

ÚJ ÖSSZEFÜGGÉS A GRAVITÁCIÓ ÉS MÁGNESSÉG KÖZÖTT

NEUGEBAUER TIBOR

Előadta az 1950. november 28-án tartott osztályülésen

Mint ismeretes, a Föld és a többi égitest mágneses momentumának a problémája még mindig megoldatlan. A Föld mágneses terének változásait (a mágneses háborgásokat) a Birkeland-Störmer-féle elmélet ugyan kifogástalanul meg tudja magyarázni, de magának a mágneses momentum felléptének az oka még teljesen megoldatlan probléma, annak ellenére, hogy már igen sok elméleti próbálkozás történt ennek a kérdésnek a tisztázására. Ezeket az elméleteket két csoportba oszthatjuk. Az elsőbe tartozók egy új, eddig ismeretlen természettörvényt tételeznek fel, amely összefüggést állapítana meg a gravitációs tér vagy az anyag mozgása és a mágneses tér közt; ezek az ú. n. fundamentális elméletek. A második csoportba tartozó megfontolások tisztára az eddig ismeretes természettörvények alapján igyekeznek magyarázatot találni a Föld mágneses terére vonatkozólag.

1. §. Az első csoportba tartozó elméletek közül a látszólag legegyszerűbb feltevéssel dolgozik *Wilson*¹ hipotézise, amely felteszi, hogy egyszerűen a Biot-Savart-törvény analógiájára, mely szerint

$$H = \frac{e}{cr^3} [v, r], \quad (1)$$

nemcsak mozgó töltések, hanem a mozgó elektromosan semleges anyag is létesít mágneses teret. Tehát eszerint:

$$H = - \frac{M}{cr^3} [v, r]. \quad (2)$$

Hogy (2) egyenletünk dimenzionalisan is helyes legyen, a benne szereplő tömeget ú. n. gravitációs egységekben kell kifejeznünk, tehát az

$$M = f^{1/2} m \quad (3)$$

mennyiséget kell (2)-be helyettesítenünk, ahol f a gravitációs állandó. A Coulomb-törvény és gravitációs vonzás törvényeinek összehasonlításából mindjárt láthatjuk, hogy ebben az esetben e és $M = f^{1/2} m$ azonos dimenziójúak. A (2) képlet alapján számított mágneses momentum a Föld és Nap esetében valóban legalábbis nagyságrendi egyezésben van a tapasztalattal, vagyis ezen égitestek mechanikai és mágneses momentumának a viszonyára (2)-ből a tapasztalattal lényegileg

egyező eredmények adódnak. Sőt újabban *Babcock*-nak² sikerült ezeket az adatokat egy csillag, a 78 Virginis esetében is mérnie, és szintén nagyságrendi egyezést talált az előbbi elmélettel. Igaz ugyan, hogy újabban még arra vonatkozólag is felmerültek kételyek, hogy a Napnak van-e egyáltalában mágneses momentuma³, de ez az általánosan elfogadott nézeten, a Nap mért mágneses momentumának a helyességére vonatkozólag, nem változtatott.

Másrészt mérési eredmények bizonyítják, hogy legalább is transzlációs mozgások esetében a (2) összefüggés nem állhat fenn. Ezért még csak azt lehetne feltenni, hogy (2) pusztán rotációs mozgások esetében érvényes. Ez a feltevés azonban ellentmondásra vezet a speciális relativitás elméletével. Itt még csak azt említjük meg, hogy pl. egy modern vadászgép sebessége ugyanolyan nagyságrendű, mint a Föld felszíne egy pontjának a forgástól származó lineáris sebessége; tehát ezen esetben az iránytű viselkedésének rögtön el kellene árulnia a (2) összefüggés fennállását, ennek azonban nyomát sem találni.

Igaz ugyan, hogy a neutron esetében tényleg az a helyzet, hogy egy töltés nélküli anyagi részecske, amelynek impulzusmomentuma van, mágneses momentummal is rendelkezik; de mivel itt egy elemi korpuszkuláról van szó, az előbb említett a relativitástannal kapcsolatos nehézségek nem lépnek fel. Azonkívül *Wick* hipotézise szerint a neutron mágneses momentuma úgy jön létre, hogy ez a korpuszkula az idő egy tört részében virtuálisan egy protonra, egy elektronra és egy neutrínóra, vagy modern megfogalmazásban egy protonra és egy mezonra van felbontva.

Wilson gondolatait részben felújította az elmúlt években *Blackett*⁴, aki *Babcock*-nak az említett mérési eredményei alapján határozottan egy fundamentális összefüggés fennállására következtetett egy égitest mágneses (P) és mechanikai (U) momentuma közt, amely szerinte a következő alakú:

$$P = \beta \frac{f^{\frac{1}{2}}}{c} U, \quad (4)$$

ahol f ismét a gravitációs állandó, c a fénysebesség és β egy kis numerikus állandó. A P/U viszonyra a Föld és a Nap esetében c. g. s. egységekben a $1,11 \cdot 10^{-15}$ és $0,79 \cdot 10^{-15}$ numerikus értékek adódnak. Tehát csakugyan azonos nagyságrendű mennyiségek, annak ellenére, hogy pl. a Nap mechanikai momentuma nyolc nagyságrenddel nagyobb, mint a Földé. Egy elektron esetében az említett viszonyra $0,88 \cdot 10^7$ adódik, úgyhogy

$$\frac{(P/U)_{\text{Elektron}}}{(P/U)_{\text{Égitest}}} \approx 10 + 22. \quad (5)$$

Blackett ebből az összefüggésből még érdekes elméleti következtetéseket is vont le, és kimutatta, hogy (4)-et le lehet vezetni *Wilson* hipotéziséből. Éppen ezért azonban (4)-gyel szemben is fennállnak az említett elméleti nehézségek.

