

A VÁLTOZÓ RÉSZCSATORNA SZÉLESSÉGŰ RÁCSÁRAMLÁS FELADATÁNAK VISSZAVEZETÉSE A SÍKRÁCS PROBLÉMÁRA

HIDASI JÁNOS*

[Beérkezett 1976. november 4-én]

A változó részcsatorna szélességű rácsáramlás nem harmonikus potenciál és áramfüggvénye kifejezhető harmonikus függvények segítségével. Ezzel a módszerrel olyan összefüggést kapunk, amely alkalmas a sebességkomponensek meghatározására. A módszer alkalmazhatóságának feltétele az, hogy a részcsatorna kellő pontosan approximálható legyen a két szabad konstansú parabolikus vagy hiperbolikus görbével

Jelölések:

c_x, c_y — abszolút sebességkomponensek
 φ, Φ — sebességpotenciálok
 ψ, Ψ — áramfüggvények
 c_1, c_2, c_3 — approximációs konstansok
 $b(x)$ — részcsatorna szélesség
 f_1, f_2 — $b(x)$ -től függő transzformációs függvények

1. Bevezetés

Az áramlástechnikai gépek járó és vezetőkerekeinek tervezésére szolgáló számítási eljárások elvi alapját a valóságban kialakuló háromdimenziós áramlás minél pontosabb analízise képezi. Számítások során feltételezik, hogy az áramló közeg súrlódásmentes és összenyomhatatlan. A lapátózás terében kialakuló áramlás áramfelületei a gép forgástengelyével koaxiális áramfelületek. Forgásfelületeken a két szomszédos forgásfelülettel határolt részcsatorna középső áramfelületén a kétdimenziós áramlásra kapják az abszolút áramlást leíró differenciálegyenleteket. Alkalmasan választott leképző függvény segítségével síkra leképezve a síkon ez kétdimenziós rácsáramlást jelent.

A síkáramlás egyenleteiben az örvénymentesség továbbra is teljesül, viszont forrásos lesz, amelynek forrásai a részcsatorna szélességének változásából következően folytonosan eloszló felületi forráseloszlást jelentenek.

Az alapegyenleteket tekintve két csoportra osztható a feladatok jellege. Az állandó részcsatorna szélesség esetén a felületi forráseloszlás eltűnik, a feladat megoldása a Laplace-egyenlet megoldását jelenti. A másik az általános

* Hidasi János, 1053 Budapest, Királyi Pál u. 10.

eset, amikor is a részcsonna szélesség változó, a Laplace-egyenlethez pótlólagos tagként a

$$-\frac{1}{b} \frac{db}{dx} \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \text{ illetve a } +\frac{1}{b} \frac{db}{dx} \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

mennyiségek kerülnek.

Ha a részcsonna szélesség változására bizonyos feltételeket előírunk, akkor transzformációs kapcsolat áll fenn a két eset között, a változó részcsonna szélességű rácsfeladat visszavezethető a Laplace-egyenlet megoldására.

Ez véghezvihető, ha a szélességeloszlás két szabad konstansú parabolikus vagy hiperbolikus görbével kellő pontosan approximálható.

2. A változó részcsonna szélességű rácsáramlás alapegyenletei a síkon

A forgási áramfelületeken kialakuló kétdimenziós abszolút áramlás egyenleteit [2] szerint konformisan síkra leképezve kapjuk a kontinuitás

$$\frac{\partial}{\partial x} [b(x) c_x] + \frac{\partial}{\partial y} [b(x) c_y] = 0,$$

vagy másképp

$$\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} = -\frac{1}{b} \frac{db}{dx} c_x \quad (1)$$

és az örvénymentesség

$$\frac{\partial c_y}{\partial x} - \frac{\partial c_x}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

feltételi egyenleteit. (Függelék 1)

Az örvénymentesség feltétele teljesül, viszont jelen van

$$-\frac{1}{b} \frac{db}{dx} c_x$$

nagyságú felületi forráseloszlás.

Az áramlás örvénymentes volta miatt definiálható a φ potenciálfüggvény, hogy

$$c_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad c_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}. \quad (3)$$

Definiálható továbbá egy ψ áramfüggvény tulajdonságokat mutató függvény is (ahogy a Függelék 2-ben bizonyítjuk)

$$c_x = \frac{1}{b} \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad c_y = -\frac{1}{b} \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (4)$$

A φ és ψ -re pedig a következő egyenletek kaphatók:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{1}{b} \frac{db}{dx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{1}{b} \frac{db}{dx} \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0. \quad (6)$$

Az egyenletek mindkét felírási módja képezheti a vizsgálatok menetét.

