

KOMBINÁLT TALAJMODELL ALKALMAZÁSA SÍKALAPOK VIZSGÁLATÁRA, A TÉRBELI FESZÜLTSGÁLLAPOT FIGYELEMBEVÉTELÉVEL

PETRASOVITS GÉZA*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

és

SOLTÉSZ PÉTER**

[Beérkezett 1980. február 26-án]

A tanulmány újszerű talajmodellt és egy ezen alapuló számítási eljárást mutat be nagypanelos épületek alapjainak méretezésére. A szerzők ismertetik a modell lényeges tulajdonságait, és ezek alapján arra a következtetésre jutnak, hogy a modell az eddig alkalmazott — rugalmas féltér, illetve a Winkler-féle ágyazási együtthatós — modellekhez képest a valóság jobb közelítésének tekinthető. Gyakorlati esetekre alkalmazott számításokkal igazolják, hogy a kombinált talajmodellen alapuló méretezési eljárással lényegesen kisebb alaptest igénybevételek, illetve süllyedéskülönbségek adódnak. Végül a kombinált talajmodell fizikai hátterének jobb megvilágítása és paramétereinek laboratóriumi meghatározása céljából érdekes analógiákra mutatnak rá a modell és a függőlegesen változó rugalmassági modulusú félterek között.

Bevezetés

A tanulmány bemutatja a Repnyikov-féle talajmodell alkalmazását a talajra helyezett hosszirányban rugalmas gerendák süllyedésének és igénybevételeinek számítására, térbeli feszültségállapot feltételezése esetén.

A modell elvi alapjai REPNYIKOV [1] rakta le, míg a Repnyikov-féle modell és a függőlegesen változó rugalmassági modulusú terek közti párhuzamok feltárásánál elsősorban BARVASOV [5], [6] munkáit emelhetjük ki.

Dolgozatunk főbb céljai:

- Az általunk hazai bevezetésre javasolt modell alkalmazhatósági körének kiterjesztése térbeli feszültségállapot esetére azzal a megfontolással, hogy az alaptest keresztirányban teljesen merevnek tekinthető. Ezzel az esettel nyújtott alapok — sávházak — esetében találkozunk.
- A Repnyikov-féle modell és a függőlegesen változó rugalmassági modulusú (inhomogén) félterek közötti analógiák bemutatása a modell-paraméterek laboratóriumi meghatározási lehetőségeinek feltárására.

* Prof. Dr. Petrasovits Géza, 1092 Budapest, Ifjú munkás u. 20.

** Dr. Soltész Péter, 1083 Budapest, Tömő u. P/1.

1. A Repnyikov-modell vizsgálatakor kapott összefüggések elemzése

A Repnyikov-modell a két legegyszerűbben alkalmazott talajmodell, a Winkler-féle rugós ágyazat és a rugalmas (homogén, izotrop) féltér ún. párhuzamos kombinációjának tekinthető (1. ábra); azaz nem más, mint rugókkal átszőtt rugalmas féltér. Paraméterei: E_0 rugalmassági modulus, ν_0 Poisson-tényező, K ágyazási tényező.

Az eddigi vizsgálatok alapján elmondható, hogy ez a modell sajátos módon egyesíti a két említett klasszikus eljárás pozitív tulajdonságait, miközben megszüntet több azoknál meglevő anomáliát és tompít több szélsőséges tulajdonságot. Ezért úgy tekintjük, hogy a javasolt modell az eddigieknél jobb közelítése a valóságnak. Ezt a meggyőződésünket fokozza, hogy igen érdekes kapcsolat mutatható ki a Repnyikov-féle modell és a mélységgel — később tárgyalandó módon — növekvő rugalmassági modulusú félterek között. E párhuzam vizsgálata hozzájárul a modell fizikai tartalmának jobb, többoldalú megvilágításához. Ezt a problémát külön fejezetben tárgyaljuk.

Fontosnak tartjuk hangsúlyozni eddigi vizsgálataink egyik lényeges következtetését, mely szerint a kombinált modellre helyezett alaptestekben adódó igénybevétel a hagyományos eljárásokhoz képest jelentős mértékben csökken, ami gazdaságosabb alapozási eljárás kidolgozását teszi lehetővé.

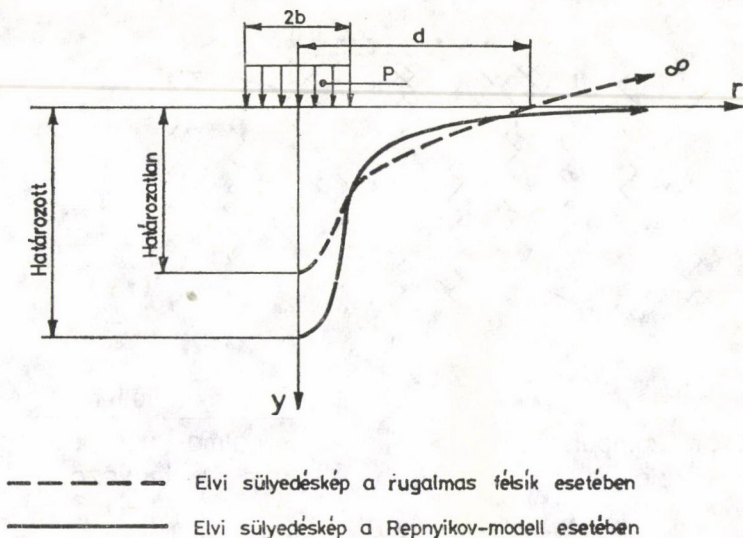
Bemutatunk néhány eddig nem tárgyalt olyan modelltulajdonságot, amely a Repnyikov-modell alkalmazását nagymértékben indokolja.

Tekintsünk *síkbeli* rugalmassági feladatot. Rugalmas féltér esetében a süllyedések és a terhelések közti összefüggést pontszerű terheléskor a jól ismert Flamant-formula adja:

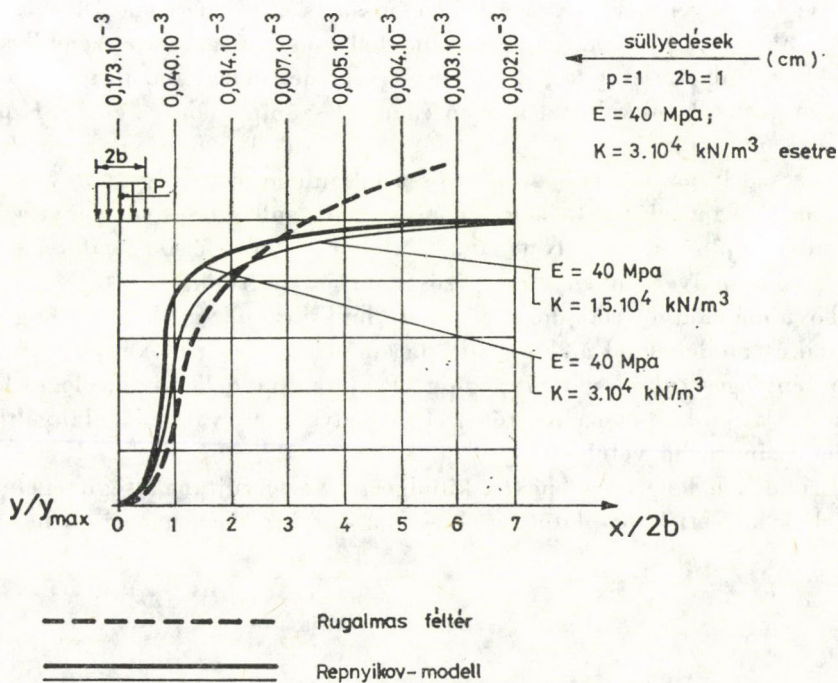
$$y = \frac{2 P(2 - \nu_0^2)}{\pi E_0} \ln \frac{d}{r}. \quad (1.1)$$

itt E_0 ν_0 a talaj rugalmassági modulusa és Poisson-tényezője. (Síkbeli deformációk esete.)
 r a P erő támadáspontja és a vizsgált pont közti távolság,
 d határozatlan állandó.

