q terhelést sinus Fourier sorba fejtjük, az egyes Fourier-tagokra a

$$q = \sum_{i=1}^{\infty} q_i = \sum_{i=1}^{\infty} q_i \sin \frac{i\pi x}{l} \quad (7.4)$$

egyszerű összefüggést kapjuk.

Legyen a terhelés

$$q_i = q_{i0} \sin \frac{i\pi x}{l} \quad (7.5)$$

Ekkor

$$T_i = -q_{i0} \frac{l}{i\pi} \cos \frac{i\pi x}{l}, \quad (7.6)$$

$$M_i = q_i \frac{l^2}{i^2\pi^2} \sin \frac{i\pi x}{l} \quad (7.7)$$

és

$$\sigma_i = q_{i0} \frac{e}{I} \frac{l^2}{i^2\pi^2} \sin \frac{i\pi x}{l}. \quad (7.8)$$

(7.5)–(7.8) felhasználása és a kijelölt integrálás elvégzése után az eltolódásra az

$$\eta_i = \sigma_i \frac{1}{Ee} \frac{l^2}{i^2\pi^2} (1 + \beta_i) \quad (7.9)$$

összefüggést kapjuk, ahol

$$\beta_i = \frac{EI}{GA} \frac{i^2\pi^2}{l^2}. \quad (7.10)$$

A (7.9) képlet zárójeles részében — hacsak i értéke nem túl nagy — ami a gyakorlati számításokban nem fordul elő — az első tag értéke mellett a második tag elhanyagolható. Így:

$$\eta_i = \sigma_i \frac{1}{Ee} \frac{l^2}{i^2\pi^2}. \quad (7.11)$$

A szekrénytartó nem terhelt falán a nyíró erő hatása mindig elhanyagolható, mert — mint az 5. pontban láttuk — az egyes falaknál a csúsztató erők összege zérus.

8. A szekrény eltorzulása

A két függőleges falra ható antimetrikus

$$q_i = q_{i0} \sin \frac{i\pi x}{l} \quad (8.1)$$

(4. ábra) terhelés hatására fellépő σ feszültség a K ponton

$$\sigma_{K1} = q_{i0} \frac{h_1}{I_3} \frac{l^2}{i^2\pi^2} \sin \frac{i\pi x}{l}, \quad (8.2)$$

ahol I_3 az 5. pontban tárgyalt helyettesítő függőleges falnak a tehetetlenségi nyomatéka.

A két függőleges fal relatív eltolódása (7.11) alapján

$$\eta_{1i} = \sigma_{K1} \frac{2}{Eh_1} \frac{l^2}{i^2\pi^2} \quad (8.3)$$

és a két vízszintes fal relatív eltolódása

$$\eta_{2i} = \sigma_{K1} \frac{2}{Ek} \frac{l^2}{i^2\pi^2} \left(1 + \frac{h_2}{h_1}\right) = \sigma_{K1} \frac{2}{Ek} \frac{l^2}{i^2\pi^2} \frac{h}{h_1} . \quad (8.4)$$

A vízszintes falakra ható

$$H_i = H_{i0} \sin \frac{i\pi x}{l} \quad (8.5)$$

vízszintes terhelés hatására ébredő σ feszültség a K ponton

$$\sigma_{K2} = H_{i0} \frac{k}{2I_1} \frac{l^2}{i^2\pi^2} \sin \frac{i\pi x}{l} , \quad (8.6)$$

ahol I_1 a felső vízszintes fal 6. pontban tárgyalt helyettesítő tartójának tehetlenségi nyomatéka.

A vízszintes terhelés hatására a két függőleges fal relatív eltolódása

$$\eta_{i3} = \sigma_{K2} \frac{2}{Eh_1} \frac{l^2}{i^2\pi^2} , \quad (8.7)$$

a két vízszintes fal relatív eltolódása pedig

$$\eta_{i4} = \sigma_{K2} \frac{2}{Ek} \frac{l^2}{i^2\pi^2} \frac{h}{h_1} . \quad (8.8)$$

