LOBACSEVSZKIJ ÉLETE ÉS MUNKÁSSÁGA

KÁRTESZI FERENC

Előadta az ünnepi ülésszak 1952 december 16-án tartott ülésén

Midőn *Bolyai János* születésének 150. évfordulóját ünnepeljük, nagy kortársáról, *Lobacsevszkij Ivanovics Nyikolaj*ról ugyanúgy megemlékezünk, s ünnepeljük. Hiszen a matematikában — felfedezésük egymástól független és egyidejű mivolta következtében — nevük egybeforrt, sorsuk is sokban rokon, a két nép pedig, amelyik e két nagy alkotó tudóst adta a világnak, egymásra talált a haladás, a munka, a szocializmus eszméjének fölfelé ívelő útján. A maguk korában egymásról nem tudva, azonos kérdéseken elmélkedtek, hasonló felfedezésekre jutottak és rokon felfogásra emelkedtek korszakalkotó tudományos törekvéseikben. Mindketten vágytak a rokonszellem megértő, lendületet adó érdeklődésére és éppen egymásról nem tudva, élték végig életüket. E megemlékezésünkkel elsősorban a két nagy alkotó sorsának és munkásságának párhuzamát domborítjuk ki.

Lobacsevszkij volt időrendben az első olyan orosz matematikus, aki Oroszországban született, hazai iskola és egyetem nevelte, s mint minden idők egyik legnagyobb matematikusa szerzett évszázadokra szóló dicsőséget hazájának. A szovjet tudomány éppen olyan büszkén tekint ma a nagy geométerre, miként a magyar tudomány *Bolyai János*ra. *Clifford* a „geometria Kopernikuszának" nevezte Lobacsevszkijt. Párhuzamot von közöttük: „Mindketten forradalmasították a tudományos gondolkodást. Mindkét forradalom hatalmas jelentőségű, mert mindkettő a világegyetemről való felfogásunkat alakította át . . ."

Lobacsevszkij 1792 nov. 20-án született. Két testvérével együtt a kazáni gimnáziumban tanult, s az akkori viszonyokat tekintve, gondos alapvető kiképzésben részesült. A kazáni egyetem a gimnáziumból fejlődött ki, s csak 1814-ben vált önálló intézménnyé. Azonban a kazáni egyetem már 1808-ban matematikai képzés tekintetében magas színvonalat ért el. *Lobacsevszkij* matematikai érdeklődését valószínűleg tanárai: *Kartasevszkij* és a *Gauss* köréből jött *Bartels* ébresztették fel. *Bartels* professzor abban az időben európai hírű matematikus volt, s kitűnő tanár. Hamarosan felismerte *Lobacsevszkij* rendkivüli tehetségét, s örömmel irányította a tehetséges ifjút. *Lobacsevszkij* ugyancsak neves tanára, *Littrov* szintén felfigyelt a kitünő diákra, s nemcsak csillagászatra tanította, hanem filozófiai és szépirodalmi művekkel is ellátta. Filozófiai műveltségének megalapozásában *Lubkin* professzor előadásainak hallgatása is nagy szerepet játszott. *Lubkin* élesen bírálta a kanti tér- és időfogalmat. Az ifjú *Lobacsevszkij*t nagyon becsülte és kedvelte. *Lobacsevszkij* sokoldalú és széleskörű műveltsége ebben az időben nyert szilárd alapot, s az egyetemi légkör hatását művelt barátai csak tovább mélyítették.

Lobacsevszkij 1814-ben megkapta a matematikai tudományok magisztere címet, 1816-ban a kazáni egyetem rendkívüli, majd 1818-ban rendes tanára lett. 1827—1846-ig a kazáni egyetem rektora volt. Ez a 19 esztendő a kazáni egyetem fejlődésében nagyon jelentős periódus volt. 1846-ban az akkori szabályzatok szerint nyugdíjazni kellett, s bár az egyetem tanácsa kérte a minisztert, hogy a még csak 53 esztendős nagy tudós folytathassa egyetemi működését, mégis távoznia kellett. Ekkor nevezték ki a tankerületi főigazgató helyettesévé. Ez rangban emelkedést jelentett, azonban *Lobacsevszkij* számára súlyos csapás volt. Hiszen a kazáni egyetem és hallgatói a szívéhez nőttek, s ezt a szívéhez nőtt munkaterületet kellett örökre elhagynia.

