

KOMBINÁLT TALAJMODELLEN ALAPULÓ SZÁMÍTÁSI ELJÁRÁS ALKALMAZÁSA ALAPGERENDÁK TERVEZÉSÉHEZ

MAR CZAL L ÁSZLÓ*—SOLT ÉSZ P ÉTER**—JANCSE CZ S ÁNDOR***

Ez a cikk az alapterendák méretezésére használt eljárások rövid áttekintése után a Repnikov-módszeren alapuló számítást ismerteti részletesen. Az ágyazási tényező és rugalmas féltér kombinációján alapuló eljárás talajfizikai magyarázata után a matematikai modell ismertetése következik. Az egyenletrendszer felírása alapján program készült egy HP 9830 A típusú gépre, amelynek segítségével lehetővé vált a talajfizikai jellemzők, valamint az épület adatainak változtatásával a talpfeszültségeloszlás, a rugalmas vonal- és a nyomatéki igénybevétel tanulmányozása. Befejezésül a cikk néhány ábrát közöl, amelyeken a fent említett változások jól követhetők.

1. A gyakorlatban eddig alkalmazott eljárások

A rugalmas tartónak tekintett alapterenda tervezésekor a legfontosabb feladat az ismert terhelés következtében a tartó alatt keletkező feszültségek (ún. talpfeszültségek) eloszlásának meghatározása. E talpfeszültség-eloszlás ismeretében a tartó süllyedési és nyomatéki igénybevétele már egyszerűen számolható.

A talpfeszültségek számításakor alkalmazott talajmodellek egészen a legutóbbi évtizedig két lényegesen eltérő csoportra oszlottak. Míg az egyik modell a talajt rugók sorozatából álló ún. rugalmas ágyazatnak tekinti, addig a második modell típusban a talaj mint rugalmas — és általában homogén, izotrop féltér szerepel. Az említett modelleken alapuló számítási eljárások igen ismertek, így csak az alapgondolatok vázlatos bemutatására és néhány kritikai észrevételre szorítkozunk, melyek egyben indokolják az ún. kombinált talajmodellek alkalmazását.

A rugalmas ágyazat modelljét (1. ábra) először WINKLER és ZIMMERMANN alkalmazták, feltételezve, hogy az adott pontban bekövetkező süllyedés arányos az ott működő talpfeszültség értékével:

$$y = \alpha \cdot p = \frac{p}{k_s} .$$

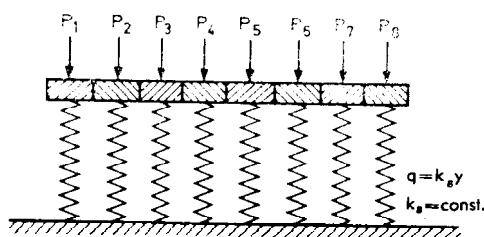
* Dr. Marczal László, 1023 Bp., Apostol u. 13/c.

** Dr. Soltész Péter, 1083 Bp., Tömő u. B/1.

*** Jancsecz Sándor, 1031 Bp., Sóvári u. 36.

Itt a $k_s = 1/\alpha$ állandót nevezték el ágyazási tényezőnek. Ezen egyenlet és a tartó ismert differenciálegyenletének együttes megoldása adta a talpfeszültségeket és a süllyedéseket. Az eljárás továbbfejlesztésének egyik fő irányát az jelentette, hogy a k_s ágyazási tényezőt a hely függvényében változóként vették fel. Így sem küszöbölhető ki azonban a modell alapvető hiányossága, nevezetesen az, hogy a szomszédos elemek (rugók) kölcsönhatásának figyelembevételére nincs lehetőség.

