

AZ ALKALMAZOTT MATEMATIKAI INTÉZET MUNKÁJA A VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS IPARI ALKALMAZÁSAI TERÉN

RÉNYI ALFRÉD lev. tag

Előadta az 1953. május 28-án tartott nyilvános osztályülésen

Előadásomnak nem lehet célja, hogy az Alkalmazott Matematikai Intézet valószínűség-számítási osztályának a valószínűség-számítás ipari alkalmazásai terén végzett munkájáról részletesen beszámoljak, erre a rendelkezésre álló idő nem elegendő. Csak néhány elvi kérdéstről, továbbá gyakorlati tapasztalatainkról fogok beszélni, a részleteket illetően pedig utalok az Osztály munkatársainak már megjelent, illetve a közeljövőben megjelenő dolgozataira.* Előadásom első részében a valószínűség-számítás ipari alkalmazásairól, a második részben azokról a matematikai problémákról fogok beszélni, amelyek ezzel kapcsolatban felvetődtek.

1. A valószínűség-számítási módszerek alkalmazása nem korlátozódik az iparnak semilyen részterületére, hanem szinte az ipar minden ágában jelentőséggel bír. Ennek oka, hogy a valószínűség-számítás véletlen tömegjelenségekkel foglalkozik és véletlen tömegjelenségekkel az ipari tömeggyártás bármely vonalán találkozunk. Az iparban hármilyen árucikknek a méretére, minőségére vonatkozó előírások a gyakorlat által megkívánt közelítő betartása komoly problémát jelent. Annak oka, hogy nem lehet tökéletesen egyforma darabokat gyártani, a tömeggyártás természetében rejlik. A nyersanyag tökéletes homogenitása nem biztosítható, a megmunkáló berendezés is állandóan változik (pl. a gép bizonyos alkatrészei kopnak) a munkás figyelme, koncentrációja is kisebb ingadozásokat mutat. Olyan tényezőket, mint pl. a hőmérséklet, a leg-tökéletesebb berendezéssel is csak megközelítőleg lehet állandóvá tenni. A statisztikus ingadozások nem küszöbölhetők ki teljesen a gyártási folyamatból, csak arra szorítkozhatunk, hogy ezeket az ingadozásokat a műszakilag megengedett tűrési határok közé szorítsuk. Ezt viszont feltétlenül el kell érniük. Egy másik terület, ahol ilyen ingadozások kiküszöbölhetetlenek, az energiafogyasztás kérdése. A világítási áramfogyasztás pl. állandó ingadozást mutat, de vonatkozik ez egy-egy üzem gépeinek energiafogyasztására is. A harmadik terület, ahol a véletlen ingadozások szükségképpen fellépnek: kopásnak, törésnek, vagy más módon való elhasználódásnak kitett gépalkatrészek ill. egyéb felszerelési tárgyak élettartamának, továbbá erőművek meghibásodásának kérdése.

* Lásd az előadáshoz csatlakozó dolgozatjegyzéket, amely az Osztály munkatársainak azokat a dolgozatait tartalmazza, amelyek a valószínűség-számítás ipari alkalmazásaival kapcsolatosak.

Ezeknek a véletlen ingadozásoknak a vizsgálata a valószínűségszámítás módszereinek alkalmazását kívánja meg. Milyen eredménnyel jár ezeknek a módszereknek az alkalmazása? Általában azt állapíthatjuk meg, hogy a valószínűségszámítási módszerek ipari alkalmazása segítséget nyújt olyan célkitűzések megvalósításában, amelyek ma iparunknak elsőrendű, égető feladatai. Gondolok itt az anyagtakarékosság, a meglévő kapacitás kihasználása, a selejt elleni harc kérdéseire. *Gerő Ernő* az MDP II. kongresszusán elmondott beszédében ezekről a kérdésekről a következőket mondotta: „... ideje, hogy komolyan elkezdjünk foglalkozni a technológia, a gyártási előírások kérdéseivel, mert ezeknek a kérdéseknek ellianyagolása azzal jár, hogy gazdaságtalanul használjuk ki a rendelkezésünkre álló korszerű munkagépeket és ipari felszerelést, pocsékoljuk a nyersanyagot, magas a selejt százaléka, gyártmányaink nem eléggé szabványosítottak s mindez természetesen kedvezőtlenül hat ki a termelésre, a termelékenységre és az önköltségre.“* Egy másik beszédében *Gerő Ernő* a döntő tervév teljesítésének feltételeivel kapcsolatban ezt mondotta: „Az első kérdés: a rendelkezésre álló termelési eszközök, ipari felszerelés, gépek, berendezések, épületek, nyersanyag jobb kihasználása és persze, ezzel együtt a munkaerő helyesebb, rendszeresebb, tervszerűbb felhasználása.“** — Annak ellenére, hogy ezen a téren a Szovjetunióban már jóval előbbre vannak, mint nálunk, *G. M. Malenkov* és *M. Z. Szaburov* a Szovjetunió Kommunista Pártjának XIX. kongresszusán mondott beszédeiből kitűnik, hogy a termelési kapacitás teljes kihasználása ott is aktuális kérdés. „Sok vállalatnál — mondotta *G. M. Malenkov* — nagy veszteségeket okoz a rossz gazdálkodás, valamint az anyagok, a nyersanyag, a fűtőanyag, a villamosenergia, a szerszámok és más anyagi értékek nem-gazdaságos felhasználása... A termelési kapacitások elégtelen kihasználása és a rossz gazdálkodásból származó nagy veszteségek következtében sok iparvállalat nem teljesíti feladatait a termelés önköltségének csökkentése terén és óriási többletkiadásokat enged meg magának.“*** Ugyanerről a kérdéstről beszélt *M. Z. Szaburov* is: „Most az a lényeg — mondotta — hogy a népgazdaság fellendülésének hatalmas forrásává változtassuk a ki nem használt termelési tartalékokat... Az egyes vállalatoknál észlelhető s a berendezés teljes kihasználását akadályozó szűk keresztmetszetek leggyorsabb felszámolásával a legteljesebben kihasználjuk a termelési kapacitást. Országunk hatalmas termelési apparátussal rendelkezik, amelyet a sztálini ötéves tervek éveiben hoztunk létre és amelyet élenjáró technikával, valamint nagyszámú, gazdag munkatapasztalattal rendelkező szakképzett munkással, mérnökkel és technikussal látunk el. Ez nagy lehetőségeket nyújt arra, hogy rendszeresen növeljük a termelést a meglévő termelési kapacitás jobb kihasz-

* *Gerő Ernő*: Beszámoló az MDP II. kongresszusán, 1951. II. 28-án.

** *Gerő Ernő*: A döntő tervév teljesítésének feltételei. MDP KV által összehívott országos aktívaértekezleten tartott beszéd. 1952. I. 13.

*** *G. M. Malenkov*: Beszéd a SzKP XIX. kongresszusán.

nálása útján.“* Ezeknek a kérdéseknek a megoldásához jelentős segítséget nyújthat a valószínűségszámítás módszereinek felhasználása.

