

A CSIGAKEREK ANALITIKAI VIZSGÁLATA, AZ ALÁMETSZÉS MEGHATÁROZÁSA

LIPKA ISTVÁN*

[Beérkezett: 1977. szeptember 20-án]

Szerző a hengeres csigahajtás csigakerekének a lefejtésére, a fogprofil felületének analitikus előállítására egy aránylag egyszerű módszert ismertet, amely a determinációs eliminációs módszeren alapul. Ez a módszer a csigakerék fogoldalfelületén fekvő, síkmetszetek által nyert görbék összességével állítja elő a fogoldalfelületet. Ezek a sík-görbék a Hewlett-Packard 9830. A számítógép rajzoló készülékével felrajzoltathatók, amely rajzokból azután a fogak alámetszésének értékei közvetlenül kiolvashatók.

A csigával kapcsolódó csigakerék profilfelületének analitikus tárgyalása eléggé bonyolult feladat. Ezért ennek a munkának éppen az a célja, hogy a csigakerék profilfelületének analitikus előállítására egy olyan módszert mutasson be, amely könnyen kezelhető s aránylag rövid úton szolgáltatja a kívánt analitikus előállítást.

A hordkép lokalizáció nélkül készített csigakerék lefejtése olyan csigamaróval történik, amelynek alakja geometriai szempontból pontosan megegyezik annak a csigának az alakjával, amely a csigakerékkel kapcsolódik [1], [2]. A helyesen beállított csigamaró a csigakerék fogait szabályosan lefejti és azt a kerékprofil alakítja ki, amely pontosan megfelel a csigával kapcsolódó csigakerék profiljának. A csiga és csigakerék kapcsolódási folyamatát az ún. „funkcionális” szemlélet alapján tekintjük. Ebben a szemléletben a csigát nem forogni, hanem tengelye irányában tovább tolódni képzeljük. Itt a csigának bármely a tengelyével paralel síkmetszete egyéni profilú fogaslécnek tekinthető, amely a csigakerék valamelyik síkmetszetével (a kerék tengelyére merőleges metszettel) kapcsolódik. A csigának a tengelyével paralel síkok által nyert metszetei nem egyenes, hanem görbe vonalú lécpofilok, amelyeknek alakja metszősíkról metszősíkra változik. Minden ilyen lécpofil a csigakerék lefejtő generálásánál a csigakerék osztóköre legördül és ezáltal görbesereg keletkezik, amelynek burkolója a csigakeréknek egy síkmetszetét szolgáltatja, a kerék tengelyére merőleges valamely síkban. Ezek a kerék összes paralel síkmetszeteiben generált görbék összességükben a csigakerék profilfelületét szolgáltatják. Ezzel előállítottuk a csigakerék profilfelületét, mint a kerék tengelyére merőleges síkokban fellépő metszés görbéknek az összességét.

* Lipka István, 1119 Budapest, Szakasits Á. u. 43. sz.

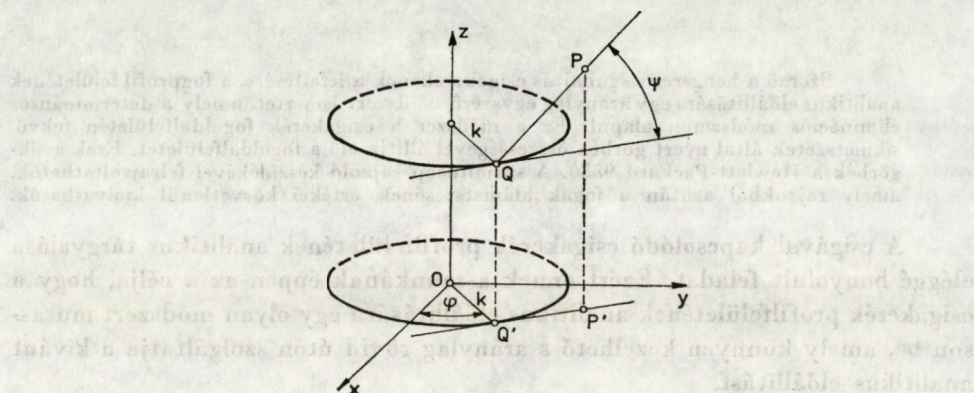
1. A csiga, tengelyével paralel síkmetszeteinek meghatározása