A feladat peremfeltételi egyenleteit a sebességtér rács előtti és utáni nagysága határozza meg.

3. A változó részcsatorna szélességű rácsáramlás feladatának visszavezetése a Laplace-egyenletre

Az (5), (6) egyenletek elliptikus típusú parciális differenciálegyenletek. Keressük azokat a feltételeket az [1] szerinti módon, amikor

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{1}{b} \frac{db}{dx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0$$

és

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0$$

egyenletek között a

$$\varphi = f_1(b) \Phi \quad (7)$$

transzformációs kapcsolat írható.

A (7). alapján képezzük a következő mennyiségeket:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= \frac{df_1}{db} \frac{db}{dx} \Phi + f_1(b) \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} &= \left[\frac{d^2 f_1}{db^2} \left(\frac{db}{dx} \right)^2 + \frac{df_1}{db} \frac{d^2 b}{dx^2} \right] \Phi + 2 \frac{df_1}{db} \frac{db}{dx} \frac{\partial \Phi}{\partial x} + f_1(b) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} &= f_1(b) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}. \end{aligned}$$

A visszahelyettesítés és rendezés után

$$\begin{aligned} f_1 \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right] + \Phi \left[\frac{d^2 f_1}{db^2} \left(\frac{db}{dx} \right)^2 + \frac{df_1}{db} \frac{d^2 b}{dx^2} + \frac{1}{b} \left(\frac{db}{dx} \right)^2 \frac{df_1}{db} \right] + \\ + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \left[2 \frac{df_1}{db} \frac{db}{dx} + \frac{1}{b} \frac{db}{dx} f_1 \right] = 0. \end{aligned}$$

Vagyis kapjuk a

$$\Phi \left[\underbrace{\frac{d^2 f_1}{db^2} \left(\frac{db}{dx} \right)^2 + \frac{df_1}{db} \frac{d^2 b}{dx^2} + \frac{1}{b} \left(\frac{db}{dx} \right)^2 \frac{df_1}{db}}_{B_1(x)} + \underbrace{\frac{\partial \Phi}{\partial x} \left[2 \frac{df_1}{db} \frac{db}{dx} + \frac{1}{b} \frac{db}{dx} f_1 \right]}_{B_2(x)} \right] = 0$$

feltételi egyenletet.

A fenti feltétel két esetben teljesíthető. Az első, amikor

$$\frac{\frac{\partial \Phi}{\partial x}}{\Phi} = - \frac{B_1(x)}{B_2(x)} = f(x) \text{ vagy, const}$$

ami a Φ -re erős megszorítást jelent. (Függelék 3)

A második esetben:

$$2 \frac{df_1}{db} \frac{db}{dx} + \frac{1}{b} \frac{db}{dx} f_1 = 0, \quad (8)$$

$$\frac{d^2 f_1}{db^2} \left(\frac{db}{dx} \right)^2 + \frac{df_1}{db} \frac{d^2 b}{dx^2} + \frac{1}{b} \left(\frac{db}{dx} \right)^2 \frac{df_1}{db} = 0. \quad (9)$$

A (8), (9) egyenletből álló differenciálegyenlet-rendszer megoldása adja az f_1 és b függvényeket.

A (8) egyenlet f_1 -re megoldható függetlenül a (9) egyenlettől.

$$\begin{aligned} \frac{db}{dx} \left[2 \frac{df_1}{db} + \frac{1}{b} f_1 \right] &= 0, \\ \int \frac{df_1}{f_1} &= - \frac{1}{2} \int \frac{db}{b} \\ \ln f_1 &= \ln \frac{1}{\sqrt{b}} + \ln c_3, \\ f_1 &= \frac{c_3}{\sqrt{b}}, \\ \frac{df_1}{db} &= - \frac{c_3}{2b\sqrt{b}} \quad ; \quad \frac{d^2 f_1}{db^2} = \frac{3c_3}{4b^2\sqrt{b}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Visszahelyettesítve (9) egyenletbe a fentieket

$$\frac{3c_3}{4b^2\sqrt{b}} \left(\frac{db}{dx} \right)^2 - \frac{c_3}{2b\sqrt{b}} \frac{d^2 b}{dx^2} - \frac{c_3}{2b^2\sqrt{b}} \left(\frac{db}{dx} \right)^2 = 0,$$

az összevonásokat és egyszerűsítéseket elvégezve a

$$2b \left(\frac{d^2b}{dx^2} \right) - \left(\frac{db}{dx} \right)^2 = 0 \quad (11)$$

másodrendű nem lineáris differenciálegyenletet kapjuk b -re.