A következőkben néhány konkrét ipari problémát sorolok fel, amelyekkel már behatóbban foglalkoztunk, ill. foglalkozunk:

a) *A szükségleti tényező meghatározása.* Ezzel kapcsolatban az Intézet Közleményeiben egy dolgozatot közöltünk *Szentmártony Tiborral* együtt „Gépipari üzemek egyidejűségi tényezőjének valószínűségszámítási vizsgálata“ címen. A dolgozat azzal a problémával foglalkozik, hogy ha egy üzem gépei, amelyeket ugyanaz az energiaforrás táplál villamosenergiával, nem állandóan működnek, akkor egy tetszőleges pillanatban általában az üzem gépeinek csak egy része működik, tehát a pillanatnyi energiafogyasztás nem azonos a beépített kapacitással, annak csak egy tört része. Ennek a tört résznek az átlagos nagyságát megadja a kihasználási tényező, a tényleges fogyasztás azonban az átlagos érték körül ingadozik; minket elsősorban az ingadozások felső határa érdekel. Hogy ezek az ingadozások ne okozzanak a termelésben fennakadást, meg kell határozni azt a határt, amely fölé az energiafogyasztás csak rendkívül ritkán emelkedik. Ennek a gyakorlatilag maximális energiafogyasztásnak és a beépített kapacitásnak a hányadosát nevezzük szükségleti tényezőnek. Abban az esetben, amikor teljesen egyforma gépegységekről van szó, ez az egyidejűségi tényezőre redukálódik. — Erre a problémára *Knizsek Ferenc* főmérnök hívta fel a figyelmünket és megadta azokat a szempontokat, amelyeknek figyelembevétele feltétlenül szükségesnek látszott. A problémát ezen általános feltételek mellett tárgyaltuk. Feltettük, hogy a gépek különbözőek, és figyelembevettük, hogy az egyes gépek fogyasztása időközben ingadozhat. A kérdés elméleti megoldása a közölt dolgozatban megtörtént. A gyakorlati felhasználás kérdésével az Intézet és több illetékes intézmény még foglalkozik. Igyekeztünk a végeredményeket olyan formába önteni, hogy minél kevesebb tapasztalati adathból lehessen kiszámítani a szükségleti tényezőt. Lassítja a munkát, hogy nehéz megbízható számadatokat szerezni egyes gépek kihasználására és igénybevételére vonatkozólag, mert üzemünk ilyen megfigyelésekre nincsenek berendezve. Tapasztalatunk szerint az Intézet az ilyen üzemi adatfelvételek terén a legmegbízhatóbb eredményt akkor éri el, ha saját munkatársai végzik a méréseket.

b) *Kompresszorok méretezése sűrített levegővel működő gépek ellátására.* Ezt a problémát *Sors László*, a Gépipari Tervező Iroda mérnöke vetette fel, megoldását Intézetünk Közleményeiben közöltük. Itt csak annyit jegyzek meg, hogy ezzel kapcsolatban egészen speciális matematikai problémák adódtak. Nemcsak a kompresszorok méretezéséről volt szó, hanem a légtartály méretezéséről is, ahonnan a sűrített levegővel dolgozó gépek a levegőt kapják. Probléma volt továbbá a részleges automatizálás, amely abban áll, hogy ha a nyomás a tartályban egy bizonyos határt meghalad, a kompresszor automa-

* M. Z. Szaburov: Beszéd a SzKP XIX. kongresszusán.

tikusan kikapcsol és csak akkor kapcsol újra be, amikor a nyomás egy bizonyos határ alá csökken. Mindezek a körülmények bonyolulttá tették a problémát, úgy, hogy itt nem volt elégséges a közönséges Markov-láncok elmélete, csak magasabbrendű Markov-láncok segítségével lehetett megoldani a feladatot. A kompresszor méretezésére vonatkozólag a végeredményt diagrammok formájában készítettük el.

c) *Aprítási folyamatok.* Ilyen kérdésekkel az Intézet már régebben foglalkozik, ezeknek elsősorban a kőbányászatban van jelentősége. A. N. Kolmogorov a zúzásnál előálló kötőrmelék eloszlásának logaritmikusan normális voltára vonatkozó eredményeinek egyszerűsítésével foglalkozik az első, ezzel a kérdéssel kapcsolatos, az Intézetben készült dolgozat. Ennek folytatásaként az Intézet Közleményeiben Székely Gábor egy dolgozata foglalkozik azzal, hogy hogyan lehet egy megadott finomságú zúzott anyag zúzásához szükséges energiamennyiséget meghatározni. A szükséges energia a Rittinger-féle elv szerint arányos a zúzásnál létrehozott új felülettel. Sikertült a két fázisban történő zúzásnál a pofás-török optimális beállításának problémáját megoldani és a végeredményt szintén diagramm formájában megadni. Az üzemi kísérletek most indulnak meg az uzsai kőbányában. — A legutóbbi hetekben a logaritmikus normális eloszlástörvény egy egészen másfajta és első pillanatra távolesőnek látszó alkalmazása merült fel, a szénportüzeléssel kapcsolatban. A szénpor tüzelésénél az égés a szemcse felületén folyik. Ennek következtében a szénportüzelés határfoka a szénpor szemcséinek nagyságától függ. Minél finomabbra őrlik a szénport, annál gazdaságosabb a tüzelés, azonban annál költségesebb a szénpor őrlése. A feladat mármost az, hogy meghatározzuk a leggazdaságosabb finomságot. Ez jellemző példa arra, hogy látszólag távoleső ipari problémák néha ugyanazzal a matematikai módszerrel oldhatók meg.

d) *Erőművek kooperációja.* Erre vonatkozóan Kovács Károly Pál lev. tag az 1951. évi akadémiai nagygyűlésen tartott előadásában tért ki részletesen. Az utóbbi időben a hőerőművekkel foglalkozó műszaki szakemberek részéről felmerült az a kívánság, hogy ezzel a kérdéssel részletesebben foglalkozzon az Intézet, mégpedig olyan módon, hogy a véletlen meghibásodások folyamatát ne stacionér folyamatnak tételezzük fel, vagyis a jóság számot az idő függvényének tekintjük. Bizonyos kooperációs kérdések szempontjából az erőművek tervszerű karbantartási munkálataival kapcsolatban kívánatos ennek a kérdésnek a megvizsgálása.

e) *Gépalkatrészek tartalékolása.* Ezzel a kérdéssel foglalkozik egy Szentmártony Tiborral együtt írt dolgozatunk, amely a Matematikai Lapokban jelent meg az elmúlt évben. A probléma a következő: gépalkatrészek, vagy más felszerelési tárgyak (tengelyek, fogaskerekek, fűrók, izzólámpák, autógumik, stb.), amelyek egy időben és egyszerre több példányban vannak igénybe véve, előbb-utóbb kicserélésre szorulnak. A valószínűségszámítási módszerek alkalmazásának célja itt annak kiszámítása, hogy egy bizonyos időn belül hány

cserére lesz szükség és ennek megfelelően milyen mennyiségű alkatrészt kell raktáron tartani s milyen ütemben kell ezt a raktárkészletet kiegészíteni. Ez a kérdés az ipar szempontjából igen nagyjelentőségű. A kérdés érdekes abban az értelemben is, hogy másképpen merül fel a szocialista iparban, mint a kapitalista iparban. Ez a kérdés a szocialista ipar sajátos problémája. A szocialista iparban nemcsak az jelent kárt a népgazdaságnak, ha az üzem nem gondoskodik kellő tartalékról és így kiesés következik be a termelésben, hanem az is, ha egy alkatrészből túl nagy tartalékot tárol és így elvonja azt más üzemektől, amelyeknél ennek következtében alkatrészhány áll elő. Az e kérdés terén elért eredményeinkről itt csak annyit szeretnék említeni, hogy ezekből az eredményekből az derül ki, hogy az iparban eddig alkalmazott előírások sok helyütt lényegesen csökkenthetők s ílymódon rejtett tartalékok szabadíthatók fel. Ennek az elméletnek bizonyos továbbfejlesztése mutatkozott szükségesnek. A probléma megvizsgálásába *Takács Lajos* is bekapcsolódott és úgy látszik, hogy ezt az elméletet sikerül továbbfejlesztünk, figyelembe véve többek között azt, hogy a szóbanforgó felszerelési tárgyak nincsenek állandó igénybevételnek kitéve.

f) *A minőségellenőrzés és a selejt elleni harc kérdései.* Erre a kérdésre *Vincze István* fog bővebben kitérni hozzászólásában. A minőségellenőrzés problémája két részre oszlik: gyártásközbeni ellenőrzésre, amelynek célja a selejt megelőzése és a készáru ellenőrzése az átvételnél, amely már csak konstatálja a selejtet, de megóv a nem megfelelő szállítmány átvételétől. Hangsúlyozni szeretném, hogy ezen a téren igen nagy lehetőségei vannak a matematikai statisztika egy új módszere alkalmazásának, a rendezett minták elméletének. Ez az elmélet csak a legutóbbi években indult fejlődésnek, szovjet matematikusok dolgozták ki és ennek az elméletnek a továbbfejlesztésébe nekünk is sikerült bekapcsolódnunk.