A rugalmas féltér-modellre alapuló eljárások a rugalmasságtan ún. Boussinesque-féle képletein alapulnak, amelyek adott rugalmassági modulusú



1. ábra. Az ágyazási tényezők számítás modellje

és Poisson-tényezőjű talaj süllyedéseinek számítására alkalmazhatók. Noha ezek az eljárások a süllyedéseket nemcsak a közvetlen vizsgált pont terhelése alapján, hanem a teljes terhelt felület figyelembevételével, az egymásrahatás alapján határozzák meg (2. ábra), mégis a rugalmasságtanban adódó végtelen nagy feszültségértékek és egyéb, a tapasztalattól élesen elütő jelenségek a modell lényeges hiányosságait mutatják. E modell alkalmazásakor a számítások technikai kivitelezése szempontjából adnak lényegesen eltérő eljárást pl. a tartót finitizáló Ohde-módszer, vagy a talpfeszültségeket hatványsor, illetve polinom formájában kereső Gorbunov-Poszadov eljárás.

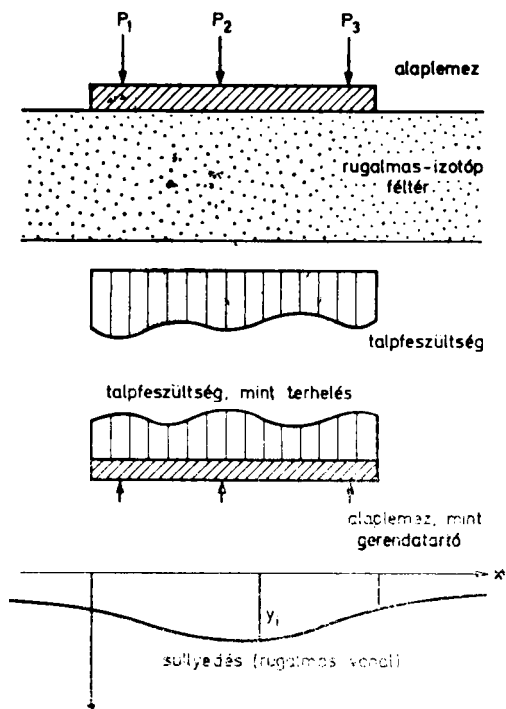
Elsősorban a különböző terhelési pontok kölcsönhatásának, tehát a talaj nyírással, csavarással szemben mutatott ellenállásának figyelembevétele céljából fejlesztette ki PASTERNAK az ún. két-ágyazási tényezős eljárást. Itt az első tényező a talaj függőleges visszahatását jellemzi w elmozdulásra,

$$\sigma = C_1 w,$$

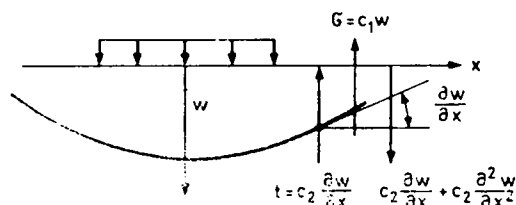
míg a C_1 -től független C_2 konstans az elnyíródásból adódó talajreakciót jellemzi (3. ábra):

$$t = c_2 \frac{\partial w}{\partial x}.$$

Általános vélemény, hogy a kombinált eljárások megjelenéséig talán PASTERNAK modellje közelítette meg legjobban a valóságot.



2. ábra. A rugalmas féltéren alapuló számítás



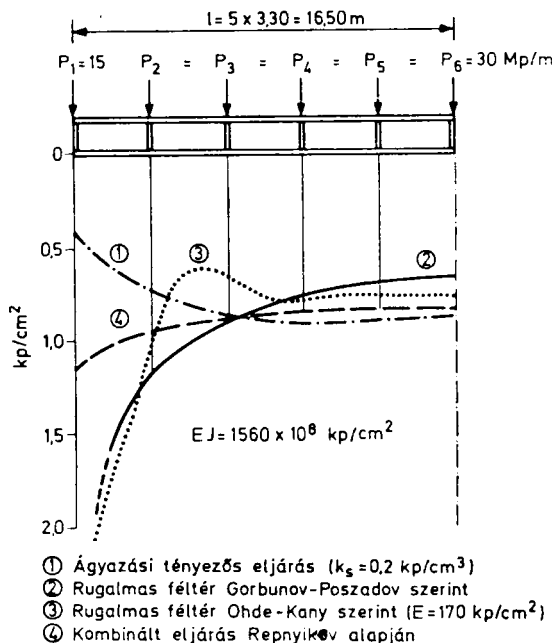
3. ábra. Modell Pasternak számítási eljárásához