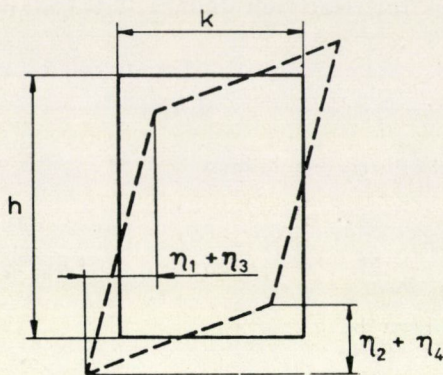
A szekrénytartó eltorzulását kifejező $\Delta\gamma_i$ relatív szögváltozás (19. ábra)

$$\Delta\gamma_i = \frac{\eta_{i1} + \eta_{i3}}{k} + \frac{\eta_{i2} + \eta_{i4}}{h} . \quad (8.9)$$

Vagyis ha a terhelésben csak i -edik Fourier tag szerepel, a szekrénytartó eltorzulásában is csak i -edik Fourier tag szerepel, így a H erőnél is csak i -edik Fourier tag lép fel.

Vagy (8.1)–(8.8) felhasználásával, ha a vízszintes megoszló teher H_i , és a függőleges megoszló teher

$$q_i - H_i \frac{h}{k} = \left(q_{i0} - H_{i0} \frac{h}{k} \right) \sin \frac{i\pi x}{l} \quad (8.10)$$



19. ábra

(8.3) és (8.7), illetve (8.4) és (8.8) alapján

$$\eta_{i1} + \eta_{i3} = \frac{2}{Eh_1} \frac{l^2}{i^2\pi^2} (\sigma_{K1} - \sigma_{K2}) \quad (8.11)$$

és

$$\eta_{i2} + \eta_{i4} = \frac{2}{Ek} \frac{l^2}{i^2\pi^2} \frac{h}{h_1} (\sigma_{K1} - \sigma_{K2}), \quad (8.12)$$

minthogy a q és H erők hatása ellentétes.

De (8.1), (8.2), (8.5) és (8.6) alapján

$$\sigma_{k1} - \sigma_{k2} = \left[\left(q_{i0} - H_{i0} \frac{h}{k} \right) \frac{h_1}{I_3} - H_{i0} \frac{k}{2I_1} \right] \frac{l^2}{i^2\pi^2} \sin \frac{i\pi x}{l}. \quad (8.13)$$

Vagy más alakban

$$\sigma_{k1} - \sigma_{k2} = \left[q_{i0} - H_{i0} \left(\frac{k}{2I_1} + \frac{hh_1}{kI_3} \right) \right] \frac{l^2}{i^2\pi^2} \sin \frac{i\pi x}{l}. \quad (8.14)$$

Így (8.9) és (8.11)–(8.13) alapján

$$\Delta\gamma_i = \frac{4}{Eh_1k} \left[q_{i0} \frac{h_1}{I_3} - H_{i0} \left(\frac{k}{2I_1} + \frac{hh_1}{kI_3} \right) \right] \frac{l^4}{i^4\pi^4} \sin \frac{i\pi x}{l}. \quad (8.15)$$

A levezetett képletek alapján a tehetetlenségi nyomatékok közti összefüggések is kiolvashatók.

A feszültségi súlyvonalak találkozásánál a H_i erők hatására ébredő feszültségek — (8.6) felhasználásával — a felső sarokponton

$$\sigma_f = H_{i0} \frac{k}{2I_1} \frac{l^2}{i^2\pi^2} \sin \frac{i\pi x}{l}, \quad (8.16)$$

az alsó sarokponton

$$\sigma_a = H_{i0} \frac{k}{2I_2} \frac{l^2}{i^2\pi^2} \sin \frac{i\pi x}{l}. \quad (8.17)$$

De a 13. és 15. ábra alapján

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_a} = \frac{h_1}{h_2}, \quad (8.18)$$

így

$$I_2 = I_1 \frac{h_1}{h_2}. \quad (8.19)$$

A 4. §-ban tárgyaltak alapján a feszültségi ábra mind a vízszintes, mind az antimetrikus terhelés hatására hasonló, minthogy a feszültségi nullpont helye nem függ a terheléstől.

Jelöljük ezt az antimetrikus vízszintes, illetve függőleges terhelést H^* , ill. V^* -al, amely ugyanazt a σ^* feszültséget okozza. A σ^* feszültséghez tartozó eltolódások: η_1^* , η_2^* , η_3^* és η_4^* .