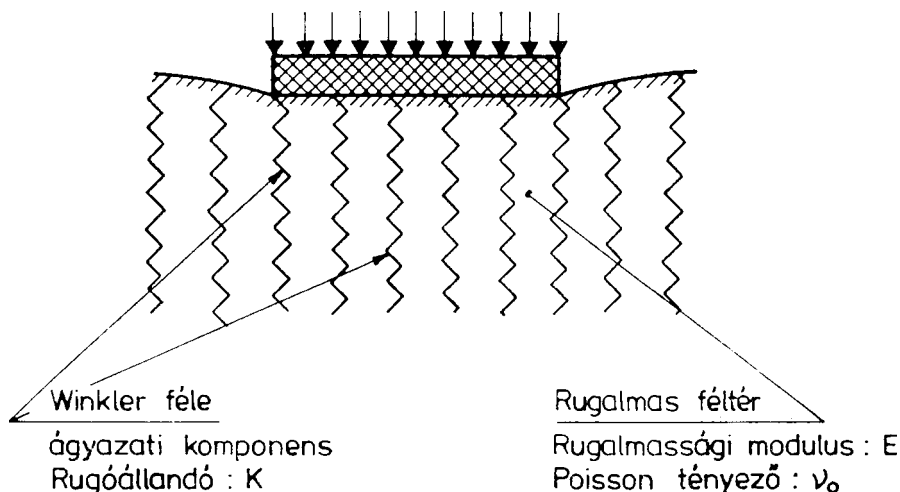
(1.1) szerint d a zérus süllyedésű pont távolságát adja az erő támadáspontjától. Ha most integrálással áttérünk valamely egyenletesen terhelt szakasz esetére, akkor a határozatlan állandó változatlanul jelen van, ami lehetetlenné teszi az abszolút süllyedések számítását. Továbbá a rögzített d mellett r -rel végtelenhez tartva a „süllyedés” végtelen kiemelkedéshez tart. Ez az abszurdum lehetetlenné teszi egymástól távoleső pontok relatív elmozdulásának valós vizsgálatát. (2a. ábra). Ezekkel szemben, ha a Repnyikov-modell síkbeli változatát pontszerű erővel terheljük, megmutatható, hogy $r \rightarrow \infty$ esetében a felszín elmozdulásai zérushoz közelednek. Továbbá, egyenletesen terhelt szakasz esetében a határozatlan állandó eltűnik, mivel d -vel, azaz a zérus-süllyedésű ponttal ∞ -hez tartva a terhelt szakasz alatti süllyedések véges értékhez



2a. ábra. Elvi süllyedéskép a rugalmas félsík esetében: -----; Elvi süllyedéskép a Repnyikov-modell esetében: —————



2b. ábra. Konkrét számpélda sávteher alatti süllyedésképre. Repnyikov-modell: —————;
 Rugalmas féltér: -----



1. ábra. Rugókkal átszőtt féltér (Repnyikov-modell)

közelednek. Gyakorlati szempontból is fontos, hogy ez a konvergencia igen gyors. Másrészt ez a jelenség fizikai szempontból is igen jelentős. Tudjuk, hogy a rugalmas végtelen féltéren alapuló számításoknál az alaptest szélétől kifelé távolodva a süllyedések lecsengése igen lassú, ami ellentétben áll a tapasztalattal. Ezzel szemben a Repnyikov-modell esetében az alap szélétől kifelé távolodva a süllyedések gyors csökkenése figyelhető meg, ami jó megegyezést mutat a tapasztalatokkal. Ezt a jelenséget két számpéldán — két E_0 , K párra a 2b. ábra mutatja. Mivel a terhelés alatti süllyedések a Repnyikov-modellnél természetesen különböznek, azért az összehasonlíthatóság végett úgy választottuk meg a terheléseket, hogy a maximális süllyedések megegyezzenek. Összevetés céljából itt is felvettük a tisztán rugalmas félsíkra adódó süllyedési görbét, amelyet önkényesen közös pontból indítunk.

Továbbá előnyös tulajdonsága az általunk javasolt modellnek, hogy míg a klasszikus modelleknél alkalmazott paraméterek nem kellőképpen tükrözik a talaj tényleges tulajdonságait, addig az új talajmodellel a tényleges talajparaméterek jobban közelíthetők. (Pl. mélységgel változó alakváltozási modulus számításba vétele.)

Ezeknek a lehetőségeknek a kidolgozásához nyújtanak segítséget azok a modellek közötti kapcsolatok, melyeket a 3. fejezetben mutatunk be.

2. Kombinált talajmodellre helyezett, keresztírányban merevnek tekintett lemez (gerenda) vizsgálata

2.1. Az alkalmazhatóság feltételei, az eljárás érvényességi körének behatárolása

A modell elvi alapjait és az erre épülő síkbeli rugalmassági problémát feltételező eljárást a [2] cikk mutatja be. Az ottani feltételezés azt jelenti, hogy az alaptest hossztengeleyén átmenő függőleges síkban síkbeli alakváltozást tételezünk fel. Ennek a nagyfokú egyszerűsítésnek több ismert oka van. Mindenesetre nagy alapszélesség esetében a feltételezés gyakorlati szempontból nem áll messze a valóságtól és ezzel a nemzetközi szakirodalomban közöltek szerint a biztonság javára teszünk elhanyagolást.

A modell továbbfejlesztésének irányát a gyakorlatban felvetődő problémák szabták meg. Rendszeresen találkozunk a hazai gyakorlatban $2a/2b = 3/1$ -nél nagyobb oldalarányú ún. sávházzal. Ezen épületek sicalapozásánál a talajban síkbeli rugalmas állapot feltételezése már indokolatlan, és a nemzetközi szakirodalom alapján megállapítható, hogy lényeges túlméretezéshez vezet. Függetlenül attól, hogy az eltérés a biztonság javára szolgál, a síkbeli modell használata elvileg indokolatlan. Ezt a jelenséget a Repnyikov-féle modell esetében később konkrét példán mutatjuk be. Mivel célunk az, hogy javasoljunk a hazai gyakorlat számára egy, a valóságot jobban közelítő és az eddigieknél gazdaságosabb tervezés lehetőségét biztosító talajmodellt, azért szükségesnek mutatkozott az eljárás kidolgozása — az alapok hosszában — térbeli feszültségállapotot előidéző sávházakra.