Az általános relativitás elméletének új hipotézisekkel való kiegészítése segítségével *Clark*⁶ dolgozott ki egy elméletet, amelyből valóban a *Wilson*, ill. *Blackett*-féle összefüggés következik egy forgó test mechanikai és mágneses momentumának a viszonyára vonatkozólag. Hasonló megfontolások származnak *Giāo*-tól⁶ egy ötdimenziós világra vonatkozóan. *Alfvén*⁷ viszont, megmaradva a jelenegi fizikai ismereteink keretében, összefüggést vezetett le egy elektromosan vezető folyadék örvénylő mozgása és az ennek folytán (spontán) fellépő mágneses tér közt. Gondolatait továbbfejlesztette *Batchelor* és *Towsend*⁸ míg *Walen*⁹ megkísérelte ilyen módon a Nap mágneses momentumát, *Bullard*¹⁰ pedig a Földét megmagyarázni. Egészen más gondolat származik *Benfield*-től¹¹ aki arra hívta fel a figyelmet, hogy ha egy fémdarab egy része igen nagy nyomás alatt áll, akkor a benne levő vezetési elektronok egy részének szükségképpen át kell mennie a fémdarab nyomásnak ki nem tett részébe; tehát az előbbi pozitív, az utóbbi pedig negatív töltésre tesz szert. Mivel továbbá a Föld belső magja a régebbi felfogás szerint, amelyet azonban még egyáltalában nem tekinthetünk megdőltnek, olvadt fémekből éspedig főként vasból áll, azért — alkalmazva erre *Benfield* felfogását — a Föld forgása következtében mágneses momentumnak kell fellépnie, amely a valóban mért momentummal egyező előjelű. Amint azonban a továbbiakban látni fogjuk, nagyságrendekkel túl kicsiny, amint ezt különben már *Benfield* is sejtette. Végül még megemlítjük *Biermann* és *Schlüter*¹² legújabb elméleti megfontolásait az égitesteken és az interstelláris térben fellépő mágneses erőterre vonatkozólag.

2. §. A legrégebbi gondolat a Föld mágneses momentumának megmagyarázására az volt, hogy a Föld belseje ferromágneses. Természetesen ez már mostani ismereteink szerint teljesen elavult, mivel, jóllehet a Föld belső magja a régebbi felfogás szerint csakugyan főképp vasból és nikkeltől áll, hőmérséklete azonban a Curie-hőmérsékletnél szükségképpen sokkal magasabb. Igaz ugyan, hogy az anyag ott óriási nyomás alatt áll, és ezért a Heisenberg-féle kicserélődési integrálok értéke is változhat, minthogy ezek exponenciálisan függnek a részek távolságától. *Sutherland*¹³ szerint meg lehetne magyarázni a Föld mágneses momentumának a felléptét, ha feltennők, hogy a Föld magja pozitív töltésű, és ezt egy negatív héj veszi körül. Ennek az elméletnek egyik nagy előnye az lenne, hogy az egész Földnek nem kellene elektromos töltést tulajdonítani: azonkívül nem tenné szükségessé semilyen új természettörvény feltételezését. A ténylegesen fellépő mágneses momentum megmagyarázására azonban olyan nagy töltéseket kellene feltételezni, hogy ezek egy $10^8 \frac{\text{volt}}{\text{cm}}$ nagyságú gradiens felléptét okoznák a Föld anyagában. Márpedig egyáltalában nem ismeretes olyan szigetelőanyag, amely ilyen óriási elektromos szilárdsággal rendelkezne.

Az egyetlen eddig ismeretes körülmény, amelynek folytán egy forgó testnek szükségképpen mágneses momentuma is van, a Barnett-effektus folytán

fellépő mágnesezettség. *Chapman* és *Bartels*¹⁴ azonban kimutatták, hogy ez ugyan a helyes előjelet szolgáltatja, de a Föld mágneses momentumának a megmagyarázására tíz nagyságrenddel túl kicsiny.

Jelen dolgozat célja egy ezideig tekintetbe nem vett effektus megbeszélése, amely minden új hipotézis bevezetése nélkül, tisztán az eddigi fizikai ismereteink alapján, összefüggést állapít meg a gravitáció és a mágneses momentum közt.

3. §. Gázok esetében a Föld gravitációs tere következtében a barometrikus magassági formulának megfelelő sűrűségeloszlás áll elő. Tehát igaz ugyan, hogy a sűrűség lent nagyobb lesz, mint nagyobb magasságokban, azonban annak ellenére, hogy az atomok tömege úgyszólván teljesen a magban van koncentrálna, a gravitációs tér hatására az atommagok és az ezeket környező elektronhéjak egymáshoz képest nem tolódnak el, minthogy az elektronok pillanatnyilag követik az atommagok mozgását. Ez a gondolatmenet addig marad helyes, amíg a gáz sűrűsége olyan kicsiny, hogy az egyes atommagokat környező elektronburkok kölcsönös Fermi-féle taszítása nem játszik szerepet. Természetesen azonban egészen mások lesznek a viszonyok, ha gázatomok egy vízszintes merev felületbe ütköznek, mert ott az ütközéskor az atommag nagy tehetlensége miatt az atom erősen deformálódni fog.

Egészen mások lesznek azonban a viszonyok, ha kondenzált anyagról van szó, tehát szilárd testekről vagy folyadékokról, melyeknél lényegileg az elektronhéjaknak a Pauli-elv folytán fellépő taszítása (a Fermi-taszítás) határozza meg az atomoknak egymástól való távolságát. Hasonlóak különben a viszonyok igen erősen összesűrített gázok esetében is. A gravitációs erő hatására ekkor az anyag természetesen elsősorban bizonyos mértékig össze lesz nyomva, másrészt azonban az atommagok a belső elektronokkal együtt kissé eltolódnak a gravitációs potenciál gradiensének az irányában, viszonyítva a külső elektronhéjuk geometriai középpontjához. Ez a külső elektronhéj t. i. a szomszédos atomok elektronhéjának Fermi-taszítása miatt nem tudja a mag elmozdulását teljesen követni. Ennek folytán a polarizációnak bizonyos formája lép fel, amelynek az az oka, hogy a tömeg legnagyobb részét az atommagokban van koncentrálna, és ezért a gravitációs tér ezeket a magokat kissé eltolja a külső elektronfelhőjük elektromos súlypontjához képest. Normális állapotú gázokban ez a jelenség azért nem áll elő, mert ottan elegendő hely áll rendelkezésre ahhoz, hogy a külső elektronok is követhessék az atommag mozgását.

