

# VEGYES TEHERVISELŐ SZERKEZETŰ ÉPÜLETEK VIZSGÁLATA VÍZSZINTESEN MŰKÖDŐ DINAMIKUS TEHERRE

VÉRTES GYÖRGY\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

és

TORNYOS ÁRPÁD\*\*

A tanulmány számítási módszert közöl, amely alkalmas általánosan kialakított teherviselő szerkezetű épületeken a vízszintes dinamikus teher hatásának megállapítására. A teherviselő szerkezeti elemek alaprajzilag és függőleges irányban is különbözhetnek és méretük is változhatik. A dolgozat a kidolgozott számítási példák kapcsán több olyan jelenségre is rámutat, amelynek hatása az épület szempontjából jelentős lehet, és a közölt módszerrel figyelembe vehető.

## I. Bevezetés

A jelenlegi építési gyakorlatnak megfelelően azon épületek zöménél, amelyeknél a vízszintesesen működő dinamikus teher (széllökések, földrengés stb.) hatásának vizsgálata felmerül, a függőleges teherviselő szerkezetek különböző összetételűek, alaprajzi elrendezés szempontjából nem szimmetrikusak, illetve függőleges irányban változók. Szerkezeti szempontból ez azt jelenti, hogy az épület függőleges teherviselő elemei keretszerkezetek, oszlopok, önálló vagy kapcsolt pengepillérek (panelváz), vagy ezeknek valamilyen kombinációi. Példaképpen említhető egy irodaépület vagy egy szálloda, ahol a legtöbbször nagyobb alapterületű, de általában a felette levőktől különböző alaprajzú (fogadószint, kongresszusi terem, étterem, klubhelyiségek stb.) egy vagy kétemeletes részből emelkedik ki az épület rendeltetését szolgáló további rész, amely természetesen szintenként vagy szintcsoportonként változó méretű tartószerkezettel vagy változó alaprajzi elrendezéssel is épülhet.

Kutatásaink célja az volt, hogy az említett általános és összetett szerkezetű épületeknél a vízszintes dinamikus teher hatásának vizsgálatára jól alkalmazható módszert dolgozzunk ki. Ennek eredményeiről a következőkben számolunk be.

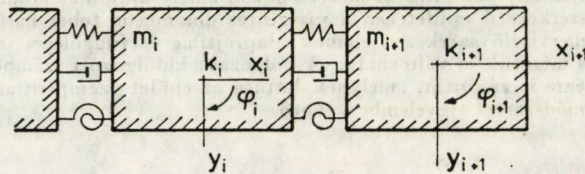
## 2. A számítások céljára alkalmazott modell

Tekintve, hogy a függőleges szerkezeti elemek általában nem kétszeresen szimmetrikus elrendezésűek, az egyes szintek a vízszintes síkban csak „kapcsolt” (egyidejű csavaró és hajlító) rezgést képesek végezni. Ennek megfelelően

\* Dr. Vértés György, 1075 Budapest, Madách tér 6.

\*\* Tornynos Árpád, 1056 Budapest, Bátya u. 22.

a számítási célokra felvett modell az épület szintjeinek megfelelő számú tömegekből álló rendszernek felel meg, ahol az egyes födémek síkjában (vízszintes síkban) merev tárcsák képezik az egymáshoz rugalmasan kapcsolt tömegeket. Az épületnek az egyes emeleteihez tartozó tömegét, beleértve a födém, a falak és az egyéb tartozékok tömegét is, az illető födém szint síkjában megoszlóként vesszük fel, de magára a tömegeloszlásra nem teszünk megkötést. Vízszintes irányú erőkről lévén szó, feltételezzük, hogy az egyes tömegek csak a saját síkjukban képesek mozgást végezni. A legelső tömeg a földhöz, a többi pedig az alatta levőhöz rugalmas kényszerekkel kapcsolódik. Az általános síkbeli mozgásnak megfelelően a kényszerek erőt és erőpárt fejtenek ki. Rajtuk kívül



1. ábra

még az eltolódás illetőleg az elfordulás sebességével egyenesen arányos csillapító kényszert is figyelembe vettük, mint ahogy azt két szomszédos ( $i$ -edik és  $i + 1$ -edik) tömegnél az 1. ábrán sematikusán feltüntettük.