Hangsúlyozzuk, hogy a térbeli rugalmassági feladat megoldásánál keresztírányban merev alaptestet vizsgálunk. E feltétel teljesülését elősegíti, hogy a nagypaneles lakóépületek harántfalas rendszerűek.

Mindemellett szükséges, hogy a fenti követelmények teljesítése érdekében az előregyártott sicalapok méreteinek megválasztása oly módon történjék, hogy a nagypanelek csatlakozási helye minél távolabb essék az előregyártott sávalapelemek csatlakozási helyétől.

További feltétel, hogy az alapgerenda tehetetlenségi nyomatéka állandó legyen. Így lehetőség van a Gorbunov-Poszadov-féle félanalitikus eljárás alkalmazására.

Tapasztalatunk szerint gyakran előfordul, hogy olyan nagy „merevségű” alapokat terveznek, amelyek számítására a rugalmas tartó, illetve gerenda elmélete nem alkalmazható. Ezért mérőszámot adunk a gerendaalap ún. relatív merevségére, amit t -vel jelölünk:

$$t = \frac{\pi E_0 a^3 b}{2(1 - \nu_0^2) E_b I} . \quad (2.1)$$

Itt E_0, ν_0 a talaj klasszikus rugalmasságtani paraméterei, $E_b I$ a gerenda merevségi jellemzője, $2a$ a hosszabb, $2b$ a rövidebb oldal mérete. Ha a $t < 1$ egyenlőtlenség teljesül, akkor a gerenda hosszirányban abszolút merevnek tekintendő. Az általunk kidolgozott eljárás ilyen hosszirányban abszolút merevnek tekintett gerendára nem alkalmazható. Erre az esetre a következő eljárást javasoljuk. Legyen a merev alaptest hosszabbik mérete $2a$, a rövidebb $2b$, az egyenletesen megoszló terhelés p . A modell jellegéből következik, hogy a merev alap esetében a p terhelés — egyelőre ismeretlen — λ -szorosa, $0 \leq \lambda \leq 1$ jut a Winkler-féle ágyazati elemre, $(1 - \lambda)$ szorosa pedig a rugalmas féltérre.

A rugalmas féltér süllyedését az

$$y_E = \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} \Omega 2b (1 - \lambda) p$$

képletből kapjuk, ahol Ω egy, az a/b aránytól függő szorzó. A Winkler-féle komponens süllyedése definíció szerint:

$$y_K = \frac{\lambda p}{K}.$$

A két süllyedésnek meg kell egyeznie egymással; ebből λ meghatározható:

$$\lambda = \frac{1}{1 + \frac{E_0}{K\Omega(1 - \nu_0^2)2b}}.$$

Ezután számítható az alaptest igénybevétele. A Winkler-féle komponensre jutó λp terhelés egyenletes talpfeszültséget hoz létre, tehát ebből a részből igénybevétel nem származik.

Nyomatékok csak a rugalmas féltér esetében keletkeznek. Erre az esetre vonatkozólag a talpfeszültség és nyomaték számítása jól ismert, csak jelen modellünk sajátossága miatt most $(1 - \lambda)p$ csökkentett külső terheléssel kell számolni.

2.2. A számítási eljárás leírása

Legyen a gerenda hossza: $2a$ és szélessége: $2b$. Szokás szerint használjuk az $x = X/a$; $y = Y/b$ dimenzió nélküli koordinátákat. A fentiekben előírt feltételeknek megfelelően a gerenda y irányban merev, tehát ebben az irányban a süllyedéskülönbségek elhanyagolhatók.

Emlékeztetünk rá, hogy az alaptest alatt kialakuló talpfeszültség minden pontban két részre bontható: a rugalmas féltérkomponensre, ill. a Winkler-féle

komponensre jutó részre. A megoszlás aránya a hely és a talajparaméterek függvénye, és a megoldás során ismeretlen.

Legyen $p(x, y)$ kétváltozós függvény az ismeretlen talpfeszültség. Mivel y irányban az alapgerenda teljesen merev, azért a

$$p(x) = b \int_{-1}^1 p(x, y) dy$$

képlettel áttérhetünk egyváltozós talpfeszültségfüggvényre. Megfordítva, $p(x, y)$ származtatható $p(x)$ -ből a következő módon:

$$p(x, y) = \frac{p(x)}{\pi b \sqrt{1 - y^2}},$$

ami összhangban van a keresztirányban merev sávalap alatti feszültségekre vonatkozó ismert képlettel. Ezután keressük az ismeretlen talpfeszültséget a következő egyváltozós polinom formájában:

$$p(x) = \sum_{i=0}^{10} b_i x^i. \quad (2.2)$$

Ez összhangban áll GORBUNOV-POSZADOV eredményével, amely azt állítja, hogy a talpfeszültség hatványsorát — a gyakorlati pontosságot szem előtt tartva — elegendő 10-ed, esetleg 12-edfokú polinomig bezárólag figyelembe venni. Szerepelnek a sorfejtésben a páratlan fokszámú tagok is, lehetővé téve az aszimmetrikus terhelés és az ebből keletkező ferdülések figyelembevételét, ill. számítását.

A talpfeszültségnek a rugalmas féltér-komponensre jutó részét jelöljük a_i ismeretlen együtthatós polinommal:

$$q^E(x) = \sum_{i=0}^{10} a_i x^i. \quad (2.3)$$

Így $q^K = p - q^E$ jut a Winkler-féle komponensre. Legyen a terhelés megadva szintén egyváltozós — tehát y irányban összegzett — 10-edfokú polinom alakjában:

$$F(x) = \sum_{i=0}^{10} F_i x^i. \quad (2.4a)$$

Legyenek ismertek a következő paraméterek:

$$\begin{aligned} E_b I &= \text{a gerenda merevsége,} \\ E_0, \nu_0, K &= \text{a talajmodell paraméterei,} \\ F_i &= \text{a terheléspolinom együtthatói,} \\ 2a &= \text{a gerenda hossza.} \end{aligned} \quad (2.4b)$$