Tegyük fel, hogy a kérdéses atomnak vagy ionnak nyolc külső elektronja van és jelöljük a magjának a tömegét M -mel; a belső elektromos teret pedig, amely a kérdéses atomnak az előbb tárgyalt módon való deformációja (a mag és a külső elektronhéj elektromos súlypontjának egymáshoz képest való eltolása) révén áll elő, E -vel. Szemléletesség okából most azt tesszük fel, hogy az atommag a belső héjak elektronjaival és a külső elektronhéj egymáshoz képest mozdulnak el; levezetéseink azonban, amint azt látni fogjuk, sokkal általáno-

sabban is érvényesek. Az atommag (és a belső héjakból álló komplexum)-ra ható gravitációs és elektromos erőnek egyensúlyban kell lennie, tehát

$$Mg = 8 e E, \quad (6)$$

ahol g a gravitációs állandó, és e az elektron töltése. (6)-ból

$$E = \frac{Mg}{8 e}. \quad (7)$$

Felírhatjuk továbbá az energiaegyenletet,

$$\frac{1}{2} \alpha E^2 = \frac{1}{2} M g l, \quad (8)$$

ahol l az atommagnak a külső elektronhéj elektromos súlypontjához való relatív eltolódása és α az atom (vagy ion) polarizálhatósága (elektromos térrel szemben). (8)-ból

$$l = \frac{\alpha E^2}{Mg} \quad (9)$$

és ide betéve (7)-et

$$l = \frac{2Mg\alpha}{128 e^2} \quad (10)$$

Az összes töltés a kérdéses égitest forgó mozgása miatt egy kört ír le. Jelöljük N -nel az atomok számát a térfogategységben, akkor ebben $8 Ne$ negatív és l távolsággal eltolva ugyancsak $8 Ne$ pozitív töltés van, tehát a forgás révén egy ilyen térfogatelem

$$\pm \frac{8 Ne}{T} \quad (11)$$

nagyságú áramsűrűséget létesít, ahol T a kérdéses égitest sziderikus forgási ideje. Az elektronoktól létesített mágneses momentumra a következő képletet kapjuk :

$$\mu_1 = \frac{i f}{c} = \frac{\pi r^2}{c} \cdot \frac{8 Ne}{T}, \quad (12)$$

és hasonlóan a pozitív töltésektől létesítettre az alábbi :

$$\mu_2 = \frac{i \cdot f'}{c} = \frac{\pi (r - l')^2}{c} \cdot \frac{8 Ne}{T}, \quad (13)$$

ahol r a távolságot jelenti az égitest tengelyétől. (12) és (13)-ból végül

$$\mu'_0 = \mu_1 - \mu_2 = \frac{2\pi r l'}{c} \cdot \frac{8 Ne}{T} \quad (14)$$

következik. (14)-et most integrálnunk kell egy elemi vastagságú gömbhéj egész felületére. Ebből a célból bevezetünk egy térbeli polárkoordinátarendszert ; akkor

$$r = R \sin \vartheta, \quad (15)$$

ahol R a kérdéses égitest egy gömbhéjának a sugara és ϑ a tengelyével bezárt szög. Hasonlóan

$$l' = l \sin \vartheta, \quad (16)$$

ahol l' az l -nek az r -re, tehát a forgástengelytől való merőleges távolságra való vetülete. Végül tehát a következő integrált kell kiszámítanunk:

$$\begin{aligned} \mu_0 &= \frac{2\pi}{c} \cdot \frac{8Ne}{T} \left[\int_0^\pi \int_0^{2\pi} R^3 \sin^3 \vartheta d\vartheta d\varphi \right] \cdot \Delta R \\ &= \frac{128\pi^2 Ne l R^3}{3cT} \cdot \Delta R. \end{aligned} \quad (17)$$

Ez tehát a ΔR vastagságú gömbhéj mágneses momentuma. Az egész égitest mágneses momentumának kiszámítására még ki kell fejeznünk l -et mint R függvényét, hogy azután R szerint integrálhassunk. Ecélből először is feltesszük, hogy a kérdéses égitest homogén sűrűségű. Ekkor a gravitációs potenciál a belsejében

$$V = 2\pi f \kappa (R_0^2 - \frac{1}{3} R^2), \quad (18)$$

ahol R_0 jelenti az égitest sugarát, f ismét a gravitációs állandót és κ a homogénnek feltételezett sűrűséget. Különbén minden nehézség nélkül keresztülvihetnénk a számításainkat akkor is, ha κ R -nek lenne a függvénye. (18)-ból a felépő erőre a következő képlet adódik:

$$g = -\frac{dV}{dR} = \frac{4\pi}{3} f \kappa R, \quad (19)$$

tehát az égitest felszínén

$$g_0 = \frac{4\pi}{3} f \kappa R_0. \quad (20)$$

(19) és (20)-ból a következő összefüggést kapjuk:

$$g = \frac{g_0}{R_0} R, \quad (21)$$

és végül ezt az eredményt betéve (10)-be:

$$l = \frac{2Mg_0 \alpha}{128e^2 R_0} R. \quad (22)$$

Evvel l -et kifejeztük R segítségével, és ezt az eredményt (17)-be helyettesítve végül keresztülvihetjük az R szerinti integrálást:

$$\mathfrak{M} = \int_0^{R_0} \mu_0(R) dR = \frac{2\pi^2 N M \alpha g_0}{3cT e R_0} \int_0^{R_0} R^4 dR = \frac{2\pi^2 N M \alpha g_0}{15cT e} R_0^4. \quad (23)$$

Láthatjuk tehát, hogy egy forgó test saját gravitációs tere és atomjainak mindig meglevő polarizálhatósága folytán szükségszerűen létesít maga körül mágneses teret.