A (11) egyenlet

$$\frac{db}{dx} = u [b(x)]; \quad \frac{d^2b}{dx^2} = \frac{du}{db} \frac{db}{dx} = \frac{du}{db} u$$

helyettesítéssel

$$2b \frac{du}{db} u - u^2 = 0 \quad (12)$$

transzformált alakra megy át.

Megoldva:

$$\int \frac{du}{u} = \frac{1}{2} \int \frac{db}{b}$$

$$\ln u = \ln \sqrt{b} + \ln c_1,$$

$$u = c_1 \sqrt{b}.$$

Így

$$\frac{db}{dx} = c_1 \sqrt{b} \quad (13)$$

$$\int \frac{db}{\sqrt{b}} = c_1 \int dx,$$

$$2\sqrt{b} = c_1 x + c_2,$$

$$b = (c_1 x + c_2)^2. \quad (14)$$

Tehát a részcatorna szélességnek elegendő pontosan közelíthetőnek kell lennie (14) szerinti függvénnyel, ahol c_1, c_2 approximációs konstansok.

A sebességtér (3) szerint képezhető:

$$c_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = - \frac{1}{2b\sqrt{b}} \frac{db}{dx} \Phi + \frac{1}{\sqrt{b}} \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (15)$$

$$c_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{1}{\sqrt{b}} \frac{\partial \Phi}{\partial y}. \quad (16)$$

A gyakorlati alkalmazhatóság tekintetében jelentősebb esetként a

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{1}{b} \frac{db}{dx} \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = 0$$

egyenletekre a

$$\psi = f_2(b) \Psi \quad (17)$$

transzformáció lehetőségét vizsgáljuk meg.

Az előzőekhez hasonlóan képezve a $\partial\psi/\partial x$ és $\partial^2\psi/\partial x^2$ mennyiségeket és visszahelyettesítve (6)-ba az

$$\begin{aligned} f_2 \left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right] + \Psi \left[\frac{d^2 f_2}{db^2} \left(\frac{db}{dx} \right)^2 + \frac{df_2}{db} - \frac{1}{b} \left(\frac{db}{dx} \right)^2 \frac{df_2}{db} \right] + \\ + \frac{\partial \Psi}{\partial x} \left[2 \frac{df_2}{db} \frac{db}{dx} - \frac{1}{b} \frac{db}{dx} f_2 \right] = 0 \end{aligned}$$

egyenletet kapjuk. A b és f függvényekre a

$$2 \frac{df_2}{db} \frac{db}{dx} - \frac{1}{b} \frac{db}{dx} f_2 = 0, \quad (18)$$

$$\frac{d^2 f_2}{db^2} \left(\frac{db}{dx} \right)^2 + \frac{df_2}{db} \frac{d^2 b}{dx^2} - \frac{1}{b} \left(\frac{db}{dx} \right)^2 \frac{df_2}{db} = 0 \quad (19)$$

feltételi differenciálegyenlet-rendszer írható. A (18) egyenletet függetlenül (19)-től megoldhatjuk:

$$\frac{db}{dx} \left[2 \frac{df_2}{db} - \frac{1}{b} f_2 \right] = 0,$$

$$\int \frac{df_2}{f_2} = \frac{1}{2} \int \frac{db}{b}$$

$$\ln f_2 = \ln \sqrt{b} + \ln c_3,$$

$$f_2 = c_3 \sqrt{b}, \quad (20)$$

$$\frac{df_2}{db} = \frac{c_3}{2\sqrt{b}}; \quad \frac{d^2 f_2}{db^2} = -\frac{c_3}{4b\sqrt{b}}.$$

Visszahelyettesítve a fentieket (19) egyenletbe és elvégezve az összevonásokat a

$$2b \frac{d^2 b}{dx^2} - 3 \left(\frac{db}{dx} \right)^2 = 0 \quad (21)$$

másodrendű nem lineáris differenciálegyenletet kapjuk b -re.