### 3. A mozgás differenciálegyenlet rendszere és megoldása

A lineárisan rugalmas és viszkózus csillapítású rendszereknek megfelelően a mozgás differenciálegyenlet rendszerét kifejező mátrix differenciálegyenlet a következő

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{d}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{d}} + \mathbf{K}\mathbf{d} = \mathbf{p}(t) \quad (1)$$

Esetünkben

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} & -\mathbf{Y}_s\mathbf{M} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} & \mathbf{X}_s\mathbf{M} \\ -\mathbf{Y}_s\mathbf{M} & \mathbf{X}_s\mathbf{M} & \mathbf{J}_0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{xx} & \mathbf{K}_{xy} & \mathbf{K}_{xz} \\ \mathbf{K}_{yx} & \mathbf{K}_{yy} & \mathbf{K}_{yz} \\ \mathbf{K}_{zx} & \mathbf{K}_{zy} & \mathbf{K}_{zz} \end{bmatrix}$$

hipermátrixok, melyek elemei:

$\mathbf{M} = \langle m_1, m_2, \dots, m_n \rangle$  az egyes szintek síkjában koncentrált tömegeket tartalmazó diagonálmátrix.

$\mathbf{J}_0 = \langle J_{01}, J_{02}, \dots, J_{0n} \rangle$  az egyes szintek síkjában koncentrált tömegeknek a koordináta-rendszer kezdőpontjára vonatkozó tömegtehetetlenségi nyomatékait magába foglaló diagonálmátrix,

$$\mathbf{Y}_s = \langle y, y_2, \dots, y_n \rangle;$$

$$\mathbf{X}_s = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$$

a súlyponti (tömegközépponti) koordinátákat tartalmazó diagonálmátrix.

A  $\mathbf{K}$  hipermátrix elemei az egységnyi elmozdulások hatására fellépő erőket és erőpárokat tartalmazó ún. merevségi mátrixok. A merevségi mátrixok elemeinek meghatározásához szükséges az elfordulási középpontok és az eltolódási főirányok ismerete. Ezek meghatározása általános szerkezetű épületen az [1] alattiak alapján történhetik.

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} 3n \text{ dimenziójú} \\ \text{hipervektor, összetevői} \end{array} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{stb.} \\ \text{elmozdulás-} \\ \text{ordináták} \end{array}$$

$\mathbf{C}$  a csillapítási mátrixokat foglalja magába.

$$\mathbf{p}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_x \\ \mathbf{p}_y \\ \mathbf{m}_0 \end{bmatrix} f(t)$$

az egyes szinteken működő erő illetőleg annak a koordináta-rendszer kezdőpontjában való helyettesítéséből származó összetevők  $f(t)$  — az erő változásával arányos függvény.

A rendszer sajátkörfrekvenciáit és a normális rezgésalakokat az (1) egyenlet homogén részének megoldásából nyerjük. A csillapításnak az önrezgésszámra való hatását elhanyagolva, a homogén rész megoldásaként felírható, hogy

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{A}) \mathbf{d}_0 = 0. \quad (2)$$

Ebből a mátrixegyenletből a sajátértékek ( $\omega_{01}, \omega_{02}, \dots, \omega_{0n}$ ) és a sajátvektorok ( $\mathbf{d}_{01}, \mathbf{d}_{02}, \dots, \mathbf{d}_{0n}$ ) adják a sajátkörfrekvenciákat illetőleg a normális rezgésalakokat. Ezek meghatározására vonatkozó algoritmust és a gépi számítás programját is elkészítettük.

A dinamikus (időben változó) erő hatására bekövetkező elmozdulások válaszfüggvényeit az (1) egyenlet megoldásai szolgáltatják. A megoldáskor azt feltételeztük, hogy a csillapítási mátrix hasonló felépítésű, mint a merevségi mátrix, és ekkor az egyes csillapítási tényezők a