Mindezek a problémák matematikai megoldásának az iparban való alkalmazása folyamatban van. Az elért eredmények gyakorlati felhasználásáról az illetékes állami szervek kell, hogy gondoskodjanak. Ez eddig nem haladt olyan gyors tempóban, mint ahogy szeretnénk. Persze, figyelembe kell venni, hogy nehéz feladatról van itt szó, mert a pontos adatok beszerzése az iparból nem könnyű dolog. Másrészt ezeknek az új módszereknek az iparba való bevezetése terén minden alkalommal bizonyos konzervativizmust is le kell győzni. A magunk részéről arra kell törekednünk, hogy eredményeinket a műszaki szakemberek minél szélesebb köre számára hozzáférhetőbbé tegyük. Eddigi munkánk hiányosságaira vonatkozólag elsősorban azt említeném meg, hogy általában közvetlen kapcsolatban állottunk a műszaki szakemberekkel, de nem mindig álltunk elég szoros kapcsolatban a műszaki tudományok szakembereivel. Nagyon helyesen hangsúlyozta ezt *Gillemot László* lev. tag tegnapi felszólalásában a matematikai fizikával kapcsolatban, ugyanez vonatkozik azonban a valószínűségszámítás ipari alkalmazásaira is.

2. Áttérek ezután azoknak a matematikai problémáknak a vázlatos ismertetésére, amelyek a valószínűségszámítás ipari alkalmazásaival kapcsolatban merültek fel. Általában meg kell állapítanunk, hogy az ipari alkalmazásokkal való foglalkozás a valószínűségszámítás terén végzett elméleti kutatómunkánk számára is rendkívül termékenynek bizonyult. Az elméleti kutatás három főbb területen folyik:

- a) a sztochasztikus folyamatok elmélete,
- b) a valószínűségszámítás határeloszlástételeinek elmélete,
- c) a rendezett minták elmélete.

a) A sztochasztikus folyamatokkal kapcsolatban különösen azt a tapasztalatunkat szeretném kiemelni, ami igen sok problémára vonatkozik, hogy általában a gyakorlati problémák megoldásánál nem elégedhetünk meg a Markov-folyamatok elméletének alkalmazásával. Figyelembe kell vennünk itt azt, hogy a sztochasztikus folyamatok elméletének egyetlen alaposan kidolgozott elmélete éppen a Markov-folyamatok elmélete és így ezt az elméletet éppen a nem-Markov-típusú folyamatok irányában kellett továbbfejlesztenünk. A nem-Markov-típusú folyamatokat bizonyos átalakítással visszavezethetjük Markov-folyamatokra. Ez történt a kompresszor-probléma esetében is és számos más esetben is. Különösen *Takács Lajos* dolgozatait emelem ki ezen a téren, továbbá *Pál Lénárd*, a Szovjetunióban dolgozó fizikus aspiráns két ilyentárgyú dolgozatát, amelyek a nyár folyamán az Intézetben végzett munkájának eredményei. — Hasonló matematikai problémák vetődtek fel a kvantummechanika bizonyos kérdéseivel kapcsolatban is. Ez feltétlenül megerősített abban az elhatározásban, hogy az Intézet valószínűségszámítási osztályának több munkatársával együtt elhatároztuk, hogy egy monográfiát fogunk írni a sztochasztikus folyamatok elméletéről, különös tekintettel a nem-Markov-típusú folyamatoknak Markov-típusú folyamatokra való visszavezetésére.

A. N. Kolmogorov akadémikus nemrégiben Moszkvában tartott előadásában a valószínűségszámítás terén az egyik legfontosabb feladatként jelölte meg egy összefoglaló monográfiának a megírását a sztochasztikus folyamatok elméletéről. Egy ilyen monográfiának a megírására elsősorban szovjet matematikusok volnának hivatottak; mi a magunk részéről a nem-Markov-folyamatok rendszeres tárgyalásával szándékozunk ennek a feladatnak a végrehajtásához hozzájárulni.

b) A második témakörből kiemelek, egy a szükségleti, illetve egyidejűségi tényezővel kapcsolatban végzett vizsgálatok során felmerült feladatot. A valószínűségszámítás központi határeloszlástételei megadják a független valószínűségi változók összegének határeloszlását, ha a változók száma a végtelenhez tart; a gyakorlati problémáknál viszont arra van szükség, hogy becsléssel rendelkezünk véges számú változó esetére. Az ipari alkalmazás során ugyanis az a természetes kérdés merült fel, hogy mekkora gépszámtól kezdve alkalmazhatók a képleteink. Ehhez exakt becslésekre volt szükség,

mégpedig nemcsak a binomiális eloszlásnak a normális eloszlástól való eltérése, hanem sokkal általánosabb esetre vonatkozólag. Erre a célra fel tudtuk használni a Csebisev-féle egyenlőtlenségnek azt az általánosítását, amelynek az alap gondolata Sz. *Bernsteintől* származik és amelyet egyetemi előadásaimban részletesen kidolgoztam.

c) A harmadik problémakör, amellyel az elméleti vizsgálatok szoros kapcsolatban voltak, a rendezett minták elmélete. A mintavétel elméletének főcélja az, hogy a minta elemeiből megbízható következtetéseket tudjunk levonni az egész statisztikai sokaságra vonatkozólag. A rendezett minták elmélete a legkevesebb számolást igénylő módon biztosítja ezt, mert lehetővé teszi, hogy az empirikus paraméterértékek számítása helyett pusztán a minta-elemek nagyság szerinti elrendezéséből le lehet vonni a kívánt következtetéseket. A minőségellenőrzésnél ez a módszer lehetővé teszi azt, hogy a kontrollkártyára csak a mérések eredményét kell felvezetni és azokból nem kell középértéket, szórást, stb. számítani. Figyelembevéve azt, hogy ezt a munkát nem matematikailag képzett munkások végzik, nyilvánvaló, hogy ennek a módszernek a minőségellenőrzésnél nagy lehetőségei vannak.

A rendezett minták elméletének néhány alapvető kérdésével foglalkozik egy *Hajós György* akadémikussal közösen írt dolgozatunk. A rendezett minták elméletében egy új módszert dolgoztam ki, amely eredményesen alkalmazható az elmélet számos problémájára.