*Lobacsevszkij*t családi életében is több súlyos csapás érte, s tetézte mindezt látásának romlása, majd a megvakulás szörnyűsége. *Lobacsevszkij* roppant aktivitását tekintve, ez a borzalmas fizikai összeroppanás csak fokozza e kép megrendítő szomorúságát. 1856 február 26-án halt meg, 64 esztendős korában.

Lobacsevszkij korának mértéke szerint kitünő matematikai képzésben részesült, kiváló professzorok tanítványa volt, professzorai becsülték és rendkívüli tehetségét felismerték. Műveltsége széleskörű volt, a XVIII. század felvilágosodásának eszméit az irodalom, a korabeli nagy orosz gondolkodók és művelt barátai révén alaposan megismerte és a maga eredeti módján átgondolta és magáévá tette.

Természettudományos képzettsége vetekedett matematikai képzettségének alaposságával. A geometria alapjaira vonatkozó, mélyenszántó egyetemi előadásai a leghivatottabb elmék számára is súlyos anyagot dolgoztak fel, fizikai és csillagászati előadásai — előadói kiválóságát itt a problémák súlyossága nem takarta el — a hallgatóság széles körét vonzották és lebilincselték. Matematikai tárgyú írásai a bennük feldolgozott problémák és gondolatok súlyossága következtében nem ragadták meg kora olvasóközönségét.

Sokrétű és kiemelkedő tehetsége, széles skálájú műveltsége, tanári kiválósága, szervező készsége, hatalmas aktivitása és erkölcsi nagysága volt tekintélyének forrása. A matematikát tekintve, környezete hozzáképest középszerű szakemberekből állt, akik képtelenek voltak megérteni korszakalkotó felfedezését, eredeti és mélyenszántó gondolkodásmódját. Nagyon elkeserítette az a tudat, hogy éppen abban nem képesek kortársai megérteni és követni, amiben oly nagyot alkotott, s elszomorították azok a korlátoltságból fakadó, kicsinyes, sőt nem egyszer rosszindulatú támadások, amikben éppen geometriai felfedezése miatt volt része.

Lobacsevszkij egyetemi pályafutását tekintve, hamar kibontakozott, gyorsan és fiatalon érte el az őt megillető poziciót, mégis sokat kellett tűrnie a brutális arakcsejevi önkénytől, s az őt körülvevő fojtó légkör zárkózottságra kényszerítette. Bizonyos fokig előadásaiban érezte a szabadságot, s az ifjúság általában fogékony, haladó szelleme vigasztalta kortársainak elfogult s elvakult szembefordulásáért. Ezért is volt számára oly fájdalmas, midőn 1846-ban meg kellett válnia a katedrától.

Bizonyos, hogy műve megjelenésekor azt csak egyetlen ember értette meg: *Gauss*. *Gauss* javaslatára a göttingai *Korolevi Tudós Társaság* levelező tagjává is választotta. 1843-ban írt levelében megköszönte *Gauss*nak s a Társaságnak a megbecsülés e szerény jelét. *Gauss* bizalmas beszélgetései során, s leveleiben nagy elismeréssel méltatta *Lobacsevszkij* zseniális alkotását. Nem érezte azonban erkölcsi kötelességének, hogy többet is tegyen a hazája határán túl ismeretlen nagy tudós érdekében. E tekintetben viselkedése *Bolyai János*sal szembeni passzív magatartására emlékeztet. *Bolyai Farkas*nak mégcsak megemlítette *Lobacsevszkij* művét, azonban *Lobacsevszkij*nak nem tett említést sem az *Appendix*ről. S ha érdemét tekintjük, leszögezhetjük, hogy *Lobacsevszkij* a maga korában bizony nem sokat kapott azzal, hogy *Gauss* is kifejezte elismerését.