A H^* és V^* erők munkái (8.11) és (8.12) felhasználásával

$$L_H = H^*(\eta_2^* + \eta_4^*) = H^* \frac{2}{Ek} \frac{h}{h_1} \frac{l^2}{i^2\pi^2} \sigma^* \quad (8.20)$$

és

$$L_V = V^*(\eta_1^* + \eta_3^*) = V^* \frac{2}{Eh_1} \frac{l^2}{i^2\pi^2} \sigma^*.$$

Minthogy a H^* és V^* terhelés hatására ugyanaz a feszültségábra alakul ki, a belső munkák egyenlők, így

$$L_H = L_V.$$

Behelyettesítve, a (2.1)-el egyező

$$\frac{H^*}{V^*} = \frac{k}{h} \quad (8.21)$$

összefüggést kapjuk.

A (8.13) alatti összefüggésben $(q_{i0} - H_{i0} h/k) (h_1/I_3)$ helyébe $V^*(h_1/I_3)$, $H_{i0}(k/2I_1)$ helyébe $H^*(k/2I_1)$ mennyiségeket helyettesítve a σ feszültség és vele együtt (8.15) alapján a $\Delta\gamma$ szögváltozás akkor lesz zérus, ha

$$I_1 = \frac{k^2}{2h h_1} I_3. \quad (8.22)$$

Ez az összefüggés adja meg a vízszintes és függőleges tengelyű falak helyettesítő tehetetlenségi nyomatéka közti összefüggést.

(8.22)-t (8.15)-be írva, a

$$\Delta\gamma_i = \frac{4}{kEI_3} \left[q_{i0} - H_{i0} \frac{2h}{k} \right] \frac{l^4}{i^4\pi^4} \sin \frac{i\pi x}{l} \quad (8.23)$$

összefüggést kapjuk.

(3.3) alapján az összetartozó H_i és V_i erőrendszer hatására a támasztókeret sarokszögpontjait összekötő képzeletbeli keret sarokszögeinek változása

$$\Delta\gamma_i = \frac{H_{i0}}{A_k} \frac{1}{h} \sin \frac{i\pi x}{l}. \quad (8.24)$$

Ez a szögváltozás (8.23)-al egyezõ, amibõl a

$$H_{i0} = \frac{q_{i0}}{\frac{i^4\pi^4}{4h} \frac{kEI_3}{A_k l^4} + \frac{2h}{K}} \quad (8.25)$$

kifejezés vezethetõ le.

Ha a nyíróerõk hatását az alakváltozások meghatározásával nem hanyagoljuk el, hasonló levezetéssel a

$$H_{i0} = \frac{\left[1 + \frac{h_2}{h_1} + \frac{h}{h_1} (1 + \beta_3) q_{i0} \right]}{\frac{i^4\pi^4}{2h} \frac{kEI_3}{A_k l^4} + \frac{h}{k} \frac{h_1}{\left[2 + \beta_1 + \frac{h_2}{h_1} (2 + \beta_2) + \frac{h}{h_1} (2 + \beta_3) \right]}} \quad (8.26)$$

összefüggést kapjuk. Tömörszelvény esetében a mennyiségek kicsik, így a (8.25) alatti képlettel számolhatunk.

H_{i0} ismeretében a σ és τ feszültségek már a szokásos szilárdságtani eljárással határozhatók meg.

A (8.14) és (8.26) alatti összefüggések elemzése bizonyos vonatkozásban igazolja a levezetés helyességét.

Ha $A_k = 0$, vagyis a támasztókereteknek nincs merevsége, úgy (8.23) alapján

$$H_{i0} = 0, \quad (8.27)$$

vagyis a két függőleges fal veszi fel a terhelést, ahogyan a csuklós szekrénytartóra vonatkozóan az 5. § tárgyalja.

Ha $A_k = \infty$, vagyis a támasztókeretek végtelen merevek, a szekrénytartó keresztmetszete alaktartó és (8.24) alapján

$$\Delta\gamma = 0. \quad (8.28)$$

Ennek (8.15)-be történő helyettesítése után kifejezett H_{i0} értékét (8.14)-be helyettesítve

$$\sigma_{k1} - \sigma_{k2} = 0, \quad (8.29)$$

vagyis alaktartó keresztmetszet esetében helyesen kapjuk azt, hogy a híd tengelyére merőleges irányú σ feszültségek nem keletkeznek — ha az öblösödés gátlásaira és a nyíró erők okozta alakváltozásra nem vagyunk tekintettel.

