RUGALMAS FÉLTÉRREL KAPCSOLATOS NEM-FORGÁSSZIMMETRIKUS PEREMÉRTÉKFELADATOK EGY OSZTÁLYÁRÓL

ECSEDI ISTVÁN*

[Beérkezett 1975. július 28-án]

Jelen tanulmány a rugalmas féltérrel kapcsolatos nem-forgásszimmetrikus peremértékfeladatok egy osztályának a megoldására alkalmas módszert ismertet. A szerző a SNEDDON által kidolgozott forgásszimmetrikus rugalmasságtani feladatok megoldására használt eljárást általánosítja.

Jelölések

R, φ, z hengerkoordináták

$\vec{e_R}, \vec{e_\varphi}, \vec{e_z}$ az R, φ, z hengerkoordináta-rendszer egységvektorai

$\sigma_R, \sigma_\varphi, \sigma_z$ normálfeszültségek

$\tau_{R\varphi}, \tau_{Rz}, \tau_{\varphi z}$ csúsztatófeszültségek

G csúsztató rugalmassági modulus

ν Poisson-szám

$\vec{g}$ biharmonikus vektor

$\vec{g} = \Phi(R, z) \cos k\varphi \vec{e_z}$, $(k = 0, 1, 2, \ldots)$

$\nabla = \frac{\partial}{\partial R} \vec{e_R} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \vec{e_\varphi} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e_z}$
Hamilton-féle differenciáloperátor

ab az a, b skalárok, vektorok, vagy másodfokú tenzorok általános (diadikus) szorzata

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorok skaláris szorzata,

$\operatorname{grad} S = \nabla S$ S lehet skalár, vektor, vagy másodfokú tenzor,

$\operatorname{div} \vec{S} = \nabla \cdot \vec{S}$,

$\nabla\nabla$ másodrendű tenzor differenciáloperátor,

$\operatorname{def} \vec{C} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{C} + \vec{C} \nabla)$,

$\mathbf{I}$ idem tenzor,

$\nabla^4 = \nabla^2 \nabla^2$ biharmonikus operátor,

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$,

$U, V, W, \Sigma_R, \Sigma_\varphi, \Sigma_z, T_{R\varphi}, T_{\varphi z}, T_{Rz}$ amplitúdó függvények,

$\Delta_k = \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} - \frac{k^2}{R^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (k = 0, 1, 2, \ldots)$,

$I_k(x)$ elsőfajú k-ad rendű Bessel-függvény $(k = 0, 1, 2, \ldots)$,

$\hat{\Phi} = \hat{\Phi}(\varrho, z) = \int_0^\infty \Phi(R,z) I_k(\varrho R) R \mathrm{d}R$ a $\Phi = \Phi(R, z)$ függvény R változóban vett k-ad rendű Hankel-transzformáltja, $(k = 0, 1, 2, \ldots)$, $(\varrho > 0)$

A „k-ad rendű" $(k = 0, 1, 2, \ldots)$ Hankel-transzformáltat a függvény jele fölé tett „^" jel jelöli,

$\hat{\Phi}' = \hat{\Phi}'(\varrho, z) = \frac{\partial \hat{\Phi}(\varrho, z)}{\partial z}$,

„ ' " z szerinti deriváltat jelöli

* Dr. Ecsedi István, 3531-Miskolc, Vászonfehérítő u. 24. IV/1.

$C_i = C_i(\varrho)$ $(i = 1, 2, 3, 4)$ ϱ-tól függő integrációs állandók
$W(R, 0) = f(R)$ z tengely irányú elmozdulás adott amplitúdó függvénye,
$Q = Q(R, z) = \dfrac{\partial T_{Rz}}{\partial R} + \dfrac{T_{Rz}}{R} + \dfrac{k}{R} T_{\varphi z}$ segédmennyiség,
$g(\xi)$, $C(\eta)$ segédfüggvények,
$\Gamma(x)$ Gamma függvény,
α_{i+k} együttható $(i = 0, 1, 2, \ldots, k = 0, 1, 2, \ldots)$

$$\xi = \frac{R}{a}, \quad \eta = a\varrho, \quad \zeta = \frac{z}{a},$$

$$L_k^p(\xi, \eta) = \int_0^\infty C(\eta)\eta^p I_k(\zeta, \eta) \exp(-\zeta\eta) \mathrm{d}\eta,$$

$\vec{F} = F\vec{e}_z$ a hengert terhelő erő,
e az erő hatásvonalának excentricitása a z tengelyhez képest,
$M = Fe$ nyomaték,
d a henger z tengely irányú transzlációja,
ϑ a henger dőlése a z tengelyhez,

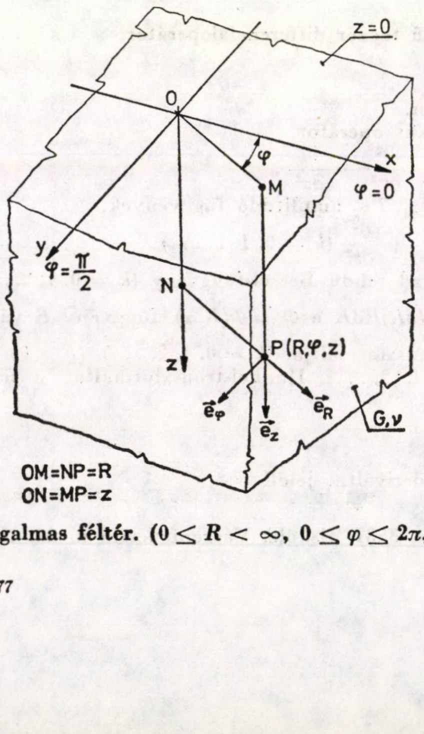
egyéb mennyiségeket, változókat a szövegben értelmezünk.

1. Bevezetés

Jelen dolgozat tárgya az 1.1 ábrán vázolt kis alakváltozást szenvedett, homogén, izotróp, lineárisan rugalmas anyagú végtelen féltér néhány speciális quazistatikus kerületi érték feladatának megoldására alkalmas módszer ismertetése. A szerző SNEDDON könyvében leírt Love-féle feszültségfüggvénnyel kapcsolatos eljárást általánosítja.

