

NEURONHÁLÓZATOK ÖNSZERVEZŐDÉSÉNEK EGY MATEMATIKAI MODELLJE

ZIMÁNYI JÓZSEF

Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

1. Bevezetés

Az idegrendszer kutatásának egyik alapproblémája annak megmagyarázása, hogy hogyan szerveződik egy hatékonyan működő hálózatba a központi idegrendszerben lévő óriási számú neuron. (Az ember központi idegrendszerében lévő neuronok számát 3×10^{10} -re tehetjük. Egy-egy neuron átlagosan mintegy 10^3 neuronnal van kapcsolatban.) E hálózat pontos megadásához olyan sok információra van szükség, hogy kizártnak tekinthetjük a teljes információ DNS-ben kódolt genetikai átvitelét. Genetikusan csak a hálózat globális vonásai lehetnek meghatározottak. Szükséges tehát feltételezni, hogy a neuronhálózatnak rendkívül hatásos önszerveződő képessége van, aminek révén az eredetileg véletlenszerűen, csak statisztikusan megadott módon kapcsolódó neuronok egy hatékony, koherensen működő hálózattá alakulnak.

A következőkben egy modell-rendszer vizsgálata kapcsán rámutatunk ezen önszerveződés egy lehetséges módjára. A modellünk [2] egymással kölcsönösen gátló kapcsolatban álló neuronokból áll. Az egyes neuronok aktivitását egy egyszerű, általános tanuló elv szabályozza. Megmutatjuk, hogy ez a rendszer, véletlen eloszlásban érkező ingerek hatására bármilyen kezdő állapotból ugyanabba a jól meghatározott állapotba fejlődik.

A modellünkben felírt neuron egyenlet és memória egyenlet a [1]-ben javasolt egyenletekhez hasonló. A neuronhálózatok tárgyalásának bevezető jellegű összefoglalását [6]-ban írtuk le.

2. A modell leírása

Modellünk felállításában a kisagy szerkezetét tartottuk szemünk előtt. A bemenet N darab neuron axonból álló kötegen (1. ábra) érkezik (hasonlóan a kisagy párhuzamos szálakból álló rétegéhez). Egy adott időpontban a szálak egy része aktív, impulzust szállít, míg a többi inaktív.

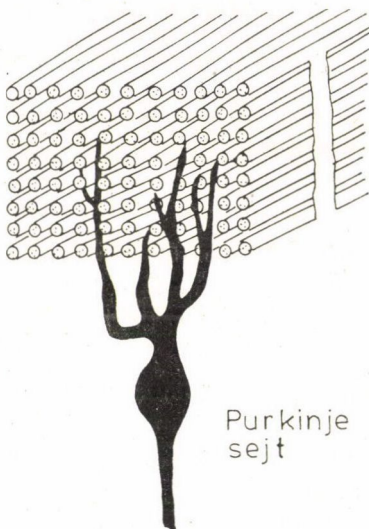
(Egy impulzus hossza körülbelül egy ezred másodperc). Így a párhuzamos szálak kötegének egy metszetében „villogó ábrákat” észlelhetnénk (ez az elrendezés hasonló a független impulzusokat szállító optikai üvegszál köteghez). A párhuzamos szálakat megszámozzuk 1-től N -ig. A t időben a köteg kereszt-

metszetében észlelhető ábrát az $A(t)$ vektorral adjuk meg. Az $A(t)$ elemei a 0 vagy 1 értéket veszik fel aszerint, hogy a megfelelő párhuzamos szál aktív vagy inaktív volt-e a t időpillanatban:

$$A(t) = (a_1(t), a_2(t), \dots, a_N(t)) \quad (1)$$

$$a_i(t) = \begin{cases} 1, & \text{ha az } i\text{-ik szál aktív a } t \text{ időpillanatban,} \\ 0, & \text{ha az } i\text{-ik szál inaktív a } t \text{ időpillanatban.} \end{cases}$$

Párhuzamos szálak



1. ábra. A kisagybeli Purkinje sejt és a párhuzamos szálak kapcsolatának vázlatos képe