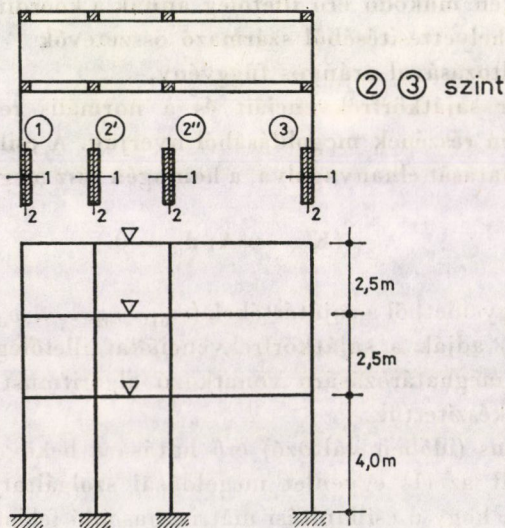
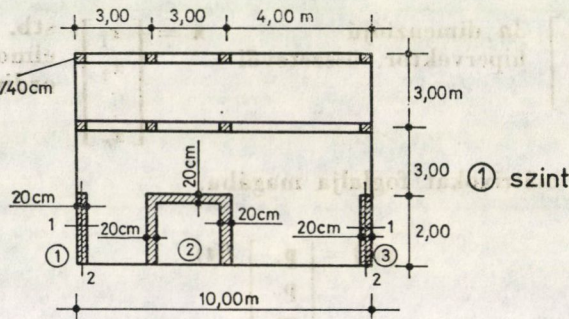
$$c_j = \alpha_k k_j + \alpha_m m_j \quad (j = 1, 2, \dots, 3n)$$

összefüggéssel fejezhető ki. Így a csillapítási mátrix a

$$\mathbf{C} = \alpha_k \mathbf{K} + \alpha_m \mathbf{M} \quad (3)$$

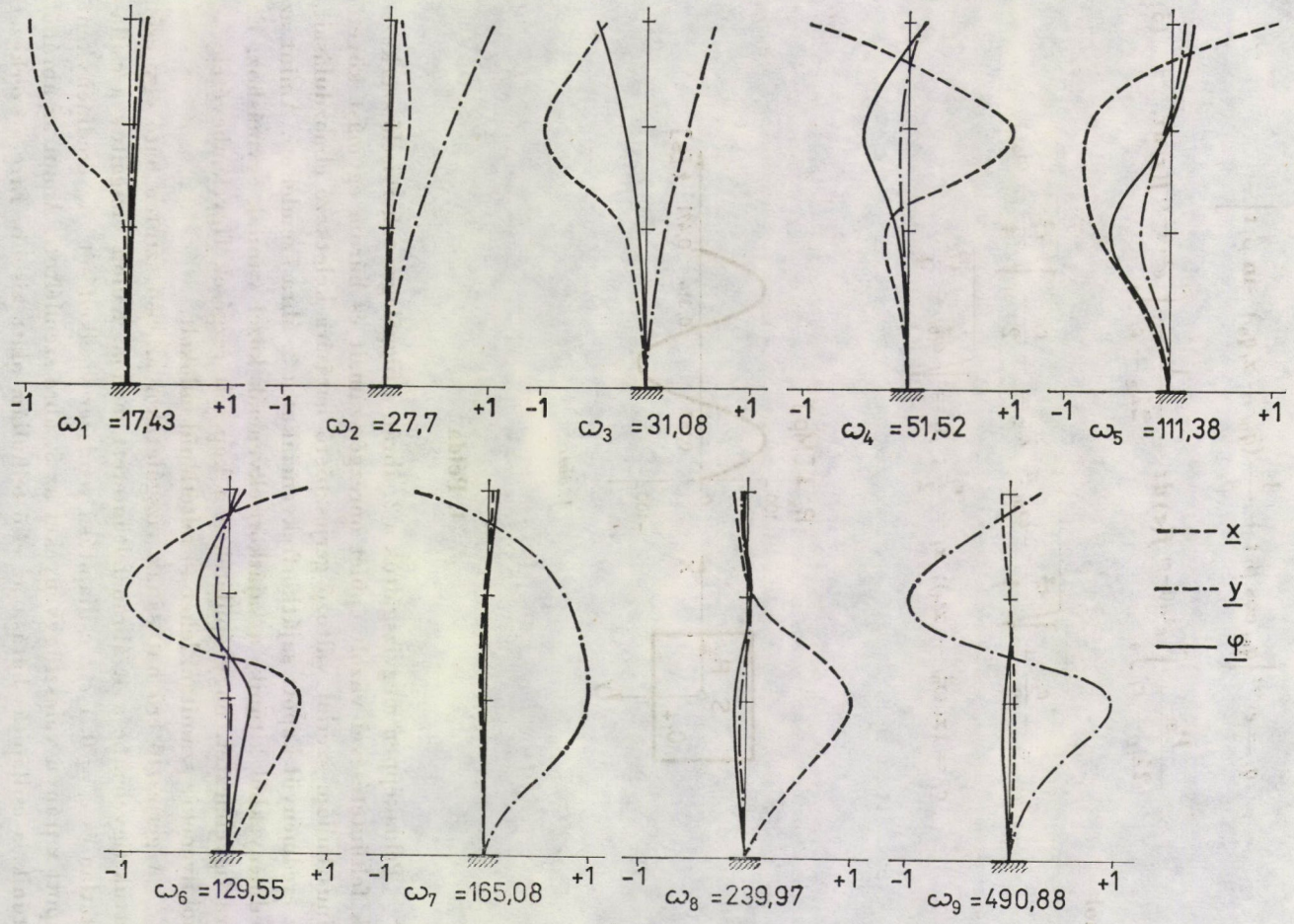
alakot ölti. Ekkor megfelelő  $d = \mathbf{Z}q$  transzformáció elvégzése után az (1) jelű  $3n$  kapcsolt tagot tartalmazó differenciálegyenlet rendszer  $3n$  következő alakú kapcsolatlan differenciálegyenletté esik szét:

$$\ddot{q}_i - (\alpha_k \omega_{0i}^2 + \alpha_m) \dot{q}_i + \omega_{0i}^2 q_i = P_{0i} f(t). \quad (4)$$



2. ábra





3. ábra



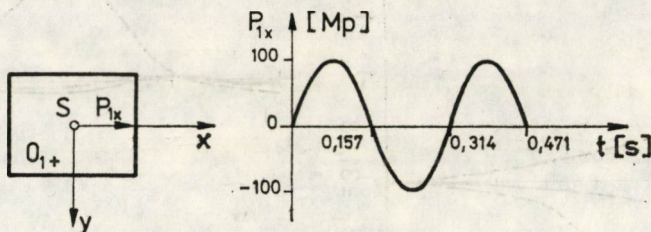
Az egyenlet megoldása:

$$q_i = e^{-\alpha t} \left[ q_{0i} \cos \beta_i t + \frac{1}{\beta_i} (\dot{q}_{0i} + \alpha_i q_{0i}) \sin \beta_i t \right] + \frac{P_{0i}}{2\lambda_{i1} + c_i} \int_0^t e^{\lambda_{i1}(t-\tau)} f(\tau) d\tau + \frac{1}{2\lambda_{i2} + c_i} \int_0^t e^{\lambda_{i2}(t-\tau)} f(\tau) d\tau, \quad (5)$$

ahol

$$\lambda_{i1} = -\frac{c_i}{2} + \sqrt{\frac{c_i^2}{4} - \omega_{0i}^2}; \quad \lambda_{i2} = -\frac{c_i}{2} - \sqrt{\frac{c_i^2}{4} - \omega_{0i}^2};$$

$$c_i = (\alpha_k \omega_{0i}^2 + \alpha_m); \quad \alpha_i = \frac{c_i}{2}; \quad \beta_i = \sqrt{\omega_{0i}^2 - \frac{c_i^2}{4}}.$$