2. Repnikov kombinált modellje

2.1 A mechanikai modell bemutatása

REPNIKOV alapfeltevésében a talajt részben rugalmas (rugós) ágyazatnak, részben pedig rugalmas féltérnek tekinti, azaz modellje az eddig használt két fő talajmodell párhuzamos kapcsolásának tekinthető. A talajra jutó terhelés eszerint két részére oszlik: az egyik rész az ágyazat rugóit terheli λp , a másik $(1 - \lambda)p$ nagyságú része pedig a rugalmas féltérre jut. A λ arány értéke rugalmas tartó esetén a hely függvénye, és meghatározása általánosan válik lehetővé, hogy a részterhelések hatására az egyes ágyazati elemeken bekövetkező süllyedéseknek meg kell egyezniük.

Az ágyazati elemek együtthatóit ismertnek tételezi fel az eljárás. Ezek meghatározási lehetőségeire most nem térhetünk ki. Célunk volt a REPNIKOV által vázlatosan megadott eljárás konkrét esetekre való alkalmazásának kidolgozása, az eredmények értékelése és azok összevetése a hagyományos módszerekkel adódó eredményekkel. Az alábbiakban vázolandó eljárás számítógépes kezelésével kapott eredményeink illusztrálására a 4. ábrán egy ötszintes panelház alapperendája alatt fellépő talpfeszültségeket mutatjuk be négyféle eljárás szerint. A legelfogadhatóbb a Repnyikov-elv alapján számolt eloszlás.



4. ábra. Talpfeszültségeloszlások a különféle számítási eljárások szerint

A matematikai modell bemutatása előtt megemlítjük, hogy eltérő fizikai alapfeltevésekből kiindulva jutott ugyanehhez a talajmodellhez GIBSON. Feltétele szerint a talaj rugalmas féltér, melynek rugalmassági modulusa egy állandó E_{t0} értékről indulva a mélységgel lineárisan nő:

$$E(z) = E_{t0} + 3mz.$$

3 m a növekedés mértéke. Feltéve még, hogy a talaj Poisson-tényezője 0,5, a rugalmassági egyenletek megoldásával megmutatta, hogy modellje ekvivalens egy $k_s = 2 \text{ m}$ ágyazási tényezős rugalmas ágyazatból és egy E_{t0} rugalmassági modulusú rugalmas féltérből álló kombinált modellel. Ez éppen REPNIKOV modellje.

A számítási eredmények mellett ez az első pillanatra meghökkentő egybeesés is arra utal, hogy a kombinált modell alkalmazása a rugalmasan ágyazott tartók számításának elméletében új szintet jelent.

2.2 A módszer matematikai modellje

Noha a módszert különböző típusú terhelések figyelembevételére is átalakítottuk, most csak az egyenletes terhelés esetét vizsgáljuk. Legyen tehát az egyenletes terhelés F_0 (kp/cm²).

A módszer az ismeretlen talpfeszültség-függvényt a Gorbunov – Poszadov eljáráshoz hasonlóan polinom alakban keresi. (A polinom fokszáma jelen esetben 6):

$$q = b_0 + b_2\xi^2 + b_4\xi^4 + b_6\xi^6. \quad (1)$$

(Itt $\xi = x/l$ a dimenzió nélküli koordináta.)