Ezek az ábrák jelennek meg a P neuronok bemenetein. (A kisagyban a Purkinje sejtek valóban ilyen ábrákat „figyelnek” dendritjeik segítségével). A bemeneti helyek a párhuzamos szálak és a P neuron dendritje közötti szinapszisok. Minden szinapszishoz egy erősséget rendeltünk. A k -ik párhuzamos szál az i -ik P neuronhoz kapcsoló szinapszis erősségét jelöljük $c_k^{(i)}$ -val. Egy ehhez a szinapszishoz érkező impulzus a P neuron axon dombjának feszültségét $\Delta v^{(i)}$ -vel növeli. A szinapszis erősségét ezzel a potenciál változással definiáljuk:

$$c_k^{(i)} \equiv \Delta v^{(i)}. \quad (2)$$

Az i -ik P neuron gerjeszthetőségét a

$$C^{(i)} = (c_1^{(i)}, c_2^{(i)}, \dots, c_N^{(i)}) \quad (3)$$

érzékenységi vektorral karakterizálhatjuk. Az i index az $i = 1, 2, \dots, M$ értéket veheti fel, ahol is M a P neuronok száma. Természetesen igen sok $c_k^{(i)}$ zérus, mert egy P neuron nem csatlakozik az összes párhuzamos szálhoz.

Egy neuron működését a következő módon írjuk le. A neuron $v^{(i)}(t)$ gerjesztési potenciálja, ha egyéb input nem érkezik, időben exponenciálisan csökken λ csökkenési állandóval. (A gerjesztési potenciált a neuron nyugalmi potenciáljától számíthatjuk.)

A neuron aktívvá válik, ha potenciálja az axon dombon meghaladja az $s^{(i)}$ küszöb értéket. Ekkor a neuron egy τ hosszúságú, nem csökkenő impulzust emittál az axonja mentén. A P neuront gátló típusúnak tekinthetjük, így axonjának minden szinaptikus csatlakozásánál gátló hatást fejt ki (azaz nem növeli, hanem csökkenti a hozzá csatlakozó neuronon potenciálját). Ezt az aktivitást a $w^{(i)}(t)$ függvénnyel írjuk le:

$$w^{(i)}(t) = \begin{cases} 1, & \text{ha } v^{(i)}(t') \geq s^{(i)}, (t-\tau) < t' \leq t, \\ 0, & \text{különben.} \end{cases} \quad (4)$$

A P neuron axonjának szinaptikus kapcsolata van a többi P neuronnal. Egy ilyen kapcsolat erősségét $g_j^{(i)}$ -vel jelöljük; $g_j^{(i)}$ -t azzal a potenciál csökkenéssel definiáljuk, mely az i -ik P neuron jön létre, akkor, amikor a j -ik P neurontól gátló impulzus érkezik.

A fenti diszkusszió alapján a neuron potenciál időbeli változását leíró egyenlet, mely megadja a potenciál $t + \tau$ időben felvett értékét a t időben mérhető adatok segítségével, így írható:

$$v^{(i)}(t + \tau) = \left[(1 - \lambda) v^{(i)}(t) + \sum_{k=1}^N c_k^{(i)}(t) a_k(t) - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M g_j^{(i)} w^{(j)}(t) \right] (1 - w^{(i)}(t)), \quad (5)$$

$$w^{(i)}(t) = \begin{cases} 1, & \text{ha } v^{(i)}(t) \geq s^{(i)}, \\ 0, & \text{ha } v^{(i)}(t) < s^{(i)}, \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, M.$$

Ezek az egyenletek a *neuron egyenletek*. Azt mutatják, hogy a neuron potenciál a $t + \tau$ időben úgy kapható meg, hogy a t időbeli potenciálból levonunk egy kis veszteségi tagot, $-\lambda v^{(i)}(t)$, hozzáadjuk a párhuzamos szálakon érkező gerjesztés hatását, $\sum c_{kR}$; levonjuk a többi P neurontól érkező gátlások hatását megadó tagot, $-\sum g_j w^{(j)}$. Végül egy szorzófaktort alkalmazunk, $(1 - w^{(i)})$. Ennek a tényezőnek a hatására az impulzus-emisszió (tüzelés) után a neuron potenciál visszaáll az alapértékére és ott is marad a refrakter idő