Tekintsük az egyenes vonalú csavarfelület (a csiga felületének) paraméteres egyenletrendszerét (1. ábra):

$$x = k \cos \varphi - t \cos \psi \sin \varphi - a,$$

$$y = k \sin \varphi + t \cos \psi \cos \varphi,$$

$$z = r \cdot \varphi + t \sin \psi,$$



1. ábra

ahol k a csiga (csavarfelület) torokhengerének sugara, ψ a csavarfelület alkotó szöge, vagyis az a szög, amelyet a felület egyenes alkotója a felület tengelyére merőleges síkkal bezár. Továbbá:

$$r = \frac{S}{2\pi},$$

ahol S a csavarfelület emelkedése; a a csigakerék tengelyének távolsága a csiga tengelyétől, amely a két tengely normáltranszverzálisa. Az (x, y, z) derékszögű koordináta-rendszer O origója a csigakerék centrumával esik egybe, a csiga tengelye párhuzamos a z -tengellyel φ és t a felület kétparaméteres egyenlet-rendszerében fellépő két paraméter [3]; $t = QP$.

A csiga felületének azokat a síkmetszeteit fogjuk vizsgálni, amelyek párhuzamosak a csigahajtás szimmetriasíkjával. (A csigahajtás szimmetria-síkjának azt a metszősíkot nevezzük, amely a csiga tengelyén fekszik és a csigakerék tengelyére merőleges.)

* Ha $k = r_a$ (alaphenger-sugár), akkor a felület evolvens csiga; ha $k = 0$, akkor archimedesi, különben pedig konvolut csiga.

Ha egy ilyen síkmetszetnek a paraméteres egyenletrendszerét akarjuk megkapni, akkor a csigafelület fenti egyenletrendszerében az y -koordinátát valamilyen állandó: h értéknek kell vennünk, vagyis

$$h = k \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi \cdot t.$$

Az utóbbi egyenletből a t paramétert kifejezve:

$$t = \frac{h - k \sin \varphi}{\cos \psi \cos \varphi},$$

amelyet x és z koordináták fenti kifejezésében írva nyerjük, hogy:

$$x = \frac{k - h \cdot \sin \varphi}{\cos \varphi} - a, \quad (1)$$

$$z = r \varphi + \operatorname{tg} \psi \frac{h - k \sin \varphi}{\cos \varphi}.$$

Ha ebben az egyparaméteres egyenletrendszerben (φ a paraméter) különböző h értékeket tekintünk, akkor a csigának a csigahajtás szimmetriasíkjával párhuzamos különböző paralel síkmetszeteit nyerjük. Pl.: $h = 0$ -ra:

$$x = \frac{k}{\cos \varphi} - a;$$

$$z = r \varphi - k \tan \psi \cdot \tan \varphi.$$

Ez a csiga tengelymetszete, amely paralel az előbbi síkmetszetekkel.

Az (1) alatti egyenletrendszer azoknak a lécpofiloknak az egyparaméteres egyenletrendszere, amelyek a csigakereket származtató lefejtő mozgásnál a csigakerék osztóköreán legördülnek és azokat a görbeseregeket írják le, amelyeknek burkolói a csigakerék paralel síkmetszeteit szolgáltatják.

2. A csigakerék tengelyére merőleges síkmetszeteknek a meghatározása

Az (x, z) síkban fekvő (1) alatti metszéspárhuzamos: „lécpofil” az O origo körüli elforgással és a z irányban való eltolódással generál az (x, z) síkban egy ellenprofilt, amely a csigakerék fogainak az (x, z) síkkal való metszéspárhuzamosa.