Az F_i terhelésegységütthatók és az ismeretlen b_i talpfeszültség-együtthatók segítségével felírható a gerenda relatív behajlása, amelyet a páros és a páratlan fokszámú tagokból származó részt szétválasztva célszerű rendezni:

$$\begin{aligned}
 y - y_0 = & -\frac{a^4}{E_b I} \left[\frac{M_0^2}{2a^2} x^2 + \frac{b_0 - F_0}{24} x^4 + \frac{b_2 - F_2}{360} x^6 + \frac{b_4 - F_4}{1680} x^8 + \right. \\
 & + \frac{b_6 - F_6}{5040} x^{10} + \frac{b_8 - F_8}{11\,880} x^{12} + \frac{b_{10} - F_{10}}{24\,024} x^{14} - \frac{E_b I}{a^3} \operatorname{tg} \varphi_0 x + \\
 & + \frac{Q_0}{6a} x^3 + \frac{b_1 - F_1}{120} x^5 + \frac{b_3 - F_3}{840} x^7 + \frac{b_5 - F_5}{3024} x^9 + \\
 & \left. + \frac{b_7 - F_7}{7920} x^{11} + \frac{b_9 - F_9}{17\,160} x^{13} \right], \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

ahol y_0 = a gerenda középpontjának elmozdulása,

φ_0 = a gerenda elfordulása szöge a gerenda középpontjában

M_0 = a gerenda középpontjában ébredő nyomaték, melyre

$$M_0 = -a^2 \left[\frac{b_0 - F_0}{2} + \frac{b_2 - F_2}{4} + \frac{b_4 - F_4}{6} + \frac{b_6 - F_6}{8} + \frac{b_8 - F_8}{10} + \frac{b_{10} - F_{10}}{12} \right]. \quad (2.6)$$

Q_0 = a gerenda középpontjában ható nyíróerő, melyre

$$Q_0 = -a \left[\frac{b_1 - F_1}{2} + \frac{b_3 - F_3}{4} + \frac{b_5 - F_5}{6} + \frac{b_7 - F_7}{8} + \frac{b_9 - F_9}{12} \right]. \quad (2.7)$$

Az y_0 , φ_0 mennyiségek ismeretlenek.

A talaj süllyedését, mivel a két ágyazati komponens süllyedésének meg kell egyeznie egymással, megkaphatjuk a (2.3) formula szerinti alakban felvett, a rugalmas feltér-komponensre jutó talpfeszültség-rész figyelembevételével a Boussinesque-formulának a gerenda felületére való integrálásával. Az y irányú merevség itt is egyszerűsítést eredményez, és a süllyedésfüggvény sorfejtéséből ismét 10-edfokú polinomot meghagyva, az $\omega(x) = \omega_0(x) + \omega_1(x)$ páros-páratlan felbontásra az

$$\omega_0(x) = \frac{2(1 - \nu_0^2)}{\pi E_0} \sum_{u=0}^5 \left(\sum_{\substack{i=0 \\ i \neq u}}^5 \frac{a_{2i}}{2i - 2u} + (\ln 4\alpha - d_{2u}) a_{2u} \right) x^{2u}, \quad (2.8)$$

illetve

$$\omega_1(x) = \frac{2(1 - \nu_0^2)}{\pi E_0} \sum_{u=0}^4 \left(\sum_{\substack{i=0 \\ i \neq u}}^4 \frac{a_{2i+1}}{2i - 2u} + (\ln 4\alpha - d_{2u+1}) a_{2u+1} \right) x^{2u+1}$$

képletet kapjuk, ahol

$$d_u = \sum_{s=1}^u \frac{1}{s}; \quad \alpha = \frac{a}{b}.$$

A síkbeli rugalmassági feladattól eltérően itt abszolút elmozdulásokat kapunk, ezért további feltételek előírása nélkül számítható a lemez deformációjánál ismeretlenként szerepelt y_0 és φ_0 elmozdulás, illetve elfordulás értéke:

$$\begin{aligned} y_0 &= \frac{2(1 - \nu_0^2)}{\pi a E_0} \left(\sum_{i=1}^5 \frac{a_{2i}}{2i} + a_0 \ln 4\alpha \right), \\ \tan \varphi_0 &= \frac{2(1 - \nu_0^2)}{\pi a E_0} \left(\sum_{i=1}^4 \frac{a_{2i+1}}{2i} + a_1 (\ln 4\alpha - 1) \right). \end{aligned} \quad (2.9)$$

A (2.8) formulából adódó $\omega = \omega_0 + \omega_1$ süllyedésfüggvénynek meg kell egyeznie a Winkler-féle ágyazat süllyedéseivel, amit az erre a komponensre jutó $q^K = p - q^E$ feszültség idéz elő. Itt megemlítendő, hogy a polinomos kezelés relatív egyszerűsége és jó áttekinthetősége azzal a hátránnyal jár, hogy az ágyazati komponensek süllyedésének megegyezését csak az alaptest alatt tudjuk biztosítani. Ebben az irányban egy általánosabb modell segítségével lehet tovább lépni, amiről jelen cikkben nem szólunk. Tehát a Winkler-féle ágyazatra vonatkozólag:

$$q^K = -K\omega.$$

Ide (2.8)-ból behelyettesítve az ω süllyedést, megkapjuk q^K értékét az ismeretlen a_i együtthatókkal kifejezve. Mivel

$$p = q^E + q^K, \quad (2.10)$$

és a q^E, q^K feszültségfüggvények együtthatói az a_i ismeretlenek függvényei, azért a b_i, p -együtthatók is kifejezhetők az a_i ismeretlenekkel. Így minden ismeretlent az a_i együtthatókkal fejezhetünk ki. Elegendő tehát az a_i értékek meghatározása. Ehhez 11 egyenletre van szükségünk.

Tegyük egyenlővé a gerenda (2.5) alatti relatív elmozdulásait a talajfelszín (2.8) szerinti süllyedésével. A (2.5)-ben határozatlan zérus- és elsőfokú tagoktól eltekintve az

$$y - y_0 = \omega - \omega^0 \quad (\omega^0, \text{ az } \omega \text{ zérusfokú tagja}) \quad (2.11)$$

egyenlőség az egyenlő foksámú hatványok együtthatóinak összevetéséből 9 egyenletet ad. A (2.5)-ben szereplő M_0 és Q_0 értékek (2.6) és (2.7) szerint, a b_i értékek pedig (2.10) szerint fejezhetők ki az a_i értékekkel. A további két

egyenletet a gerenda statikai egyensúlyának feltételeiből kapjuk. A függőleges erők egyensúlyából

$$\int_{-1}^1 p(x) dx = \int_{-1}^1 F(x) dx \quad (2.12)$$

adódik, ahol $p(x)$ (2.10) szerint az a_i értékek függvénye. A nyomatéki egyensúlyból pedig

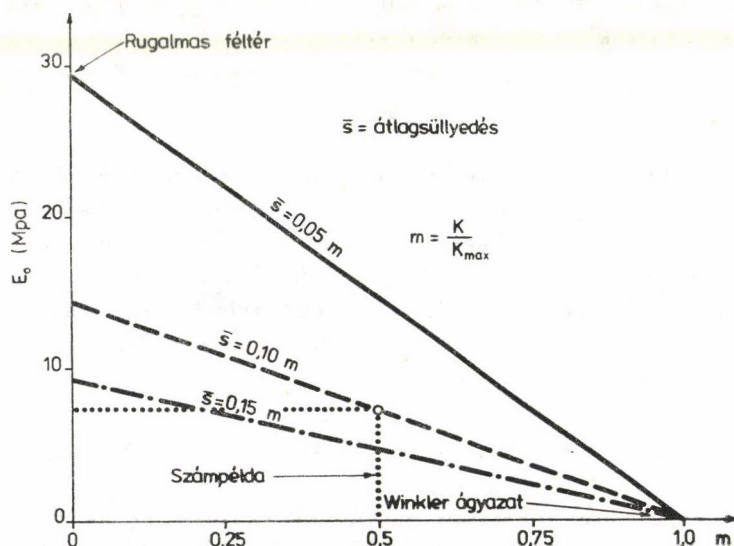
$$\int_{-1}^1 x p(x) dx = \int_{-1}^1 x F(x) dx. \quad (2.13)$$

Végeredményben tehát (2.11), (2.12) és (2.13) szolgáltatja a szükséges 11 egyenletet. Megjegyezzük, hogy, mivel a pároxs x -hatványok együttthatóiban csak páros indexű a_i együttthatók, a páratlan x -hatványoknál pedig csak páratlan indexűek szerepelnek, a rendszer egy 6 és egy 5 ismeretlenes rendszerre esik szét. Ez megkönnyíti az asztali számológépes megoldást.

