NYIKOLAJ IVANOVICS LOBACSEVSZKIJ

(1792—1856)

Száz esztendővel ezelőtt hunyt el NYIKOLAJ IVANOVICS LOBACSEVSZKIJ, a XIX. század egyik legnagyobb matematikusa. A geometriai gondolkodást forradalmasító felfedezése fordulópontot jelent a matematika legújabbkori fejlődésében. Elsőként közölte a nem-euklideszi geometria alapvető kidolgozását; elsőként fordult szembe kortársainak ama megkövesedett felfogásával, mely a tér és az idő kanti apriorisztikus felfogásában fejeződött ki legélesebben. Egész életén át szilárd meggyőződéssel hirdette az általa felismert igazságot: a valóságos világ térviszonyainak a tükrözésére nem az euklideszi rendszer az egyetlen lehetséges forma; a térnek szemléleti módunktól független, reális jelentősége van; a tér euklideszi fogalma nem velünk született fogalom. Midőn megemlékezünk LOBACSEVSZKIJ zseniális alkotásáról, az igazságért küzdő tudóst is ünnepeljük, a haladásért harcoló hősöket megillető mélységes tisztelettel.

A LOBACSEVSZKIJről szóló életrajzok alapos tanulmányozása során az a meggyőződésünk támad, hogy ha egyetlen önálló matematikai felfedezéssel sem gazdagította volna a tudományt, az utókor akkor is rendkívüli szellemű, hatalmas tevékenységű, nagy ember iránti tisztelettel emlékezhetne meg róla. Kortársai is kiváló embernek tartották, megbecsülték, tisztelték, szerették. Mégis a szellemi elszigeteltség, a meg nem értés fojtó légköre nehezedett reá, s brutális támadások is érték, midőn forradalmi felfedezése által kora uralkodó eszméivel került összeütközésbe. Kortársai, barátai a nagy műveltségű, tudományos képzettségével kimagasló, igényes és kiváló professzort látták csak meg benne. Szervező ereje, hihetetlenül sokoldalú, maradandó alkotásokat létrehozó tevékenysége barátainak és ellenségeinek elismerését egyaránt kivívta. Ámde korszakalkotó felfedezését — LOBACSEVSZKIJ tudomása szerint — csak egyetlen ember, GAUSS méltányolta. GAUSS levélben fejezte ki őszinte elismerését és nagyrabecsülését, s egyben arról értesítette, hogy az ő javaslatára, a Göttingeni Tudós Társaság LOBACSEVSZKIJt levelező tagjává választotta.

Az életrajzi tanulmányok alapján az a másik tény ragadja meg a figyelmünket, hogy LOBACSEVSZKIJ alkotó tevékenységének van egy koncentráltságánál fogva is kiemelkedő, eredményekben legjelentősebb évtizede — jóllehet a sokféle, sokoldalú, szakadatlan munka egész életének jellemző vonása volt —. Az 1819—1829-ig terjedő időszakról van szó. Ez az időszak azzal kezdődött, hogy professzori teendőinek ellátása mellett megbízták a kazáni egyetem elhanyagolt könyvtárának rendbeszedésével. Csaknem egyidejűleg dékánná is megválasztották. Majd a kazáni egyetem építkezéseit irányította, tervezte, vezette. 1827-től fogva pedig két évtizeden át, a kazáni egyetem rektoraként fejtett ki nagyszerű tevékenységet. A kazáni egyetem fejlődésében ez a két évtized kiemelkedő periódus volt. A sokféle teendővel zsúfolt 1819—1829-ig terjedő időszakot tekintve, el sem tudjuk képzelni, mikor jutott ideje tudományos munkára. (1823-ban például a következő funkciók nehezednek reá: könyvtáros, dékán, építkezési bizottság tagja, könyvkiadó bizottság tagja, stb.) S minden reá bízott feladatot megold, minden munkáját odaadással végzi. Hatalmas alkotó erejét bizonyítja az a tény is, hogy éppen ebben az időt és erőt emésztő zsúfolt periódusban alkotta meg a nem-euklideszi geometriát. Az 1826—1829-ig terjedő időszakban bontakoztak ki eszméi egész teljességükben. Ebben az időszakban dolgozta ki és írta meg korszakot alkotó művét, mely 1829-ben jelent meg „A geometria alapjairól" címen. Ebben a művében már lényegében véve mindannak az alapvetését, a magvát megírta, ami későbbi műveiben részletesebb kifejtésben, finomabb kidolgozásban, kiegészített teljességében szerepel.

Áttérve LOBACSEVSZKIJ munkásságának méltatására, azon kezdjük, hogy a geometrián kívül is jelentékeny új eredményeket ért el. (Például a komplex számok és a trigonometrikus sorok elméletében, a valószínűségszámításban, stb.) Az alapvető kérdések tisztázására való hajlama a matematika más ágaiban is megmutatkozott. Geometriai művei azonban mind jelentőségük, mind pedig tartalmi gazdagságuk tekintetében felülmúlják egyéb műveit. Nem is térünk itt ki LOBACSEVSZKIJ más műveinek méltatására, csupán a nem-euklideszi geometria felfedezését és LOBACSEVSZKIJ műveiben elénk tárt kidolgozását értékeljük.