A rendezett minták elméletének legfontosabb feladata, hogy a minta elemeinek eloszlásából a teljes sokaság eloszlására, tehát a minta empirikus eloszlásából az elméleti eloszlásra következtessen. Ez a következőképpen történhet: Egy statisztikai sokaságból egy N elemű mintát véve, a minta elemei — a sokaság kiválasztott elemeinek bizonyos vizsgált méretei (átmérő, szakítási szilárdság, stb.) — egymástól független valószínűségi változóknak tekinthetők. A teljes sokaság eloszlásfüggvényéről csak azt tesszük fel, hogy folytonos. Ezután elkészítjük a minta empirikus eloszlásfüggvényét, úgy, hogy a minta elemeit felmérjük az X tengelyre. Ezek a számok a számegyenesre felmérve maguktól nagyság szerint rendeződnek el. Az empirikus eloszlásfüggvény ebből azonnal adódik, hiszen az nem más, mint az a lépcsős függvény, amely minden minta-elemnél $1/N$ -nel ugrik. Ha a minta elemszámát minden határon túl növeljük, akkor ezek a lépcsős függvények 1 valószínűséggel minden határon túl hozzásimulnak az elméleti eloszlásfüggvényhez. Ez *V. Glivenko* tétele, amely szabatosan a következőképpen szól:

$$P\left(\sup_{-x}^{+x} |F_n(x) - F(x)| \rightarrow 0\right) = 1 \quad (1)$$

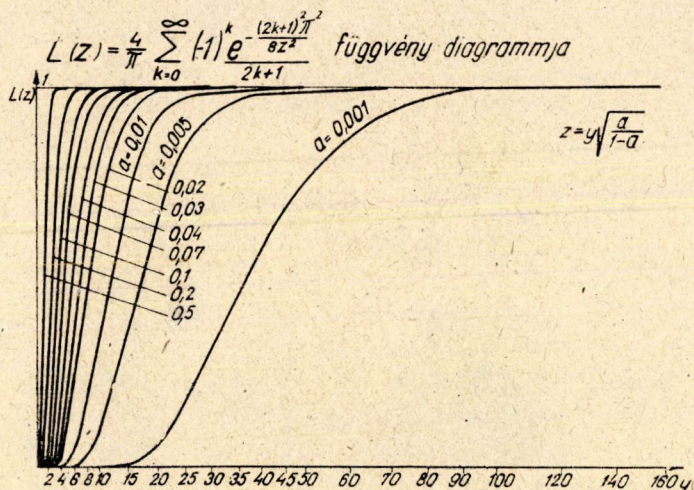
A rendezett minták elméletének legfontosabb eredménye *A. N. Kolmogorov* tétele, amely szerint a $\sup_{-x}^{+x} |F_n(x) - F(x)|$ eltérés általában $\frac{1}{\sqrt{n}}$ nagyságrendű, tehát a minta elemei számának négyzetgyökével fordítottan arányos.

Ha \sqrt{n} -nel beszorozzuk, úgy ez a mennyiség, amely maga is valószínűségi változó (hiszen mintáról mintára más a különbség felső határa), egy nagyságrendű lesz. Kolmogorov tétele szerint létezik a határértéke a

$$\sqrt{n} \sup_{-\infty < x < +\infty} |F_n(x) - F(x)| < y$$

esemény valószínűségének, mégpedig

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\sqrt{n} \sup_{-\infty < x < +\infty} |F_n(x) - F(x)| < y\right) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k e^{-2k^2 y^2} \quad (2)$$



1. ábra

Ennek a tételnek a tanulmányozása közben merült fel az a gondolat, hogy célszerűbb az $|F_n(x) - F(x)|$ „hiba“ helyett a „relatív hibát“, vagyis az $\frac{|F_n(x) - F(x)|}{F(x)}$ mennyiséget vizsgálni. A relatív hibának a vizsgálata ebben a problémában ugyanis bizonyos szempontból többet mond. Éppen ezért igyekeztem a relatív hiba maximumának határeloszlását meghatározni és sikerült is ezt a kérdést az említett új módszer segítségével megoldani. Mivel $F(x)$ 0-vá válik, ha $x \rightarrow \infty$ arra kell szorítkozni, hogy a relatív eltérést egy $a \leq F(x) \leq 1$ ($a > 0$) intervallumon vizsgáljuk. Ez azt jelenti, hogy figyelmen kívül kell hagyni a legszélső elemeket. Gyakran ez gyakorlatilag nem is történhet másképpen. Többek között bebizonyítottam*, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\sqrt{n} \sup_{a \leq F(x) \leq 1} \frac{|F_n(x) - F(x)|}{F(x)} < y\right) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k e^{-\frac{2k^2(1-a)}{ay^2}}}{2k+1} \quad (3)$$

A tétel alkalmazásainak elősegítésére a valószínűségszámítási osztály két

* Ezek az eredmények az Osztályközleményekben sajtó alatt vannak, azért azok részletes ismertetésétől itt eltekintünk.

munkatársa, *Palásti Ilona* és *Várnai Péterné* elkészítették a (3) jobboldalán álló függvény értékeinek táblázatát. A

$$G(y, a) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k e^{-\frac{2k^2(1-a)}{ay^2}}}{2k+1}$$

függvényt a különböző értékeire az 1. ábra tünteti fel, amely ezen táblázatok alapján készült.

Befejezésül azt említem még meg, hogy annak egyik oka, hogy bizonyos eredményeket sikerült elérnünk, az volt, hogy a valószínűségszámítási osztályon kollektív munkamódszert alakítottuk ki.

A továbbiakban igyekszünk mind az elméleti vizsgálatokat továbbfolytatni, mind pedig az ipari alkalmazások terén is újabb eredményeket elérni. Ezen a téren nemcsak alkalmazott matematikai, hanem szervezési problémák megoldása is vár ránk, amelyeket az ipar szakembereivel együtt kell megoldanunk. Hogy az érdeklődés ezek iránt a kérdések iránt a műszaki szakemberekben megvan, azt bizonyítják az utóbbi időben a Mérnöki Továbbképző Intézetben tartott előadásaink tapasztalatai. Az együttműködés megfelelő módszereinek kialakítása terén azonban még igen sok a teendő. Mi a magunk részéről igyekszünk megbirkózni a ránk háruló feladatokkal, ugyanakkor azonban azt várjuk, hogy a műszaki szakemberek aktívabban bekapcsolódjanak ebbe a munkába.

IRODALOMJEGYZÉK

- Aczél János*: Összetett Poisson-eloszlásokról. III. Acta Mathematica. (Sajtó alatt.)
- Hajós György—Rényi Alfréd*: A rendezett minták elméletének néhány alapvető kérdéséről. (Sajtó alatt az Osztályközleményekben.)
- Jánosy L.—Rényi A.—Aczél J.*: Összetett Poisson-eloszlásokról. Osztályközlemények 2, 1951. 315—328.
- Prékopa András*: Összetett Poisson-eloszlásokról. IV. Acta Mathematica. (Sajtó alatt.)
- Rényi Alfréd*: A Poisson-eloszlás problémaköréről. Osztályközlemények. I. 1950. 202—212.
- Rényi Alfréd*: On some problems concerning Poisson-processes. Publicationes Mathematicae. 2. 1951. 66—73.
- Rényi Alfréd*: Újabb eredmények a valószínűségszámítás terén. Osztályközlemények. 2, 1951. 125.
- Rényi Alfréd*: Összetett Poisson-eloszlásokról. II. Osztályközlemények. 2, 1951. 329—342.
- Rényi Alfréd—Szentmártony Tibor*: Gépkalkatrések és felszerelési tárgyak törzskészletének valószínűségszámítási meghatározása. Matematikai Lapok III. 1952. 129—139.
- Rényi Alfréd—Szentmártony Tibor*: Gépipari üzemek elektromos energiaszükségletének és egyidejűségi, illetőleg szükségleti tényezőjének valószínűségszámítási meghatározása. Alk. Mat. Int. Közleményei I. 1952. 85—104.
- Rényi Alfréd*: Az aprítás matematikai elméletéről. Építőanyag. 1950. 1—8.
- Rényi Alfréd*: Kompresszorok és légtartályok racionális méretezése üzemek sűrített levegővel való ellátására. Alk. Mat. Int. Közleményei. I. 1952. 105—138.
- Rényi Alfréd*: A rendezett minták elméletéről. (Sajtó alatt az Osztályközleményekben.)