Az a_i együttthatók meghatározása után a képleteken visszafelé haladva kapható meg minden kívánt ismeretlen.

2.3. A bemutatott eljárás alkalmazása

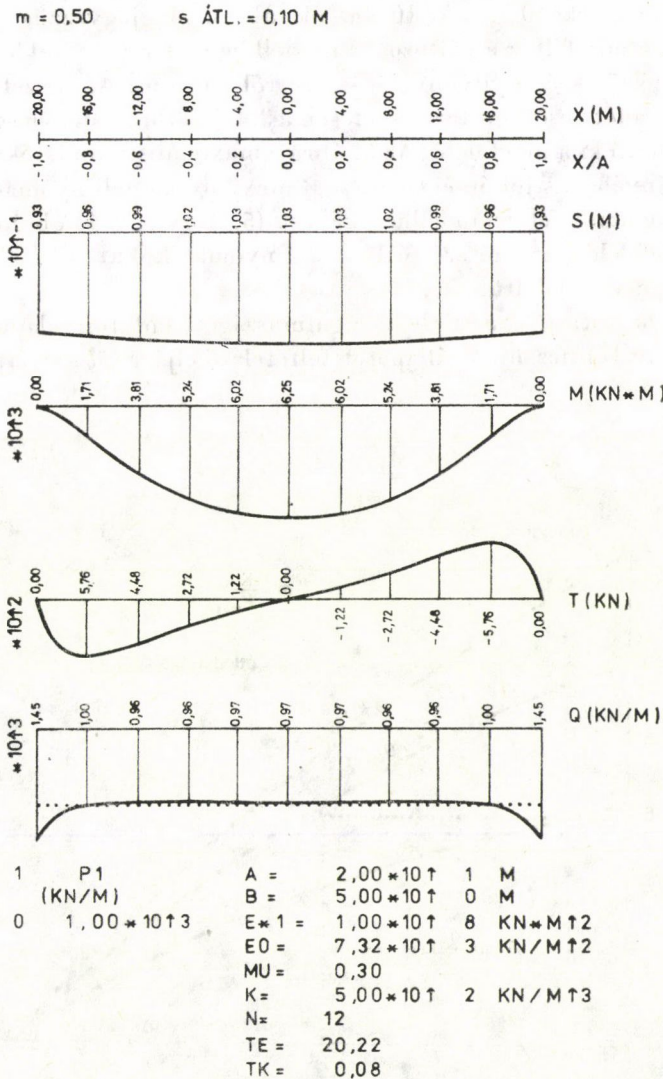
A számítógépre készült program bemenő paraméterei a (2.4b) alatt találhatóak. A terhelési polinom előállítása a programfuttatást megelőző feladat, amelyet a terhelés ismeretében például a legkisebb négyzetek módszerével végezhetünk el.



3. ábra

A program minden futásnál rajzot készít, ami tartalmazza a süllyedés, a nyomaték, a nyíróerő és végül a talpfeszültség eloszlásának görbéjét. A talpfeszültséggel egy ábrán pontozott vonal jelöli a terheléspolinom görbéjét.

A térbeli feszültségállapotot figyelembe vevő programmal kapott eredményeket 40 m hosszú és 10 m széles alaptestre mutatjuk be, melynek a tehetlenségi nyomatéka $10^8 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ és az egyenletesnek feltételezett terhelés $F_0 = 10^3 \text{ kN/m}$.

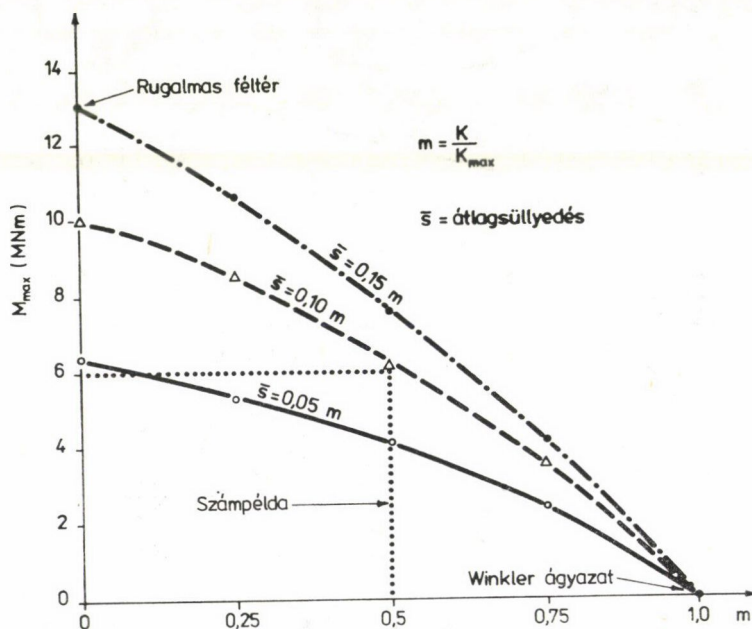


4. ábra

A modellparaméterek — E_0 és K — adott átlagsüllyedés esetében, gyakorlati példáról lévén szó, ismertek. Ezért az átlag süllyedési értékek egyenesen helyezkednek el. (Lásd később a (3.1) formulát.) Ez a megállapítás korlátozott érvényű, ami a teljesen merev alap esetére mutatott eljárásnál adódó süllyedésformulából következik. (A Poisson-tényezőt 0,3-ban rögzítettük.) Jelöljük a $K/K_{\max}$ értéket m -mel, ekkor három különböző átlagsüllyedés esetében az említett egyeneseket a 3. ábra mutatja.

Megjegyezzük, hogy $K = K_{\max}$ érték esetében tiszta Winkler-féle ágyazattal van dolgunk. A 4. ábra mutatja a számítási eredményeket arra az esetre, amikor az m értéke 0,5, $\bar{s} = 10$ cm (4. ábra). Megjegyezzük, hogy $m = 0$ esetében rugalmas féltérre változott a modell, $m = 1$ -re, a Winkler-ágyazatnak megfelelő szélső — és nyilvánvaló — esetről van szó. Az összetartozó E_0 , K párok közül adott esetben természetesen a 3. fejezetben leírt vizsgálatok alapján választható ki a megfelelő. Az 5. ábra a maximális nyomatékokat mutatja az m függvényében, s jól érzékelhető a Repnyikov modell nyomatécsökkentő hatása a rugalmas féltérmodellhez képest (5. ábra). A 4. ábrán bemutatott esetnek megfelelő paraméterértékeket és nyomatékokat a 3., ill. az 5. ábrán pontozott vonallal jelöltük be.