Amikor az (1) alatti metszéspárhuzamos az O pont körül valamilyen Φ -szöggel elforog, ugyanakkor a z irányban (Φr_0) -darabbal eltolódik, ahol r_0 a csigakerék osztóköreének sugara. Eszerint az (x, z) síkban a kétféle generáló mozgás által előálló görbeseregnek következő lesz a paraméteres egyenletrendszere:

$$\xi = x \cos \Phi - (z + r_0 \Phi) \sin \Phi, \quad (2)$$

$$\zeta = x \cdot \sin \Phi + (z + r_0 \Phi) \cos \Phi.$$

Ennek a görbeseregnek a burkoló görbéje lesz a generált csigakeréknek az a metszésgörbéje, amelyet a csigakerék felületéből az $y = h$ sík metsz ki. A burkoló meghatározásához szükséges elimináció függvénydeterminánsa a következő másodrendű determináns:

$$\begin{vmatrix} \xi \Phi & \zeta \Phi \\ \xi \varphi & \zeta \varphi \end{vmatrix}.$$

Ha kiszámítjuk ebben a determinánsban fellépő parciális differenciál hányadosokat, akkor a következő kifejezéseket kapjuk (az indexbe írt változó, e változó szerinti parciális differenciálást jelent):

$$\begin{aligned} \xi_{\varphi} &= -(x + r_0) \sin \Phi - (z + r_0 \Phi) \cos \Phi, \\ \zeta_{\varphi} &= (x + r_0) \cos \Phi - (z + r_0 \Phi) \sin \Phi, \\ \xi_{\Phi} &= x_{\varphi} \cos \Phi - z_{\varphi} \sin \Phi, \\ \zeta_{\Phi} &= x_{\varphi} \sin \Phi + z_{\varphi} \cos \Phi. \end{aligned}$$

Ezekkel az eliminációs determináns:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \xi_{\Phi} \zeta_{\Phi} \\ \xi_{\varphi} \zeta_{\varphi} \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} -(x + r_0) \sin \Phi - (z + r_0 \Phi) \cos \Phi & (x + r_0) \cos \Phi - (z + r_0 \Phi) \sin \Phi \\ x_{\varphi} \cos \Phi - z_{\varphi} \sin \Phi & x_{\varphi} \sin \Phi + z_{\varphi} \cos \Phi \end{vmatrix} \\ &= -(x + r_0) x_{\varphi} - z_{\varphi} (z + r_0 \Phi). \end{aligned}$$

A burkolási feltételnek megfelelően e függvénydetermináns értéke nulla

$$0 = -(x + r_0) x_{\varphi} - (z + r_0 \Phi) z_{\varphi},$$

ahonnan a φ és Φ változók közül az egyiket a másikkal kifejezve:

$$\Phi = - \frac{(x + r_0) x_{\varphi} + z z_{\varphi}}{r_0 z_{\varphi}}.$$

Φ -nek ezt a, már csak a φ -változótól függő kifejezését a (2) alatti egyenletrendszerbe írva, egy egyparaméteres egyenletrendszert kapunk, amely a keresett burkoló görbe előállítására paraméteres alakban.

Tehát a csigakeréknek az $y = h$ síkkal való metszésgörbáját a következő egyparaméteres egyenletrendszer szolgáltatja:

$$\begin{aligned} \xi &= x \cos \Phi - (z + r_0 \Phi) \sin \Phi, \\ \zeta &= x \sin \Phi + (z + r_0 \Phi) \cos \Phi, \end{aligned} \quad (3)$$

ahol

$$\Phi = - \frac{(x + r_0) x_{\varphi} + z z_{\varphi}}{r_0 z_{\varphi}},$$

továbbá:

$$\begin{aligned}x &= \frac{k - h \sin \varphi}{\cos \varphi} - a, \\z &= r \varphi + \tan \psi \frac{h - k \sin \varphi}{\cos \varphi}, \\x_{\varphi} &= \frac{k \sin \varphi - h}{\cos^2 \varphi}, \\z_{\varphi} &= r + \tan \psi \frac{h \sin \varphi - k}{\cos^2 \varphi},\end{aligned}\quad (3')$$

Az x_{φ} és z_{φ} -nek ebből a kifejezésből látható, hogy a Φ fenti előállítás is csak a φ paramétertől függ és így ξ és ζ is csak a φ -nek a függvényei, konstans h -ra.