Szeretném előadásomban kidomborítani azt a tragikus tényt, hogy bár *Bolyai* és *Lobacsevszkij* a kutatásban egy úton jártak, problémalátásuk, gondolatviláguk a legszorosabb rokonságot mutatja, mégis egymásról nem tudva, külön-külön harcoltak tudományos eszméik elfogadtatásáért. *Gauss*nak lett volna feladata, hogy e két matematikust bemutassa egymásnak. Ezt azonban — a tudomány nagy kárára — elmulasztotta megtenni.

Előadásomban párhuzamba állítom *Bolyai* és *Lobacsevszkij* munkásságát, rámutatva arra, hogy miben egyezik, s miben tér el egymástól.

Azon kell kezdenem, hogy mindketten felismerték, hogy az V. euklideszi posztulátumot az euklideszi axiómarendszer többi axiómájából és posztulátumából nem lehet levezetni, mert azokkal az V. posztulátum tagadása is megfér, mert az V. posztulátum tagadására egy nem kevésbbé ellentmondásnélküli geometria építhető fel, mint az euklideszi. Ezt az eredményt közel egyidőben és egymástól függetlenül érték el. A prioritás kérdését felvetni nem helyes, nem is célom. Következő mondanivalómnak nem is ez a célja.

Mindketten olyan felfogásban tekintették a teret, amely a dialektikus materializmus felfogásához áll közel. Hamis útra tévednénk, ha azt igyekeznénk bizonyítani, szavaikat idézgetve, hogy a dialektikus materializmus tudatos hirdetői voltak, azonban a dialektikus materializmus felfogását bizonyos tekintetben megközelítették. Kétségtelen, hogy e tisztult felfogásuknak köszönhető az a bátor és következetes kutató tevékenységük, mely a nem-euklideszi geometria felfedezésére vezette őket. Ilyen alapon jutottak el arra a felismerésre, hogy a valóságos tér matematikai leírásának az euklideszi geometria rendszere nem az egyetlen, logikus módja. Így jutottak el arra a felfogásra, hogy a valóságos térbeli összefüggéseket és azoknak geometriai értelmezését nem szabad azonosítani. Az euklideszi geometria alapját alkotó axiómarendszer párhuzamossági axiómája független a többitől. A többi axiomából csak annyi következik, hogy a háromszög szögösszege nem nagyobb $2R$-nál; továbbá az, hogy egyetlen konkrét háromszög esetében, aszerint, hogy

$$\text{szögösszeg} = 2R, \text{ avagy szögösszeg} < 2R$$

ugyanez az összefüggés már logikailag következik minden háromszögre. Ezek ugyan már *Saccheri*, *Lambert* kutatásaiban tisztázott tételek, s explicit fogalmazásuk, szabatos bizonyításuk *Legendre*nál megtalálható, de *Lobacsevszkij* és *Bolyai* előtt a kutatók ezen a ponton megálltak. Bár *Lambert* és különösen *Taurinus* már sejtették, hogy a többi euklideszi axiómából és abból az axiómából, hogy a *„szögösszeg* $< 2R$*"*, logikai ellentmondás nem következik, az így nyert nem-euklideszi rendszert elvetették. Mégpedig azért, mert „a valóságos tér tapasztalati összefüggéseinek ellentmondó tételekre vezet". *Bolyai* és *Lobacsevszkij* vették csak észre, hogy nem a valóságos tér tapasztalatainak, hanem a tapasztalatok euklideszi értelmezésének mondanak ellent a nem-euklideszi geometria bizonyos tételei. Kidolgoztak tehát az euklideszivel logikailag egyenrangú, nem-euklideszi geometriát. Azt pedig, hogy vajjon a valóságos térbeli viszonyokat melyik írja le helyesen: az euklideszi, vagy a nem-eulideszi, csakis a tudományos tapasztalat döntheti el.