Valamely matematikai mű értékét másként, más szempontokból ítélik meg a kortársak, mint az utókor. Az értékelésbe nyilvánvalóan belejátszik az, hogy a tudomány az értékelés pillanatában a fejlődés milyen fokáig jutott. LOBACSEVSZKIJ művének értékét jellemzi, hogy éppen az idő nagy távlatából tekintve mérhető fel teljes nagyságában.

A XIX. század elején a geometriát a matematika alárendelt jelentőségű ágának, a matematikai analízis egyik alkalmazási területének tekintették. A DESCARTES által megalkotott koordinátageometria továbbfejlődése során úgy látszott, hogy az összes geometriai fogalmak, tételek — a koordináták segítségével — az algebra és a differenciál- és integrálszámítás fogalmainak, illetve tételeinek feleltethetők meg, és viszont. Így a geometria eltűnt, felszívták a matematika mondott, rohamosan fejlődő fejezetei. Hosszú időre elterelődött a figyelem a tulajdonképpeni geometriai problémákról. Az euklideszi felfogásra épült koordinátageometria a newtoni világképnek megfelelő fizikai tér vizsgálatára nagyszerű eszköznek bizonyult. Senki sem várta a geometria más irányban való fejlődését. Sem a matematika továbbfejlesztése, sem a gyakorlat szempontjából nem látszott már érdekesnek az a (még mindig megoldatlan) kérdés, levezethető-e a párhuzamossági axióma a többiekből.

Annál szembetűnőbb, hogy a XVIII. század végétől fogva meglepően elszaporodtak a bizonyítási kísérletek. Számottevő matematikusok közül is sokan megkísérelték a párhuzamossági axióma bizonyítását. — Például: CARNOT, D'ALAMBERT, FOURIER, LAGRANGE, LAMBERT, LAPLACE, LEGENDRE. — A régi probléma iránti érdeklődés megújulásának okát azonban a geometrián kívül kell keresnünk. A kanti filozófiának volt e bizonyításra szüksége.

KANT a térre vonatkozó megállapításait a geometriára való hivatkozással próbálta alátámasztani. Szerinte a geometria a tapasztalattól független; axiómái a gondolkodás egyedül lehetséges, megmásíthatatlan törvényei. A kanti filozófiát elfogadó és a vele szemben álló matematikusok egyetértettek abban, hogy párhuzamossági axióma igaz voltát nem lehet a tapasztalattól függetlenül belátni. Ez volt a kanti filozófia sebezhető pontja, melyet a szembenállók támadhattak. Védelmezői azt hitték, ha ezt a kellemetlen axiómát a többi axiómából (amelyek „a tapasztalattól függetlenek") le tudják vezetni, akkor mindenkit meggyőzhetnek az egész geometria tapasztalattól független voltáról, s a kanti filozófiának nem lesz többé sebezhető pontja.

LOBACSEVSZKIJ kitűnő matematikai képzettségén kívül alapos filozófiai tájékozottsággal is rendelkezett. Jól ismerte KANT filozófiai rendszerét, a kanti filozófia körül zajló vitákat és az ezzel összefüggő, a geometria alapjaira vonatkozó kutatásokat, főként LEGENDRE bizonyítási kísérleteit. LOBACSEVSZKIJ képzett csillagász, fizikus, e tudományok aktív művelője. Az empirikus természettudományok iránti élénk és széleskörű érdeklődését az is mutatja, hogy gyakran végzett csillagászati megfigyeléseket, fizikai, kémiai, agronómiai kísérleteket.

A mondottak valószínűsítik azt, hogy a geometria alapvető kérdéseire irányuló érdeklődése, filozófiai kérdésekkel való foglalkozása közben ébredt, és materialista felfogása a természettudományokkal való állandó foglalkozása következtében mélyült el. Midőn LOBACSEVSZKIJ nagyobb szabású önálló munkásságát elkezdte — 1823-ra gondolunk —, már világosan látta, hogy a párhuzamossági posztulátum bizonyítására vonatkozó kísérletek, meddő erőfeszítések, s másként kell a problémának nekivágni. Arra az elhatározásra jutott, hogy java erejét e probléma tisztázására összpontosítja.