Ezzel analitikusan előállítottuk a csigakerék felületét úgy, hogy a csigakerék tengelyére merőleges metszősíkokban fellépő metszésgörbéknek az analitikus előállítását vezettük le. Ezeket a metszésgörbéket tulajdonképpen olyan „lécprofilok” generálják, amelyek a csigának paralel síkmetszetei, ahol a metszősíkok merőlegesek a csigakerék tengelyére.

A csigakeréken fekvő, a lécprofilok által generált görbék, amelyek a csigakerékek paralel síkmetszeteinek felelnek meg, a körevolvenssel semmiféle kapcsolatban sem levő, attól különböző görbék, azért mert a generáló léc profilja nem egyenes, hanem attól különböző valamilyen görbe. E tény részletesebb elemzéséhez először a csiga tengelymetszeteit kell meghatároznunk.

3. A csiga tengelyével párhuzamos síkmetszeteknek a vizsgálata

A csigának a csigahajtás szimmetriasíkjával párhuzamos síkmetszeteit az (1) alatti egyenletrendszer állítja elő. Ha ebben az egyparaméteres egyenletrendszerben különböző h -értékeket tekintünk, akkor a csigának különböző paralel síkmetszeteit nyerjük. Most azt kérdezzük, hogy ez a csiga tengelyével párhuzamos síkmetszet milyen esetben lesz egyenes. Eszerint azt kérdezzük, hogy az dz/dx differenciálhányados, mely esetben konstans. Ha az (1) alatti x és z φ paraméter szerinti differenciálhányadosát ponttal jelöljük, vagyis (1) szerint:

$$\dot{x} = \frac{k \sin \varphi - h}{\cos^2 \varphi}; \quad \dot{z} = r + \tan \psi \frac{h \sin \varphi - k}{\cos^2 \varphi},$$

akkor azt kívánjuk, hogy a

$$\frac{dz}{dx} = \frac{\dot{z}}{\dot{x}} = \frac{r \cos^2 \varphi + \tan \psi (h \sin \varphi - k)}{k \sin \varphi - h}$$

differenciálhányados a φ változó minden értékére állandó legyen. Ez csak abban az esetben következik be, amikor $\sin \varphi$ együtthatói: h és k nullával egyenlők, amikor is

$$\frac{\dot{z}}{\dot{x}} = \frac{r \cos^2 \varphi}{0} = \infty, \quad (\varphi \neq 90^\circ).$$

Ez (mivel $k = 0$) először is azt jelenti, hogy a csiga archimedesi, mert torokkörének k sugara nullával egyenlő, továbbá, mivel $y = h = 0$, a tekintetbe vett síkmetszet a csiga tengelymetszete. Tehát arra az eredményre jutottunk, hogy csakis az archimédesi csigának a síkmetszete és pedig a csiga tengelymetszete lesz egyenes. Mivel ez az egyenes párhuzamos a z -tengellyel, vagyis 90° -os szöget zár be az x -tengellyel, azért e szög tangense (ha $\varphi \neq 90^\circ$) megegyezésben a fentebbi eredménnyel.