Az előzőekhez hasonlóan megoldva

$$b = \frac{1}{(c_1 x + c_2)^2}. \quad (22)$$

Ebben az esetben az x függvényben szűkülő részcsatorna szélességre nyílik vizsgálati lehetőség, ha c_1 , c_2 konstansokkal pontosan tudunk approximálni (1. ábra). A (4) szerint a sebességtér képezhető

$$c_x = \frac{1}{b} \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{1}{\sqrt{b}} \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad (23)$$

$$c_y = -\frac{1}{b} \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{\sqrt{b}} \left[\frac{1}{2b} \frac{db}{dx} \Psi + \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right]. \quad (24)$$

A $b(x)$ függvényt nem kell az egész $-\infty < x < +\infty$ tartományon közelíteni, csak a rácestartományon. Rácestartományon kívül a részcsatorna szélességet állandónak tekinthetjük. Így ezeken a helyeken

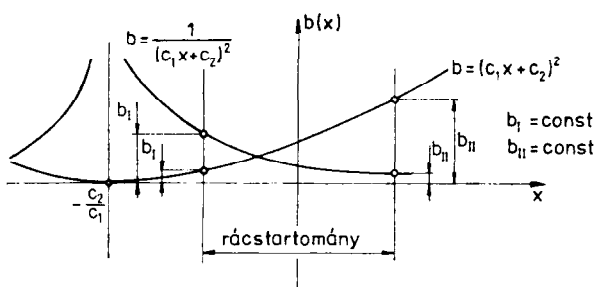
$$-\frac{1}{2b\sqrt{b}} \frac{db}{dx} \Phi \equiv 0 \quad \text{és} \quad -\frac{1}{2b\sqrt{b}} \frac{db}{dx} \Psi \equiv 0.$$

Az állandó részcsatorna szélességű rácsáramlás levezethető mint speciális esete a fentieknek. Ugyanis a (7), (10), (14), illetve a (17), (20), (22) egybevetése alapján, mivel $b = \text{const}$

$$f_1 = \frac{c_3}{\sqrt{b}} \equiv 1 \quad \text{és} \quad f_2 = c_3 \sqrt{b} \equiv 1$$

legyenek. Így a (7), illetve (17) szerint

$$\varphi = \Phi \quad \text{és} \quad \psi = \Psi.$$



A fenti közelítések használhatóságát minden esetben az dönti el, hogy a két konstanssal történő approximáció elegendő egybeesést tud-e biztosítani a tényleges részcsatornával. A parabolikus és hiperbolikus jellegű részcsatornánál az egybeesés mértéke nyilvánvalóan jobb.

A gyakorlatban szűkülők a részsatornák, ezért az áramfüggvények közötti összefüggéseket feltáró (17), (20), (22) és az ebből származtatott sebességek közötti (22), (23) összefüggéseknek van nagyobb jelentőségük.

Ennek alapján mutatjuk be a Függelék 4-ben a rácstól nem megzavart áramlás harmonikus Ψ_1 áramfüggvényének az értelmezését.

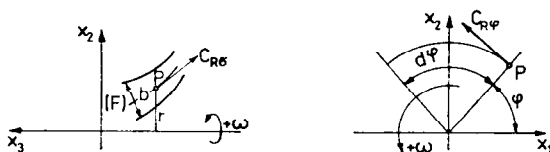
FÜGGELÉK

1. Az (F) áramfelületen a kontinuitás egyenlete

$$\frac{\partial C_{R\sigma}}{\partial \sigma} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_{R\varphi}}{\partial \varphi} + \left[\frac{1}{r} \frac{dr}{d\sigma} + \frac{1}{b} \frac{db}{d\sigma} \right] C_{R\sigma} = 0.$$

Az örvénymertesség egyenlete

$$\frac{\partial C_{R\varphi}}{\partial \sigma} - \frac{1}{r} \frac{\partial C_{R\sigma}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r} \frac{dr}{d\sigma} C_{R\varphi} = 0.$$

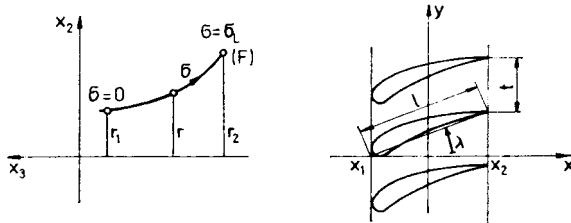


Az (F) áramfelület konformisan leképezhető az (x, y) síkra.