Lobacsevszkij és *Bolyai* önkényesnek minősítették az euklideszi párhuzamossági axiómát, felépítették a nem-euklideszi geometriát, mint az euklideszivel egyenrangú s az objektív valóság térbeli összefüggéseinek visszatükrözésére az euklideszivel egyaránt alkalmas rendszert, és ezzel a geometriát forradalmi, s tartalmilag materialista módon alakították át.

Megállapítható, hogy erre az új, forradalmi felfogásra közel egyidőben emelkedtek. *Lobacsevszkij* 1823-ban még csak annyit látott tisztán, hogy az V. axiómának a többitől való levezetése nyilt kérdés, de a probléma tisztázásának útját-módját még nem látta. *Bolyai* már 1823 november 3-i levelében írja, hogy a nem-euklideszi geometriában döntő fontosságú eredményre jutott.

Lobacsevszkij 1826 február 24-én mutatta be egy dolgozatát a kazáni egyetem fizika-matematika karának. Ez a dolgozat elveszett, de más dolgozataiból rekonstruálható, hogy ebben a nem-euklideszi geometria alapjait dolgozta ki.

Bolyai szintén 1826 elején adta át volt tanárának, *Wolter* századosnak a nem-euklideszi geometriára vonatkozó műve kéziratát. Ez a kézirat ugyancsak elveszett.

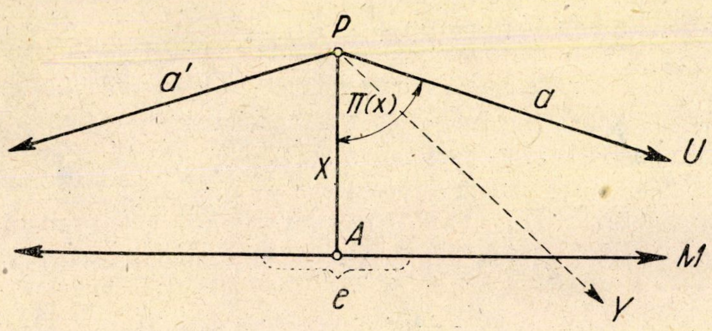
Az első nyomtatott mű, mely *Lobacsevszkij* felfedezéséről ad számot, *1829-ben jelent meg:* a *Kazanszkij Vesztnyik* 1829—30. évfolyama a *„A geometria alapjairól"* című értekezést közölte. Ebben *Lobacsevszkij* már a hiperbolikus sík derékszögű háromszöge oldalai és szögei közötti összefüggéseket levezeti; továbbá a hiperbolikus tér analítikus és differenciál geometriáját is kidolgozza és az alkalmazások körében bizonyos határozott integrálok kiszámítására felhasználja.

Bolyai első és egyetlen nyomtatásban megjelent műve, mely kutatásai eredményeiről számot ad, az *Appendix.* Különlenyomatai már 1831 júniusában megjelentek.

Lobacsevszkij és *Bolyai* tárgyalása egyaránt az euklideszi axiómarendszer V. axiómájának törlésével nyert *maradék axiómarendszerből* indul ki s a párhuzamosság új értelmezésével kezdődik. Legyen $PA \perp e$. Ha az e egyenes és a kivüle lévő P pont síkjában a P pontból kiinduló $\overrightarrow{PY}$ félegyeneseket tekintjük, akkor a maradék axiómarendszer következményeképpen van olyan — a PA egyenesnek $\overrightarrow{AM}$-mel megegyező oldalára eső — az AM-et *nem metsző* $\overrightarrow{PU}$ félegyenes, hogy a P-ből kiinduló, de az $APU\sphericalangle$ tartományában levő *minden* félegyenes metszi az $\overrightarrow{AM}$ félegyenest. Ezt a $\overrightarrow{PU}$-t tartalmazó a egyenest, valamint ennek a PA egyenesre vonatkozó tükörképét, az a' egyenest nevezzük az e egyenessel párhuzamos egyenesnek. $PA = x$ távolságot és az $APU\sphericalangle$ szöget egymáshoz tartozó *párhuzamossági távolságnak* és *párhuzamossági szögnek* nevezzük.