$T_r = \tau$ (kb. 1 msec) alatt. A refrakter idő alatt a neuron nem gerjeszhető. Áttekinthetőbbek az egyenletek, ha a gerjesztési potenciált a küszöb potenciál egységeiben fejezzük ki. Definíáljuk tehát a relatív gerjesztettséget a következő módon:

$$u^{(i)}(t) \equiv \frac{v^{(i)}(t)}{s^{(i)}}. \quad (6)$$

Az $u^{(i)}(t)$ relatív gerjesztettség időbeli változására vonatkozó egyenletet az 5. egyenletből kapjuk úgy, hogy annak mindkét oldalát elosztjuk a $s^{(i)}$ küszöb feszültséggel:

$$u^{(i)}(t + \tau) = \left[(1 - \lambda)u^{(i)}(t) + \frac{1}{s^{(i)}} \sum_{k=1}^N c_k^{(i)}(t) a_k(t) - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M h_j^{(i)} w^{(j)}(t) \right] (1 - w^{(i)}(t)), \quad (7)$$

$$w^{(i)}(t) = \begin{cases} 1, & \text{ha } u^{(i)}(t) \geq 1 \\ 0, & \text{ha } u^{(i)}(t) < 1 \end{cases}$$

$$h_j^{(i)} = g_j^{(i)} / s^{(i)}$$

$$i = 1, 2, \dots, M.$$

A neuron egyenletnek ezt az alakját használjuk a továbbiakban.

Amikor a neuron hálózatnak az $A(t)$ vektorral jellemzett ábrák „villóságára” adott közvetlen válaszát számoljuk, a szinaptikus erősségeket gyakorlatilag konstansoknak tekinthetjük. Egy hosszabb időskálán azonban ezek az erősségek is változnak, és ezáltal a hálózat tanulása lehetségessé válik. A szinapszis erőssége változására a Hebb-féle tanulási elvhez [3] hasonló elvet használunk. Ezt a tanulási elvet a következőkben fogalmazzuk meg:

a) ha egy, a $c_k^{(i)}$ erősségű szinapszison érkező $a_k(t)$ gerjesztést a P neuron tüzelése követi ($w^{(i)} = 1$), akkor ez a szinapszis erősödik (a hatásos gerjesztések erősítik a szinapszist);

b) minden szinapszis erősség exponenciális törvényeknek megfelelően gyengül;

c) a gátló szinapszisok $g_j^{(i)}$ erősségét konstansan tartjuk;

d) egy P neuron összegezett gerjesztő szinapszis erősségét konstanson tartjuk ($\sum c_k = \eta = \text{konstans}$).

A fentiekben megfogalmazott tanulási elvet a szinaptikus erősségek időbeli változására vonatkozó következő egyenlettel foglaljuk össze:

$$c_k^{(i)}(t + \tau) = q^{(i)} [(1 - \varepsilon) c_k^{(i)}(t) + \varkappa w^{(i)}(t) a_k(t - \tau)], \quad (8)$$

ahol a

$$q^{(i)} = \eta^{(i)} \left/ \left(\sum_{k=1}^M [(1 - \varepsilon) c_k^{(i)}(t) + \alpha w^{(i)}(t) a_k(t - \tau)] \right) \right. \quad (9)$$

normálási faktor biztosítja, hogy a gerjesztő szinapszis erősségének összege ne változzon:

$$\sum_{k=1}^M c_k^{(i)}(t) = \eta^{(i)}. \quad (10)$$

A 8. egyenletet *memória egyenletnek* nevezzük.