$$\frac{\dot{z}}{\dot{x}} = \tan 90^\circ = \infty.$$

4. A csigakerék homlokmetszeteinek (a kerék tengelyére merőleges síkmetszeteknek) vizsgálata

A csigakerék tengelyére merőleges sík a csiga tengelyével párhuzamos és így a csigát az (1) alatt megadott valamilyen h értékhez tartozó görbében (lécprofilban) metszi. Ez, az (x, z) síkkal párhuzamos síkban fekvő metszéspontok („lécprofil”) a z -irányban való eltolódással egy görbesereget ír le a $h = \text{konst}$ síkban, amelynek paraméteres egyenletrendszere a következő:

$$x = \frac{k - h \sin \varphi}{\cos \varphi} - a_0, \quad (4)$$

$$z = r \cdot \varphi + \tan \psi \frac{h - k \sin \varphi}{\cos \varphi} + r_0 \varphi.$$

Itt φ és Φ a paraméterek. Ebből a görbeseregéből az O origó körüli elforgás a másik generáló mozgás származtatja azt a görbesereget, amelynek burkolója a csigakeréknek, a $h = \text{konst}$ síkkal való metszéspontoké. Az általunk már régebben levezetett evolvens-kritérium [4] segítségével a (4) alatt felírt görbesereg-egyenletrendszerből eldönthető az, hogy a csigakerék $h = \text{konst}$ síkban fekvő metszéspontoké körevolvens-e, vagy valamely attól eltérő görbe. Ha a (4) alatti kétváltozós:

$$x \equiv x(\varphi, \Phi); \quad z \equiv z(\varphi, \Phi)$$

függvények parciális differenciálhányadosaiból képezzük a következő egyenletet:

$$\left| \begin{array}{cc} x_{\varphi}(\varphi, \Phi) & z_{\varphi}(\varphi, \Phi) \\ x_{\varphi}(\varphi, \Phi) & z_{\varphi}(\varphi, \Phi) \end{array} \right|^2 - r_a^2 [x_{\varphi}^2(\varphi, \Phi) + z_{\varphi}^2(\varphi, \Phi)] = 0,$$

akkor ennek az egyenletnek a teljesülése szükséges ahhoz, hogy az előbbi kétféle generáló mozgással származtatott görbe körelvolvens legyen (r_a a kör-evolvens alapkörének sugara).

Mostani esetünkben (4) szerint:

$$x_{\Phi}(\varphi, \Phi) = \frac{\partial x(\varphi, \Phi)}{\partial \Phi} = \frac{\partial}{\partial \Phi} \left(\frac{k - h \sin \varphi}{\cos \varphi} - a \right) = 0,$$

$$z_{\Phi}(\varphi, \Phi) = \frac{\partial z(\varphi, \Phi)}{\partial \Phi} = r_0,$$

továbbá (3')-szerint:

$$x_{\varphi} = \frac{k \sin \varphi - h}{\cos^2 \varphi}, \quad z_{\varphi} = r + \tan \varphi \frac{h \sin \varphi - k}{\cos^2 \varphi}.$$

Ezekkel az evolvens-kritérium fenti kifejezésében fellépő függvénydetermináns értéke:

$$\left| \begin{array}{cc} x_{\Phi}(\varphi, \Phi) & z_{\Phi}(\varphi, \Phi) \\ x_{\varphi}(\varphi, \Phi) & z_{\varphi}(\varphi, \Phi) \end{array} \right|^2 = \left| \begin{array}{cc} x_{\varphi}(\varphi, \Phi) & z_{\Phi}(\varphi, \Phi) \\ 0 & r_0 \end{array} \right|^2 = r_0^2 x_{\varphi}^2(\varphi, \Phi);$$

és ezzel az evolvens-kritérium kifejezése:

$$r_0^2 x^2(\varphi, \Phi) - r_a^2 [x_{\varphi}^2(\varphi, \Phi) + y_{\varphi}^2(\varphi, \Phi)] = 0.$$

Tegyük fel, hogy ez a kritérium teljesül, vagyis fennáll a most felírt egyenlet és osszuk az utóbbi kifejezést

$$[x_{\varphi}^2(\varphi, \Phi) + y_{\varphi}^2(\varphi, \Phi)]$$

összeggel, akkor azt kapjuk, hogy:

$$r_0^2 \frac{x_{\varphi}^2(\varphi, \Phi)}{x_{\varphi}^2(\varphi, \Phi) + y_{\varphi}^2(\varphi, \Phi)} - r_a^2 = 0. \quad (5)$$