Legyen az 1.1 ábrán vázolt, homogén, izotróp, lineárisan rugalmas anyagú, kis alakváltozást szenvedő végtelen féltér P pontjának az elmozdulásvektora az R, φ, z hengerkoordinátarendszerben

$$\vec{t} = u(R, \varphi, z)\vec{e}_R + v(R, \varphi, z)\vec{e}_\varphi + w(R, \varphi, z)\vec{e}_z. \tag{1.1}$$



1.1 ábra. Rugalmas féltér. $(0 \leq R < \infty,\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi,\ 0 \leq z < \infty)$

Jelölje továbbá F a P pontbeli feszültségi tenzort, melynek az R, φ, z henger-koordinátarendszerbeli matrixa az alábbi:

$$\mathrm{F} = \begin{bmatrix} \sigma_R & \tau_{R\varphi} & \tau_{Rz} \\ \tau_{\varphi R} & \sigma_\varphi & \tau_{\varphi z} \\ \tau_{zR} & \tau_{z\varphi} & \sigma_z \end{bmatrix}. \tag{1.2}$$

Ismeretes — lásd BOUSSINESQUE—SOMIGLIANA—GALERKIN-megoldás [1], [2], [3] —, hogy a rugalmasságtan alapegyenletei — feltéve, hogy a vizsgált testet térfogati erőrendszer nem terheli — identikusan kielégülnek, ha az elmozdulásvektort és a feszültségi tenzort egy biharmonikus $\vec{g}$ vektor segítségével

$$2G\vec{t} = \text{grad div } \vec{g} - 2(1-\nu)\nabla^2\vec{g}, \tag{1.3}$$

$$\mathrm{F} = \nabla\nabla \text{ div } \vec{g} - 2(1-\nu) \text{ def } \nabla^2\vec{g} - \nu \mathrm{I} \nabla^2\vec{g} \tag{1.4}$$

alakban állítjuk elő. A $\vec{g}$ biharmonikus volta azt jelenti, hogy a vizsgált test által meghatározott tartomány pontjaiban fennáll a

$$\nabla^4\vec{g} = \vec{0} \tag{1.5}$$

egyenlet. A dolgozat csak olyan rugalmasságtani problémával foglalkozik, melynek megoldásai

$$\vec{g} = \Phi(R, z) \cos k\varphi \vec{e}_z \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots) \tag{1.6}$$

alakú $\vec{g}$ vektorból származtathatók. A $k = 0$ esetben a $\vec{g}$ vektorral a Love-féle —forgásszimmetrikus esetre vonatkozó — megoldást kapjuk meg. A fenti (1.6) alakú $\vec{g}$ vektorhoz tartozó elmozdulásvektor és feszültségi tenzor skalár-koordinátái rendre (lásd [1]):

$$\begin{aligned}
u(R,\varphi, z) &= U(R, z) \cos k\varphi , \\
v(R, \varphi, z) &= V(R, z) \sin k\varphi , \\
w(R, \varphi, z) &= W(R, z) \cos k\varphi , \\
\sigma_R(R, \varphi, z) &= \Sigma_R(R, z) \cos k\varphi , \\
\sigma_\varphi(R, \varphi, z) &= \Sigma_\varphi(R, z) \cos k\varphi , \\
\sigma_z(R, \varphi z) &= \Sigma_z(R, z) \cos k\varphi , \\
\tau_{R\varphi}(R, \varphi, z) &= T_{R\varphi}(R, z) \sin k\varphi , \\
\tau_{Rz}(R, \varphi, z) &= T_{Rz}(R, z) \cos k\varphi , \\
\tau_{\varphi z}(R, \varphi, z) &= T_{\varphi z}(R, z) \sin \varphi , \\
(k &= 0, 1, 2, \ldots)
\end{aligned} \tag{1.7—1.15}$$

alakúak lesznek. Az (1.7–1.15) egyenletekben szereplő $U=U(R,z)$, $V=V(R,z)$, $W=W(R,z)$, $\Sigma_R=\Sigma_R(R,z)$, $\Sigma_\varphi=\Sigma_\varphi(R,z)$, $\Sigma_z=\Sigma_z(R,z)$, $T_{R\varphi}=T_{R\varphi}(R,z)$, $T_{Rz}=T_{Rz}(R,z)$, $T_{\varphi z}=T_{\varphi z}(R,z)$ amplitúdó függvények a $\Phi=\Phi(R,z)$ segítségével a következőképpen állíthatók elő [1]:

$$2GU=\frac{\partial^2\Phi}{\partial R\partial z},$$

$$2GV=-\frac{k}{R}\frac{\partial\Phi}{\partial z},$$

$$2GW=\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}-2(1-\nu)\Delta_k\Phi,$$

$$\Sigma_\varphi=\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu\Delta_k\Phi+\frac{1}{R}\frac{\partial\Phi}{\partial R}-\frac{k^2}{R^2}\Phi\right),$$

$$\Sigma_R=\frac{\partial}{\partial z}\left(-\nu\Delta_k\Phi+\frac{\partial^2\Phi}{\partial R^2}\right), \tag{1.16–1.24}$$

$$\Sigma_z=\frac{\partial}{\partial z}\left[-(2-\nu)\Delta_k\Phi+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\right],$$

$$T_{Rz}=\frac{\partial}{\partial R}\left[-(1-\nu)\Delta_k\Phi+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\right],$$

$$T_{R\varphi}=-\frac{k}{R}\frac{\partial^2\Phi}{\partial Rz\partial}+\frac{k}{R^2}\frac{\partial\Phi}{\partial z},$$

$$T_{\varphi z}=-\frac{k}{R}\left[\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}-(1-\nu)\Delta_k\Phi\right],$$

$$(k=0,1,2,\ldots).$$

Itt bevezettük a

$$\Delta_k=\frac{\partial^2}{\partial R^2}+\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}-\frac{k^2}{R^2}+\frac{\partial^2}{\partial z}, \tag{1.25}$$

$$(k=0,1,2,\ldots)$$

jelölést.