A leképező függvények

$$x = \frac{Nt}{2\pi} \left[-\frac{a_L}{2} + \int_0^\sigma \frac{d\sigma}{r} \right] = l \cos \lambda \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{a_L} \int_0^\sigma \frac{d\sigma}{r} \right],$$

$$y = \frac{Nt}{2\pi} \varphi = l \cos \lambda \frac{\varphi}{a_L}, \quad \text{ahol: } a_L = \int_0^{\sigma_L} \frac{d\sigma}{r}.$$



Az (F) áramfelület (C_R) sebessége és a síkon a (c) sebesség között a

$$c = \frac{2\pi}{Nt} r C_R$$

összefüggés van.

2. Az áramvonal feltétel alapján:

$$\frac{dx}{c_x} = \frac{dy}{c_y},$$

$$-c_y dx + c_x dy = 0,$$

a (4) egyenletbe behelyettesítés után

$$\frac{1}{b} \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{1}{b} \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = 0,$$

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy$$

$\psi = \text{const.}$ áramvonalon.

A φ, ψ rendszer ortogonális rendszert képez.

Ugyanis

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0 \text{ alapján}$$

$$\frac{1}{b} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{1}{b} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0,$$

ami az ortogonalitás feltétele.

3. A

$$\nabla \Phi = 0$$

$$B_1(x) \Phi + B_2(x) \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$$

egyenletek közös megoldását csak Fourier-alakban kaphatjuk.

$$\Phi = p(x) q(y).$$

A p, q függvényekre a

$$\frac{d^2 p}{dx^2} - C^* p = 0,$$

$$\frac{d^2 q}{dy^2} + C^* q = 0$$

egyenletek állnak fenn. Így az (1), (2) egyenletek közös megoldása

$$\Phi = (Ae^{kx} + Be^{-kx}) (C \sin ky + D \cos ky)$$

vagy

$$\Phi = (A \sinh kx + B \cosh kx) (C \sin ky + D \cos ky)$$

ahol: $A, B, C, D, k = \sqrt{C^*}$ konstansok.

4. A lapátprofilon a kontúrsebesség a [3], [4], [5] szerint előállítható mint két szuperponált áramlás eredménye, a kontúrprofilon folytonosan eloszló γ örvény indukálta sebesség a tulajdonképpeni rácshatás és a rácspofiltól nem megzavart áramlás összegeként. Határozzuk meg az utóbbit.

Mivel a sebesség nem függ az y koordinátától

$$bc_x = c_{x0} = \text{const}, \quad c_y = c_{y0} = \text{const}.$$

A Ψ_1 áramfüggvényt két tag összegeként írjuk fel

$$\Psi_1 = \Psi_{11} + \Psi_{12}.$$

ahol a

$$\text{A } \Psi_{11} \text{ a } c_x = \frac{c_{x0}}{b} \text{ és } c_y = 0 \quad (1)$$

$$\Psi_{12} \text{ a } c_x = 0 \text{ és } c_y = c_{y0}$$

áramlásokkal legyenek meghatározottak.

A (23) és (24) értelmében a Ψ_{11} -nek ki kell elégítenie a

$$\frac{\partial \Psi_{11}}{\partial y} = c_x \sqrt{b} = \frac{c_{x0}}{\sqrt{b}}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Psi_{11}}{\partial x} = -\frac{1}{2b} \frac{db}{dx} \Psi_{11} \quad (3)$$

parciális differenciálegyenlet-rendszert.

A (2) egyenlet integrálásával

$$\Psi_{11} = \frac{c_{x0}}{\sqrt{b}} y + F(x). \quad (4)$$

A (4) visszahelyettesítésével (3) egyenletbe

$$-\frac{c_{x0}}{2b\sqrt{b}} \frac{db}{dx} y + \frac{dF}{dx} = -\frac{1}{2b} \frac{db}{dx} \left[\frac{c_{x0}}{\sqrt{b}} y + F(x) \right].$$