E feszültségpolinom együtthatóinak segítségével felírható a tartó relatív behajlása.

$$y - y_0 = \frac{l^4}{A} \left[\frac{M_0}{2l^2} \xi^2 + \frac{b_0 - F_0}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \xi^4 + \frac{b_2}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \xi^6 \right]. \quad (2)$$

Itt y_0 — a tartó középpontjának ($\xi = 0$) elmozdulása

A — a tartó merevsége, mely gerenda esetén $E_1 I/B$, lemez esetén pedig $E_1 I/[B(1 - \mu_1^2)]$

B — a tartó szélessége

μ_1 — a tartó Poisson-tényezője

M_0 — a tartó középpontjában ébredő nyomaték, melyre

$$M_0 = l^2 \left[\frac{b_0 - F_0}{2} + \frac{b_2}{4} + \frac{b_4}{6} + \frac{b_6}{8} \right]. \quad (3)$$

REPNIKOV modelljének alapgondolata értelmében a q talpfeszültség megoszlik a Winkler-ágyazaton és a rugalmas félsíkon. E megoszlás aránya előre nem ismert, és függvénye a helynek. Ezért a rugalmas félsíkra eső részt újabb ismeretlen együtthatós polinom alakjában keressük:

$$q_E = a_0 + a_2\xi^2 + a_4\xi^4 + a_6\xi^6. \quad (4)$$

Célunk az $a_0, 2, 4, 6$ együtthatók meghatározása. A rugalmas félsíknak a (4) talpfeszültség hatására bekövetkező felszín-süllyedése abszolút értékben nem írható fel. A viszonylagos elmozdulások azonban egy határozatlan állandó erejéig felírhatók — pl. az ismert Flamant-formula integrálásából. A képleteket összetettségük miatt nem közöljük, annál inkább, mert az eljárás az elmozdulásokat is polinom formában kívánja meg. Ennek érdekében tehát az integrálások után adódó meglehetősen összetett süllyedésfüggvény polinommal közelítendő. Ezzel egyidejűleg itt nem elegendő a viszonylagos elmozdulás, abszolút érté-

kekre van szükség. Ez megkapható pl. ha a felszínsüllyedést a tartó végétől kifelé $l/2$ távolságra ($\xi = 1,5$) zérusnak írjuk elő.

E technikai lépéseket nem részletezve a (4) feszültség által előidézett süllyedés a következő formában írható:

$$v = \frac{4l(1 - \mu_{t0}^2)}{\pi E_{j0}} [m_0(a_i) + m_2(a_i) \xi^2 + m_4(a_i) \xi^4 + m_6(a_i) \xi^6]. \quad (5)$$

Itt tehát az $m_0, 2, 4, 6$ kifejezések már az $a_i - k$ ismert függvényei, μ_{t0}, E_{t0} a rugalmas közeg paraméterei.

Az (5) formula süllyedésfüggvénye meg kell egyezzen a Winkler-ágyazat süllyedéseivel, amit az erre a komponensre jutó $q_k = q - q_E$ feszültség idéz elő. Ha tehát k a Winkler-ágyazat ágyazási tényezője, akkor

$$q_k = -k v,$$

$$q_k = -k' m_0(a_i) - k' m_2(a_i) \xi^2 - k' m_4(a_i) \xi^4 - k' m_6(a_i) \xi^6, \quad (6)$$

ahol

$$k' = k \frac{4l(1 - \mu_{t0}^2)}{\pi E_{t0}}.$$

Végül a $q = q_E + q_k$ egyenlőségben az azonos hatványú tagok együtthatóinak összevetéséből

$$\begin{aligned} b_0 &= a_0 - k' m_0(a_i), \\ b_2 &= a_2 - k' m_2(a_i), \\ b_4 &= a_4 - k' m_4(a_i), \\ b_6 &= a_6 - k' m_6(a_i). \end{aligned} \quad (7)$$