Az itt javasolt tanulási mechanizmus nincsen ellentmondásban Szentágothai [5] és Marr [4] conjunctionális tanulási elvével, hanem alesetként tartalmazza azt. Nevezetesen a conjunctionális tanulási elv azt feltételezi, hogy a párhuzamos szál és a Purkinje sejt közti szinapszis akkor erősödik, ha a párhuzamos szálon érkező ingerrel egyidőben a kúszó roston is érkezik inger. Mivel azonban a kúszó roston keresztül jövő inger minden esetben tüzelésre kényszeríti a Purkinje sejtet, a conjunctionális tanulásnak ez a speciális esete az a) tanulási elv következményének is felfogható.

3. A modell tulajdonságainak kvalitatív vizsgálata

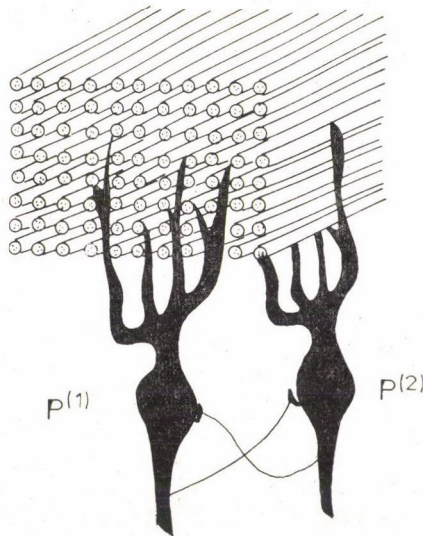
A 7. és 8. egyenletek meghatározzák a hálózat viselkedését adott bemenet esetén, ha a kezdeti értéket megadjuk. Tegyük fel, hogy a szinaptikus erősségek kezdőértékei véletlenszerűen oszlanak el („tanulatlan állapot”). A parallel szálakon egy megadott A_1 ábra villan fel többször egymás után. Ennek hatására az összes P neuron gerjesztettsége növekedni kezd. A gerjeszttség abban a neuronban — jelöljük ezt $P^{(1)}$ -gyel — növekszik a leggyorsabban, amelyiknek szinaptikus erősségeloszlásával képzett $\sum c_{ka_k}$ gerjesztési összeg a legnagyobb. Ez a P neuron éri el először a küszöb gerjesztést, amikor is tüzelni fog. A tanulási mechanizmus révén ennek a P neuronnak azok a szinapszisai fognak erősödni, amelyeken inger érkezett. Ennek a neuronnak a $\sum c_{ka_k}$ gerjesztési összege megnövekszik az A_1 ábrára. Így a $P^{(1)}$ neuron egyre érzékenyebb lesz az A_1 ábrára. Eközben $P^{(1)}$ többi, impulzust nem közvetített szinapszisai gyengülnek, így $P^{(1)}$ egyre kevésbé lesz érzékeny a másfajta ábrákra. Ha a P neuronok nem volnának kölcsönös gátló kapcsolatban, akkor ugyanez a folyamat a többi neuront is érzékenyítené az A_1 ábrára. Azonban a kölcsönös gátlás révén a $P^{(1)}$ neuron, amikor elérte a küszöb szintre való gerjesztettséget, a többi $P^{(i)}$ neuronra gátló impulzust ad, és ezzel csökkenti azok gerjesztettségét. Így a többi $P^{(i)}$ neuronnak egyre hosszabb és hosszabb időre lesz szüksége ahhoz, hogy az A_1 ábrára tüzeljen, és végül az A_1 ábrára már egyáltalán nem fognak tüzelni, érzéketlenné válnak A_1 -re.

Ugyanez a tanulási folyamat a különböző $P^{(i)}$ neuronokat különböző A_i ábrákra teszi érzékennyé.

A fentieket összegezve a következőket állapíthatjuk meg. Egy neuron hálózatban, amelyben a szinaptikus kapcsolatok kezdetben véletlenszerűen, csak statisztikus törvények által meghatározottan voltak eloszolva, a különböző P neuronok a párhuzamos szálakon át érkező különböző ábrákra szelektív érzékenységet fejlesztenek ki. Ez a fejlődés a kölcsönös gátlás és egy egyszerű, minden neuronra érvényes tanulási mechanizmus következményeként jön létre.