$$APU\sphericalangle = x.$$

Két eset lehetséges, vagy minden ilyen konfigurációra nézve $\Pi(x) = R$,* vagy minden ilyen konfigurációra nézve $\Pi(x) < R$. Ha a $\Pi(x) = R$ állítást axiómaként elfogadjuk s a maradék axiómarendszerhez csatoljuk, akkor a nyert axiómarendszerből az euklideszi geometria vezethető le. Ha a $\Pi(x) < R$ feltevést fogadjuk el, akkor a vele kiegészített maradék axiómarendszer olyan axiómarendszert alkot, melyből a nem-euklideszi geometria vezethető le.



1. ábra

A további tárgyalásban két út kínálkozik. 1. Kidolgozni a $\Pi(x) < R$ feltevés következményeit. Ezt az útat követte *Lobacsevszkij.* 2. Mellőzni a párhuzamossági szögre tett bárminemű feltevést — csak annyit fogadva el, hogy a $\Pi(x) > R$ állítás föltétlenül hamis — s csupán a maradék axióma-

* Az R a derékszög jele.

rendszer következményeit levezetni. Az így nyert geometriai rendszer a geometria mindkét típusát egyaránt magában foglalja. Ezt az útat követte *Bolyai*.

Tehát *Lobacsevszkij* a $\Pi(x) < R$ feltevésre épített geometriát — amit *hiperbolikus geometriának* is szokás nevezni — az euklideszi geometriával párhuzamosan, de különválasztva tárgyalta. *Bolyai* pedig (a kétféle geometria közös magvát kiemelve) egy magasabb fokú szintézisben együtt tartva tárgyalta a geometria két típusát, s csak olyankor választotta ketté, ha az egyik, vagy másik rendszerben valami sajátosan jellemző összefüggést kívánt kiemelni. *Lobacsevszkij*, mint képzett fizikus és csillagász, a megfelelő mérőeszközök birtokában volt, s bízott benne, hogy a tudományos tapasztalat alapján tisztázható, vajjon a fizikai tér euklideszi, avagy nem-euklideszi természetű. Ezért dolgozta ki nagy részletességgel a hiperbolikus geometria metrikus összefüggéseit, alkalmazásait. Sőt igen érdekes, a valószínűségszámítás körébe vágó problémákra is ezen a réven jutott, és értékes eredményeket ért el. *Bolyai* viszont — a világtól elzárva — hasonló problémák megoldására nem is gondolhatott. További vizsgálataiban is inkább az elméleti következmények továbbfűzését tartotta szem előtt.

Így azután *Lobacsevszkij* a hiperbolikus geometria megalapozásának részletesebb kidolgozásában, a nem-euklideszi analitikus és differenciál geometriának alapos kifejtésében, az alkalmazásokra kész tételek és képletek gazdagságában, továbbá mindezeknek publikálásában sokkal többet adott, mint *Bolyai*.* Viszont *Bolyai* is tovább folytatta kutatásait, s az önmaga számára készült feljegyzéseiből megállapítható, hogy az abszolút geometria terében — a maradék axiómarendszert kielégítő teret nevezzük így — az állandó görbületű felületeken érvényes geometriák megállapításában jutott el olyan messzire, ahova csak a XIX. század végén érkeztek el más és szerencsésebb körülmények között dolgozó kiváló matematikusok.

Lobacsevszkij nem csupán a geometriai vizsgálatok terén találkozott *Bolyai*val, hanem a matematika más területén is. Így mindketten élesen bírálták az aritmetikában akkor még általánosan szokásos önkényes fogalomalkotást, formalizmust. A számfogalom fejlődését az általuk élesen kifogásolt felfogás valóban erősen gátolta. *Lobacsevszkij* az *Algebra, vagy véges mennyiségek kalkulusa* c. könyvében, *Bolyai* a *Responsio* c. kéziratában olyan felfogásban tárgyaltak bizonyos kérdéseket, amely felfogás csak a későbbi fejlődés során vált általánossá.