A (8.25) alatti összefüggésben az i -edik Fourier-tagnál a keretmerevség i^4 -nél osztott értékkel szerepel. Így a magasabb Fourier tagoknál — hacsak nem végtelen merev a keret — a H és V erők aránylag kisebbek.

Ha a végső keresztmetszetek nem teljesen alaktartók, akkor a felső vízszintes lemeznek az alsóhoz való relatív eltolódása a végső keretek $\Delta\gamma_k$ eltorzulása következtében megnövekszik, és így a (8.23) alatti $\Delta\gamma$ értéke a $\Delta\gamma_k$ mennyiséggel megnövelendő. Ennek következtében (8.25) számlálója is megváltozik.

Ha a keresztmetszet teljesen alaktartó, akkor (8.21) alapján a

$$\frac{H}{(Q/2) - V} = \frac{k}{h} \quad (8.30)$$

összefüggés áll fenn. (8.30)-ból

$$\left(\frac{Q}{2} - V\right)k = H \cdot h, \quad (8.31)$$

ami arra mutat, hogy a külső terhelés okozta csavaró nyomaték egyenlőképp oszlik meg a vízszintes és a függőleges falúak közt. (8.30) alapján a $[Q/2] - V$ függőleges és H vízszintes erők eredője párhuzamos a másik két csomópontot összekötő átlóval.

Alaktartó keresztmetszet esetében az egyes falakban nem ébrednek σ feszültségek, és így egy-egy fal magasságában a τ feszültségek sem változhatnak meg, tehát az egyes falakban a nyíró folyam állandó. A 14a. és 14b. ábrák összerakása is ezt igazolja.

A H és a $[(Q/2) - V]$ nyíró erők k illetve h hosszra oszlanak meg. Így az egységnyi hosszra eső csúsztató erők

$$t_H = \frac{H}{k}, \quad (8.32)$$

illetve

$$t_v = \frac{(Q/2) - V}{h} \quad (8.33)$$

lesznek. (8.30) felhasználásával a

$$t_H = t_v \quad (8.34)$$

egyenlőség igazolható, ami tiszta csavarás esetében a *nyíró folyam állandóságára* érvényes ismert tételt mondja ki. (Természetesen a falak csatlakozásánál zavaró hatások lépnek fel.)

Alaktartó keresztmetszet esetében (8.25) alapján

$$H = \frac{Q}{4} \frac{k}{h}, \quad (8.35)$$

ami (2.2) felhasználásával a

$$V = \frac{Q}{4} \quad (8.36)$$

összefüggésre vezet. Vagyis teljesen alaktartó keresztmetszet esetében a függőleges fal síkjában ható antimetrikus terhelés hatása a felére csökken.

A H erő ismeretében meghatározható az az

$$M_1 = V \cdot k + Hh = 2Hh \quad (8.37)$$

csavaró nyomaték, amit a keresztmetszet mint alaktartó keresztmetszet vesz fel és az az

$$M_2 = \frac{Q}{2} k - M_1 = \frac{Q}{2} k - 2Hh = \frac{Q}{2} k - 2Vk = \left(\frac{Q}{2} - 2V \right) \cdot k \quad (8.38)$$

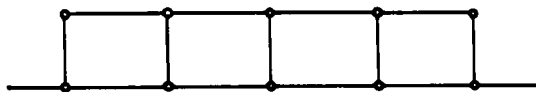
csavaró nyomaték, amit a csuklós-tartó két függőleges fala mint hajlított tartó vesz fel.

A külső csavaró nyomaték egy részét tehát a tartó mint csavart rúd, másik részét mint csuklós-tartó veszi fel. A csavaró nyomaték ilyenértelmű szétosztásánál a tartó méretein kívül a csavarónyomatékot okozó antimetrikus terhelés milyensége is lényeges szerepet játszik.

Minthogy a bemutatott eljárás tulajdonképpen a csavarás hatását vizsgálva azt állapítja meg, hogy a csavaró nyomatékból milyen arányt visel a keresztmetszet, mint csőszerű csavart tartó és milyen arányt a csuklós tartó, az eredmények — közelítőleg — ferde hidak méretezésénél is felhasználhatók.