1826-ban már látta, hogy a párhuzamosság euklideszi posztulátumát tagadó feltevésre is egy logikai ellentmondás nélkül való geometria építhető fel. Ezt az új geometriát főbb vonalaiban 1829-re kidolgozta és megírta. Akkor már világosan látta, hogy az euklideszi és a nem-euklideszi geometria logikailag egyaránt lehetséges. A matematika szempontjából pedig csakis ez a lényeges. A matematikát azonban az objektív valóság megismerésének a szolgálatára konstruált eszköznek tekintette, következésképpen szükségesnek tartotta annak az eldöntését is, hogy a valóságot a két geometria melyike tükrözi hívebben. Ennek a kérdésnek az eldöntését nagy pontosságú csillagászati mérések tapasztalataitól várta. LOBACSEVSZKIJ érdemét nem kisebbíti az a tény, hogy a végrehajtott mérések nem jártak — s nem is járhattak — a várt eredménnyel.

LOBACSEVSZKIJ a nem-euklideszi geometria felfedezésének filozófiai konzekvenciáit is sietett levonni. Meggyőződéssel hirdette: „Bármely tudománynak világos és lehetőleg kevés számú alapfogalomra kell épülnie. Csak így szolgálhatnak az elmélet biztos és elegendő alapjául. Az ilyen fogalmakat érzékeinkkel szerezzük meg, velünk született fogalmakban ne higyjünk.“

A nem-euklideszi geometriáról írt későbbi műveiben részletesebben kidolgozta a hiperbolikus tér trigonometriáját, koordinátageometriáját, differenciálgeometriáját. Ebben a munkában a következő törekvések irányították. Kereste azokat a matematikai eszközöket, amelyek szükségesnek látszottak a fizikai tér euklideszi vagy nem-euklideszi mivoltának tapasztalati úton való megállapításához. Igyekezett matematikus kortársainak megmutatni, hogy a hiperbolikus tér geometriája harmonikusan beleilleszkedik a matematika egészébe, akárcsak az euklideszi geometria; a hiperbolikus geometria azonban tartalomban gazdagabb, az euklideszi geometria összefüggései pedig (a hiperbolikus térben) „végtelen kicsinyben“ érvényesek.

A hiperbolikus geometria ellentmondástalanságának szubjektív bizonyosságát úgy igyekezett olvasóiban fölkelteni, hogy bizonyos határozott integrálok értékét nem-euklideszi geometriára támaszkodó meggondolásokkal is, valamint a megszokott analitikus eljárással is meghatározta. A két eredmény minden ilyen feladat esetében megegyezik. Sok határozott integrál értékét határozta meg ezen az úton. (Különösképpen olyanokat, amelyekben hiperbolikus függvények szerepelnek.)

Mindazt, amit eddig LOBACSEVSZKIJ művére vonatkozólag mondottunk, kortársai is megállapíthatták volna, de se nem ismerték, csupán tudomásuk volt róla, se nem értették meg, csak kifogásolták. Abban azonban egyetértettek, hogy LOBACSEVSZKIJ műve kora uralkodó eszméit támadja, ezért durván ledorongolták, félreállították.

Miután LOBACSEVSZKIJ művét világszerte megismerték és megértették, a matematikai gondolkodás gyökeres átalakulása, a matematikai érdeklődés középpontjának más és új kérdéskörök felé való eltolódása, a kutatások tendenciájának megváltozása következett be. Még felvázolni is nehéz, milyen általános, mélyreható és szerteágazó hatást váltott ki LOBACSEVSZKIJ alkotásainak megismerése.

Az első nem-euklideszi geometria felfedezése és kidolgozása megindította a matematikai térfogalom rohamos fejlődését. Ezzel együtt járt a geometriák — mai értelemben vett — axiomatikus felépítésére vonatkozó vizsgálatok kibontakozása, az axiomatikus módszer kifejlődése az egész matematikában, sőt a fizikában is. A nem-euklideszi geometriával kapcsolatban merült föl először a modellalkotás gondolata, az axiómarendszer ellentmondástalanságának és teljességének problémája. A matematika egyes ágainak új irányba fordult a fejlődése (projektív geometria, differenciálgeometria), új ágak keletkeztek.

A geometriai módszerek behatolnak a matematika legkülönfélébb fejezeteibe, olyan területekre, melyek a geometria régi határaitól távol estek. (Ennek a benyomulásnak speciális és igen korai esete volt a hiperbolikus geometria komplex függvénytanban való termékeny alkalmazása.)

A geometriáról alkotott új felfogás közvetve, vagy közvetlen befolyással volt a fizika fejlődésére is, és a geometria új eredményeit a fizika gyakran hasznosította. A LORENZ-transzformációkat például a hiperbolikus tér mozgásai gyanánt is felfoghatjuk. A gravitációs és elektromágneses mezők modern fizikája szorosan kapcsolódik a differenciálgeometriához. EINSTEIN az általános relativitás-elmélet megalkotásánál a differenciálgeometria akkor legújabb módszereit és eredményeit nagy mértékben kiaknázta.

Elmondhatjuk tehát, hogy nem sok olyan matematikai művet mutathat fel a világ, mely oly mélyen, oly széles területen és oly hosszú időn át hatott volna a matematika fejlődésére, mint LOBACSEVSZKIJ műve.

Kárteszi Ferenc
a matematikai tudományok kandidátusa