- Rényi Alfréd*: О некоторых предельных теоремах теорий вероятностей, és О некоторых новых критериях согласия являющихся аналогичными критериями согласия А. Н. Колмогорова (Megjelennek a Доклады Академий Наук СССР-ben).
- Rényi Alfréd*: Eine neue Methode in der Theorie der geordneten Stichproben. Berlin. Math. Tagung, 1953.
- Rényi Alfréd—Takács Lajos*: Poisson-folyamatok által származtatott történet-folyamatokról és azok technikai és fizikai alkalmazásairól. Alk. Mat. Int. Közleményei. I. 1952. 139—146.
- Székely Gábor*: A kötörés valószínűség-számítási tárgyalásához. Osztályközlemények. I. 245—249.
- Székely Gábor*: Szöveg gépek optimális fordulatszámának valószínűség-számítási meghatározása többgépes rendszer esetén. Alk. Mat. Int. Közleményei I. 1952. 149—157.
- Székely Gábor*: Kötörés energiaszükségletének minimalizálása az elő- és utántörők legcélzerűbb beállításával. Alk. Mat. Int. Közleményei. I. 1952. 157—165.
- Takács Lajos*: Bekövetkezési és koincidencia jelenségek időtartamban tetszőleges eloszlású történések esetén. Osztályközlemények I. 2. 371.
- Takács Lajos*: Koincidencia jelenségek állandó időtartamú események esetén. I. Magyar Matematikai Kongresszus Közleményei. 731—740.
- Takács Lajos*: Időtartamban tetszőleges eloszlású történésekkel kapcsolatos sztochasztikus folyamatokról. Sajtó alatt az Acta Mathematica-ban.
- Takács Lajos*: Poisson-eloszlás által származtatott másodlagos sztochasztikus folyamatokról és azok fizikai alkalmazásáról. (Sajtó alatt az Osztályközleményekben.)
- Takács Lajos*: Gépegyüttállások valószínűség-számítási tárgyalása tekintettel a várakozási időkre. Osztályközlemények, I. 228—234.
- Takács Lajos*: Több gép egyidejű működésének valószínűség-számítási tárgyalása. Magyar Technika, 1950.
- Takács Lajos*: Gépegyüttállások valószínűség-számítási tárgyalása. Magyar Technika, 1950.
- Vincze István*: Az ipari minőségellenőrzés statisztikai módszerei és az Intézet feladatai e módszerek bevezetése terén. Alk. Mat. Int. Közleményei. I. 1952. 239—250.

HOZZÁSZÓLÁSOK

KOVÁCS K. PÁL lev. tag:

A valószínűségszámítás alkalmazásának néhány kérdését szeretném megemlíteni, azokat, amelyekről már *Rényi Alfréd* lev. tag beszámolójában is megemlékezett.

A villamos energiagazdálkodás keretében együttműködő, távvezetékekkel összekapcsolt erőműrendszer tartalék kérdéseivel kapcsolatban merült fel az a gondolat, hogy az elegendő nagy számú gép, kazán, transzformátor, stb. meghibásodás okozta kiesései miatt szükséges tartalékot a rendelkezésre álló statisztikai adatokból kiindulva a valószínűségszámítás módszerével állapítsuk meg. E kérdéscsoportról először az 1950. évi nagygyűlés alkalmából szóltam, amikor kimutattam, hogy a statisztikai adatokból nyerhető gépkiesési tartamdiagrammok, a bizonyos feltételekből kiinduló valószínűségszámítási értékekkel jó egyezést mutatnak. Jelen felszólalásomban a valószínűségszámítás alkalmazásának kérdését a dunai vízerőművel kapcsolatban kívánom bemutatni.

Érdekes előjáróban megemlíteni, hogy az Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának idei nagygyűlésén szereplő energetikai előadások közül kettő használja fel a valószínűségszámítás módszereit a felmerült energetikai kérdések megoldásánál.

A dunai vízerőművel kapcsolatban a következőkről van szó:

Mint említettem, nagyobb energiarendszerben több erőmű és ezeken belül sok gépegység működik együtt. Ezeknek a gépegységeknek a száma már elég nagy ahhoz, hogy a valószínűségszámítás eredményeit alkalmazhassuk a véletlen meghibásodások következtében történő kiesések számításánál. Minden gépegységnek van egy bizonyos jósági száma (annak a valószínűsége, hogy a gép üzemben legyen). Például egy kazánnak a tervszerű karbantartások figyelembevételével évente 7200 órát kellene üzemben lennie. A statisztikai adatok megmutatják, hogy a 7200 órához képest véletlen kiesés miatt hány óra hiányzott a kazán üzemidejéből. A tényleges üzemidő és az elméleti üzemidő hányadosa adja a jósági számot.

A gőzerőmű rendszer tartalékát természetesen az egyidőben valószínűen bekövetkező legnagyobb együttes gépkiesés határozza meg. Más a helyzet azonban, ha a gőzerőmű rendszerhez vízerőmű, különösen folyami vízerőmű csatlakozik. Itt az a különleges helyzet áll elő, hogy a gépek véletlen meghibásodás miatt — a vízturbinák és velük kapcsolt generátorok különleges üzemi sajátságait tekintetbe véve (lassú forgás, kis nyomás, alacsony hőfok) — egyáltalában nem kell a rendszerben tartalékot fenntartani; a vízerőmű gépi berendezésének jósági számát gyakorlatilag egynek lehet felvenni.

Ezzel szemben a folyami erőmű a vízjárás okozta ingadozások miatt nem áll állandó teljesítménnyel az erőműrendszer rendelkezésére. A vízerőmű árvizek idején és nagyon alacsony vízállás mellett vagy egyáltalán nem, vagy csak csökkentett teljesítménnyel áll rendelkezésre. Az 50 évre visszanyúló dunai vízhozam-statisztikák alapján meg lehet rajzolni a Duna vízhozam-tartóssági görbéjét, amiből viszont megállapítható a tervezett teljesítményű (kb. 120 MW-os) vízerőmű átlagos kiesési tartamgörbéje is. Itt tehát azzal az érdekes esettel állunk szemben, hogy az erőműrendszerbe olyan újabb erőművet iktatunk be, amelynek a véletlen kiesései nem a gépek meghibásodásából, hanem a dunai vízállástól függenek. Minthogy azonban mindkét esetben a nagyszámok törvénye jut érvényre, ezért a kétféle kiesési tartamgörbét — az egyiket,

amelyet a hőerőműrendszerben a jósági számok alapján, — a másikat, amelyet a vízerőmű esetében a Dunára vonatkozó statisztikai adatokból állapítottunk meg — kombinálni lehet. E kombináció, amely a valószínűségszámításnak igen szép példája, azt mutatja, hogy a hőerőműrendszerben lévő tartalék, amely természetesen az újonnan csatlakozó vízerőmű részére is tartalékkul szolgál, elegendő ahhoz, hogy a véletlen egyidejű kiesések valószínűségének megfelelő együttes gőz- és vízerőmű teljesítmény-hiányt fedezni tudja. E számítások alapján kiderül tehát, hogy a hálózat szempontjából a dunai vízerőmű pontosan egyenértékű a beépített teljesítményével.