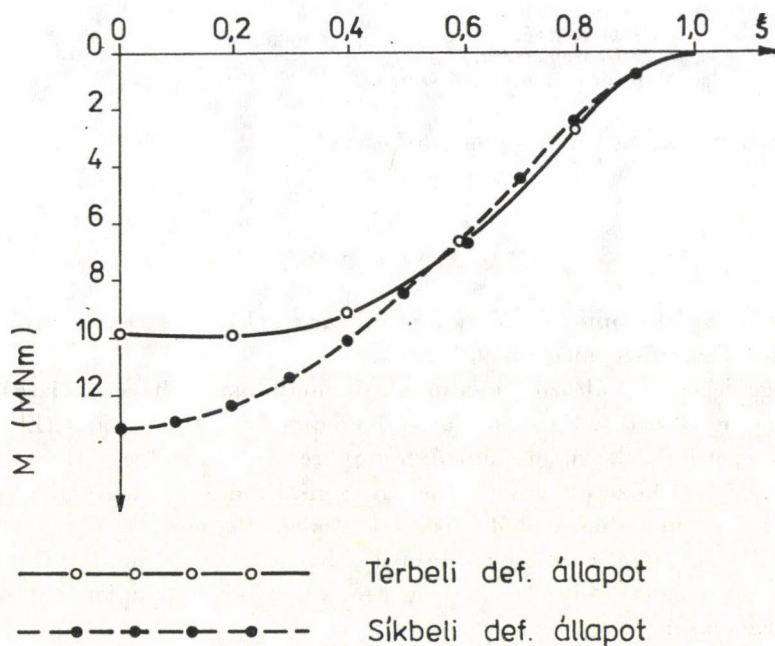
Most bemutatjuk a síkbeli rugalmassági feladaton alapuló számítási eljárást és a térbeli feszültségállapotot feltételező eljárás összevetését egy 1 : 3



5. ábra

oldalarányú alaptestre vonatkozólag. Mint említettük, ennél az aránynál rugalmas feltér esetében elvileg indokolatlan a síkbeli probléma feltételezése, és az irodalom szerint az igénybevételek túlbecsléséhez vezet. Ez, ha kisebb mértékben is — a Winkler-féle komponens hatása miatt —, de a Repnyikov-féle modellnél szintén érvényes. A 6. ábra $m = 0,25$ érték mellett mutatja a síkbeli, ill. a térbeli problémánál adódó igénybevételeket, jól szemléltetve a térbeli feszültségállapotról történt áttérés szükségességét.

Az 1. és 2. fejezetben az Irodalom rovatban [1], [2], [3], [4] alatt említett tanulmányokra támaszkodtunk.



6. ábra

3. A modell fizikai háttérének további vizsgálata a modell-paraméterek meghatározása céljából

3.1. Analógiák a Repnyikov-modell és a mélységgel változó rugalmassági modulusú féltér között

A megelőző fejezetben a számítási módszer alapjául választott Repnyikov-modell fizikai háttérének jobb megvilágításához és a modell-paraméterek meghatározásához is nagy segítséget nyújtanak azok a kapcsolatok, amelyek

a Repnyikov-modell és a változó rugalmassági modulusú félterek között állnak fenn.

Amint ismeretes, a Repnyikov-modell egy konstans rugalmassági modulusú rugalmas féltér és egy ún. Winkler-féle rugós ágyazat párhuzamosan kapcsolt együttese. A párhuzamos kapcsolás szóhasználatot indokolja például a merev lemezre felírható süllyedésfüggvény [2]:

$$y = \frac{1}{K + \frac{E_0}{1 - \nu_0^2} \Omega} p \quad (3.1)$$

ahol y = a süllyedés,
 p = a megoszló terhelés,
 ν_0 = a Poisson-tényező,
 E_0, K = a modell-paraméterek,
 Ω = az alap formájától függő szorzó.

A (3.1) képlet a következőképpen írható át:

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{y(K)} + \frac{1}{y(E_0)}. \quad (3.2)$$

Ez mutatja az elektromos analógia jogosultságát. (Erre a BARVASOVTól [5], [6] származó felismerésre még visszatérünk.)

Függőlegesen változó rugalmassági modulusú félterek vizsgálatával KLEIN [7] foglalkozott. Egészen alapvető eredményeket adott az $E(Z) = E_n Z^n$ függvény szerint változó modulusú félterekre vonatkozólag. Itt n értéke a talajoknál 0 és 2 közé esik. A problémát igen általánosan, a rugalmasságtani alapegyenletek megoldása felől közelítette meg. Megmutatta, hogy az $E_n Z^n$ szerint változó rugalmassági modulusú féltérben — P pontszerű terhelés esetében — megadható a feszültségekre vonatkozó egyenletrendszer zárt alakú megoldása:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \frac{AP z^A}{2\pi R^{A+2}}, & \sigma_r &= \frac{AP z^{A-2} r^2}{2\pi R^{A+2}}, \\ \sigma_\theta &= 0, & \tau_{rz} &= \frac{AP z^{A-2} r}{2\pi R^{A+1}}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

ahol r és z hengerkoordináták, míg $R = \sqrt{r^2 + z^2}$. A (3.3) formulák az alakváltozások folytonosságát kifejező egyenleteket csak a következő A -ra, ν_0 -ra és n -re vonatkozó feltételek mellett elégítik ki:

$$A = n + 3 \quad \text{és} \quad \nu_0 = \frac{1}{2 + n}, \quad (3.4)$$

vagy

$$A = n + 2 \quad \text{és} \quad \nu_0 = \frac{1}{1 + n}.$$

Tehát adott n és Poisson-tényező mellett A értéke (3.4) szerint rögzített, továbbá n és ν_0 sem függetlenek egymástól. Ez azt jelenti, hogy a (3.3) egzakt képletek csak a (3.4) által megszabott esetekben érvényesek.

A (3.3) formulából az ismert módon számítható a süllyedés minden tetszőleges z_0 mélységben:

$$y = \int_{-\infty}^{z_0} e(z) dz = \int_{-\infty}^{z_0} \frac{1}{E(z)} [\sigma_z + \nu_0 \sigma_r] dz + F(r). \quad (3.5)$$

A felszín süllyedése $F(r) = 0$ -val és $z_0 = 0$ -nál adódik. A (3.3) és a (3.5)-ből kapható képletek az $n = 0$ esethez tartozó homogén rugalmas féltérre vonatkozó jól ismert Boussinesque-féle képletek általánosításai az $n \neq 0$ esetre.

A (3.5) pontszerű terhelésre vonatkozó süllyedésfüggvényből a süllyedésfüggvény a síkbeli feszültségállapot esetére megoszló terhelés esetében egy végtelen sávra vonatkozó integrállal számítható (7. ábra), míg a $2a$, $2b$ oldal-élű téglalpra való integrálással a térbeli feszültségállapothoz és megoszló terheléshez tartozó süllyedésfüggvény kapható (8. ábra).