Így minden ismeretlent az a_i ismeretlenekkel fejeztünk ki. Ezek számára négy egyenletet kell megadni. Egy egyenlet adódik a tartó statikai egyensúlyából:

$$\int_0^1 (a_0 + a_2 \xi^2 + a_4 \xi^4 + a_6 \xi^6) d\xi - k' \int_0^1 \times \\ \times [m_0(a_i) + m_2(a_i) \xi^2 + m_4(a_i) \xi^4 + m_6(a_i) \xi^6] d\xi = F_0.$$

A további három egyenletet úgy kapjuk, ha a tartó (2) alatti relatív elmozdulásait egyenlővé tesszük a talajfelszín (5) szerinti horpadásával:

$$y - y_0 = v - v_0.$$

E két polinom megegyezéséhez az szükséges, hogy minden ξ -hatvány együtthatója megegyezzen. Ez ad három egyenletet az a_i értékekre, ugyanis a b_i, M_0

ismeretlenek (3), ill. (7) szerint kifejezhetők az a_i értékekkel. Az egyenletrendszer megoldása után visszafelé haladva a képleteken megkapható minden kívánt változó.

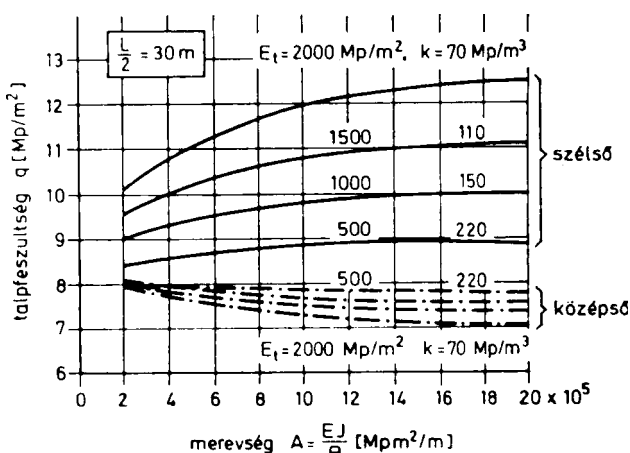
3. A számítás gyakorlati végrehajtása, az eredmények értékelése

A matematikai modell alapján programot készítettünk egy Hewlett—Packard 9830 A típ. számítógépre és a tervezési gyakorlatban előforduló esetekre vizsgáltuk a talpfeszültség-eloszlás, rugalmas vonal és a nyomatéki igénybevétel változását.

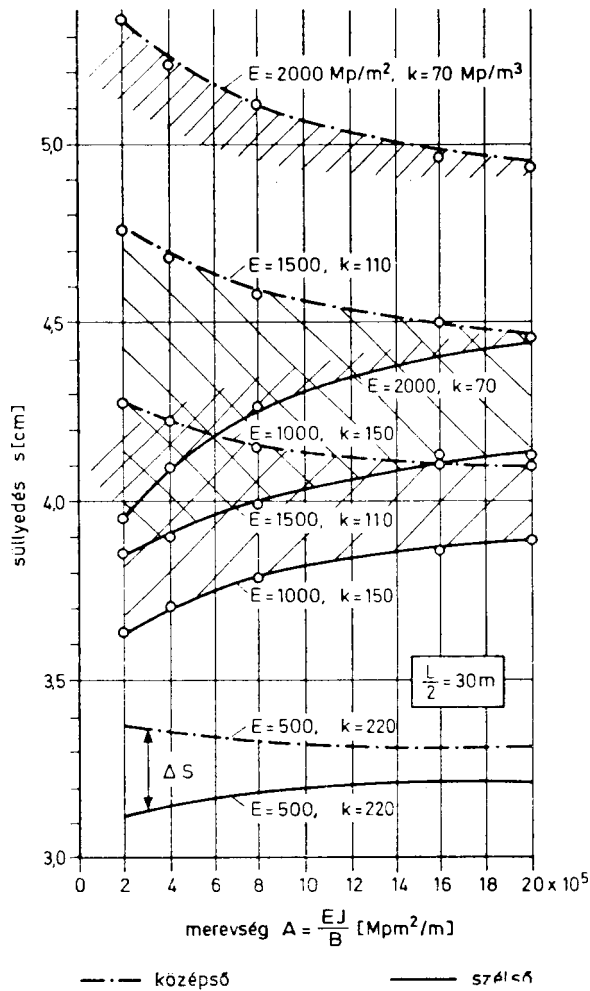
Az 5. ábra a talpfeszültségek alakulását mutatja a merevségi szám függvényében. Az egyes görbék különböző talajjellemzők szerint válnak szét. Legerősebb a változás akkor, ha a rugalmas féltérre jellemző E_{t0} érték a legnagyobb. Ekkor a szélső és középső talpfeszültségérték aránya a legmerevebb alapozású épületnél eléri az 1,8-as értéket.