Ez az eredmény azért igen lényeges, mert szemben korábbi — többé-, kevésbé műszaki érzékre alapított — véleményekkel, a vízerőmű az együttműködő rendszer szempontjából nemcsak a beépített teljesítményének 60—70%-át, hanem mint mondtuk 100%-át éri. Ez az eredmény egyéb gazdasági megfontolások mellett alaposan alátámasztotta a dunai vízerőmű építésének helyességét és indokoltságát. E példával kívántam rámutatni arra, hogy korszerű matematikai eszközöknek ipari alkalmazása népgazdaságilag milyen nagyfontosságú eredményekre vezethet.

Ilyen és hasonló példák alátámasztják és magyarázzák a matematikusok és a műszaki szakemberek együttműködésének szükségességét. Egyetértek azzal, amit *Rényi Alfréd* e vonatkozásban említett. Ugyanis szerinte és ez a magam megállapítása is, a kapcsolat az ipar és az Alkalmazott Matematikai Intézet között sokkal szervezettebb, mint a műszaki tudomány művelői és az Intézet között, holott az utóbbiaknál lenne szükséges szorosabb kapcsolatot létrehozni. A tudományos munkában működő mérnökök — magamat sem kivéve — úgy vélik, hogy felmerülő matematikai problémáikat maguknak kell megoldaniuk, ami sokszor igen fáradságos és nehéz útnak bizonyul. Szükséges tehát, hogy a tudományos munkát végző műszakiak matematikai problémáikkal minél gyakrabban felkeressék az Alkalmazott Matematikai Intézetet.

Ugyanakkor meg kell említeni, hogy az Intézet nagyon vigyázzon arra, nehogy a nála dolgozó mérnök-matematikuskok kissé elszakadva a műszaki tudományban alkalmazott legkorszerűbb módszerektől a maguk feje után akarjanak egyes kérdéseket megoldani, amire a legutóbb bizonyos automatizálási kérdésekkel kapcsolatban volt példa.

SORS LÁSZLÓ:

Engedjék meg, hogy röviden *Rényi Alfréd* professzor elhangzott előadásához a gyakorlati élet szempontjából néhány megjegyzést fűzzek.

Legelőször is — úgy érzem — e helyen is köszönetet kell mondanom *Rényi* professzornak és az Alkalmazott Matematikai Intézetnek azért a segítségért, mellyel a Gépipari Tervező Irodát munkájában segítette. Mi több kérdéssel fordultunk az Alkalmazott Matematikai Intézethez, melyeket saját erőnkől megoldani nem tudtunk. *Rényi* professzor és munkatársai a valószínűségszámítás alkalmazásával a feladatot megoldották és a megoldást könnyen kezelhető formában rendelkezésünkre bocsátották.

Hangsúlyozni szeretném, hogy az említett segítség igen értékes volt és számottevően járult hozzá tervezési módszereink fejlesztéséhez.

A szóbanforgó kérdések részben az elektromos szükségleti tényező megállapítására, részben pedig a kompresszorok és légtartályok helyes tervezésére vonatkoztak.

Rényi professzor beszámolójában mindkét kérdést és azok megoldását is ismertette. Ezért én most csak a nyújtott segítség jelentőségét kívánom megvilágítani.

Vizsgáljuk meg először, hogy mi volt a helyzet az elektromos szükségleti tényező megállapítása terén, az Alkalmazott Matematikai Intézet beavatkozása előtt?

Még egy évvel ezelőtt is — egyéb lehetőség hiányában — a létesítmények elektromos csatlakozási igényének megállapításánál kénytelenek voltunk mintegy 30—40, elég bizonytalan pontosságú mérésre alapozott eljárást alkalmazni, amelynek semmi elméleti alapja nem volt és így jó eredményt nem is biztosíthatott. Hogy azonban az áramot elosztó transzformátor túlterhelése ne következhesse be, a „kellő“ biztonság miatt (idézőjelben mondva), az e módszer alapján amúgy is túl bőven meghatározott szükségletet még 20%-kal megemeltük.

Az áramszükséglet fenti módon történt meghatározása után következett a beépítendő transzformátor kiválasztása. Miután e transzformátorok a szabványosítás és tipizálás — egyébként helyes elvnek alkalmazása következtében csak korlátozott számú típusban készülnek, szinte természetes volt, hogy a választás minden esetben a számított értéknél *nagyobb* teljesítményű típusra esett.

Mellesleg megjegyezve, a fenti kétszeres biztonságot növelte még az a körülmény is, hogy transzformátorok szerkesztői és tervezői is alkalmaztak már egy biztonságot számításaikban; mindezek alapján érthető, hogy a beépítésre kerülő transzformátor a valóban felmerülő szükséges teljesítménynél kétszer, két és félszer nagyobb volt. Hogy mindez így van, beigazolódott például a nemrég üzembehelyezett ATRA-gyárban és az Ikarusz-gyárban is, hol a gyakorlat szerint a felénél is kevesebb áramcsúcsérték mutatkozott az eredetileg betervezettnél.

Ez volt azonban még a kisebbik baj.

A nagyobbik baj az volt, hogy a létesítmény helykijelölésénél az említett hiányosság miatt a magasabb energiaszükségletet vették figyelembe és ennek megfelelő kapacitást tartalékoltak a rendelkezésre álló árammennyiségből a létesítmény számára.

Miután pedig tudvalévőleg elektromos energia terén igen szűk a keresztmetszetünk, feltételezhető, hogy egyes létesítmények üzembehelyezése látszólagos energiahiány miatt időbelileg kitolódott, vagy esetleg nem az egyébként legalkalmasabb helyre lett telepítve.

Felismerve a hibákat — a szovjet irodalomhoz fordultunk segítségért. Itt megtaláltuk *D. Sz. Livsic* szovjet mérnök képletét, melynek alkalmazását a Glavelektromontázs 1948-ban elrendelte. Sajnálattal kellett azonban megállapítanunk, hogy a képlet szerint meghatározott elektromos szükséglet nálunk sok esetben kevésnek bizonyult. Ennek oka abban a különbségben keresendő, mely a fejlett szovjet ipar és a mi iparunk között van. Tudvalévőleg a Szovjetunióban a gépesítés már igen nagyfokú; ez egyben azt is jelenti, hogy sokkal több motort alkalmaznak, mint mi, közöttük olyanokat is, melyek csak ritkán és kis terheléssel futnak. E körülmény logikailag is igazolja, hogy a szükségleti tényezőnek a Szovjetunióban valóban sokkal kisebbnek kell lennie, mint nálunk.

Ez volt a helyzet, amikor az Alkalmazott Matematikai Intézethez fordultunk. Amint tudják, az Intézet kérésünkre megoldotta a feladatot. A levezetett

képlet, ill. képletek az eddigi mérések szerint jól megközelítik a valóságot és így előreláthatóan sikerülni fog e komoly hiányosságot kiküszöbölni, annak ellenére, hogy egyelőre még nehézségek vannak a képletben szereplő konstansok meghatározásánál. Erre azonban még később visszatérek.

A második kérdés — melynek kapcsán az Intézethez fordultunk, a kompresszorok és légtartályok helyes méretezésének kérdése volt. A helyzet e téren sem volt jobb, mint annakidején az elektromos szükségleti tényező terén. A légtartályok irodalmi adatok szerint történő méretezésnél 100—150 %-os különbségek adódtak aszerint, hogy a méretezés melyik szerző képlete alapján történt.