2. Rugalmasságtani peremérték probléma megoldása Hankel transzformáció alkalmazásával

Az 1.1 ábrán vázolt testtel kapcsolatban olyan típus peremértékfeladatokkal foglalkozunk, amikor az alább felsorolt hat változó, illetve ezek valamilyen kombinációja adott a $z=0$ koordinátával kijelölt síkon:

$$\begin{aligned} u &= u(R, \varphi, z) = U(R, z) \cos k\varphi , \\ v &= v(R, \varphi, z) = V(R, z) \sin k\varphi , \\ w &= w(R, \varphi, z) = W(R,z) \cos k\varphi , \\ \sigma_z &= \sigma_z(R,\varphi,z) = \Sigma_z(R, z) \cos k\varphi , \\ \tau_{Rz} &= \tau_{Rz}(R, \varphi, z) = T_{Rz}(R, z) \cos k\varphi , \\ \tau_{\varphi z} &= \tau_{\varphi z}(R, \varphi, z) = T_{\varphi z}(R, z) \sin k\varphi , \\ & (k = 0, 1, 2, \ldots) . \end{aligned} \tag{2.1—2.6}$$

A $z = 0$ koordinátával kijelöl lapra előírt peremfeltételekkel kapcsolatban megjegyzendő, hogy azok nem lehetnek tetszőlegesek, még az amplitúdó függvényeket tekintve sem, mivel a megoldást egy

$$\begin{gathered} \vec{g} = \Phi(R, z) \cos k\varphi \vec{e}_z , \\ (k = 0, 1, 2, \ldots) \end{gathered} \tag{2.7}$$

alakú $\vec{g}$ vektorból akarjuk származtatni. Így belátható (lásd (1.16), (1.17) és az (1.23), (1.24) egyenleteket!), hogy az

$$U + \frac{1}{k}\frac{\partial}{\partial R}(RV) = 0 , \tag{2.8}$$

$$\begin{gathered} T_{Rz} + \frac{1}{k}\frac{\partial}{\partial R}(RT_{\varphi z}) = 0 , \\ (k = 1, 2, \ldots) \end{gathered} \tag{2.9}$$

egyenleteknek (2.7) alakú $\vec{g}$ vektor esetén fenn kell állniuk. A $k = 0$ esetben forgásszimmetrikus feladatról van szó, amikor is

$$V = 0 , \quad T_{R\varphi} = 0 , \quad T_{\varphi z} = 0 , \tag{2.10—2.12}$$

és U, valamint T_{Rz} értéke ebben az esetben a $z = 0$ koordinátával kijelölt síkon általában R tetszőleges függvénye lehet.

A továbbiakban feltesszük, hogy a rugalmasságtani peremértékproblémában a megadott függvények olyanok, melyekkel a megoldás felépítése során képzett valamennyi impropius integrál konvergens, továbbá teljesülnek a k-ad rendű ($k = 0, 1, 2, \ldots$) Hankel-transzformáció alkalmazhatóságának feltételei [4]. Az (1.6) alakú $\vec{g}$ biharmonikus voltából következik, hogy a $\Phi = \Phi(R, z)$ függvénynek ki kell elégítenie a

$$\begin{gathered} \Delta_k \Delta_k \Phi = 0 , \\ (k = 0, 1, 2, \ldots) \end{gathered} \tag{2.13}$$

homogén, lineáris, negyedrendű parciális differenciálegyenletet a vizsgált test — féltér — által meghatározott

$$\left.\begin{array}{l} 0 < R < \infty \\ 0 < z < \infty \end{array}\right\} \tag{2.14}$$

tartományban. A (2.13) egyenlet k-ad rendű Hankel-transzformáltját véve az R változóban a következő egyenletet kapjuk:

$$\begin{gathered} \varrho^4\hat{\Phi} - 2\varrho^2\hat{\Phi}^{II} + \hat{\Phi}^{IV} = 0\,, \\ (0 < \varrho < \infty, \quad 0 < z < \infty)\,, \end{gathered} \tag{2.15}$$

ahol $\hat{\Phi} = \hat{\Phi}(\varrho, z)$ a $\Phi = \Phi(R, z)$ függvény k-ad rendű ($k = 0, 1, 2, \ldots$) Hankel-transzformáltja az R változó szerint, azaz

$$\begin{gathered} \hat{\Phi} = \hat{\Phi}(\varrho, z) = \int_0^\infty \Phi(R, z) I_k(\varrho R) R dR\,, \\ (0 < \varrho < \infty, \quad 0 < z < \infty, \quad k = 0, 1, 2 \ldots)\,. \end{gathered} \tag{2.16}$$

A (2.15) z-ben negyedrendű állandó együtthatájú közönséges differenciálegyenlet általános megoldása, mint ismeretes, a

$$\hat{\Phi} = \hat{\Phi}(\varrho, z) = [C_1(\varrho) + zC_2(\varrho)] \exp(-\varrho z) + [C_3(\varrho) + zC_4(\varrho)] \exp(\varrho z) \tag{2.17}$$

függvény. Itt $C_i = C_i(\varrho)$ ($i = 1, 2, 3, 4$) ϱ-tól függő integrációs állandót jelöl. A k-ad rendű ($k = 0, 1, 2, \ldots$) Hankel-transzformált $\hat{\Phi} = \hat{\Phi}(\varrho, z)$ ismeretében közvetlenül lehet számolni az elmozdulásvektor és a feszültségi tenzor skalárkoordinátáit meghatározó $U = U(R, z)$, $V = V(R, z), \ldots$ $\Sigma_z = \Sigma_z(R, z), \ldots$ $T_{R\varphi} = T_{R\varphi}(R, z)$ amplitúdó függvényeket. Az (1.16—1.18) egyenletekből a Hankel-transzformációval kapcsolatos inverziós szabályok és a

$$\begin{gathered} \frac{dI(x)}{dx} = I_{k-1}(x) - \frac{k}{x} I_k(x)\,, \\ (k = 0, 1, ,2 \ldots) \end{gathered} \tag{2.18}$$

deriválási szabály alkalmazásával az U, V és W előállítására az alábbi egyenleteket tudjuk levezetni:

$$\begin{aligned} 2GU &= \int_0^\infty \left[\varrho^2 I_{k-1}(\varrho R) - \frac{k\varrho}{R} I_k(\varrho R)\right] \hat{\Phi}'(\varrho, z) d\varrho\,, \\ 2GV &= -\frac{k}{R}\int_0^\infty \hat{\Phi}'(\varrho, z) I_k(\varrho R) \varrho d\varrho\,, \\ 2GW &= \int_0^\infty [(2\nu - 1)\hat{\Phi}'' + 2(1-\nu)\varrho^2\hat{\Phi}]\varrho I_k(\varrho R) d\varrho\,, \\ &\qquad (k = 0, 1, 2, \ldots, \ldots)\,. \end{aligned} \tag{2.19—2.21}$$