* Lobacsevszkij későbbi, a nem-euklideszi geometriával foglalkozó művei a következők:

Elképzelt geometria (1835).
Az elképzelt geometria alkalmazása néhány integrálra (1836).
A geometria új alapjai a párhuzamosak teljes elméletével (1835—1838).
Geometriai vizsgálatok a párhuzamosak elméletének köréből (1840).
Pángeometria (1855).

Abban is találkoztak, hogy a komplex számok elmélete és a nem-euklideszi geometria között szoros tartalmi kapcsolatot fedeztek fel. A komplex számok használata mellett szoros formai összefüggés mutatható ki a hiperbolikus és a szferikus trigonometria között. *Bolyai* különösen messzire hatol e kérdésben, a *Responsio* 9. és 11. §-ában. *Lobacsevszkij* az *Elképzelt geometria* c. művében írt részletesen erről a kérdésről.

Lobacsevszkij problémalátása és a matematikai fogalomalkotás tekintetében megmutatkozó igényessége az analízis körébe vágó vizsgálatai során is eredeti felfogásra, figyelemreméltó eredményekre vezettek. Észrevette, hogy a függvény differenciálhatósága nem következik még a folytonosságból, s a folytonosság differenciálhatóság nélkül is fennállhat. *Bolyai* hasonlóképpen élesen kifogásolta az analízis fogalom alkotásainak bizonyos lazaságait, s néha weierstrassi szigorúságra emlékeztetnek törekvései. Így például kifogásolta még a végtelen sugarú kör elnevezését is, mondván, hogy a kör fogalma a távolság és a pont közönséges fogalmát feltételezi. Bevezette az uniformis görbe fogalmát — melynek definiáló tulajdonsága az, hogy húrjainak felező merőlegesei sugársort alkotnak — s ebben a fogalomban megfér a kör, a paraciklus és a hiperciklus is.

Figyelemreméltó eredményeket értek el mindketten az analizben is. A trigonometrikus függvények hatványsora, valamint az Euler-féle

$$e^{x\sqrt{-1}} = \cos x + \sqrt{-1}\sin x$$

összefüggés már *Lobacsevszkij* előtti időkben ismeretes volt, mindezeknek mélyreható konzekvenciáit először *Lobacsevszkij* vonta le. *Lobacsevszkij* a hatványsorok segítségével definiálja a trigonometrikus függvényeket, analítikus úton felépíti a trigonometriát és megmutatja, hogy ez a trigonometria a régi értelemben vett trigonometriát magában foglalja. *Bolyai* hasonló módszertani úton halad a *Responsio*ban, annak 8. §-ában a logaritmusnak új elméletét adja. A logaritmust sorral értelmezett függvény inverz függvénye gyanánt tekinti, majd erre támaszkodva a hatványnak tetszőleges kitevőre való fogalmát értelmezi.

Érdekes találkozás állapítható meg a két kutató topológia körébe vágó meggondolásai és fogalomalkotása tekintetében is. *Lobacsevszkij* sűrűn használ topológiai jellegű meggondolásokat, s tárgyalása során — különös érzékkel — előbbre helyezi azokat a mozzanatokat, amelyekhez nem kell metrikus meggondolásokat alkalmaznia. Erre már az 1823-ban megjelent *Geometria* c. könyvében is találhatunk példát. *Bolyai* idősebb korából származó feljegyzéseiben figyelemreméltó megjegyzéseket találunk, amelyekből megállapítható, hogy bizonyos, a kombinatorikus topológia körébe vágó összefüggéseket fedezett fel, ill. sejtett meg. Különösen a *Raumlehre* c. kézirata tartalmaz ilyen gondolatokat.