4. Egyszerűsített modell, matematikai analízis

A neuron hálózat kvalitatív analízise plauzibilis eredményre vezetett. Ennek megerősítésére és a hálózat önszervező tulajdonságának mélyebb megértésére kvantitatív analízist írunk le a következőkben. Egy nagy számú neuronból álló rendszer részletes vizsgálata, ahol minden neuronnak több tízezer szinapszisa van meghaladja a ma ismert matematikai módszerek teljesítő-képességét. A következőkben két, egymással kölcsönös gátló kapcsolatban álló P neuront fogunk vizsgálni (2. ábra). Mindegyik P neuron sok szinapszissal kapcsolódik a párhuzamos szálakhoz. A $\sum c_{rk} a_k$ összeg kiszámításához azonban egy további egyszerűsítést is bevezetünk: a rendszernek két orthogonális ábrára vonatkozó adaptív tulajdonságát vizsgáljuk. (Két ábrát orthogonálisnak nevezünk, ha az ábravektoruk skaláris szorzata nulla.)



2. ábra. Az egymást kölcsönösen gátló két P neuron rendszer vázlatos képe

Legyen a kiválasztott két P neuron egymás mellett, így a parallel szálaknak ugyanarról a területéről kapják mindketten a gerjesztést. Osszuk fel a két P neuron „látóterén” (perceptív területén) átmenő párhuzamos szálakat két egyenlő, diszjunkt halmazra. Jelöljük e két halmazt G_x és G_y -nal. Mindegyik n szál tartalmaz. Egy általános információ során a G_x halmazból n_x , a G_y halmazból n_y lesz aktív. Ezek átlagos gerjesztő hatását a két P neuronra megkapjuk, ha a gerjesztési összeget két részre bontjuk.

$$\sum_k c_k^{(i)}(t) a_k(t) = \sum_{k \in G_x} c_k^{(i)}(t) a_k(t) + \sum_{k \in G_y} c_k^{(i)}(t) a_k(t), \quad i = 1, 2. \quad (11)$$

Itt a két összegezés a G_x , illetve a G_y halmazhoz tartozó párhuzamos szálakra való összegezést jelöli. Definiáljuk az egyes halmazokban az átlagos szinaptikus erősséget a következő módon:

$$\begin{aligned} c_x^{(i)}(t) &\equiv \frac{1}{n} \sum_{k \in G_x} c_k^{(i)}(t), \\ c_y^{(i)}(t) &\equiv \frac{1}{n} \sum_{k \in G_y} c_k^{(i)}(t), \\ i &= 1, 2. \end{aligned} \quad (12)$$

Ha a szinaptikus erősségeket ezen átlagokkal közelítjük, a gerjesztési tag nagyban egyszerűsödik:

$$\begin{aligned} \sum_k c_k^{(i)}(t) a_k(t) &= \sum_{k \in G_x} c_k^{(i)}(t) a_k(t) + \sum_{k \in G_y} c_k^{(i)}(t) a_k(t) \approx \\ &\approx c_x^{(i)}(t) \sum_{k \in G_x} a_k(t) + c_y^{(i)}(t) \sum_{k \in G_y} a_k(t) = \\ &= c_x^{(i)}(t) n_x(t) + c_y^{(i)}(t) n_y(t) \\ &= n c_x^{(i)}(t) \frac{n_x(t)}{n} + n c_y^{(i)}(t) \frac{n_y(t)}{n}. \end{aligned} \quad (13)$$

Definiáljuk továbbá az effektív érzékenységi vektort, $D^{(i)} = (D_x^{(i)}, D_y^{(i)})$, és az effektív ábra vektort, $B = (B_x, B_y)$, a következő kifejezésekkel:

$$D_x^{(i)}(t) \equiv \frac{1}{s^{(i)}} n c_x^{(i)}(t), \quad D_y^{(i)}(t) \equiv \frac{1}{s^{(i)}} n c_y^{(i)}(t) \quad (14)$$

és

$$B_x(t) \equiv \frac{n_x(t)}{n}, \quad B_y(t) \equiv \frac{n_y(t)}{n}. \quad (15)$$

Ezekkel a definíciókkal a gerjesztési tagot így írhatjuk:

$$\frac{1}{s^{(i)}} \sum_k c_k^{(i)}(t) a_k(t) \approx B_x(t) D_x^{(i)}(t) + B_y(t) D_y^{(i)}(t). \quad (16)$$

A normálási feltétel most a

$$D_x^{(i)}(t) + D_y^{(i)}(t) = \eta^{(i)} \quad (17)$$

alakot ölti.