A $\Sigma_z = \Sigma_z(R, z)$ számításához pedig induljunk ki a

$$\Sigma_z = \frac{\partial}{\partial z}\left[-(z-\nu)\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial R^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial\Phi}{\partial R} - \frac{k^2}{R^2}\Phi\right) + (\nu-1)\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\right] \tag{2.22}$$

egyenletből. A (2.22) egyenlet k-ad rendű ($k = 0, 1, 2, \ldots$) Hankel-transzformáltját véve az w változóban, írható, hogy

$$\hat{\Sigma}_z = (2-\nu)\varrho^2\hat{\Phi}' + (\nu-1)\hat{\Phi}''' . \tag{2.23}$$

A Hankel-transzformáció megfordítására vonatkozó tétel alkalmazásának következménye a (2.24) egyenlet:

$$\begin{gathered}\Sigma_z = \Sigma_z(R, z) = \int_0^\infty \hat{\Sigma}_z(\varrho, z) I_k(\varrho R)\varrho \mathrm{d}\varrho = \\ = \int_0^\infty [(2-\nu)\varrho^2\hat{\Phi}'(\varrho, z) + (\nu-1)\hat{\Phi}'''(\varrho, z)]\varrho I_k(\varrho R)\mathrm{d}\varrho , \\ (k = 0, 1, 2, \ldots) .\end{gathered} \tag{2.24}$$

Képezzük az (1.19) és az (1.20) egyenletek összegét:

$$\Sigma_R(R, z) + \Sigma_\varphi(R, z) = \frac{\partial}{\partial z}\left[(-2\nu+1)\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial R^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial\Phi}{\partial R} - \frac{k^2}{R^2}\Phi\right) - 2\nu\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\right]. \tag{2.25}$$

A (2.25)-ből következik, hogy

$$\begin{gathered}\Sigma({}_R R, z) + \Sigma_\varphi(R, z) = \int_0^\infty (2\nu-1)\varrho^2\hat{\Phi}' - 2\nu\hat{\Phi}''']I_k(\varrho R)\varrho\mathrm{d}\varrho , \\ (k = 0, 1, 2, \ldots) .\end{gathered} \tag{2.26}$$

Az (1.19)-ből a

$$\begin{gathered}\Phi = \Phi(R, z) = \int_0^\infty \hat{\Phi}(\varrho, z) I_k(\varrho R)\varrho\mathrm{d}\varrho , \\ (k = 0, 1, 2, \ldots)\end{gathered} \tag{2.27}$$

helyettesítéssel, valamint a

$$\begin{gathered}\frac{\mathrm{d}^2 I_k(\varrho R)}{\mathrm{d}R^2} = -\frac{\varrho}{R} I_k(\varrho R) - \left[\varrho^2 - \frac{k(k+1)}{R^2}\right] I_k(\varrho R) , \\ (k = 0, 1, 2, \ldots)\end{gathered} \tag{2.28}$$

differenciálási szabály alkalmazásával az alábbi egyenletet tudjuk levezetni:

$$\begin{gathered}\Sigma_R(R, z) = \int_0^\infty \left\{\hat{\Phi}'(\varrho, z)\left[(\nu-1)\varrho^3 + \frac{\varrho}{R^2} k(k+1)\right] I_k(\varrho R) - \right. \\ \left. \hat{\Phi}'(\varrho, z)\frac{\varrho^2}{R} I_{k-1}(\varrho R) - \nu\hat{\Phi}''' I_k(\varrho R)\varrho\right\} \mathrm{d}\varrho , \\ (k = 0, 1, 2, \ldots) .\end{gathered} \tag{2.29}$$

A $\Sigma_\varphi = \Sigma_\varphi(R, z)$ meghatározásához pedig célszerű a

$$\Sigma_\varphi = (\Sigma_R + \Sigma_\varphi) - \Sigma_R \tag{2.30}$$

azonosságot használni. A (2.26) és a (2.29) egyenletek (2.30)-ba való helyettesítése adja a (2.31) egyenletet:

$$\begin{aligned}\Sigma_\varphi = \Sigma_\varphi(R, z) = \int_0^\infty \Big\{ \hat{\Phi}'(\varrho, z)\left[\varrho^3\nu - \frac{\varrho}{R^2}k(k+1)\right] I_k(\varrho R) + \\ + \hat{\Phi}'(\varrho, z)\frac{\varrho^2}{R} I_k(\varrho R) - \nu\hat{\Phi}'''(\varrho, z) I_k(\varrho R)\varrho\Big\}\, \mathrm{d}\varrho\,, \\ (k = 0, 1, 2, \ldots)\,.\end{aligned} \tag{2.31}$$

Az eddigiekhez hasonló módon lehet levezetni a $T_{R\varphi} = T_{R\varphi}(R, z)$, $T_{Rz} = T_{Rz}(R, z)$, $T_{\varphi z} = T_{\varphi z}(R, z)$ amplitúdó függvényekre vonatkozó egyenleteket. A szóban forgó egyenletek az alábbiak:

$$T_{R\varphi} = \frac{k}{R^2}\int_0^\infty [(k+1)\varrho I_k(\varrho R) - \varrho^2 R I_{k-1}(\varrho R)]\hat{\Phi}'(\varrho, z)\mathrm{d}\varrho\,, \tag{2.32}$$

$$T_{\varphi z} = -\frac{k}{R}\int_0^\infty [(1-\nu)\varrho^3\hat{\Phi}(\varrho, z) + \nu\varrho\hat{\Phi}''(\varrho, z)] I_k(\varrho R)\mathrm{d}\varrho\,, \tag{2.33}$$

$$T_{Rz} = \int_0^\infty [(1-\nu)\varrho^3\hat{\Phi}(\varrho, z) + \nu\varrho\hat{\Phi}''(\varrho, z)\cdot\left[\varrho I_{k-1}(\varrho R) - \frac{k}{R} I_k(\varrho R)\right]\mathrm{d}\varrho\,, \tag{2.34}$$

$$(k = 0, 1, 2, \ldots)\,.$$

Látható, hogy a rugalmasságtani peremérték probléma megoldásához a $\hat{\Phi} = \hat{\Phi}(\varrho, z)$ függvényt meghatározó $C_i = C_i(\varrho)$, $(i = 1, 2, 3, 4)$ együtthatókat kell ismernünk.