Csökken a talpfeszültségben mutatkozó egyenetlenség a merevség csökkenésével, akár a talaj, akár az épület merevségét vesszük alapul. Érdekes viszont megjegyezni, hogy a talaj rugalmas alakváltozási jellemzői sokkal jobban befolyásolják a talpfeszültséget, mint az épület minősége. Az 5. ábrán pl. az épület merevségének $1/4$ részére kellett csökkenni ahhoz, hogy a talpfeszültség $p = 12,5 \text{ Mp/m}^2$ -ről $11,0 \text{ Mp/m}^2$ -re csökkenjen. Ugyanazt az értéket kapjuk akkor is, ha a merevség változatlan, de a talaj E_{t0} -modulusa 2000 Mp/m^2 -ről 1500 Mp/m^2 -re csökken, vagyis eredeti értékéhez képest 25%-kal csökkent.

Mindez arra figyelmeztet, hogy a talajjellemzők pontosabb és megbízhatóbb meghatározására nagyobb súlyt kell fektetni.



5. ábra. Talpfeszültségek alakulása a merevség függvényében

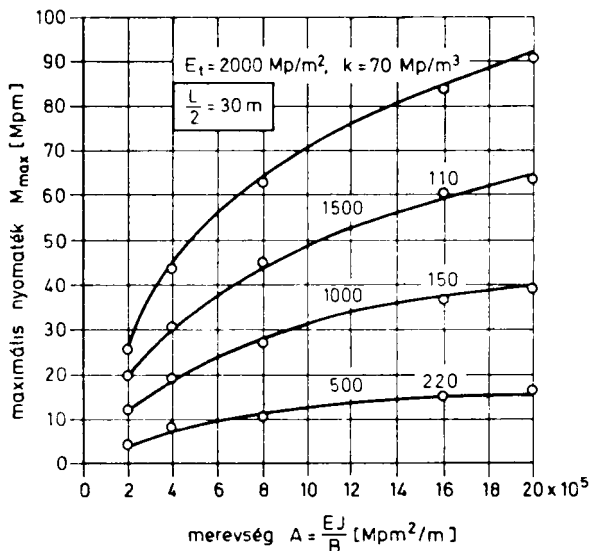


6. ábra. Az alapgerenda süllyedési vonalának alakulása a merevség függvényében

A 6. ábra a besüllyedéseket ábrázolja hasonló paraméterek függvényében. Vizsgáljuk először az épületmerevség hatását. A külső és középső besüllyedések közti különbség, ami meghatározza a tartó görbületét a merevség csökkenésével egyre nagyobb lesz. Az ábra alapján tulajdonképpen meghatározható, meddig szabad az alapozás szempontjából mértékadó merevséget csökkenteni, hogy ne lépjük túl a kritikus áthajlási, ill. görbületi sugárértékeket.