Abból a célból, hogy az eredményeket jól lehessen szemléltetni, a $D^{(i)}(t)$ és $B(t)$ vektorokat polár koordinátákkal fogjuk megadni:

$$D_x^{(i)}(t) = d(t) \cos \varphi^{(i)}(t), \quad D_y^{(i)}(t) = d(t) \sin \varphi^{(i)}(t), \quad (18)$$

$$B_x(t) = \beta(t) \cos \psi(t), \quad B_y(t) = \beta(t) \sin \psi(t). \quad (19)$$

Mivel a normálási feltétel egy összefüggést ír elő $D_x^{(i)}$ és $D_y^{(i)}$ között, a $\varphi^{(i)}$ érzékenységi szög teljesen megadja a $P^{(i)}$ neuron érzékenységi állapotát.

Összegezzük az eddigieket. A modell hálózatunk két P neuronból áll, melyek egymást kölcsönösen gátolják. A P neuronokat a 14. egyenletben megadott érzékenységi vektorokkal jellemezzük. A párhuzamos szálakon érkező gerjesztést a 15. egyenlettel definiált két komponensű effektív ábra vektorral adjuk meg. A teljes redukált hálózatot a 3. ábra mutatja. E hálózat működését leíró neuron egyenletek, melyeket a 16. egyenletnek a 7. egyenletbe való helyettesítésével kapunk, a következők:

$$\begin{aligned} u^{(1)}(t + \tau) &= [(1 - \lambda)u^{(1)}(t) + D_x^{(1)}(t)B_x(t) + \\ &+ D_y^{(1)}(t)B_y(t) - g_2^{(1)}w^{(2)}(t)](1 - w^{(1)}(t)), \\ u^{(2)}(t + \tau) &= [(1 - \lambda)u^{(2)}(t) + D_x^{(2)}(t)B_x(t) \\ &+ D_y^{(2)}(t)B_y(t) - g_1^{(2)}w^{(1)}(t)](1 - w^{(2)}(t)), \end{aligned} \quad (20)$$

$$w^{(i)}(t) = \begin{cases} 1, & \text{ha } u^{(i)}(t) \geq 1, \\ 0, & \text{ha } u^{(i)}(t) < 1, \end{cases}$$

$$i = 1, 2.$$

A modell memória egyenletét úgy kapjuk meg, hogy a 8. egyenletet összegezzük $k \in G_x$ -re és $k \in G_y$ -ra, majd elosztjuk a kapott egyenleteket $s^{(i)}$ -vel:

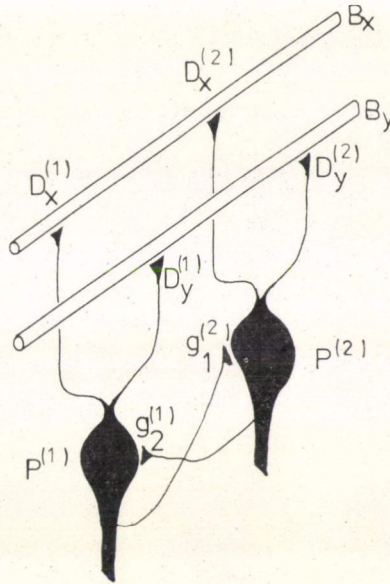
$$\begin{aligned} D_1^{(1)}(t + \tau) &= q[(1 - \varepsilon)D_1^{(1)}(t) + \gamma w^{(1)}(t)B_1(t - \tau)], \\ D_1^{(2)}(t + \tau) &= q[(1 - \varepsilon)D_1^{(2)}(t) + \gamma w^{(2)}(t)B_1(t - \tau)], \end{aligned} \quad (21)$$