Itt, ha az r_0^2 mellett álló törtkifejezésből négyzetgyököt vonunk, a

$$\frac{x_{\varphi}(\varphi, \Phi)}{\sqrt{x_{\varphi}^2(\varphi, \Phi) + y_{\varphi}^2(\varphi, \Phi)}}$$

kifejezéshez jutunk. Ez utóbbi törtkifejezés a differenciálgeometria elemei szerint az $(x(\varphi, \Phi); z(\varphi, \Phi))$ görbe (lécpofil) érintőjének iránykoszinusza, és pedig annak az α -szögnek a koszinusza, amely a görbeérintő az x -tengellyel zár be. Tehát

$$\cos \alpha = \frac{x_{\varphi}(\varphi, \Phi)}{\sqrt{x_{\varphi}^2(\varphi, \Phi) + z_{\varphi}^2(\varphi, \Phi)}},$$

amelynek értéke ezután az (5) alattiból:

$$\cos \alpha = \frac{r_a}{r_0}, \quad (\alpha = \text{konst}).$$

Eszerint a görbeérintő állandó nagyságú α -szöget zár be az x -tengellyel, ami azt jelenti, hogy most az (1) alatti görbe egyenes, mert $\tan \alpha = dz/dx = c$ állandó és így $z = cx + b$ egyenesnek felel meg az (1) alatti paraméteres előállítás. Ezek szerint az előbbi 3. fejezet értelmében arra az eredményre jutottunk, hogy a csigakerék tengelyére merőleges síkmetszet, azaz a csigakerék homlokmetSZete csak abban az esetben lesz körevolvens, ha a generáló mozgást végző (1) alatti fogasléc profilja egyenes és ezért a generáló fogasléc egy archimedesi csigának a tengelymetSZete (síkmetszete). Ezzel bebizonyítottuk, hogy a csigakeréknek a tengelyére merőleges síkmetszetei általában nem körevolvensek, és csakis egy speciális esetben, amikor a csiga archimedesi, lesz a csigakerék tengelymetSZete körevolvens.

5. A csigakerék profilfelületének a vizsgálata.

A kerékfogak alámetszésének a meghatározása

A csigakerék profilfelületének a meghatározása, a 2. fejezet szerint a csigakerék tengelyére merőleges síkmetszetek alapján történhetik. A kerékfog oldalán fekvő metszéspontok paraméteres egyenletrendszerét a (3) alatti egyenletrendszer szolgáltatja, ha abban a φ -szögparaméter bizonyos változási intervallumot befut, miközben az x és z kifejezésben a h értéke állandó. Változó h értékekre a fogoldal különböző síkmetszeteit nyerjük.

A kerékfog oldalfelületének ezt a vizsgálatát egy *konkrét példa* keretében mutatjuk be.

Tekintsünk egy *evolvens csigát* (ennek homlokmetSZete közösleges hegyes körevolvens). A csiga bekezdéseinek száma legyen: $z_1 = 1$, a vele kapcsolódó csigakerék fogszáma: $z_2 = 20$; modulus: $m = 5$ mm. Az átmérőhányados $q = 10$; tengelytáv: $a = 75$ mm (normál transzverzális); szerszám osztóhenger átmérője: $q_m = 10.5$ mm = 50 mm.

Alkotó szög: $\Psi = 20^\circ 44' 14''$; [1] 44. old. Az alapkör sugara: $r_a = 6,59275$ mm. A csigakerék osztókör sugara

$$r_0 = 50 \text{ mm.}$$

Mivel a csiga evolvens csiga, azért a torokkör azonos az alapkörrel azaz:

$$k = r = 6,59275 \text{ mm,}$$

továbbá a (3) alatti képletében z kifejezésében fellépő r faktor az

$$r = r_a \tan \Psi$$

képletből nyerhető, ahol:

$$\tan \Psi = 0,378\,611\,1.$$

r egy olyan kör sugara, amelynek kerülete egyenlő a csavarfelület emelkedésével.