3. Végtelen féltérrel kapcsolatos vegyes kerületértékfeladatok egy osztályáról

Legyen a rugalmas féltér $z = 0$ koordinátával kijelölt síkján az alábbi peremfeltétel előírva:

$$w(R, \varphi, 0) = f(R)\cos k\varphi\,, \quad \text{ha} \quad 0 \leq R \leq a\,, \tag{3.1}$$

$$\sigma_z(R, \varphi, 0) = 0\,, \quad \text{ha} \quad a < R < \infty\,, \tag{3.2}$$

$$\tau_{Rz}(R, \varphi, 0) = 0\,, \quad 0 \leq R < \infty\,, \tag{3.3}$$

$$\tau_{\varphi z}(R, \varphi, 0) = 0\,, \quad 0 \leq R < \infty\,. \tag{3.4}$$

Feltesszük, hogy a (3.1), (3.2), (3.3), (3.4) peremfeltételekhez tartozó megoldás egy (1.6) alakú biharmonikus $\vec{g}$ vektorból származtatható. Ha feltevésünk helyes, akkor a $\vec{g}$ vektort — $-\Phi = \Phi(R, z)$ függvényt — meghatározó $C_i = C_i(\varrho)$, $(i = 1, 2, 3, 4)$ integráció állandók a peremfeltételek kielégítésével és az elmozdulásvektor, valamint a feszültségi tenzor skalárkoordinátáinak a $z = \infty$ helyen való korlátos voltának a felhasználásával egyértelműen előállíthatók. A későbbi számításokban hasznosnak mutatkozik az alábbi segédmennyiség:

$$Q = Q(R, z) = \frac{\partial T_{Rz}}{\partial R} + \frac{T_{Rz}}{R} + \frac{k}{R} T_{\varphi z}. \tag{3.5}$$

A $Q = Q(R, z)$ a $\Phi = \Phi(R, z)$ függvény segítségével a következőképpen állítható elő:

$$Q = -(1-\nu)\left(\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R} - \frac{k^2}{R^2}\right)^2 \Phi + \nu \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R} - \frac{k^2}{R^2}\right)\Phi. \tag{3.6}$$

A $Q = Q(R, z)$ k-ad rendű $(k = 0, 1, 2, \ldots)$ Hankel-transzformáltja a következő módon állítható elő:

$$\hat{Q} = \hat{Q}(\varrho, z) = \int_0^\infty Q(R, z) I_k(\varrho R) R \mathrm{d}R = -(1-\nu)\varrho^4 \hat{\Phi}(\varrho, z) - \nu \varrho^2 \hat{\Phi}''(\varrho, z), \quad (k = 0, 1, 2, \ldots). \tag{3.7}$$

Az elmozdulásvektor és feszültségi tenzor skalárkoordinátinak $z = \infty$ helyen való korlátos voltából következik, hogy

$$C_3(\varrho) = 0, \quad C_4(\varrho) = 0, \tag{3.8—3.9}$$

aminek megfelelően a $\hat{\Phi} = \hat{\Phi}(\varrho, z)$ függvény a

$$\hat{\Phi} = \hat{\Phi}(\varrho, z) = [C_1(\varrho) + z C_2(\varrho)] \exp(-\varrho z) \tag{3.10}$$

alakúra egyszerűsödik. A (3.3) és (3.4) peremfeltételekből következik, hogy

$$Q(R, 0) = 0, \tag{3.11}$$

illetve

$$\hat{Q}(\varrho, 0) = 0. \tag{3.12}$$

A (3.12)-ből a fentiek figyelembevételével az alábbi egyenlet vezethető le:

$$C_2(\varrho) = \frac{\varrho}{2\nu} C_1(\varrho). \tag{3.13}$$

A $C_1 = C_1(\varrho)$ integrációs állandót a (3.1) és a (3.2) peremfeltételek kielégítésével határozzuk meg. A számítások alapja a (3.1)-ből és a (3.2)-ből következő (3.14), (3.15) egyenletrendszer:

$$W(R, 0) = f(R), \quad \text{ha} \quad 0 \leq R \leq a\,, \tag{3.14}$$

$$\Sigma_z(R, 0) = 0, \quad \text{ha} \quad a < R < \infty\,. \tag{3.15}$$

A (2.21) egyenletből $z = 0$ és $C_3 = C_4 = 0$, valamint $C_2 = \varrho/2\nu C_1$ helyettesítéssel a

$$\hat{W}(\varrho, 0) = \frac{1-\nu}{2G\nu}\,\varrho^2 C_1(\varrho) \tag{3.16}$$

egyenletre jutunk. A (2.24) egyenletből az előbb alkalmazott helyettesítésekkel pedig a

$$\hat{\Sigma}_z(\varrho, 0) = -\frac{\varrho^3}{\nu}\,C_1(\varrho) \tag{3.17}$$

egyenletet kapjuk. Tekintettel a

$$W(R, 0) = \int_0^\infty \hat{W}(\varrho, 0) I_k(\varrho R)\varrho \mathrm{d}\varrho\,, \tag{3.18}$$

$$\Sigma_z(R, 0) = \int_0^\infty \hat{\Sigma}_z(\varrho, 0) I_k(\varrho R)\varrho \mathrm{d}\varrho\,, \tag{3.19}$$

$$(k = 0, 1, 2, \ldots)$$

azonosságokra, a (3.14) és (3.15) egyenletekből a

$$C(\eta) = \eta^3 C_1\left(\frac{\eta}{a}\right), \quad (\eta = a\varrho) \tag{3.20}$$

függvényre a következő kapcsolt „dualis" integrálegyenleteket vezethetjük le:

$$\int_0^\infty C(\eta) I_k(\xi\eta)\mathrm{d}\eta = g(\xi)\,, \quad 0 \leq \xi \leq 1 \tag{3.21}$$

$$\int_0^\infty \eta C(\eta) I_k(\xi\eta)\mathrm{d}\eta = 0\,, \quad 1 < \xi < \infty\,, \tag{3.22}$$

$$(k = 0, 1, 2, \ldots)\,,$$

ahol

$$g(\xi) = \frac{2G\nu}{1-\nu}\,a^4 f(a\xi)\,. \tag{3.23}$$

A dualis integrál egyenleteknek ezen típusának megoldását BUSBRIDGE nyomán [4], [8]

$$C(\eta)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left[\sqrt{\eta}I_{k-1/2}(\eta)\int_0^1 t^{k+1}(1-t^2)^{-1/2}g(t)dt+\int_0^1 t^{k+1}(1-t^2)^{-1/2}dt\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\int_0^1 g(\eta s)(s\eta)^{k+1/2}I_{k+1/2}(s\eta)ds\right], \tag{3.24}$$
$$(k^2=0,1,2,\ldots)$$

alakban adhatjuk meg.