Ennek okát abban látom, hogy az egyes szerzők a kérdést nem tudományos alapon vizsgálták, így például nem vették figyelembe a munkaciklus megoszlását álló és használati időkre és több, hasonló elvi hibát követtek el. Az óvatos tervezők természetesen itt is a magasabb értékeket vették figyelembe és e téren is többszörös biztonságot alkalmaztunk, melynek következménye felesleges és túl nagy teljesítményű kompresszorok alkalmazása lett, ami az egyébként is költségesnek mondható, bár különben sok előnnyel bíró sűrített levegő előállításának költségét még magasabbra emelte.

A helyes méretezés kérdését újból az Alkalmazott Matematikai Intézet oldotta meg; — jól használható diagrammokkal, melyek segítségével még a járatlanabb tervezők is egyszerűen és gyorsan el tudják végezni a helyes méretezést. E segítség alapján tehát ezen a téren is döntő javulás várható.

Tisztelt III. Osztály, az előbb nem véletlenül, hanem tudatosan használtam a „várható“ kifejezést, mert sajnos még nem mondható, hogy akár egyik, akár másik kérdésben a gyakorlati felhasználás minden további nélkül azonnal megkezdhető. Mind az elektromos szükségleti tényező, mind a kompresszorok méretezésére szolgáló képletekben ugyanis konstansok szerepelnek, melyek megállapítása rendkívül nagy nehézségekkel jár. Ezek megállapításához szükséges mérések hosszadalmasak és fáradságosak. Nehézségek vannak a káderek vonalán és nehézségek vannak a segédeszközök: műszerek, mérőeszközök vonalán is. Ennek ellenére úgy vélem, haladéktalanul hozzá kell látnunk a szükséges mérések lefolytatásához, hogy az e téren lévő rejtett tartalékokat mielőbb felszínre hozzuk. Üzemeinkben — nagyon helyesen — folyik a harc a másodpercekért, de közben *Rákosi* elvtársat idézve: „megesszük a holnapunkat“, vagyis nem foglalkozunk eleget és nem fektetünk elég súlyt az ilyen tudományos eredmények gyakorlati alkalmazásához szükséges adatgyűjtésre.

Példát e téren is a nagy Szovjetuniótól kell vennünk, ahol a már említett *Livsic* mérnök által alkalmazott képlet konstansainak megállapításához sok éven át folytattak széleskörű jól megszervezett méréseket. Remélem, a Nagygyűlés is nagyban hozzá fog járulni ahhoz, hogy az egyes tárcák felfigyeljenek az Alkalmazott Matematikai Intézet tudományos eredményeire és lehetővé teszik majd azoknak teljes mértékű átültetését a gyakorlatba,

Befejezésül hangsúlyozni kívánom, hogy nemcsak a többi tervező irodának, és kutató intézeteknek, hanem nagyobb vállalatainknak is mind jobban kell igénybe venni az Alkalmazott Matematikai Intézet minden osztályának munkáját, mert amint *Malenkov* elvtárs a Szovjetunió Kommunista Pártjának XIX. kongresszusán kifejtette:

„Minél teljesebben és észszerűbben használjuk fel a termelési tartalékokat, minél takarékosabban és körültekintőbben vezetjük gazdasá-

gunkat, annál nagyobb sikereket érünk el a népgazdaság valamennyi ágának fejlesztésében, annál nagyobb eredményeket érünk el a nép anyagi és kulturális színvonalának emelésében.“

VINCZE ISTVÁN:

Hozzászólásom két kérdéssel foglalkozik. Egyik a matematikai statisztika hazai művelésének kérdése, s ezzel együtt — igen röviden — az Intézet e téren végzett munkája, a másik kérdés a matematikai statisztika elvi és gyakorlati vonatkozásai ugyancsak az Intézet munkája kapcsán.

1. Ismeretes, hogy míg a valószínűségszámítás bonyolult események valószínűségeit határozza meg egyszerűbb események valószínűségeiből, addig a matematikai statisztika — ennek egyik fejezete — foglalkozik azzal a kérdéssel, hogyan lehet a tapasztalati adatokból az ismeretlen valószínűsége, eloszlásokra, illetve azok adataira visszakövetkeztetni. A matematikai statisztika szerepe tehát alapvető mindenütt, ahol a véletlenszerű kis hatások befolyását kiküszöbölve exakt törvényszerűségeket akarunk feltárni; így nagy szerepet játszik a természettudományokban, ipari és mezőgazdasági tudományos kutatásban stb. Viszont fokozott elővigyázatot igényel alkalmazása ott, ahol nem véletlenszerű, hanem szisztematikus hatások játszanak közre a jelenségek lefolyásánál, így a társadalomtudományokban. A nyugati országok statisztikusai, elsősorban a gazdasági statisztikusok, éppen ilyen irányú alkalmazásokkal járták le a matematikai statisztikát, amikor elválasztva azt annak elméleti háttérétől, a valószínűségszámítástól, formálisan, tudománytalanul alkalmazták, hogy kapitalista, marxistaellenes álláspontjukat igazolják. Ennek az áramlatnak sokszor a tudományos kutatás is uszályába került: a matematikai statisztika kézikönyvei a statisztikai módszereket, mint recepteket kezelték, nem ügyelve arra, hogy milyen feltételek mellett alkalmazhatók megállapításai. Végül: elsősorban az angol iskolában, mely egyébként sok jelentős eredményt mutathat fel, olyan „elvek“ születtek, amelyek a valóságtól, a való élet törvényszerűségeitől elszakadva állítanak fel formális követelményeket, amelyek matematikai statisztikai problémák megoldására szolgáló eljárásoknak képezik alapját. Gondolok itt elsősorban *R. A Fischer* iskolájára.

Hazánkban a felszabadulás előtt a matematikai statisztika elhanyagolt terület volt. Legkiválóbb művelője *Jordán Károly* jelentős eredményei mellett is elszigetelten működött; ki kell emelnünk, hogy sok elvi kérdésben állott helyes, ösztönösen materialista állásponton — szemben a nyugati felfogással — és tett olyan megállapításokat, amelyek találtak a szovjet valószínűségszámítási iskola felfogásával.

A felszabadulás után a szovjet valószínűségszámítási iskola — elsősorban *Rényi Alfréd* személyében — követőkre talált hazánkban és rövidesen valószínűségszámítási iskola alakult ki az Alkalmazott Matematikai Intézet körül. *Rényi Alfréd* a szovjet matematikusok — *Kolmogorov*, *Bernstejn*, *Gnyedenko* — példáját követve, igyekezett a tudományos, dialektikus materialista felfogás alapján állástfoglalni a nyugati formalista, tudománytalan irányzatokkal szemben. Ismertté vált ugyanakkor az a vitaanyag is, amely a matematikai módszereknek a társadalmi és gazdasági statisztikában való kritikátlan alkalmazását bírálta és helytelen szerepét világította meg.