4. §. Eddigi tárgyalásainkban feltettük, hogy a tekintetbejövő atomoknak vagy ionoknak egy nyolc elektronból álló külső héjuk van, és a mag a belső héjak elektronjaival együtt ehhez képest mozdul el. Ez a feltevés mindenesetre igen megközelíti a való viszonyokat, mert hiszen ion-vegyületek általában lezárt nemesgázszerű héjjal rendelkező ionokból vannak felépítve, és azonkívül az egész elektromos polarizálhatóság tulajdonképpen ezen külső nyolcashéj elmozdíthatóságából áll, mivel egy nyolcszorosan pozitív ion praktikus értelemben véve már egyáltalában nem polarizálható. Ennek ellenére nézzük meg, hogy a levezetett képletünk mennyiben módosulna, ha feltesszük, hogy a legkülső laza héjban nem éppen nyolc, hanem egy tetszőleges n számú elektron van. (6) képletünk helyett akkor a

$$Mg = n e E \quad (24)$$

összefüggést kapjuk, (8) nem módosul, (10) helyett azonban az

$$l = \frac{Mg a}{n^2 e^2} \quad (25)$$

eredményt vezetjük le; hasonlóan (11) helyett

$$\pm \frac{n N e}{T} \quad (26)$$

lesz a létesített áramsűrűség stb. Mindezek tekintetbevételével (17) helyett a

$$\mu_0 = \frac{16 n \pi^2 N e l R^3}{3 c T} \cdot \Delta R \quad (27)$$

és (22) helyett az

$$l = \frac{Mg_0 a}{n^2 e^2 R_0} R \quad (28)$$

eredményt kapjuk, tehát végül most

$$\mathfrak{M} = \int_0^R \mu_0(R) dR = \frac{16 \pi^2 N M a g_0}{15 c T n e} R_0^4 \quad (29)$$

Igen érdekes körülmény, hogy (29)-ben nemcsak az elektromos polarizálhatóság, hanem azonkívül az atom legkülső héjában levő elektronok száma is előfordul, tehát a jelen esetben maga az elektromos polarizálhatóság nem elegendő a mozgó polarizált dielektrikum által létesített mágneses tér leírására. Ennek a meglepő eredménynek az oka a következő: Elektromos tér esetében az indukált elektromos dipolmomentum

$$\mu_{el} = a E, \quad (30)$$

tehát, ha ismét feltesszük, hogy n számú elektron van a külső héjban, akkor

$$n e l_{el} = a E, \quad (31)$$

ahol most l_{el} a külső héj elektromos súlypontjának és a fennmaradó pozitív ionnak egymáshoz képest való eltolódását jelenti az elektromos tér hatására, ez tehát egyszerűen E lineáris függvénye. Az itt tárgyalt gravitációs esetben viszont (25) alapján

$$l_{grav} = \frac{Mg\alpha}{n^2 e^2}, \quad (32)$$

tehát a deformálhatóság (α) mellett még a külső elektronok számának a négyzete is fellép a nevezőben; míg (31)-ből

$$l_{el} = \frac{\alpha E}{n e} \quad (33)$$

következik, tehát itt csak n első hatványa lép fel. Ha tehát ismét visszatérünk az elektromos momentum számításához, akkor az elektromos erők létesítette momentum esetében, amely

$$\mu_{el} = l_{el} n e = \alpha E, \quad (34)$$

a külső elektronok száma kiesik, míg a gravitációs erők létesítette elektromos momentumok esetében, amely (32)-ből adódóan

$$\mu_{el} = l_{grav} n e = \frac{Mg\alpha}{n e} \quad (35)$$

ezek száma nem esik ki, és ezért lép fel a (29) végeredményünkben is.

5. §. A következő kérdés annak megvizsgálása, hogy milyenek lesznek a viszonyok aránylag kicsiny forgó testeknél, amelyeknél nem a gravitáció, hanem a centrifugális erő játssza a főszerepet. Természetesen relativista szempontból a centrifugális erőteret ugyancsak mint egy gravitációs teret foghatjuk fel, azonban ennek ellenére is fennáll itt az a különbség, hogy a gravitációs tér egy golyót összehúzni igyekszik, amihez azonban a lehetőségek korlátozottak; a centrifugális erő viszont a forgó golyót szét akarja szakítani. A fellépő tágulás miatt tehát ez utóbbi esetben az atommagok egy bizonyos mértékig magukkal vihetik külső elektronfelhőjüket, de minthogy a kémiai kötés kvantummechanikai elmélete szerint a kötést létesítő elektronok felhőinek fedniök kell egymást, azért itt is megvan annak a lehetősége, hogy az atommagok a külső elektronhéjukhoz viszonyítva a centrifugális erő hatására eltolódnak.

Jelöljük ω -val a forgó test szögsebességét, akkor kizárólag a centrifugális erő tekintetbevételével (6) és (8) helyett a következő összefüggéseket kapjuk:

$$M\omega^2 r = 8 e E, \quad (36)$$

és

$$\frac{1}{2} \alpha E^2 = \frac{1}{2} M \omega^2 r l. \quad (37)$$

Továbbá egészen hasonló számítások segítségével, mint amelyek segítségével (6) és (8)-ból levezethettük a (23) eredményünket, most

$$\mathfrak{M} = - \frac{N \omega^3 M \alpha \pi}{15 e c} R_0^5 \quad (38)$$

következik. Ha ismét feltesszük, hogy nem nyolc, hanem általában n számú elektron van a legkülső héjban, akkor (36) helyett az

$$M \omega^2 r = n e E \quad (39)$$

egyenletet kell felírunk, és ennek segítségével

$$\mathfrak{M} = - \frac{8 N \omega^3 M a \pi}{15 n e c} R_0^5. \quad (40)$$

Egy a szimmetriatengelye körül forgó henger esetében, ha ennek hosszát L -lel jelöljük, nyolc külső elektron feltételezésével

$$\mathfrak{M} = - \frac{N \omega^3 M a \pi}{16 c e} L R^4. \quad (41)$$

Az általános esetben pedig a

$$\mathfrak{M} = - \frac{N \omega^3 M a \pi}{2 n c e} L R^4 \quad (42)$$

képlet adódik.