ahol $l = x$ vagy y és

$$q = \eta / \left(\sum_{l=x,y} [D_l^{(j)}(t)(1 - \varepsilon) + \gamma w^{(j)}(t) B_l(t - \tau)] \right),$$

$$\gamma = n\alpha/s^{(j)},$$

$$j = 1, 2.$$



3. ábra. A redukált modell képe. $D_x^{(j)}$ és $D_y^{(j)}$ az effektív szinapszis erősségei, $g_2^{(1)}$ és $g_1^{(2)}$ a gátló szinapszisok erősségei, B_x és B_y a gerjesztő ábra komponensei

E modell hálózat viselkedésének tanulmányozására számítógép programot készítettünk. 120 különböző bemenő ábrát alkalmaztunk. A β ábra erősségének a $\beta = 0,2, 0,3$ és $0,4$ értékeket adtuk. A ψ ábra szögeknek 40 különböző értéket adtunk a $[0, 90^\circ]$ intervallumban. Az így nyert 120 ábrát véletlen sorrendbe állítottuk. Egy-egy ábrát 100-szor kapcsolunk rá a hálózat bemenetelére mielőtt áttértünk a következő ábrának a bekapcsolására.

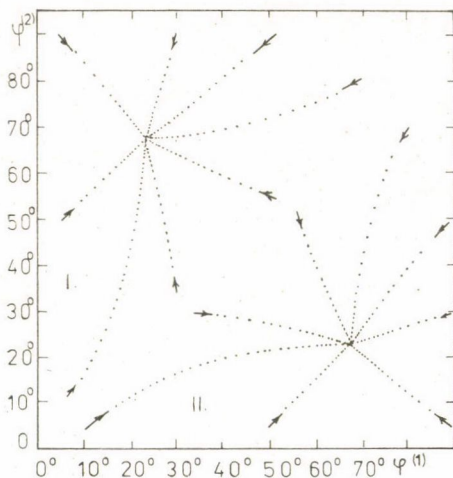
A $\varphi^{(1)}(t)$ és $\varphi^{(2)}(t)$ érzékenységi szög változását minden ábra „felvillantása” után meghatároztuk. A $(\varphi^{(1)}(t), \varphi^{(2)}(t))$ számpárost minden 12 000 ábra felvillantása után kinyomtattuk. Egy-egy ilyen számpárost egy-egy pont jelöl a 4. ábrán. Egy ilyen kinyomtatás után a számítás tovább folytatódott.

Mivel az érzékenységi vektorok normáltak, a két P neuronból álló rendszer érzékenységét teljesen leírja a két, $\varphi^{(1)}(t)$ és $\varphi^{(2)}(t)$ érzékenységi szög. Így egy pont a $(\varphi^{(1)}, \varphi^{(2)})$ „érzékenységi fázis síkon” (4. ábra) teljesen megadja a modell érzékenységi állapotát, és az út amelyen ez a pont halad, az érzékeny-

ségnek a tanulás folyamán létrejövő változását adja meg. A 4. ábrán az útra rajzolt nyíl a fejlődés irányát mutatja. Két szomszédos pont közt eltelt idő mindig azonos, éspedig a 12 000 ábra „felvillantásának” megfelelő idő. A különböző utak különböző kezdő érzékenységeknek felelnek meg. A paramétereknek az értéke e számítás során a következő volt:

$$\lambda = 0,1, \quad g_2^{(1)} = g_1^{(2)} = 0,8,$$

$$\eta = 0,6, \quad \varepsilon = 1 \cdot 10^{-2}, \quad \gamma = 3 \cdot 10^{-4}.$$



4. ábra. A rendszer fejlődése az érzékenységi fázis síkon. A $\varphi^{(1)}$ és $\varphi^{(2)}$ érzékenységi szögeket megadó pont ezen a síkon a rendszer egy meghatározott érzékenységi állapotának felel meg. Két egymás melletti pont között 12 000 ábrával „ingereltük” a rendszert. A nyilak a fejlődés irányát mutatják. A rendszer fejlődési végpontjainak, a fix pontoknak a koordinátái $(\varphi^{(1)} \varphi^{(2)}) = (22.5^\circ, 67.5^\circ)$ és $(67.5^\circ, 22.5^\circ)$