Az ábra kapcsán újra hangsúlyozni kell a talajtól való függőség döntő szerepét. A talajjellemzők függvényében a süllyedés változása jóval nagyobb, mint a szerkezeti merevségből adódó változás.

A 7. ábra a tartóra ható maximális nyomaték változását szemlélteti. Itt már nagyobb szerephez jut a tartó merevsége. Ha pl. a merevség a negyedére csökken, a nyomatékban tapasztalt csökkenés jelentős, az eredetinek kb. a felére csökken az igénybevétel. Továbbra is fennáll a talajjellemzők változásának jelentős hatása, a változás csaknem lineáris. Ez utóbbi megállapítás persze nem vezethet arra, hogy a talaj tulajdonságait valamiféleképpen befolyásolni lehetne, csupán a pontos meghatározás jelentőségét hangsúlyozza.



7. ábra. A nyomatéki igénybevétel alakulása a merevség függvényében

A 8. ábra tulajdonképpen az épület méreteinek hatását érzékelteti. Itt állandó talajjellemzők és adott épületmerevség esetében vizsgáltuk a változást.

$$E_{t0} = 1500 \text{ Mpm}^2$$

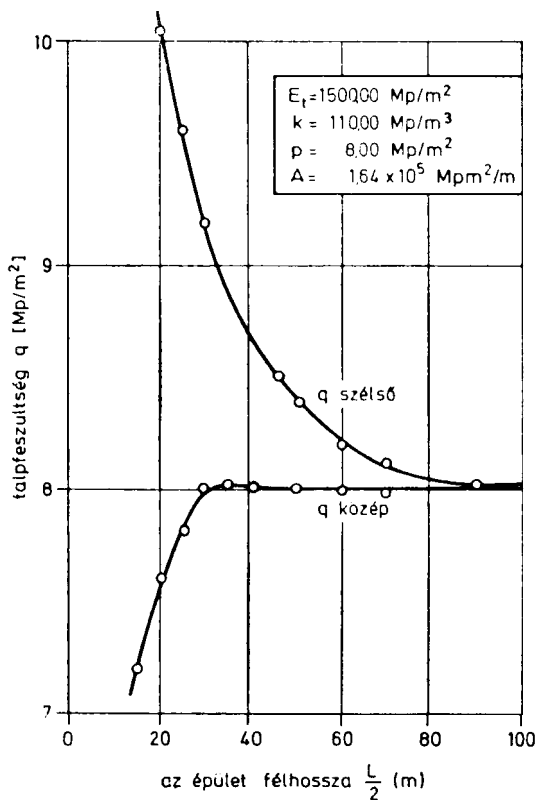
$$k_s = 110 \text{ Mpm}^3$$

$$A = 1,64 \times 10^6 \text{ Mpm}^2/\text{m}$$

adatok mellett jól látható, hogy az épület hosszának növekedésével a talpfeszültség $l = 90,0 \text{ m}$, vagyis $2 \cdot l = 180 \text{ m}$ hossz esetében már teljesen egyenletes a talpfeszültség, függetlenül a talaj jellemzőitől.

Végeredményben megállapítható, hogy a számítási eljárás jól alkalmazható a tervezői gyakorlatban. A bemutatott görbék értékes tájékoztatást adnak egyrészt a tervezés fejlesztési szempontjaihoz, másrészt az adatszolgáltatási megbízhatóság fokozására.

Megjegyezzük, hogy a kombinált modellek elméletének továbbfejlesztésében és a modellekhez tartozó ágyazati paraméterek kísérleti meghatározásában szovjet kutatók értek el újabb eredményeket. (PRAHIMOV, UVAROV, BARVASOV.)