6. §. Most még ki akarjuk számítani, hogy (23)-ból a Föld mágneses momentumára milyen nagy érték adódik. Mivel a felülethez közelebb eső rétegek fogják ezen esetben a főszerepet játszani, azért főképp ezeknek a numerikus adatait kívánjuk használni. A $SiAl$ és a $SiMa$ rétegek közepes atomsúlyát 27-nek vesszük, ebből a közepes atommagtömegre $M = 36,3 \cdot 10^{-24} g$ adódik. N részére viszont egy közepes 5,5 nagyságú sűrűség feltételezésével $1,5 \cdot 10^{23}$. Ha ezeket a számadatokat és az összes többi (23)-ban álló mennyiség részére ezek ismert értékeit helyettesítjük be, akkor

$$\mathfrak{M} \approx 10^9 \quad (43)$$

következik, tehát egy nagyságrendileg túl kicsiny érték, ugyanúgy, mint a Barnett-effektusból, mivel a Föld mért mágneses momentuma $7,9 \cdot 10^{25}$ el. stat. c. g. s. egység. Tény azonban, hogy ez a jelenség ugyanúgy helyes előjelével szolgáltatja a Föld mágneses momentumát, mint a Barnett-effektus. Ezt mindjárt beláthatjuk, ha tekintetbe vesszük azt az ismertényt, hogy a Föld mágneses momentuma olyan előjelű, mintha egy keletről nyugatra folyó elektromos áram idézné elő. A jelen dolgozatban tárgyalt effektusnál ez valóban így is van, mivel a negatív töltés súlypontja írja le a forgás folytán a nagyobb sugarú kört, tehát egy nyugatról keletre folyó negatív áram lép fel.

Fennáll azonban a Barnett-effektussal szemben az a nagy különbség, hogy az itt tárgyalt effektusnál elgondolható egy erősítő mechanizmus, amelynek segítségével a létrejövő polarizáció és ennek folytán a mágneses momentum nagyságrendekkel nagyobbakká válhatnak. A Barnett-effektusnál hasonló lehetőségről persze szó sem lehet.

Amint ismeretes, a ferroelektromos anyagok egy csoportjánál, melybe a $BaTiO_3$ is tartozik — és ennek a csoportnak ez a legismertebb képviselője — igen valószínű, hogy e jelenség úgy jön létre, hogy az igen nagy mértékben

polározható ioncsoportok olyan közel vannak egymáshoz, hogy az ezekben egyszer indukált momentum olyan erősen polározza a szomszédait, hogy az ezekben fellépő nagy momentum viszont ismét az előbbi ioncsoportot polározza erősen stb. Vagyis, a polarizálható ioncsoportok kölcsönhatása olyan erős, hogy egymást tudják polározni, tehát egy spontán polározottsági állapot lép fel. (Természetesen nem akarjuk elhallgatni, hogy van a $BaTiO_3$ spontán elektromos polározottságának egy más elmélete¹⁵ is, amely ezt a jelenséget arra vezeti vissza, hogy a Ti ionok ennek rácsában egy túlságosan nagy üregben vannak, tehát ott »lötyög«-nek, és ezért a legkisebb térintenzitás hatására is elmozdulnak.) Meg kell továbbá gondolnunk, hogy a Föld belsejében az anyag igen erősen össze van nyomva, tehát az atomok egymáshoz közel jönnek. Elgondolható tehát, hogy ilyen viszonyok közt normálisan nem ferroelektromos anyagok ilyen típusú tulajdonságokra tesznek szert, tekintve, hogy egy dipolus tere a távolság harmadik hatványával fordítva arányos, és ezért csökkenő távolsággal igen gyorsan nő. Ezen elképzelés alapján tehát, ha a polarizálhatóságot mint konstans tekintjük, a kérdéses polarizálható atomok egy bizonyos távolságánál előáll a polarizációs katasztrófa, vagyis a polarizáltság értéke végtelen nagygyá válna. Ilyen mértékben ez persze nem következhetik be, mert az indukált momentum és az azt előidéző térintenzitás közti lineáris összefüggés csak a térintenzitás egy bizonyos értékéig lehet érvényes. Végül tehát egy nagy (de nem végtelen nagy) konstans polározottság lép fel. Egy további szempont, amelyet figyelembe kell vennünk, a következő: ha a szomszédos atomok ilyen polarizációs kölcsönhatását egyszerűen úgy számítjuk, hogy a polározandó atom középpontjában fellépő elektromos teret szorozzunk ezen atom konstans polarizálhatóságával, és ezt a mennyiséget tekintjük az indukált dipolmomentumnak, akkor a kérdéses atomok meghatározott távolsága alatt fellép a spontán polározottság állapota, míg fölötté ilyesmi nem lehetséges, a kérdéses anyag a külső elektromos tér jelenléte nélkül egyáltalában nincsen polározva. Tekintetbe kell azonban vennünk azt a körülményt, hogy az atomok, ionok vagy ioncsoportok kiterjedése ugyanolyan nagyságrendű, mint az egymástól való távolságaik, tehát még közelítőleg sem lehet az egész elektronfelhőjüket polározó teret egyszerűen a középpontjukban fellépő térrel azonosítani, hanem tekintetbe kell venni, hogy ez a tér igen erősen inhomogén. Azonkívül ne felejtjük el, hogy egy dipolusnak a szokásos módon megadott tere csak első közelítés, míg a jelen esetben az említett körülmény — a dipolus kiterjedése és a polározható ionok vagy ioncsoportok távolságának egyenlő nagyságrendje — miatt a további közelítéseket is tekintetbe kell venni. Tehát képletben a térintenzitás

$$E = \frac{e}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{e}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} = \frac{e}{r^2} \left(\frac{2l}{r} + \frac{l^3}{r^3} \dots \right) = \frac{2el}{r^3} + \frac{el^3}{r^5} \dots$$

ahol a jobboldalon álló első tag a matematikai dipolustól létesített térintenzitás. A további tagok tekintetbevétele azt eredményezi, hogy még olyan távolságnál is, amelynél az elemi megfontolások szerint már nem léphet fel spontán polarizáltság, egy külső elektromos tér által vagy más módon létesített polarizáció, ha egy bizonyos határértéknél nagyobb értéket vesz fel, kezdi önmagát felerősíteni. Mindezen megfontolásokból azt a következtetést vonhatjuk le, hogy igenis lehetséges, hogy a leírt módon a gravitációtól származó elektromos polarizáció még tovább felerősítse önmagát.