Térjünk vissza *Lobacsevszkij* nem-euklideszi geometriával foglalkozó műveire. Kortársai — általában — meg sem értették, de bírálták és éles hangon támadták. *Gauss* ezeket a bírálatokat *„ostobaságnak"* bélyegezte. *Lobacsevszkij Geometriai vizsgálatok a párhuzamosok elméletének köréből* című könyve *Bolyai Farkas* és *János* kezébe is eljutott 1848-ban. Figyelmet érdemel az a körülmény, hogy a múlt század közepén, midőn a matematikusok még — általában — nem értették *Lobacsevszkij*t, hazánkban már hívatott bírálói voltak. *Bolyai János* olvasta e művet, s terjedelmes kéziratot tesz ki bírálata, amelyet az irodalom röviden csak *„Észrevételek"* címen idéz. Éles hangú, de teljesen tárgyilagos bírálat, rámutat bizonyos tárgyalásbeli hiányosságokra, egyes tételek mélyebb következményeire; zseniális megjegyzésben olyan kísérleti eljárás alapötletét adja, amely kísérlet — a Newton-féle általános tömegvonzási törvény abszolút térben való képletére támaszkodva — esetleg alkalmas volna annak eldöntésére, hogy a fizikai tér euklideszi, vagy nem-euklideszi természetű-e. Nem olvasók, csak önmaga számára írta meg e bírálatot. Lenyűgözi a nagy orosz matematikus tárgyalásának matematikai fínomsága, eleganciája, s elragadtatását is kifejezi matematikai mondanivalói között. *Bolyai Farkas Kurzer Grundriss* (1851) című 65 lap terjedelmű könyvecskéjében 9 lapot tesz ki *Lobacsevszkij* szóbanforgó művének méltatása.

Lobacsevszkij nagy műveltségű, filozófiában képzett (a maga korában haladó nézeteket valló) kiváló professzor, széles tudományos képzettségű, zseniális tudós volt. Művelt barátok között, a kazáni egyetem légkörében élt, s forradalmi felfedezését mégsem értették meg sem környezete, sem kortársai. *Lobacsevszkij* nem csak a matematikában, hanem a fizikában is eredeti gondolatokat vetett fel, természettudományos képzettsége termékenyítő hatással volt matematikai gondolkodására. Mély meggyőződése volt, hogy a *matematika nem az elvont, formális konstrukciókban tükrözi lényegét, hanem a matematikának materiális, fizikai alapjai vannak, s lényegét ezeknek az egyre mélyebb és egyre lényegbe vágóbb visszatükrözése jelenti. Bolyai,* ha más úton is, ha más körülmények között is, lényegében ugyanerre a felfogásra emelkedett. *Bolyai* képzettsége, matematikai tájékozottsága *Lobacsevszkij*éhoz képest hiányos. Környezetében kevés művelt fő akadt. Korszakalkotó felfedezésének lényegét, tudományos eszméit, még apja is csak nehezen bírta követni. Alkotó éveiben, nyugdíjazása után végtelenül primitív környezetben élt, siralmas anyagi körülmények között tengődött. Szívesen lett volna tanár, de még ez a vágya is elérhetetlen volt. A közömbösség fullasztó légkörében matematikai felfedezése még rosszindulatú bírálatot sem kapott, nem törődtek vele. *Lobacsevszkij*t, ha nem is nagyszerű felfedezéséért, legalább becsülték, szerették. *Bolyai*nak még ebben is alig volt része.

A szocialista társadalomban élve csak elgondolni, de nem átérezni tudjuk azt a hatalmas vergődést, küzdelmet, amelyet *Lobacsevszkij* és *Bolyai* vívtak tudományos eszméik, korszakalkotó felfedezésük ismertetéséért és elismertetéséért.

Százötven esztendő pergett le *Bolyai János* születése óta. Azóta megismerte a világ *Lobacsevszkij* és *Bolyai* alkotását. Tudományos felfogásuk, gondolataik termékeny hatása egy évszázad matematikai fejlődésében ragyogva tükröződik. S a szovjet és a magyar tudomány jogos büszkeséggel tekint vissza két nagy példaképére *Nyikolaj Ivanovics Lobacsevszkij*ra és *Bolyai János*ra.