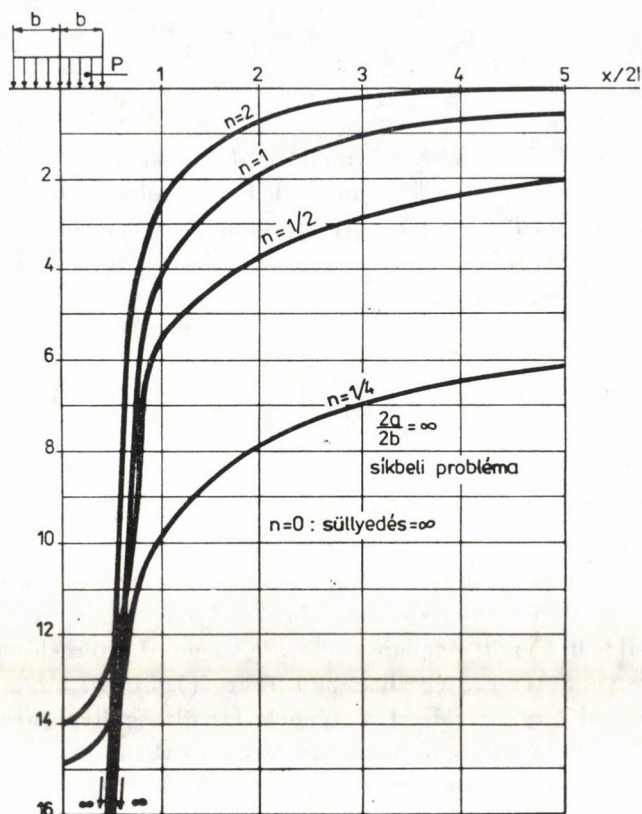
Kiemeljük a következőket:

- térbeli feszültségállapot esetében az $n \geq 1$ esetben a terhelt felület alatt ∞ -süllyedések adódnak;
- síkbeli feszültségállapot esetében csak az $n = 0$ (homogén féltér) esetben van a süllyedéseknek szingularitása;
- mindkét esetben az n növekedésével erősödik a felszíni süllyedések lecsengése a terhelt felülettől való távolodás folyamán.

A térbeli esetnél adódó szingularitások természetesen megszűnnek, ha a rugalmassági modulus a felszínen nem zérus. Azonban ezekre az esetekre hasonlóan általános analitikus eljárás nem ismert. Ezért KLEIN a következő kézenfekvő közelítést javasolja. Legyen a féltér rugalmassági modulusát leíró függvény

$$E(Z) = E_0 + E_1 Z, \quad (3.6)$$

ahol az E_1 dimenziója $[\text{kN/m}^3]$; Z dimenziója pedig $[\text{m}]$. Tételezzük fel, hogy valamely E_0 modulusú rugalmas féltér és valamely $E_1 Z$ lineárisan változó modulusú féltér párhuzamos kapcsolásáról van szó. Ekkor adott terhelés



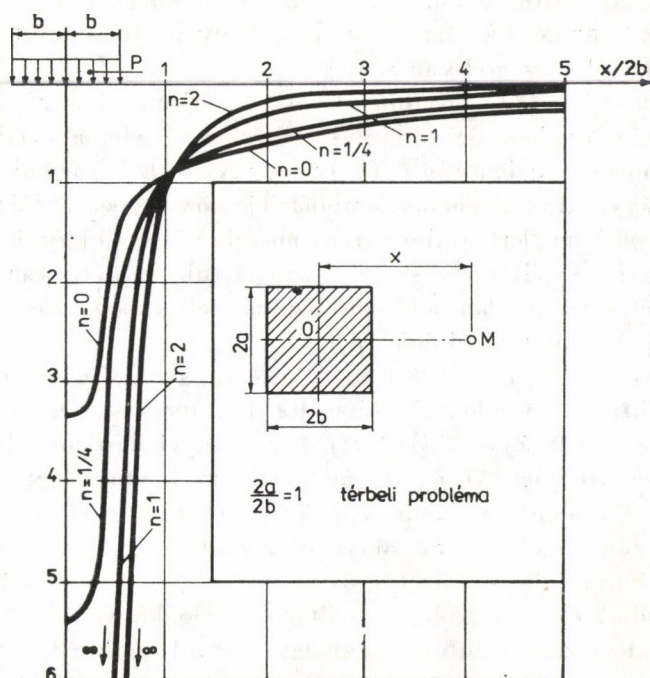
7. ábra

esetében az y süllyedés a komponensek süllyedéseiből a következőképpen számítható:

$$y(X) = \frac{1}{\frac{1}{y_0(X)} + \frac{1}{y_1(X)}}. \quad (3.7)$$

Ez a közelítés a fentiek alapján előállítható. A közelítő jelleg abban áll, hogy itt nem párhuzamos kapcsolásról, hanem olyan együttműködésről van szó, ahol az elemek süllyedése minden pontban megegyezik. A (3.7) képlet alkalmazásával tehát elhanyagoljuk a két féltér közötti belső kapcsolatokat, azaz valójában csökkentett merevséggel dolgozunk. Ez azonban a tervezendő alaptest igénybevételei szempontjából mindenesetre a biztonság javára okoz eltérést.

Többek között KLEIN munkáira támaszkodva BARVASOV végzett kutatásokat a talajmodellek közti kapcsolatok feltárására [5], [6]. A következőkből



8. ábra

indul ki. Legyen a talajmodell egy Π -tartományon valamely $p(x, y)$ megoszló terhelésnek alávetve. Ha van olyan $J(r)$ függvény ($r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$), hogy tetszőleges (x, y) pontban a felszínsüllyedés

$$y(x, y) = \iint_{\Pi} p(\xi, \eta) J(r) d\xi \cdot d\eta \quad (3.8)$$

alakban állítható elő, akkor a J függvényt az adott talajmodell *magfüggvényé*-nek nevezzük. BARVASOV a kombinált talajmodellek magfüggvényeit vizsgálva kimutatta, hogy azok a párhuzamosan, illetve szorosan kapcsolt elemek magfüggvényeiből egyszerűen származtathatók — a már érzékeltetett elektromos analógián keresztül. Ilyen módon sikerült előállítani a Repnyikov-modell magfüggvényét is.

A modellek magfüggvényeinek vizsgálatával a kombinált modellek és a függőlegesen változó rugalmassági modulusú félterek között érdekes párhuzamok találhatók.

- Egyszerűen kimutatható, hogy a K ágyazási tényezőjű Winkler-ágyazat és egy $E(Z) = E_1 Z$ függvénnyel leírt rugalmas féltér a $K = 2E_1/3$ összefüggés és $\nu_0 = 0,5$ mellett ekvivalens; magfüggvényük egybeesik. $E_1 Z$ -vel lineárisan növekvő modulusú féltér KLEIN

nyomán állítható elő. Ezt az alapvető eredményt eltérő úton kapta meg GIBSON [8]. Hangsúlyozzuk, hogy itt térfogatállandó — $\nu_0 = 0,5$ — anyagról van szó.