7. §. További érdekes kérdés, hogy milyen nagynak kellene lennie a külső elektronhéj és a fennmaradó pozitív ion középpontjai egymáshoz való maximális eltolódásának ahhoz, hogy ez megmagyarázza a Föld mágneses momentumát. (22)-ből l maximális értékére a következő képletet kapjuk

$$l_0 = \frac{2 M a g_0}{128 e^2} \quad (44)$$

Ezt az eredményt behelyettesítjük (23)-ba

$$\mathfrak{M} = \frac{128 e l_0 N \pi^2 R_0}{15 c T}, \quad (45)$$

ahonnan kifejezhetjük l_0 -t.

$$l_0 = \frac{15 \mathfrak{M} c T}{128 e N \pi^2 R_0^4}. \quad (46)$$

Ha (46)-ban $\mathfrak{M}$ helyébe behelyettesítjük a Föld már említett mágneses momentumának értékét és az összes többi mennyiségnek ismert értékeit, akkor az

$$l \propto \frac{1}{2} \cdot 10^{-9} \text{ cm} \quad (47)$$

értéket kapjuk.

8. §. Most még ki akarjuk számítani a Föld mágneses momentumát, amelynek a *Benfield* (l. o.) által megadott gondolatmenet alapján kell fellépnie. A Föld felépítéséről vallott régebbi felfogás alapján tehát feltesszük, hogy a belseje egy főképpen vasból (és nikkelből) álló magból áll, és ezt egy szintén legnagyobbbrészt fémes tulajdonságú közbülső réteg veszi körül. Újabb felfogás szerint persze a Föld belseje legnagyobbbrészt »napanyag«-ból áll.¹⁶ Nem kívánunk itt erre a kérdésre részletesebben rátérni, csak megemlítjük, hogy ez még távolról sincsen tisztázva és az új felfogással szemben is komoly kételyek merültek fel.¹⁷ Tény azonban, hogy az alább közölt számítások, mutatis mutandis, az új felfogás szerint is érvényesek. Hiszen igen nagy nyomás alatt még a hidrogén is fémes tulajdonságokat vesz fel.¹⁸

Tegyük fel tehát, hogy a Föld egy R_1 sugarú magból áll, amelyet egy R_2 sugárig terjedő közbülső réteg vesz körül (ill. ennek eddig a sugárig van negatív töltése), és *Benfield* gondolatmenete alapján a magban uralkodó igen nagy nyomás elektronokat szorít innen ki ebbe a közbülső rétegbe. Egyszerűség

okából még feltesszük, hogy az ebből származó elektromos töltés mindkét rétegben homogén; a pozitív töltés sűrűségét a magban jelöljük ϱ_1 -gyel és a negatívét a közbülső rétegben ϱ_2 -vel. Ezen töltéseloszlás elektrosztatikai energiájának a kiszámítására először is szükségünk van a potenciál kifejezésére, mint a középponttól való távolság (r) függvényére. Ez $r = 0$ -tól $r = R_1$ -ig mint ismeretes.¹⁰

$$V_1(r) = \frac{4r^2\pi}{3}\varrho_1 + 2\pi\varrho_1(R_1^2 - r^2) + 2\pi\varrho_2(R_2^2 - R_1^2), \quad (48)$$

és $r = R_1$ -től $r = R_2$ -ig

$$V_2(r) = \frac{4R_1^3\pi}{3r}\varrho_1 + \frac{4(r^3 - R_1^3)\pi}{3r}\varrho_2 + 2\pi\varrho_2(R_2^2 - r^2). \quad (49)$$

Az $r = 0$ -tól $r = R_1$ -ig terjedő rész (a mag) elektrosztatikus energiájának a kiszámítására szoroznunk kell (48)-at $\frac{1}{2}\varrho_1 4\pi r^2 dr$ -rel, és aztán integrálunk. Ilyen módon kapjuk, hogy

$$E_1 = \frac{2}{5}\frac{Q_1^2}{R_1} + \pi\varrho_2(R_2^2 - R_1^2)Q_1, \quad (50)$$

ahol

$$Q_1 = \frac{4R_1^3\pi\varrho_1}{3} \quad (51)$$

a Föld magjának a pozitív töltése. Hasonlóan vezetjük le, hogy az $r = R_1$ -től $r = R_2$ -ig terjedő réteg (héj) elektrosztatikus energiája

$$E_2 = \frac{4}{3}\pi^2\varrho_1\varrho_2R_1^3(R_2^2 - R_1^2) + \frac{4\pi^2\varrho_2^2}{15}(4R_2^5 + 6R_1^5 - 10R_1^3R_2^2). \quad (52)$$

(52) első tagja természetesen (50) második tagjával egyenlő, míg (52) második tagját a

$$Q'_1 = \frac{4R_1^3\pi}{3}\varrho_2 \text{ és } Q_2 = \frac{4\pi}{3}(R_2^3 - R_1^3)\varrho_2 \quad (53)$$

jelölések segítségével a

$$\frac{3}{5}\frac{(|Q'_1| + Q_2)^2}{R_2} - \frac{3}{5}\frac{Q_1'^2}{R_1} - 2\pi\varrho_2(R_2^2 - R_1^2)|Q'_1| \quad (54)$$

alakban írhatjuk.

Egy további probléma az ezen töltéseloszlásoktól származó és a Föld forgása folytán fellépő mágneses momentumnak a kiszámítása. Ebből a célból egyszerűség okából feltesszük, hogy $\varrho_1 = -\varrho_2$. Jelöljük azonkívül a közbülső réteg egy térfogategységében levő elektronok vagy a mag egy térfogategységében levő lyukak számát n -nel, ekkor tehát $\varrho_1 = -ne$ és $\varrho_2 = ne$, ahol $e = -4,8 \cdot 10^{-10}$ el. stat. egység az elektron töltése. Vagyis a Föld forgása révén egy

1 cm² felületdarabon a tengelytől d távolságra a következő nagyságú áram halad keresztül:

$$i = 2\pi d \frac{ne}{T}. \quad (55)$$

Ez viszont

$$\mu = \frac{if}{c} = \frac{2\pi^2 d^3}{c} \cdot \frac{ne}{T} \quad (56)$$

nagyságú mágneses momentumot létesít, tehát a Föld magjának egész mágneses momentuma ezen elmélet alapján

$$M_1 = \int_0^R \int_0^{2\pi} \mu r d\vartheta dr = \frac{4}{3} \frac{2\pi^2 ne}{cT} \cdot \frac{R^5}{5} \quad (57)$$

lesz. Hasonlóan az R_1 -től R_2 -ig terjedő réteg mágneses momentuma:

$$M_2 = \frac{4}{3} \frac{2\pi^2 ne}{cT} \cdot \frac{R_2^5 - R_1^5}{5}. \quad (58)$$