Legyen

$$g(\xi)=\sum_{i\infty 0}^{\infty}\alpha_{i+k}\xi^{i+k}, \tag{3.25}$$
$$(k=0,1,2,\ldots).$$

Ebben az esetben a

$$\int_0^1 t^{i+1}(1-t^2)^{-1/2}dt=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{\Gamma\left(\frac{i+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{i+3}{2}\right)}, \tag{3.26}$$

$$\eta\int_0^1 s^{i+k+3/2}I_{k+1/2}(s\eta)ds=(i+2k+1)\int_0^1 s^{i+k+1/2}I_{k-1/2}(s\eta)ds-I_{k-1/2}(\eta),$$
$$(k=0,1,2,\ldots;\ i=0,1,2,\ldots) \tag{3.27}$$

azonosságok felhasználásával [5], [7] $C(\eta)$ a következő alakban is előállítható:

$$C(\eta)=\sqrt{2\eta}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{\Gamma\left(\frac{i+2k+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{i+2k+1}{2}\right)}\alpha_{i+k}\int_0^1 s^{i+k+1/2}I_{k-1/2}(s\eta)ds \tag{3.28}$$
$$(k=0,1,2,\ldots).$$

Legyen

$$L_k^p=L_k^p(\xi,\zeta)=\int_0^\infty C(\eta)\eta^p I_k(\xi\eta)\exp(-\zeta\eta)d\eta, \tag{3.29}$$
$$(k=0,1,2,\ldots;\quad p=-1,0,1,2).$$

A (3.29)-es egyenlet által definiált L_k^p függvény segítségével az elmozdulásvektort és feszültségi tenzort meghatározó amplitúdó függvények rendre az alábbiak lesznek:

$$2Ga^4U=\frac{1-2\nu}{2\nu}L_{k-1}^0+\frac{2\nu-1}{2\nu}\frac{k}{\xi}L_j^{-1}-\frac{\zeta}{2\nu}L_{k-1}^1+\frac{k\zeta}{2\xi\nu}L_k^0, \tag{3.30}$$

$$2Ga^4V=\frac{k}{\xi}\left(\frac{1-2\nu}{2\nu}L_k^{-1}-\frac{\zeta}{2\nu}L_k^0\right), \tag{3.31}$$

$$2Ga^4W = \frac{1-\nu}{\nu} L_k^0 + \frac{\zeta}{2\nu} L_k^1 , \tag{3.32}$$

$$a^5\Sigma_z = -\frac{1}{2\nu} L_k^1 - \frac{\zeta}{2\nu} L_k^1 , \tag{3.33}$$

$$a^5\Sigma_R = \frac{2\nu-\nu^2-1}{2\nu} L_k^1 + \frac{1-2\nu}{\xi^2} k(k+1) L_k^{-1} + \frac{\zeta}{2\nu} L_k^2 - \frac{1}{2\nu}\frac{\zeta}{\xi^2} k(k+1) L_k^0 - $$
$$- \frac{1}{\xi} L_{k-1}^0 - \frac{\zeta}{2\nu} L_{k-1}^1 + \frac{1}{2\nu\xi} L_k^0 , \tag{3.34}$$

$$a^5(\Sigma_R + \Sigma_\varphi) = -\frac{2\nu+1}{2\nu} L_k^{-1} + \frac{\zeta}{2\nu} L_k^0 , \tag{3.35}$$

$$a^5T_{R\varphi} = \frac{k}{\xi^2}\left[\frac{1-2\nu}{2\nu} L_k^{-1}(k+1) - \xi L_k^0 \frac{1-2\nu}{2\nu} - \frac{\zeta}{2\nu}(k+1) L_k^0 + \frac{\zeta\xi}{2\nu} L_k^{-1}\right] , \tag{3.36}$$

$$a^5T_{Rz} = \frac{\zeta}{2\nu}\left[L_{k-1}^2 - \frac{k}{\xi} L_k^1\right] , \tag{3.37}$$

$$a^5T_{\varphi z} = \frac{k\zeta}{2\nu\xi} L_k^1 , \tag{3.38}$$

$$(k = 0, 1, 2, \ldots) ,$$

ahol

$$\xi = \frac{R}{a} , \quad \zeta = \frac{z}{a} . \tag{3.39—3.40}$$

A (3.37) és (3.38) egyenlet alapján belátható, hogy T_{Rz} és $T_{\varphi z}$ kielégíti a (3.3) és (3.4) peremfeltételeket a $z = 0$ koordinátával kijelölt síkon, annak ellenére, hogy a képletek levezetése során csak a $Q(R, 0) = 0$ feltételt használtuk közvetlenül.

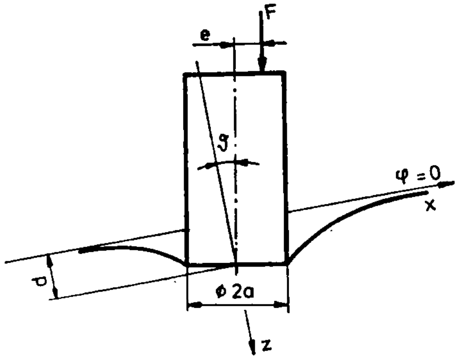
4. Egy példa. Excentrikusan nyomott merev körhenger behatolása rugalmas féltérbe

A 4.1 ábrán vázolt merev tömör körhenger alakú test $\vec{F} = F\vec{e}_z$ $(F > 0)$ erő hatására nyomódik a rugalmas féltérbe. Tegyük fel, hogy az $\vec{F}$ erő hatásvonala nem esik egybe a z tengellyel, de benne van az xz síkban. Az erő hatásvonalának a z tengelyhez való e értékű excentricitása miatt a henger a z tengely irányú d mértékű transzláción felül megdől ϑ szöggel. Továbbá feltesszük, hogy az elmozdulások (d, ϑ) kicsik, valamint a henger és a rugalmas féltér érintkezésénél *csúsztató feszültség nem ébred*, mivel tökéletesen sima felületek érintkeznek. Így a rugalmas féltér $z = 0$ koordinátával kijelölt síkján az alábbi peremfeltételeket kell kielégítenünk:

$$w(R, \varphi, 0) = \mathrm{d} + R \operatorname{tg} \vartheta \cos \varphi , \quad 0 \leq R \leq a \tag{4.1}$$

$$\sigma_z(R, \varphi, 0) = 0 , \quad a < R < \infty \tag{4.2}$$

$$\tau_{Rz}(R, \varphi, 0) = 0 , \quad \tau_{\varphi z}(R, \varphi, 0) = 0 , \quad 0 < R < \infty . \tag{4.3—4.4}$$