8. ábra. A talpfeszültségek alakulása az épület hosszának növekedésével

IRODALOM

1. BARVASOV, B. A.: Kombinirovannüe modeli gruntovovo osznovanija. *Oszn., Fund. i Meh. gruntov*, 1976/1
2. GIBSON, R. E.: Some results concerning Displacements and Stresses in a Non-Homogeneous Elastic Half-Space. *Geotechnique* 17. (1967), 58—67
3. GIBSON, R. E.: The analytical method in soil mechanics *Geotechnique* 24. (1974), 115—140
4. GORBUNOV—POSZADOV, M. I.: Raszcsset konsztrukcij na uprugom osznovanii. Goszudarsztvennoje Izdatelsztvo literaturü po Sztroitelsztvu i arhitekture, Moszkva 1953
5. Internationales Symposium vom 1 bis 3. November, 1972 Dresden: Sahl Druckverteilung unter Flächengründungen bei besonderer Berücksichtigung der Bauwerkssteifigkeit.
6. RAHIMOV, Sz.—REPNIKOV, L. N.: Metod opredelenija deformacionnüh karakterisztik uprugovo osznovanyija, szovmescsajuscsevo uprugoe poluprosztransztvo i osznovanii Winklera. *Oszn. Fund. i. Meh. gruntov*, 1971/4
7. REPNIKOV, L. N.: Raszcsset balok na uprugom osznovanyii, objedinajuscsem deformativnüe szvojsztva osznovanija Winklera i linejno-deformiruemoj szredü. *Oszn. Fund. i Mech. gruntov*, 1967/6

8. SCHULTZE, E.: Die Kombination von Bettungszahl- und steifezahlverfahren. *Mitteilungen aus dem Institut für VGB der Technischen Hochschule Aachen*, (1970), Heft 48
9. UVAROV, B. V.: O raszsete balok na nelinejno deformiruemom osznovanii, predsztavlenom kombinirovannoj modelju. *Oszn. Fund. i Meh. gruntov*, 1971/4

Application of a calculation method based on a combined soil sample for designing foundation beams. After a short survey of the procedures used for the calculation of foundation beams, the calculation based on Repnikov's method is detailed. After explaining, on soil physical basis, the procedure based on the combination of the coefficient of subgrade reaction and of the elastic half-space, the mathematical model will be described. Starting by establishing the set of equations, a program has been established for the application to the computer, type HP 9830 A, which permitted to study the soil's physical characteristics; by changing the building dimensions, the distribution of the base pressure, the elastic line and the stress due to the acting moment may also be studied. Finally some figures are presented in which the changes mentioned above may readily be followed.

Anwendung eines Berechnungsverfahrens aufgrund eines kombinierten Modells zum Entwurf von Fundamententrägern. Nach einer kurzen Übersicht der zur Bemessung von Fundamentträgern benutzten Verfahren wird die Berechnung nach der Repnikovschen Methode ausführlich dargelegt. Nach der bodenphysischen Erklärung des auf der Kombination der Bettungsziffer und des elastischen Halbraums basierten Verfahrens, folgt die Beschreibung des mathematischen Modells. Nach der Ableitung des Gleichungssystems wurde ein Programm für den Rechenautomat Typ HP 9830 A aufgestellt, mit dessen Hilfe die bodenphysischen Kennwerte, und durch die Änderung der Angaben des Gebäudes, die Spannungsverteilung, die elastische Linie und die Momentenbeanspruchung untersucht werden können. Schließlich sind einige Beispiele vorgeführt, an welchen die obenerwähnten Änderungen leicht verfolgt werden können.

Применение комбинированного расчета для проектирования балок, помещенных на поверхности грунта. После короткого обзора разных методов расчета гибких балок на упругом основании, в статье рассматривается более подробно вычислительный метод, основанный на модели Л. Н. Репникова. Комбинированная модель основания, совмещающая деформационные свойства среды Винклера и упругого полупространства, представляется в отношении механики грунтов. Составление программы на ЭВМ дало возможность для изучения влияний деформационных характеристик основания и параметров зданий на реактивное давление грунта, на перемещения и на изгибающие моменты в балке. Результаты, полученные в конкретном случае, изображаются на рисунках.