Tehát végül az egész mágneses momentum:

$$M = M_2 - M_1 = \frac{2\pi^2 ne}{cT} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{R_2^5 - R_1^5}{5}, \quad (59)$$

ahonnan n -et ki lehet számítani:

$$n = \frac{15 c T (M_2 - M_1)}{8 \pi^2 e (R_2^5 - R_1^5)}, \quad (60)$$

ha a momentum M ismeretes. A geofizikai irodalom szerint a Föld magjának a sugara $R_1 = 3470$ km. A közbülső réteg sugarát, amely 5170 km, nem tehetjük egyszerűen egyenlővé R_2 -vel, mivel feltettük, hogy a két réteg teljes töltése egyenlő nagy, továbbá a sűrűségek abszolút értékét is egyenlőnek tettük fel, és ezért a második réteg határát $R_2 = 4372$ km-nek kell feltételeznünk. Ezen szám adatok segítségével (60)-ból — betéve oda $M_2 - M_1$ helyébe a Föld ismert mágneses momentumát —

$$n = 1,37 \cdot 10^7 \quad (61)$$

adódik. Mivel ennek folytán ismeretesek az elektromos sűrűségek, ezért (50) és (52)-ből kiszámíthatjuk a teljes elektrosztatikus energiát E -t

$$E = E_1 + E_2 = \frac{3}{5} \frac{Q_1^2}{R_1} + 2\pi\varrho_2 (R_2^2 - R_1^2) Q_1 + \frac{4\pi^2 \varrho_2^2}{15} \left\{ 4R_2^5 + 6R_1^5 - 10R_1^3 R_2^2 \right\}. \quad (62)$$

A numerikus kiértékelés erre az

$$E = 5,46 \cdot 10^{38} \text{ erg.} \quad (63)$$

értéket szolgáltatja.

Egy más és fizikailag talán még plauzibilisebb feltevés a töltéelosztásra a következő: Ismét feltesszük, hogy a Föld magjának a nagy nyomás folytán pozitív töltése van, de a közbülső réteg vele határos része legyen elektromosan semleges, és a negatív töltés csak a közbülső réteg külső részében lépjen fel. Tekintve, hogy, amint említettük, a közbülső réteg külső sugara 5170 km, és mivel a pozitív és negatív töltéseknek ismét le kell rontaniuk egymást, azért fel kell tennünk, hogy a közbülső réteg negatív töltése a 4585 km nagyságú sugárral kezdődik. Ezen új feltevések alapján az előbbi okoskodáshoz analóg módon

$$n = 6,96 \cdot 10^6 \quad (64)$$

következik, és ennek segítségével

$$E = 2,33 \cdot 10^{38} \text{ erg.} \quad (65)$$

(61) és (64) ill. (63) és (65) összehasonlításából tehát látjuk, hogy a fellépő töltéssűrűség és a teljes elektrosztatikus energia mindkét felfogás szerint ugyanolyan nagyságrendű.

Másrészt a Föld magjából a nyomás által eltávolított elektronok (tehát a lyukak) számára (61)-ből:

$$N = \frac{4 R_1^3 \pi}{3} n = 2,20 \cdot 10^{33}. \quad (66)$$

Viszont az a térfogat, amelyet egy vezetési elektron egy fémbe elfoglal, tehát az »elektrontérfogat« 10^{-24} cm^3 nagyságrendű.²⁰ A mag és a közbülső réteg

közt fellépő nyomáskülönbség viszont $10^6 \text{ Atm.} \approx 10^{12} \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$ nagyságrendű. Ha

tehát ezt a nyomást megszorozzuk az elektrontérfogattal és (66)-tal, akkor azt a maximális gravitációs energiát kapjuk, amely annak révén szabadul fel, hogy a nagy nyomás a magból kiszorít N számú elektront. Ez az energia

$$E_{\text{grav}} \approx 10^{21} \text{ erg.} \quad (67)$$

(67)-et összehasonlítva (63)-mal vagy (65)-tel, láthatjuk, hogy a rendelkezésre álló gravitációs energia 17 nagyságrenddel túl kicsiny ahhoz, hogy meg tudja magyarázni azon elektrosztatikus energia felléptét, amely a Föld mért mágneses momentumát előidéző töltéeloszlást tudná fenntartani. Láthatjuk tehát, hogy a Föld mágneses momentumát, ha csak nem teszünk fel valamilyen eddig teljesen ismeretlen erősítő mechanizmust, ezen az úton nem lehet megmagyarázni.

9. §. Végül még meg akarjuk beszélni azt a kérdést, hogy milyen nagy mágneses momentummal kellene rendelkeznie a Föld anyaga minden egyes

atomjának, ha gondolatkísérletképpen feltennénk, hogy a Föld mágneses momentuma egyszerűen az egyes atomok egymáshoz párhuzamosan állított momentumainak az eredője. Ebből a célból először tegyük fel, hogy minden a Föld anyagát felépítő atomnak éppen egy magmagneton nagyságú mágneses momentuma van. Ekkor

$$\mathfrak{M}' = \frac{e h}{4 \pi \mu c} \cdot \frac{4 R_0^3 \pi}{3} N, \quad (68)$$

ahol most μ egy proton tömege és R_0 a Föld sugara. N az atomok száma 1 cm^3 »földanyag«-ban, amelyre középértékben $0,7 \cdot 10^{23}$ -at helyettesíthetünk be (68)-ba. Mindezen adatok segítségével

$$\mathfrak{M}' = \infty 25 \cdot 10^{25}. \quad (69)$$

Amint már említettük, a Föld mágneses momentuma $7,9 \cdot 10^{25}$ elektrosztatikai egység, úgyhogy ezen értéknek kereken a háromszorosát kapjuk. Azt lehetne ugyan gondolni, hogy azon atommagféleségek, amelyeknek valóban van mágneses momentumuk, a Föld anyagának csak egy elenyésző kicsiny részét fogják képezni, mivel a páros számú protonokból és neutronokból felépített magok a természetben túlnyomóan gyakoriak. Ez azonban nincsen így, mivel az Al , amely a földkéreg nekünk hozzáférhető részének a 8,1%-át képezi,²¹ + 3,628 nagyságú mágneses magmomentummal rendelkezik²² (magmagnetonokban kifejezve), és a Na -nak, amely 2,75%-kal van képviselve, + 2,216 nagyságú magmomentuma van.