9. Alkalmazás több cellás szekrénytartós hidakra

Több cellás szekrénytartós hidak esetében a „csuklós szekrénytartó”-nál függőleges falakat csuklósan kapcsoljuk a vízszintes falakhoz (20. ábra). Ez esetben az 1. alatti feltevés értelmében a vízszintes és függőleges falakban



20. ábra

a σ feszültségi ábra egyaránt lineáris jellegű, bármilyen vízszintes vagy függőleges antimetrikus terhelés esetében a σ feszültségek nullpontja ugyanaz, és a feszültségi ábrának csak a nagysága változik, az alakja nem (21. ábra).

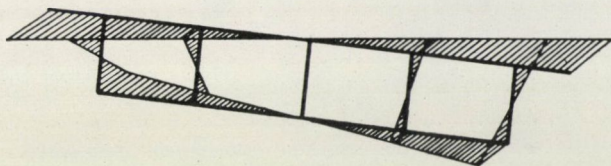
Antimetrikus függőleges terhelés esetében a terhelt tartó övlemezeinek helyettesítő szélessége az (5.4), (5.5), ill. (5.10) képletekkel határozható meg, a függőleges fal helyettesítő-vastagságát a függőleges szimmetria tengely egyik oldalára eső függőleges falak egyenkénti helyettesítő szélességének súlyozott összege adja meg (22. ábra):

$$f_{i3} = \sum_{j=1}^n \left(V_{j3} \frac{d_j - v_{j3}}{k_j} \right) \frac{k_j}{k_i} \quad (9.1)$$

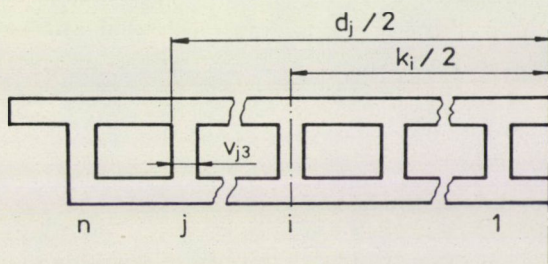
Antimetrikus vízszintes terhelés esetében a függőleges falaknak (mint a vízszintes tartó öveinek) helyettesítő szélessége a (6.8) és (6.9) képletek alapján határozható meg. A vízszintes tartó több övű tartóval helyettesíthető.

A szimmetriatengelyben levő függőleges fal hatása a számításban nem szerepel.

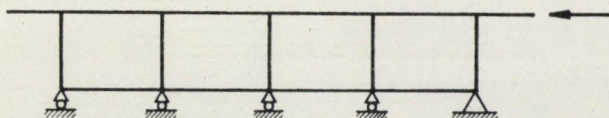
A támasztókeret keretmerevsége, vagyis az 1 cm-es relatív eltolódást előidéző erő a 23. ábrán levő Vierendeel-tartó alapján határozható meg. Itt a szimmetria tengelyben levő függőleges fal hatása nem esik ki a számításban.



21. ábra



22. ábra



23. ábra

Szám példa

Határozzuk meg a 4. ábrán feltüntetett keresztmetszetű $l = 15$ m nyílású szekrénytartó jellemző helyen ébredő feszültségeket, ha a

$$p = 1 \text{ m}^{-1} M_p \sin \frac{i\pi x}{l} = 2q_0 \sin \frac{i\pi x}{l}$$

teher az egyik függőleges fal feszültségi súlyvonalában hat.

A főbb adatok:

$s = 860$ cm, $d = 460$ cm, $m = 90$ cm, $v_1 = 21$ cm, $v_2 = 15$ cm, $v_3 = 46$ cm.

a) Szimmetrikus terhelés esete

$$I = 47,9 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

$$K = 0,64 \cdot 10^6 \text{ cm}^3$$

Középen a hajlító nyomaték

$$M_{\max} = 2q_0 \frac{l^2}{\pi^2} = 1 \frac{15^2}{\pi^2} = 22,8 \text{ mMp} = 2,28 \cdot 10^6 \text{ cm kp},$$