Ezek után a (3.6) formulával leírt lineárisan növekvő, nem zérustól induló rugalmassági modulusú féltér, az ott elmondottak szerint egy homogén rugalmas féltér (E_0) és egy $K = 2E_1/3$ rugóállandójú Winkler-ágyazat párhuzamos kombinációja közelítésének tekinthető. Tehát $\nu_0 = 0,5$ mellett a Repnyikov-modell közel áll egy $E = E_0 + E_1Z$ modulusú féltérhez, s mint azt láttuk, a párhuzamos kapcsolás feltételezése, tehát a Repnyikov-modell alkalmazása a biztonság irányába mutató eltérést jelent.

- PLEVAKO [9] nemlineárisan változó rugalmassági modulusú féltérek analitikus megoldásait vizsgálta harmonikus függvények segítségével. Az $E(Z) = E_0(1 + cz)^\beta$ függvénnyel leírt modulusú rugalmas féltérekre vonatkozó vizsgálatainál azt kapta, hogy a β kitevő és a ν_0 Poisson-tényező speciális összetartozó értékeinél a rugalmassági feladat megoldása zárt alakban megadható. A legegyszerűbb — és a gyakorlat számára is fontos — eset a $\beta = 2$, $\nu_0 = 0,25$ értékeknél adódik. Erre az értékpárra PLEVAKO előállította a féltérnek az előzőekben már említett magfüggvényét. Ezt az elméleti eredményt felhasználva BARVASOV megmutatta, hogy $\nu_0 = 0,25$ esetében a Repnyikov-modell általa előállított magfüggvénye gyakorlati szempontból tökéletes egybeesést mutat egy $E(Z) = E_0(1 + CZ)^2$ modulusú féltér magfüggvényével, ha csak a $c = 0,84 K/E_0$ egyenlőség fennáll. Ezzel analógiát kaptunk a Repnyikov-féle modell és változó modulusú rugalmas féltér között $\nu_0 \neq 0,5$ esetére is. Ez mind elméleti, mind gyakorlati szempontból igen fontos eredmény, amely további lehetőséget ad a Repnyikov-modell paramétereinek laboratóriumi meghatározásához.

Hangsúlyozzuk, hogy a Repnyikov-modell paramétereinek pontosabb meghatározásához szükség lenne különböző mélységben elhelyezett nagyméretű lemezek próbaterhelésére. A paraméterek meghatározásához jól használható értékeket adnak:

- a már elkészült lakóépületek terhelés- és süllyedésvizsgálatának eredményeiből való visszaszámítás, valamint
- a tárgyalt modellanalógiák alapján végrehajtott laboratóriumi kísérletek.

A bemutatott Repnyikov-modell és a változó rugalmassági modulusú féltérek közötti párhuzam lehetőséget nyújt arra, hogy valamely adott *talaj rugalmassági modulusának mélység szerinti változását ismerve, jó közelítéssel meghatározzuk a Repnyikov-modell paramétereit.*

IRODALOM

1. REPNYIKOV, L. N.: Raszcszet balok na uprugom osznovanyii, objegyinajajuscsem deformativnue szvojsztva osznovanyija Winklera i linejno deformirujemoj szredü. *Osznovanyia, Fundamentü i Mechanika Gruntov* 1967/6
2. MARCZAL L.—JANCSEZ S.—SOLTÉSZ P.: A rugalmas féltér és a Winkler-ágyazat kombinációján alapuló számítási eljárás alapperendák méretezésére. *Mélyéptéstudományi Szemle* 29 (1972), 2
3. GORBUNOV-POZADOV, M. T.—MALIKOVA, T. A.: Raszcszet konsztrukcij na uprugom osznovanyii. Moszkva, Sztrojizdat, 1973
4. ZSEMOCSKIN, B. N.—SZINYICIN, A. P.: Praktyicseszkie metodi raszcszeta fundamentnüh balok i plit na uprugom osznovanyii. Moszkva, Gossztrojizdat, 1962
5. BARVASOV, V. A.: Kombinorovannüe modeli gruntovova osznovanyia. *Osznovanyia, fundamentü i mechanika gruntov* (1976), 1
6. BARVASOV, V. A.: K raszcszetu oszadok gruntovüh osznoványij, predsztavlenñüh razlicsnümi modelami. *Osznovanyia, fundamentü i mechanika gruntov* (1977), 4
7. KLEIN, G. K.: Ucset nyeodnorodnoszty, razrűvnosztyi deformacii i drugih mehanicseszkih szvojsztv grunta pri raszcszete szooruzsenij na szlozsnom osznovanyii. *Szbornyik trudov MISZI* (1956), No 14
8. GIBSON, R. E.: Some Results Concerning Displacement and Stresses in a Non-Homogeneous Elastic Half-Space. *Geotechnique*, 17 (1967)
9. PLEVAKO, V. P.: O vozmoznsztyi iszpolzovanyia garmonicseszkih funkcij pri resenyii zadacs teorii uprugosztyi nyeodnorodnüh szred, Prikladnaja matematika i mechanika. 36 (1972)

Application of a New Combined Ground Model for Analysing Spread Foundations by Taking the Stress Distribution into Account. A new ground model and a calculation method based thereon are presented for the dimensioning of the spread foundations of large-size panel buildings. The significant properties of the model are described and the authors arrive to the conclusion that the new model, compared to those applied as yet, as the elastic half-space or Winkler's subgrade coefficient method, may be considered as a better approximation of the reality. By calculations applied to actual instances is proved that the use of the dimensioning method based on the combined ground model yields much lower values for the stresses in the basement and for the differences in the settlements. Eventually, with the view of a better understanding of the physical background and of the determination by a laboratory procedure of the parameters of the combined ground model, interesting analogies are pointed out between the new model and the half-spaces having vertically varying moduli of elasticity.

Anwendung eines kombinierten Bodenmodells zur Untersuchung Flachfundamente unter Berücksichtigung des räumlichen Spannungszustandes. Behandelt wird ein neues Bodenmodell und auf demselben basierendes Rechnungsverfahren zur Bemessung der Fundamente von Großtafelgebäuden. Die wesentlichen Eigenschaften des Modells sind vorgeführt woraus die Autoren die Folgerung ziehen, daß das behandelte Modell im Vergleich mit denselben, die bisher benutzt wurden, wie das Modell des elastischen Halbraums, bzw. der Winklerschen Bettungsziffer, für eine bessere Näherung der Wirklichkeit betrachtet werden kann. Sie beweisen mit auf in der Praxis vorkommende Fälle angewandten Rechnungen, daß man mit Hilfe des auf dem kombinierten Bodenmodells basierenden Bemessungsverfahrens wesentlich kleinere Beanspruchungswerte und Setzungsdifferenzen für das Fundament erhält. Schließlich, um den physischen Hintergrund des kombinierten Bodenmodells klarzustellen und die Parameter desselben mit Laborversuchen zu ermitteln, werden interessante Analogien zwischen dem Modell und den Halbräumen mit senkrecht änderlichen Elastizitätsmodulen vorgeführt.