Igen érdekes körülmény, hogy azon feltevés segítségével, hogy az egész Föld analóg módon van felépítve, tehát, hogy a magmomentummal rendelkező atommagok a Föld anyagában mindenütt ilyen arányban vannak elszolva — ha mindezen momentumokat gondolatkísérletképpen egymáshoz párhuzamosan állítjuk — akkor nemcsak nagyságrendileg, hanem numerikusan is egészen jól megkapjuk a Föld mágneses momentumának az értékét, t. i. ilyen módon $8,8 \cdot 10^{25}$ elektrosztatikus egységet számítunk ki.

Másrészt azonban semmilyen fizikai kölcsönhatás nem képzelhető el, amely egy ilyen magmomentum-ferromágnességet normális vagy magas hőmérsékleten meg tudna magyarázni. Egy mechanikai kölcsönhatás a Föld, mint pörgettyű és az atommag impulzusmomentuma közt, a termikus energiához képest túlon-túl kicsiny lenne ahhoz, hogy önmagához párhuzamosan tudja beállítani a magspineket, és azonkívül a Föld momentumát helytelen előjellel is szolgáltatná, mivel mind az Al , mind a Na magjainak a mágneses momentuma pozitív.

Egy további lehetőség, amelyre még gondolni lehetne, az, hogy, amint ismeretes, a magmomentum és a kristályrács közt a kölcsönhatás csak igen gyenge, s így elméletileg igen hosszú relaxációs idő lép fel az ilyen jelenségeknél. Ezért tehát talán lehetséges lenne a Föld mágneses momentumát, mint az elmúlt geológiai korok egy maradványát értelmezni, amely még nem halt el

teljesen. Ehhez azonban az elméletileg számított relaxációs idők mégis túl kicsinyek. Waller²³ számításaiból nem fém-szilárd anyagokra szobahőmérsékleten ezen időre 10^4 sec-ot, míg 1° K-nél 10^{17} sec-ot kapott. Ehhez jön még, hogy a valóban mért relaxációs idők még sokkal kisebbek és még a folyékony hélium hőmérsékletén is csak néhány másodpercet tesznek ki, amiért ferromágneses szennyezéseket tesznek felelőssé²⁴. Drain²⁵ szobahőmérsékleten 0,1 és 0,005 sec. közti értékeket talált.

Budapesti Eötvös Lóránd Tudomány Egyetem,
Fizikai Intézete.

IRODALOM

- ¹ Wilson H. A.: Proc. Roy. Soc. London A. 104 (1923), 451.
- ² Babcock H. W.: Astrophys. J. 105 (1947), 105; továbbá Nature 166 (1950), 249.
- ³ Groetzinger G. és Mc. Clure G. W.: Phys. Rev. 77 (1950), 777.
- ⁴ Blackett P. M. S.: Nature 159 (1947), 658. és Phil. Mag. 40. (1949.) 125.
- ⁵ Clark G. L.: Proc. Roy. Soc. London A. 201 (1950), 488 és 201 (1950), 510.
- ⁶ Gíáo A.: C. R. 228 (1949), 1203 és Journ. d. Phys. 10 (1949), 240.
- ⁷ Alfvén H.: Ark. Mat. Astr. Fys. 29B. no. 2 és 29A. no 12. (1943).
- ⁸ Batchelor G. K. és Towsend A. A., Proc. Roy. Soc. London A. 190 (1947), 534 és Batchelor G. K.: Proc. Roy. Soc. London A. 201 (1950), 405.
- ⁹ Walen C.: Ark. Mat. Astr. Fys. 33A. no. 18 (1946).
- ¹⁰ Bullard E. C.: Proc. Roy. Soc. London A. 197 (1949), 433.
- ¹¹ A. E. Benfield: Phys. Rev. 75 (1949), 211; Nature 166 (1950), 31. V. ö.
- H. P. Berleage: Nature 165 (1950), 242.
- ¹² Biermann L. és Schliüter A.: Z. f. Naturforschung. 5a (1950), 65.
- ¹³ Sutherland, Terr. Magn. 5 (1900), 73; 8 (1903), 49 9 (1904), 167 és 13 (1908), 155.
- ¹⁴ Chapman S. and Bartels H.: Geomagnetism. Oxford 1940, 705.
- ¹⁵ Devonshire A. F.: Phil. Mag. (7), 40 (1949), 1040.
- ¹⁶ Kuhn W. és Rittmann A.: Geol. Rundschau 32 (1941), 215 és Kuhn W.: Naturwiss. 30 (1942), 689.
- ¹⁷ Pl. Wolf F. v.: Stoff und Zustand im Inneren der Erde. Nova Acta Leopoldina. Bd. 12. N. 87. Halle (Saale) 1943.
- ¹⁸ Wigner E. és Huntington H. B.: Journ. Chem. Phys. 3 (1935), 764.
- ¹⁹ A szerző ebben a paragrafusban közölt számítási eredményeinek részletes levezetése a Acta Physica Hungarica-ban van megjelenőben.
- ²⁰ Pl. Biltz W.: Raumchemie der festen Stoffe. Leipzig (1934), 206.
- ²¹ Pl. Branson E. B. és Tarr W. A.: Introduction to Geology. 2. ed. New-York and London. Mc. Grow-Hill Book Company 1941. 6.
- ²² J. Mattauch und S. Flüge: Kernphysikalische Tabellen. Berlin. Springer Verlag 1942. Tabelle I.
- ²³ Waller I.: Zs. f. Phys. 79 (1932), 370.
- ²⁴ Hatton J. és Rollin B. V.: Proc. Roy. Soc. London A. 199 (1949), 222.
- ²⁵ Drain L. E.: Proc. Phys. Soc. A. 62 (1949), 301.