az alsó szélső szálfeszültség

$$\sigma = \frac{2,28 \cdot 10^6}{0,64 \cdot 10^6} = 3,56 \text{ kp/cm}^2.$$

b) Antimetrikus terhelés esete

3.1) alapján számítva a tartó 1 cm-es hosszára a keretmerevség

$$A_k = 5,2 \cdot 10^{-4} \text{ cm} \cdot E_k,$$

ahol E_k a támasztókeret rugalmassági tényezője

Függőleges terhelés

(5.10) alapján

$$k = 460 - 46 + \frac{46^2}{3(460 - 46)} = 414 + 1,7 = 415,7 \text{ cm},$$

(5.4) alapján

$$b_1 = \frac{860^3}{6 \cdot 415,7^2} = 613,4 \text{ cm},$$

(5.5) alapján

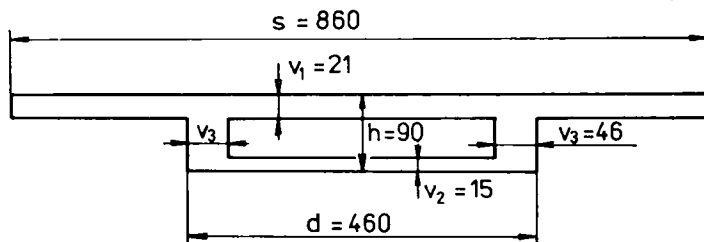
$$b_2 = \frac{460^3}{6 \cdot 415,7^2} = 93,9 \text{ cm},$$

(5.12) alapján

$$f_3 = 46 \frac{414}{415,7} = 45,9 \text{ cm}.$$

A helyettesítőtartó tehetetlenségi nyomatéka

$$I_3 = 9,64 \cdot 10^6 \text{ cm}^4.$$



24. ábra

A súlyvonal

$$m_2 = 67,9 \text{ cm}, m_1 = 90 - 67,9 = 22,1 \text{ cm}.$$

Felső szélső szálfeszültség meghatározásához a keresztmetszeti tényező

$$K_3 = \frac{9,64 \cdot 10^6}{22,1} = 0,435 \cdot 10^6 \text{ cm}^3,$$

(6.1), ill. (6.2) alapján

$$h_1 = 14,8 \text{ cm}, h_2 = 60,7 \text{ cm}, h = 75,5 \text{ cm}.$$

Feszültségi súlyvonalra vonatkozó keresztmetszeti tényező

$$K_3 = \frac{9,64 \cdot 10^6}{14,8} = 0,65 \cdot 10^6 \text{ cm}^3.$$

Vízszintes terhelés

(6.8), ill. (6.9) alapján

$$C_1 = 32,0 \text{ cm}, C_2 = 15,3 \text{ cm}$$

(6.12), ill. (6.13) alapján

$$f_1 = 16,5 \text{ cm}, f_2 = 14,9 \text{ cm}$$

A vízszintes tartók tehetetlenségi nyomatéka (8.19) és (8.22) alapján

$$I_1 = 747 \cdot 10^6 \text{ cm}^4, I_2 = 181 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

A kijelölt (feszültségi) súlyvonalak metszéspontján levő pontra a keresztmetszeti tényező

$$K_1 = \frac{I_1}{k/2} = \frac{747}{415,7/2} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ cm}^3,$$

(8.25) alapján ($i = 1, Q_0 = 0,5 M_p \text{ m}^{-1} = 0,5 \cdot 10^{-2} \cdot M_p \text{ cm}^{-1}$)

$$H = \frac{0,5 \cdot 10^{-2} M \text{ cm}^{-1}}{\frac{E}{E_k} \frac{\pi^2 \cdot 9,64 \cdot 415,7 \cdot 10^6 \cdot 1 \text{ cm}}{4,9 \cdot 5,2 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5 \cdot 10^{12} \text{ cm}} + \frac{2 \cdot 75,5}{415,7}} = \frac{1}{8,16 \frac{E}{E_k} + 72,5} M_p \text{ cm}^{-1}$$

$E/E_k = 0$ feltételezésével a keret végtelen merevnek lenne felfogható. Ez esetben

$$H = \frac{1}{72,9} 1,37 \cdot 10^{-2} M_p \text{ cm}^{-2} = 1,37 M_p/\text{m},$$

(2.2) alapján

$$V = 1,37 \frac{75,5}{415,7} = 0,25 M_p/\text{m}.$$

$2q_0 = 1 M_p/\text{m}$ esetén a hajlítónyomaték $2,28 \cdot 10^6 k_p \cdot \text{cm}$,