Ezekkel az adatokkal a csigakerékre a (3) alattiból:

$$x = \frac{6,592\,75 - h \sin \varphi}{\cos \varphi} - 75 \text{ [mm]}$$

$$z = 0,378\,611\,1 \left[6,592\,75 \varphi + \frac{h - r_a \sin \varphi}{\cos \varphi} \right] \text{ [mm]}$$

$$x_\varphi = \frac{6,592\,75 \sin \varphi - h}{\cos^2 \varphi};$$

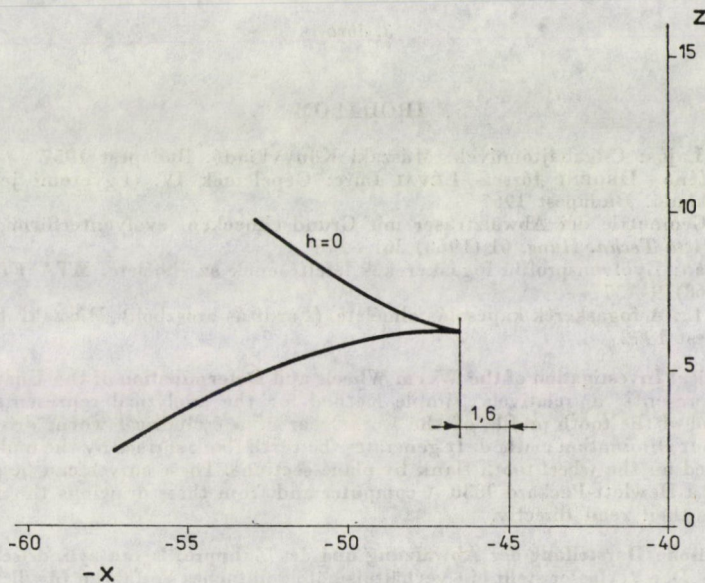
$$z_\varphi = 0,378\,611\,1 \left[6,592\,75 + \frac{h \sin \varphi - 6,592\,75}{\cos^2 \varphi} \right] \text{ [mm]}.$$

Mivel az utóbbi értékekkel, adott φ és h esetében a

$$\varphi = -\frac{(x + r_0) x_\varphi + z \cdot z_\varphi}{r_0 z_\varphi}; \quad (r_0 = 50 \text{ mm})$$

szög értéke kiszámítható, a (3) alattiból nyerjük ξ és ζ keresett értékét. Ha a $h = 0$ -nak megfelelő tengelymetszetet tekintjük, akkor a foglaldaln kapott metszési görbét a mellékelt 2. ábra mutatja, amelyet úgy nyerünk, hogy a φ - paraméter a

$$-80^\circ 12' 51'' < \varphi \leq -57^\circ 17' 45''$$



2. ábra

változási intervallumot befutja. Mivel a csigakerék osztókörének sugara: $r_0 = 50$ mm, a modulus $m = 5$ mm, a fogmagasság pedig $2m = 10$ mm, azért amint a 2 ábrából látható, a lábmagasság nem éri el a $m = 5$ mm értéket, hanem abból még az ábra szerint kb. 1,6 érték hiányzik. Tehát