4.1. ábra. Merev körhenger benyomódása rugalmas féltérbe

A (4.1), (4.2), (4.3), (4.4) peremfeltételekkel jellemzett feladat megoldását a szuperpozició elvének a felhasználásával (I) és (II) peremfeltételrendszerekhez tartozó megoldások összegeként állíthatjuk elő. A továbbiakban az (I) peremfeltételek által meghatározott megoldáshoz rendelt mennyiségeket — az $L_k^p(\xi, \zeta)$ kivételével — felül „$^{(0)}$" jellel, a (II) peremfeltételek által meghatározott megoldáshoz rendelt mennyiségeket — az $L_k^p(\xi, \zeta)$ kivételével — „$^{(1)}$" jellel jelöljük. A szóban forgó (I) és (II) peremfeltételrendszereket az alábbi egyenletek definiálják:

$$\mathrm{I}\ \begin{cases} w^{(0)}(R, \varphi, 0) = \mathrm{d} , \quad 0 \leq R \leq a , & (4.5) \\ \sigma_z^{(0)}(R, \varphi, 0) = 0 , \quad a < R < \infty , & (4.6) \\ \tau_{Rz}^{(0)}(R, \varphi, 0) = 0 , \quad \tau_{\varphi z}^{(0)}(R, \varphi, 0) = 0 , \quad 0 < R < \infty) ; & (4.7—4.8) \end{cases}$$

$$\mathrm{II}\ \begin{cases} w^{(1)}(R, \varphi, 0) = R \tan \vartheta \cos \varphi , \quad 0 \leq R \leq a , & (4.9) \\ \sigma_z^{(1)}(R, \varphi, 0) = 0 , \quad a < R < \infty , & (4.10) \\ \tau_{Rz}^{(1)}(R, \varphi, 0) = 0 , \quad \tau_{\varphi z}^{(1)}(R, \varphi, 0) = 0 , \quad 0 < R < \infty . & (4.11—4.12) \end{cases}$$

Az (I) peremfeltétel által meghatározott megoldást

$$\vec{g}^{(0)} = \Phi^{(0)}(R, z)\vec{e}_z , \tag{4.13}$$

a (II) peremfeltételek által meghatározott megoldást pedig egy

$$\vec{g}^{(1)} = \Phi^{(1)}(R, z) \cos \varphi \vec{e}_z \tag{4.14}$$

alakú $\vec{g}$ vektorból származtatjuk. A tanulmány 3. pontja alapján az I-es peremfeltételekhez rendelt megoldás előállításához a

$$\int_0^\infty C^{(0)}(\eta) I_0(\xi\eta)\mathrm{d}\eta = \frac{2G\nu}{1-\nu} a^4 \mathrm{d}, \quad 0 \leq \xi \leq 1, \tag{4.15}$$

$$\int_0^\infty \eta C^{(0)}(\eta) I_0(\xi\eta)\mathrm{d}\eta = 0\,, \quad 1 < \xi < \infty \tag{4.16}$$

feltételeknek eleget tevő $C^{(0)} = C^{(0)}(\eta)$ függvényt kell meghatároznunk. A (4.15), (4.16) egyenletekből álló egyenletrendszer megoldása [4], [8]:

$$C^{(0)}(\eta) = \frac{4G\nu a^4 \mathrm{d}}{(1-\nu)\pi} \frac{\sin\eta}{\eta}, \quad (0 < \eta < \infty)\,. \tag{4.17}$$

A (II) peremfeltételekhez tartozó megoldás előállítása (lásd (3.21), (3.22) egyenleteket!) a

$$\int_0^\infty C^{(1)}(\eta) I_1(\xi\eta)\mathrm{d}\eta = \frac{2G\nu a^5 \tan\vartheta}{1-\nu} \xi \quad 0 \leq \xi \leq 1 \tag{4.18}$$

$$\int_0^\infty \eta C^{(1)}(\eta) I_1(\xi\eta)\mathrm{d}\eta = 0 \quad 1 < \xi < \infty \tag{4.19}$$

dual integrálegyenleteket kielégítő $C^{(1)} = C^{(1)}(\eta)$ függvény segítségével történik. A fenti egyenletrendszer megoldása [4], [8]:

$$C^{(1)} = C^{(1)}(\eta) = \frac{8G\nu a^5 \tan\vartheta}{(1-\nu)\pi} \left(\frac{\sin\eta}{\eta^2} - \frac{\cos\eta}{\eta}\right), \quad (0 < \eta < \infty)\,. \tag{4.20}$$

A $C^{(0)}(\eta)$ és $C^{(1)}(\eta)$ ismeretében az $L_k^i(\xi, \zeta)$ $(k = 0, 1)$ függvényeken keresztül előállíthatjuk a $2Ga^5U^{(0)}$, $2Ga^5V^{(0)}$, $2Ga^5W^{(0)}, \ldots a^5\Sigma_R^{(0)}, \ldots a^5T_{R\varphi}^{(0)}$; $2Ga^5U^{(1)}$, $2Ga^5V^{(1)}, \ldots a^5\Sigma_R^{(1)} \ldots a^5T_{R\varphi}^{(1)}$ mennyiségeket, melyek felhasználásával az elmozdulásvektor és feszültségi tenzor skalárkoordinátái az alábbi módon számíthatók:

$$u(R,\varphi,z) = \frac{1}{2Ga^4}\left[2Ga^4U^{(0)} + 2Ga^4U^{(1)}\cos\varphi\right], \tag{4.21}$$

$$v(R,\varphi,z) = \frac{1}{2Ga^4}\left[2Ga^4V^{(1)}\sin\varphi\right], \tag{4.22}$$

$$w(R,\varphi,z) = \frac{1}{2Ga^4}\left[2Ga^4W^{(0)} + 2Ga^4W^{(1)}\cos\varphi\right], \tag{4.23}$$