A matematikai statisztika az Intézeten belül a valószínűségszámítási és matematikai statisztikai osztály keretében került elsősorban művelésre. Noha néhány hónapja külön valószínűségszámítási osztály és külön matematikai

statisztikai osztály működik, az Intézetben elért eredmények lényegében még az előbbi osztálybeosztásban születtek. A tudományos eredmények közül említeni kell *Rényi Alfréd* eredményeit a rendezett minták elmélete terén, amellyel *Kolmogorov* által kezdeményezett módszereket fejlesztett jelentősen tovább, azonkívül *Hajós György* és *Rényi Alfréd* eredményeit, amelyek a rendezett minták elméletének alapvető kérdései köré csoportosulnak. Megemlítendő továbbá a *Lipták József* által eloszlások eltéréseinek vizsgálatára vonatkozó, szovjet eredmények alkalmazásának elősegítésére kidolgozott táblázatok. *Székely Gábornak* a fonalszakadásra és kötőésre vonatkozó valószínűségszámítási vizsgálatai is tartalmazznak matematikai statisztikai vonatkozásokat. A regressziós együttható meghatározására vonatkozó eredményről még alább kívánok — bárcsak elvi szempontból — szólni. A matematikai statisztika tárgykörébe vágó munka ma is megoszlik. A valószínűségszámítási osztály keretén belül működik az orvosi matematikai statisztikai csoport, ahol *Juvancz Ireneusz* és *Lipták József* dolgoznak, továbbá idetartoznak a mezőgazdasági statisztikai kérdések, ahol *Székely Gábor* tevékenykedik. A további kérdések a matematikai statisztikai osztályhoz tartoznak, ahol központi szerepet játszik az ipari tömegcikk-gyártás minőségellenőrzésének matematikai statisztikai módszere. Ez a kérdéskör az elmélet és gyakorlat összefüggő kérdéseinek széles skáláját érinti. Az osztály ma négy üzemnél szocialista versenyszerződés alapján segíti a minőségellenőrzés statisztikai módszereinek bevezetését és számos más üzem és intézmény részére nyújtott vagy nyújt segítséget. Elméleti téren sok egyéb probléma mellett egy *Braginszkijtől* származó új statisztikai ellenőrző módszer bevezetésének előkészítése folyik *Rényi Alfréd* kezdeményezésére. A minőségellenőrzés statisztikai módszereinek bevezetése és elterjesztése terén végzett munkájában *Fontányi Ágota* működik és ért el kezdeti eredményeket. Sajnos, azonban meg kell állapítanunk, hogy ez a munka nem folyik üzemünk és hatóságaink kellő támogatása mellett, sőt sokszor olyan körülmények között, amely nagyon nehezíti az Intézet számára feladatának teljesítését.

Annak, hogy a minőségellenőrzés statisztikai módszerei iparunk gyakorlatában csupán az utolsó 1—2 évben jelentek meg és ma sem honosodtak meg a szükséges mértékben, jelentősen oka, hogy a matematikai statisztika még ma sem sajátja mérnökeinknek, matematikusainknak és más szakembereinknek.

2. A matematikai statisztika, mint említettem, a felszabadulás után együtt terjedt el a helytelen irányzatok kritikájával s ez a körülmény élesen mutatkozott meg egy az antibiotikumok érték meghatározásánál felmerült matematikai statisztikai problémához való hozzáállásban és annak megoldásánál. Az érték meghatározási eljárás egy amerikai folyóiratban volt lefektetve s mindenütt alkalmazták. *Tettamanti Károly* elvtárs a Központi Biokémiai Kutató Intézet akkori igazgatója azonban Intézetünk felé felvetette e nehézkes és sok bizonytalanságot tartalmazó eljárás egyszerűsítésének a kérdését, az amerikai irodalom utasításaihoz kitartóan ragaszkodó munkatársainak véleménye ellenére. A feladat a regressziós egyenesnek adott alappontok esetén — és más feltételek melletti — olyan meghatározásához vezetett, ami a gyakorlat számára könnyen kezelhető és elméletileg kellőképpen alátámasztott. Mi azt a reális célt tűztük magunk elé, hogy a regressziós együttható szórásnégyzetének minimumát határozzuk meg s ilymódon talált legmegfelelőbb eredményhez keressünk a tőle nem túl távolos, de technikai kivételre és konkrét számolásra alkalmas-

módszert. A feladat eléggé kényelmetlen feltételes szélsőérték-meghatározáshoz vezetett, amelynek teljes megoldása némi matematikai nehézséget okozott. Ha e feladatnál a statisztikai becsléelméletnek *R. A. Fischertől* származó „maximum likelihood” elvét használjuk fel, úgy az adott problémát egy formálisan konstruált függvénynek — az $ú. n.$ maximum likelihood függvénynek — szélső értékei útján oldhatjuk meg, amely függvényt a felvetett problémához a legtöbb esetben nem fűzi mélyebb, reális kapcsolat. Az adott esetben is a „megoldás” egyszerűen adódott, de hogy milyen összefüggésben volt egy reális elvi követelménnyel, azt nehéz lett volna megmutatni, ugyanakkor a kérdést gyakorlati irányban sem vitte előre. Mi ennek ellenére tovább vizsgáltuk eredeti módszerünkkel a problémát és elvi következetességünk és fáradságunk meghozta eredményét. Azt a meglepő eredményt kaptuk, hogy a szórásnégyzet minimuma a gyakorlati mérés és a numerikus számolás részére egyaránt a legmegfelelőbb eredményt adja, t. i. általában 2 vagy legfeljebb 3 alappont igénybevételével kell mérni. Az ily módon konstruált eljárás gyakorlati alkalmazása meggyőzően mutatta eredményeink helyességét.

A statisztikai becsléelmélet, melyről tulajdonképpen szoltam, másik fontos alkalmazási területe a késztermék ellenőrzés mintavételes, statisztikai módszere, amikor is a nagyszámú tömegcikket tartalmazó tétel minőségére viszonylag kisszámú mintából kell következtetni. Az itt felhasznált módszerek kiindulásukban sokszor eltérnek az exakt, tudományos elvtől a Bayes-féle okok valószínűségének tételétől s itt hivatkozom *Bernstejn* kritikai cikkére, amely rámutat arra, hogy az ettől eltérő elvek, ha sok esetben is, de nem mindig nyújtanak helyes, kielégítő eredményt. Lengyelországban *H. Steinhau*s és tanítványa, *N. Oderfeld* foglalkoztak a mintavételes ellenőrzésnél a Bayes módszer és más egyszerűbben kezelhető módszerek dualitási tételének felállításával. Eredményeiket *Oderfeld* alkalmazta is a gyakorlati számításokban a lengyel mintavételi szabványelőírások megalkotásánál. A binomiális eloszlásra vonatkozó dualitási tételüket illetően *Rényi Alfréd* ösztönzésére *Sarkadi Károly* hebizonyította, hogy az a hipergeometrikus eloszlásra is kiterjeszthető.

Amikor tehát Intézetünk a matematikai statisztikai módszerek további elterjesztésére törekszik, mind az ipari minőségellenőrzés, mind más alkalmazási területek terén, joggal ügyel arra, hogy a felhasznált módszereket az elvi tisztaság követelményeinek megfelelő megvilágításba helyezze és jogosultságuk határait mindenkor tudományosan tisztázza.

Örömmel üdvözlö az Intézet mindazt a kezdeményezést, amely ipari szakemberek részéről matematikai statisztikai módszerek alkalmazása és elterjesztése irányában történik. Így üdvözölnünk kell *Borbély Mihály* Kossuth-díjasnak, a Győri Textilművek kiváló szakemberének ilyenirányú munkáját, továbbá *Kovács Károly Pál* lev. tag, *Zilahi Márton* professzor, *Telegdi Kovács László* professzor, *Kollár Károly* tudományos kutató és sok más szakember munkáját. Az Intézet készségesen együttműködik e törekvésekkel, ugyanakkor azonban feladatának tartja, hogy minden esetben ügyeljen a matematikai szabadságra, az elvi tisztaság követelményeinek betartására.