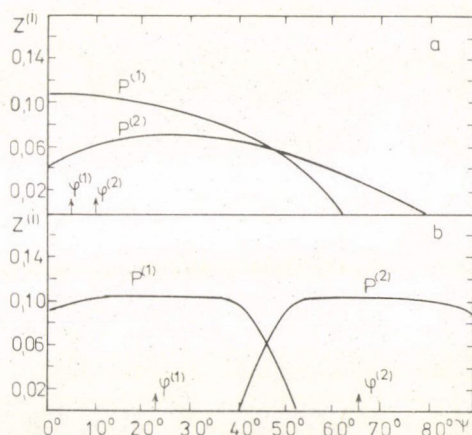
A rendszer szimmetrikus a két P neuronra vonatkozóan, és ezért a rendszer viselkedése a I. tartományban tükörképe a II. tartománybeli viselkedésének (4. ábra).

5. Összefoglalás

Az egyszerűsített modell numerikus analízise alátámasztja a hálózat kvalitatív analízise során nyert következtetéseket. A 4. ábra világosan mutatja, hogy a rendszernek fix pontjai vannak az „érzékenységi állapot fázis síkon”. Ez azt jelenti, hogy a rendszer tetszőleges kezdeti állapotból mindig ugyanabba a „tanult állapotba” szervezi magát a véletlenszerű eloszlásban érkező ingerek hatására. Ebben a tanult állapotban a két-P-neuron rendszer felosztja az ábrateret két egyenlő részre, és az egyik P neuron csak az egyik

részhez, a másik neuron csak a másik részhez tartozó ábrákra lesz csak érzékeny. (Egy kis szakaszon, a két rész határán, mindkét neuron érzékelheti az ábrát.) (Lásd 5. ábra.)

A bemutatott matematikai analízisből beláttuk, hogy tetszőleges kezdeti szinapszis erősség eloszlással bíró P neuron esetén is a rendszer mindig ugyanabba a fix tanult állapotba szervezi magát. Ebben az állapotban diszkriminálni képes a beérkező gerjesztések között. A rendszernek ez az önszervező képessége a kölcsönös gátló kapcsolat és a neuron sejtre a 8. egyenletben megfogalmazott egyszerű tanulási elv következménye.



5. ábra. A $P^{(1)}$ és $P^{(2)}$ neuronok tüzelési valószínűségei a ψ ábraszög függvényében a tanulás előtt (a) és után (b)

Végezetül megjegyezzük, hogy a fentiekben leírt önszervező képesség akkor is létrejön, ha a kölcsönös gátlás interneuronokon keresztül valósul meg. Úgyszintén megjegyzendő, hogy ez az önszerveződés nem zárja ki a „tanító segítségével történő tanulást”, azaz a P neuronnak a kúszó rost segítségével létrejövő tanulását. A két mechanizmus egymástól függetlenül vagy éppen egymással együttműködve is működhet.

IRODALOM

1. CAIANIELLO, E. R.: Outline of a Theory of thought-processes and thinking machines. *Journal of Theoretical Biology* **1**, 204–235 (1961).
2. CSERNAI, L. P. és ZIMÁNYI, J.: Mathematical model for the self-organization of neural networks. *Biological Cybernetics* **34**, 43–48 (1979).
3. HEBB, D. O.: *The organization of behaviour*. Wiley, New York (1949).
4. MARR, D.: A theory of cerebellar cortex. *Journal of Physiology (London)* **202**, 437–470 (1968).
5. SZENTÁGOTAI, J.: *Proc. IEEE* **56**, 960–968 (1968).
6. ZIMÁNYI, J. és CSERNAI, L.: Az idegrendszer matematikai modelljei. *Fizikai Szemle XXVIII*, 295–302 (1978).