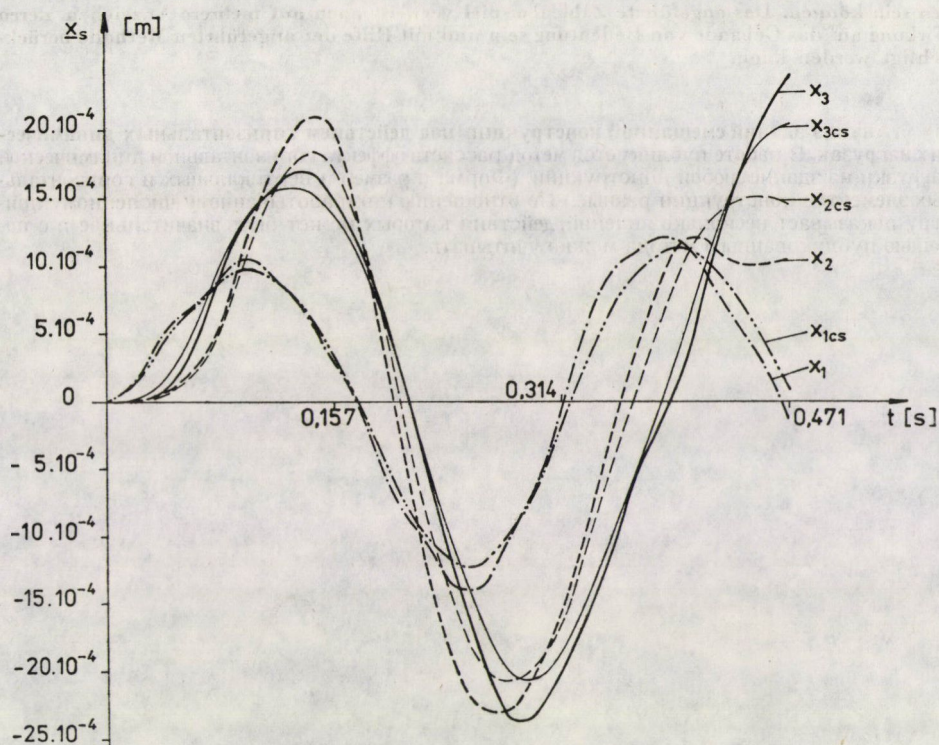
4. ábra

#### 4. Példa

Példaképpen megvizsgáltuk a 2. ábrán a függőleges teherviselő szerkezetek feltüntetésével vázolt épület önrezgésszámait és három egymást követő szinuszhullám szerint változó gerjesztőerő hatására keletkező elmozdulásait. Az eredményül kapott sajátkőrfrekvenciákat a 3. ábra szemlélteti. Amint az eredményekből kitűnik, a sajátkőrfrekvenciák közel vannak egymáshoz. Ez arra figyelmeztet, hogy épületeken a kapcsolt rezgések figyelembevétele — ahol ilyenekre számítani lehet — feltétlenül indokolt.

A gerjesztő erő hatásának vizsgálatakor az első szinten ható egy erőt vettük figyelembe a 4. ábrán feltüntetett módon. Külön vizsgáltuk a csillapítatlan és  $c_i = 0, 1 c_{kri}$  csillapítású rendszer viselkedését. Az eredményként kapott  $x$  irányú válaszfüggvényeket az 5. ábra szemlélteti. Amint az ábrából kitűnik, a csillapítás hatása az első félhullám alatt kisebb. Erre a szerkezet vizsgálatakor figyelemmel kell lenni, mivel sok esetben ez lehet az egész szerkezetre a mértékadó.





5. ábra

## IRODALOM

1. VÉRTES Gy.: Építmények dinamikája. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1976
2. VÉRTES Gy. — TÖRNYOS Á.: Vegyes teherviselő szerkezetű magasházak vízszintes önrezgés-számának meghatározása. *Építés-Építészettudomány.* (1976) 3–4.
- 3., 4., 5. Többszintes keretváz dinamikai vizsgálata. Kutatási jelentés. 1975, 1976, 1977. (Készültek a BME Mechanikai Tanszékén)

**Examination of mixed load bearing structural buildings by a horizontally acting dynamic load.** A calculation method is published for the determination of the effect of a horizontal dynamic load on buildings of general load bearing structure (the load bearing structural elements may differ in both their ground plan and vertical direction and their dimensions, too, may vary). In connection with the elaborated numerical example the paper points out certain phenomena whose effects might be rather important from the viewpoint of the building, but could be readily reckoned with according to the method described.

**Untersuchung von Gebäuden gemischter Tragkonstruktionen bei horizontaler, dynamischer Belastung.** Der Aufsatz vermittelt ein Verfahren, das zur Bestimmung der Wirkung der horizontalen, dynamischen Belastung bei Gebäuden mit allgemein gestalteten Tragkonstruktionen gebraucht werden kann, wobei die lasttragenden Konstruktionselemente, sowohl grundrißmäßig, als auch in vertikaler Richtung, sowie in ihren Abmessungen verschie-

den sein können. Das angeführte Zahlenbeispiel verweist auch auf mehrere Anzeichen, deren Wirkung auf das Gebäude von Bedeutung sein und mit Hilfe der angeführten Methode berücksichtigt werden kann.

**Анализ зданий смешанной конструкции под действием горизонтальных динамических нагрузок.** В работе публикуется метод расчета эффекта горизонтальной динамической нагрузки на здание любой конструкции. (Форма и размер и вертикальных и горизонтальных элементов конструкции разные.) По отношению к выработыванному численному примеру показывает несколько явлений, действия которых может быть значительное и с помощью опубликованного метода можно учитывать.