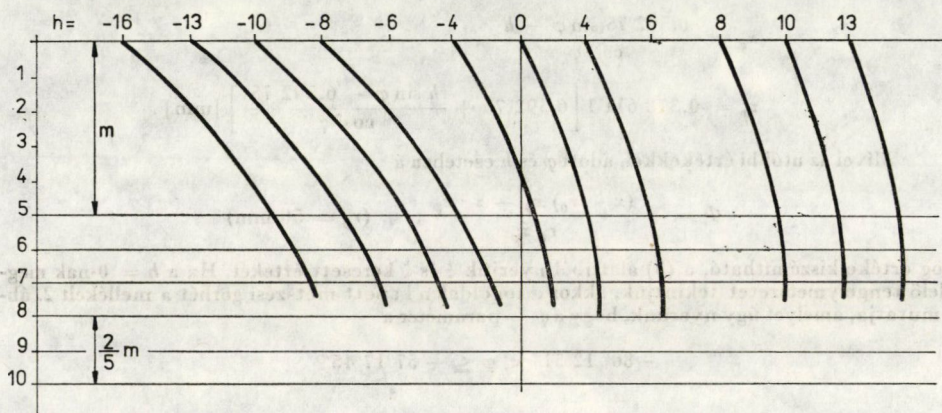
itt alámetszés lép fel, és így a lefejtésnél nem kapjuk meg a teljes fogmagasságot. A szóban forgó csigakerékre a fogoldal síkmetszeteit a Hewlett-Packard 9830A elektronikus számítógép rajzoló készülékével MAKLÁRY Zoltán kutató mérnök felrajzoltatta, és pedig a

$$h = 0; 4; 8; 10; 13$$

értékeknek megfelelő metszősíkokra, valamint a

$$h = -4; -8; -10; -13; -16$$

értékeknek megfelelő metszősíkokra, amelyekre a 3. ábrán feltüntetett metszésgörbék adódtak. Ezekből a görbék közül látható, hogy a $2m$ értékű (m = modulus) fogmagasságból a lábmagasságnak megfelelő rész kisebb a modulusnak megfelelő m értéknél, és pedig kb. $0,4m$ értékkel kisebb, mint m . Tehát a lábmagasság az alámetszés folytán csak $0,6m$ értékű, és így az aktív fogmagasság kb. $1,6m$.



3. ábra

IRODALOM

1. SZENICZEI Lajos: Csigahajtoművek. Műszaki Könyvkiadó. Budapest 1957
2. TERPLÁN Zénó—DROBNÍ József—LÉVAI Imre: Gépelemek IV. (Egyetemi jegyzet) Tan-
könyvkiadó. Budapest 1967
3. LIPKA I.: Geometrie der Abwälzfräser mit Grundschnecken evolventerförmiger Ausführ-
ung. *Acta Techn. Hung.* **61** (1968) 261—276
4. LIPKA István: Evolvensprofilú fogaskerek lefejtésének az elmélete. *MTA VI. Oszt. Közl.*
40 (1968) 9—37
5. LITVIN, F. L.: A fogaskerék kapcsolás elmélete. (Fordítás oroszról.) Műszaki Könyvkiadó,
Budapest 1972

Analytical Investigation of the Worm Wheels and Determination of the Undercutting. —

The author presents a relatively simple method for the analytical representation of the generation and of the tooth profile of the worm gear of a cylindrical worm drive, based on the determinant elimination method. It generates the tooth flank surface by the multitude of the curves obtained on the wheel tooth flank by plane sections. These curves can be plotted with the plotter of a Hewlett-Packard 9830 A computer and from these drawings the undercutting of the teeth is then read directly.

Analytische Darstellung der Abwälzung und des Zahnprofils von zylindrischen Schneckenrädern. — Der Verfasser stellt ein verhältnismäßig einfaches Verfahren für die analytische Darstellung der Abwälzung und des Zahnprofils von zylindrischen Schneckenrädern vor, welches auf der Eliminationsmethode der Determinanten beruht. Diese Methode stellt die Zahnflankenfläche durch die Gesamtheit der auf den Zahnflanken des Rades liegenden, durch ebene Schnitte gewonnenen Kurven dar. Diese ebenen Kurven können mit dem Zeichengerät des Rechners Hewlett-Packard 9830 A aufgezeichnet werden und aus diesen Zeichnungen können dann die Werte des Zahnunterschnitts direkt abgelesen werden.