$$\sigma(R, \varphi, z) = \frac{1}{a^5}\left(a^5 \Sigma_z^{(0)} + a^5 \Sigma_z^{(1)} \cos\varphi\right), \tag{4.24}$$

$$\sigma_R(R, \varphi, z) = \frac{1}{a^5}\left(a^5 \Sigma_R^0 + a^5 \Sigma_R^{(1)} \cos\varphi\right), \tag{4.25}$$

$$\sigma_R(R, \varphi, z) + \sigma_\varphi(R, \varphi, z) = \frac{1}{a^5}\left[a^5(\Sigma_R^{(0)} + \Sigma_\varphi^{(4)}) + a^5(\Sigma_R^{(1)} + \Sigma_\varphi^{(1)}) \cos\varphi\right], \tag{4.26}$$

$$\tau_{Rz}(R, \varphi, z) = \frac{1}{a^5}\left(a^5 T_{Rz}^{(0)} + a^5 T_{Rz}^{(1)} \cos\varphi\right), \tag{4.27}$$

$$\tau_{\varphi z}(R, \varphi, z) = \frac{1}{a^5}\left(a^5 T_{\gamma z}^{(1)}\right) \sin\varphi, \tag{4.28}$$

$$\tau_{\varphi R}(R, \varphi, z) = \frac{1}{a^5} a^5 T_R^{(1)}) \sin\varphi. \tag{4.29}$$

Végezetül a

$$p(R, \varphi) = \sigma_z(R, \varphi, 0) \quad (0 \leq R \leq a) \tag{4.30}$$

érintkezési nyomás képletét vezetjük le. Ez a

$$\sigma_z^{(0)}(\xi, \varphi, 0) = \Sigma_z^{(0)}(\xi, \varphi, 0) = -\frac{1}{2\nu a^5} L_0^1(\xi, 0), \tag{4.31}$$

$$\sigma_z^{(1)}(\xi, \varphi, 0) = \Sigma_z^{(1)}(\xi, \varphi, 0) \cos\varphi = -\frac{1}{2\nu a^5} L_1^1(\xi, 0) \cos\varphi, \qquad (0 \leq \xi \leq 1), \quad (0 \leq \varphi \leq 2\pi) \tag{4.32}$$

egyenletek segítségével történhetik, ha felhasználjuk, hogy

$$L_0^1(\xi, 0) = \int_0^\infty C^{(0)}(\eta) \eta I_0(\xi\eta) \mathrm{d}\eta = \frac{4G\nu\delta}{(1-\nu)\pi} a^4 \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}, \quad (0 \leq \xi < 1) \tag{4.33}$$

és

$$L_1^1(\xi, 0) = \int_0^\infty C^{(1)}(\eta) \eta I_1(\xi\eta) \mathrm{d}\eta = \frac{8G\nu a^5}{(1-\nu)\pi} \tan\vartheta \frac{1}{\xi\sqrt{1-\xi^2}}, \qquad (0 < \xi < 1). \tag{4.34}$$

A (4.33) és (4.34) egyenletek levezetése az [5], [7]-ben megtalálható Bessel-függvényekkel kapcsolatos azonosságok felhasználásával nyerhető. A d benyomódást és a ϑ szögelfordulást előidéző F erőt és e excentricitást az alábbi egynletek kapcsolják össze:

$$F = -\frac{4Ga^2}{1-\nu} \delta, \tag{4.35}$$

$$e = \frac{2}{3} a \frac{\tan\vartheta}{\delta}, \tag{4.36}$$

ahol

$$\delta = \frac{\mathrm{d}}{a}. \tag{4.37}$$

Hiszen

$$F = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{R=0}^{a} \sigma_z(R, \varphi, 0) R \mathrm{d}R \mathrm{d}\varphi = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \sigma_z(a\xi, \varphi, 0) a^2 \xi \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\varphi = -\frac{4Ga^2}{1-\nu}\delta, \tag{4.38}$$

és

$$M = \int_{R=0}^{a} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sigma_z(R, \varphi, 0) R^2 \cos\varphi \mathrm{d}R \mathrm{d}\varphi = -\frac{8a^3G}{3(1-\nu)} \tan\vartheta, \tag{4.39}$$

$$M = eF. \tag{4.40}$$

Az F erőre és M nyomatékra kapott végképletek megegyeznek [6]-ban a PAPKOVICH—NEUBER-féle megoldás felhasználásával kapott eredményekkel.

IRODALOM

1. Лурье,А. И.: Теория упругости. Издательство Наука, Физика-математической литературы, Москва 1971
2. GALERKIN, B.: Contribution a la solution general du problem de la theorie de l'easticité dans le cas de trois dimensions, C. R. Acad. Sci. Paris 190, pp. 1047—1048.
3. SOMIGLIANA, C.: Sulla euqazioni della elasticita. *Ann. Math.* 17 34—64
4. SNEDDON, I. N.: Fourier Transforms, McGraw-Hill Book Company, Inc. New York—London—Toronto 1951
5. ERDÉLYI, A.—MAGNUS, W.—OBERHERTTINGER, F.—TRICOMI, F.: Higher Transcendental Functions, Vol. 1—3. McGraw-Hill Book Company Inc. New York—London—Toronto 1953
6. Уфлянд, Я. С.: Интегральные преобразования в задачах теории упругости, Издателство »Наука« Ленинградское отделеиие. Ленинград, 1968
7. WATSON, N. G.: Theory of Bessel Functions, Cambridge Univ. Press, 1922
8. BUSBRIDGE, I.: Dual Integral Equations. *Proc. London Math. Soc.*, 2 ser 44 (1938), No. 2207, pp. 115—129

On the Class of the Non-axisymmetric Boundary-value Problems Connected to the Elastic Halfspace. A method for the solution of a class of the non-axisymmetric boundary value problems connected to the elastic half-space is reported. The author generalzes the procedure used for the solution of axisymmetric problems of the theory of elasticity worked out by SNEDDON.

Über eine Klasse der mit dem elastischen Halbraum zusammenhängenden, nicht achsensymmetrischen Randwertaufgaben. Es wird eine zur Lösung einer Klasse der mit dem elastischen Halbraum zusammenhängenden nicht achsensymmetrischen Randwertprobleme geeignete Methode erörtert. Der Autor verallgemeinert das zur Lösung der achsensymmetrischen Aufgaben der Elastizitätslehre von SNEDDON entwickelte Verfahren.