így $H = 1,37 M_p/\text{m}$ -ből

$$M_H = 2,28 \frac{1,37}{1,0} 10^6 = 3,13 \cdot 10^6 \text{ cm } k_p,$$

$q_0 - V = 0,5 - 0,25 = 0,25 M_p/\text{m}$ -ből a nyomaték

$$M_V = 2,28 \frac{0,25}{1,0} = 0,57 \cdot 10^6 \text{ cm } k_p.$$

A σ feszültségek

$$\sigma_H = \frac{3,13 \cdot 10^6}{3,6 \cdot 10^6} = 0,87 k_p/\text{m}^2,$$

$$\sigma_V = \frac{0,57}{0,65} = 0,87 k_p/\text{m}^2.$$

Ez utóbbi ellenkező értelmű, így a tartón feszültség nem lép fel.

Ha $E = E_k$, úgy

$$H = \frac{1}{80,66} = 1,24 \cdot M_p/\text{m},$$

$$V = 1,24 \frac{75,5}{415,7} = 0,225 M_p/\text{m}.$$

$q_0 - V = 0,5 - 0,225 = 0,275 M_p/\text{m}.$

A nyomaték

$$M_H = 2,28 \frac{1,24}{1,0} 10^6 = 2,83 \cdot 10^6 \text{ cm } k_p,$$

$$M_V = 2,28 \frac{0,275}{1,0} 10^6 = 0,626 \cdot 10^6 \text{ cm } k_p,$$

és a σ feszültségek

$$\sigma_H = \frac{2,83 \cdot 10^6}{3,6 \cdot 10^8} = 0,785 \text{ } k_p/\text{cm}^2,$$

$$\sigma_V = \frac{0,626 \cdot 10^6}{0,65 \cdot 10^8} = 0,965 \text{ } k_p/\text{cm}^2.$$

A tényleges σ_1 feszültség

$$\sigma_1 = 0,965 - 0,785 = 0,18 \text{ } k_p/\text{cm}^2.$$

Az alsó szélső szálfeszültség a függőleges fal feszültségi súlyvonalában

$$\sigma_2 = \sigma_1 \frac{m_2}{h_1} = 0,18 \frac{67,9}{14,8} = 0,83 \text{ } k_p/\text{cm}^2.$$

Így azáltal, hogy a keresztmetszet nem alaktartó, a függőleges fal feszültségi súlyvonalában ébredő feszültségek

$$\sigma_{\max} = 3,56 + 0,83 = 4,39 \text{ } k_p/\text{cm}^2,$$

és

$$\sigma_{\min} = 3,56 - 0,83 = 2,73 \text{ } k_p/\text{cm}^2.$$

Az eltérési %-ban

$$\epsilon \% = 100 \frac{0,83}{3,56} = 23,3 \ \%.$$

Stress Pattern in Box Girder Bridges. The box girder is replaced by a construction built up of a hinged box girder as a bar, subjected to torsion without angle rigidity and of closed frameworks closely put near each other. The stress pattern is determined on this construction with the aid of the usual methods of elementary theory of elasticity. The one part of the torsional moment caused by the antisymmetric load withstands the box girder as a bar torsioned, and the other, the main girders composed of the two vertical walls and of the flanges. However, the division of the moment does not depend only on the stiffness conditions of the girder but also on the load pattern. A simple formula serves for the calculation of the division of the moment and of the bending stiffness of the replacing girder.

Spannungsverteilung in Kastenträgerbrücken. Der Hohlwandträger wurde durch eine aus einem gelenkigen Kastenträger ohne Ecksteifheit und aus dicht nebeneinander gesetzten geschlossenen Rahmen zusammengesetzte Konstruktion ersetzt, und die Spannungsverteilung wurde auf derselben unter Benützung der üblichen Methoden der elementaren Festigkeitslehre ermittelt. Einem Teil des durch die antisymmetrische Belastung hervorgerufene Verdrehungsmoments widersteht der Kastenträger als ein verdrehter Stab, und dem anderen Teil der aus den zwei senkrechten Wänden und aus den Gurten bestehende Hauptträger. Jedoch hängt die Aufteilung des Moments nicht nur von den Steifheitsverhältnissen des Trägers, sondern auch vom Lastschema ab. Zur Ermittlung der Momentenverteilung und der Biegefestigkeit der Ersatzträger dient eine einfache Formel.