Rendezve és az összevonások elvégzése után F -re a

$$\frac{dF}{dx} + \frac{1}{2b} \frac{db}{dx} F = 0 \quad (5)$$

feltételi differenciálegyenletet kapjuk. Megoldva:

$$\int \frac{dF}{F} = -\frac{1}{2} \int \frac{db}{b},$$

$$\ln F = \ln \frac{1}{\sqrt{b}} + \ln K_2.$$

Tehát

$$F = \frac{K_2}{\sqrt{b}}, \quad (6)$$

$$\Psi_{11} = \frac{c_{x0}}{\sqrt{b}} y + \frac{K_2}{\sqrt{b}}. \quad (7)$$

Az előzőekhez hasonlóan a Ψ_{12} -re kapjuk

$$\frac{\partial \Psi_{12}}{\partial y} = 0, \quad \text{így} \quad \Psi_{12} = \Psi_{12}(x), \quad (8)$$

$$\frac{d\Psi_{12}}{dx} + \frac{1}{2b} \frac{db}{dx} \Psi_{12} = -c_{y0} \sqrt{b} \quad (9)$$

a (9) inhomogén differenciálegyenletet.

A (9) egyenlet azonos alakú (5)-tel, így a homogén egyenlet megoldása

$$\Psi_{12\text{Hom}} = \frac{K_3}{\sqrt{b}}. \quad (10)$$

Partikuláris megoldást a

$$\Psi_{12\text{part}} = -\frac{c_{y0}}{\sqrt{b}} \int_{x_k}^x b dx \quad (11)$$

alakban kaphatjuk, ahol x_k tetszőleges a rácstartományba eső kiindulási pont. Így

$$\Psi_{12} = \Psi_{12\text{Hom}} + \Psi_{12\text{part}},$$

$$\Psi_{12} = \frac{K_3}{\sqrt{b}} - \frac{c_{y0}}{\sqrt{b}} \int_{x_k}^x b dx. \quad (12)$$

A rácsprofiltól nem megzavart áramlás áramfüggvénye:

$$\Psi_1 = \frac{1}{\sqrt{b}} \left[K_1 + c_{x0} y - c_{y0} \int_{x_k}^x b dx \right] \quad (13)$$

K_1 , K_2 , K_3 -integrálási konstansok.

Köszönetnyilvánítás

Ezen a helyen szeretném a volt tanítvány őszinte hálájával megköszönni Dr. CZIBERE Tibornak, a Miskolci Nehézipari Műszaki Egyetem tanszékvezető professzorának a munkám során tett értékes útmutatásait és tanácsait.

IRODALOM

1. CZIBERE, T.: Über die Berechnung der ebenen Unterschallströmung von kompressiblen Medien. *Acta Techn. Hung* 79. (1974), 93—99
2. CZIBERE, T.: Über die Berechnung der Schaufelprofile von Strömungsmaschinen mit halb-axialer Durchströmung. *Acta Techn. Hung.* 44. (1963), 149—193
3. KOTSCHIN, N. J.—KIBEL, I. A.—ROSE, N. W.: Theoretische Hydromechanik. Berlin, Akademie Verlag 1954—1955
4. MARTENSEN, E.: Berechnung der Druckverteilung an Gitterprofilen in ebener Potentialströmung mit einer Fredholmschen Integralgleichung. *Arch. Ration. Mech. Analysis* 3 (1959)
5. ISAY, W. H.: Beitrag zur Potentialströmung durch axiale Schaufelgitter. *ZAMM* 33 (1953)

Reduction of the Cascade Flow Problem of a Part-channel of Varying Width to the Plane Cascade Problem. — The non-harmonic potential and stream function of a cascade flow of a part-channel of varying width can be expressed with the aid of harmonic functions. This method provides relations which are suitable for the determination of the velocity components. The precondition for its application is that the part-channel can be approximated with sufficient accuracy by a parabola or a hyperbola with two free constants.

Zürückführung der Aufgabe über Gitterströmung mit veränderlicher Teilkanalbreite auf das Problem des ebenen Gitters. — Die nichtharmonischen Potential- und die Stromfunktionen einer Gitterströmung mit wechselnder Teilkanalbreite können mit Hilfe von harmonischen Funktionen ausgedrückt werden. Mit diesem Verfahren wird ein geeigneter Zusammenhang zur Bestimmung der Geschwindigkeitskomponenten erhalten. Bedingung für Anwendung der Methode ist, daß der Teilkanal mit der nötigen Genauigkeit durch eine Parabel oder eine Hyperbel mit zwei freien Konstanten angenähert werden kann.