

A HAJLÉKONYSÁG SZEREPE A VASBETONOSZLOP TEHERBÍRÁSÁBAN

SZALAI KÁLMÁN*

[Beérkezett 1975. november 22-én]

A dolgozat az oszlop hajlékonyságának teherbírásra gyakorolt hatását vizsgálja elméleti úton. A stabilitási problémát szilárdsági feladattá alakítja át. Eszerint a mértékadó külpontosság egy számítás szerinti külpontosságból és egy kiegészítő külpontosságból tevődik össze. A kapott eredményeket a dolgozat összehasonlítja a KGST és a hazai szabvány előírásaival, és azt találja, hogy a javasolt eljárás pontosabb megoldást eredményez.

1. Előzmények

A vasbeton oszlop teherbírásának számításakor — egyéb szerkezeti elemektől eltérően — általában nem hanyagolható el a teher okozta alakváltozás, ill. a másodrendű igénybevételek hatása. A vasbetonelmélet, ill. tervezési gyakorlat régi törekvése, hogy a nyomott elem stabilitási feladatát szilárdságtani problémává alakítsa át [3], [4]. A másodrendű hatások figyelembevételére szolgáló eljárások közül mi az alábbi két megoldást emeljük ki.

a) *A rugalmas vonal differenciálegyenletének megoldásával nyerhető eljárás*

Ekkor a mértékadó külpontosság

$$e_M = \eta \cdot e_0. \quad (1)$$

Az (1)-ben

$e_0 = e_k + e_{sz}$ — az e_k kezdeti véletlen jellegű, és az e_{sz} — a statikai számításból kapott külpontosság összege;

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{kr}}} \quad \text{— külpontosságnövelő tényező.} \quad (2)$$

Ezt az eljárást alkalmazza többek között az 1974. évi KGST szabvány, továbbá a szovjet, és lényegét tekintve a korábbi magyar szabvány is. A (2)-ben levő N_{kr} az Euler-féle erő kísérleti tapasztalatok figyelembevételével

* Prof. Dr. Szalai Kálmán 1117 Budapest Bogdánffy u. 3.

módosított értéke [1]:

$$N_{kr} = \frac{6,4E_b}{l_0^2} \left[\frac{I_b}{k_d} \left(\frac{0,11}{0,10 + \frac{\beta}{k_v}} + 0,10 \right) + I_{ap} \right], \quad (3)$$

ahol

- N — a mértékadó normálerő;
 E_b — a beton alakváltozási tényezője;
 I_b — a beton keresztmetszet inercianyomatéka;
 I_{ap} — az acél $n \cdot F_a$ ideális keresztmetszetének szemleges tengelyre vett inercianyomatéka;
 $k_d = 1,0 + 0,5(M_d/M)\varphi_p$ — a tartósan működő teher hatását figyelembe vevő tényező (M_d — a tartós, M — a teljes teher okozta igénybevétel);
 φ_p — a beton lassú alakváltozási tényezője ($\varphi_p \approx 2$)
 $\beta = e_0/h \geq \beta_{\min} = 0,6 - 0,01L/h - 0,0008R_b$, de legalább 0,05 — a külpontosság relatív értéke;
 $k_v = 1,0$ (nem feszített szerkezet esetében);
 l_0 — a rúd kihajlási hossza.

b) *A törési állapot létrejöttéig kialakuló Δe_T külpontossági növekmény figyelembevételére épülő eljárás*

Ezen módszernél a mértékadó külpontosság

$$e_M = \overbrace{e_{sz} + e_{k0} + e_{kg}}^{e_0} + \Delta e_T \quad (4)$$

formában számítható, ahol (az MSz 15022/1—71 számértékeivel)

- e_{sz} — a statikai számításból nyert külpontosság;
 $e_{k0} = 0,03h$ — a feltételezett kezdeti véletlen jellegű külpontosság;
 $e_{kg} = 0,01[l_0/10h]^2h$ — az oszlop feltételezett kezdeti görbesége mint véletlen jellegű külpontosság;
 h — a keresztmetszet dolgozó magassága;
 l_0 — a rúd kihajlási hossza;
 $\Delta e_T = k_d \cdot 0,035[l_0/10h]^2h$ — a teher okozta külpontossági növekmény;
 $k_d = 1,0 + 0,3M_d/M$ — az M_d tartósan működő teher hatásának figyelembevétele (M — a teljes teher értéke). $M_d = 0,5M$ feltétel esetén $k_d = 1,15$; ezen értéket vették alapul az (5) kifejezés szabályzati megfelelőjénél.

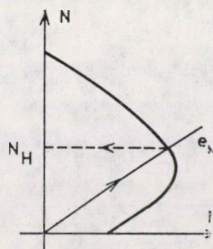
Ez utóbbi módszert az Európai Beton Bizottságban kialakult ajánlás továbbfejlesztésének eredményeként az új magyar tervezési szabvány tartalmazza [2]. Az (5) szerinti kifejezés a gyakorlatilag előforduló eseteket a biztonság oldaláról megközelítő helyettesítést jelent [5].

c) *A két eljárás összehasonlítása*

A keresztmetszet teherbírási vonalának [6] ismeretében valamely e_M mértékadó külpontossághoz

- (1) esetben fokozatos közelítéssel,
- (4) esetben közvetlenül

határozható meg a határerő értéke (1. ábra).



1. ábra

A fent ismertetett két eljárás a kísérleti tapasztalatok szerint egyaránt helyes eredményt szolgáltat, és mindkét eljárás tartalmaz előnyöket és hátrányokat.

Az (1) szerinti eljárásnak — több előnye mellett — hátránya elsősorban az, hogy a teherbírás csupán fokozatos közelítéssel és időigényesen határozható meg. Problémát jelent az is, hogy a törési állapot megítéléséhez rugalmasságtani alapon értelmezett megoldást alkalmaz. Továbbá az e_M mértékadó különponthoz kimutatható határerő és az N_{kr} erő viszonyának értelmezése elvi nehézségekbe ütközik (ugyanis $N_H \approx N_{kr}$).

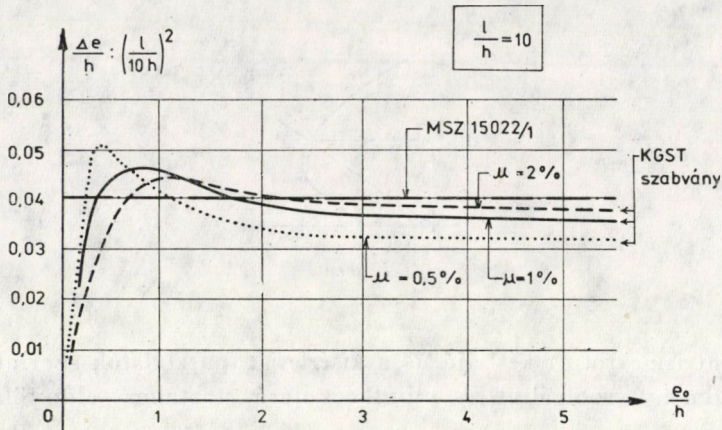
A (4) szerinti megoldásnak hátránya — a fokozatos közelítés szükségességét kiküszöbölő előnye mellett —, hogy a kidolgozásnál figyelembe vett alapfeltevések nem általánosak, ugyanis előre megadott alakzatú kigörbült rúddal és nyomott vasbetét nélküli esettel számol.

Az (1) és (4) eljárásban figyelembe vett különponthoz növekmények összehasonlítására számításokat végeztünk. A számítások eredményének jellemzésére közöljük a 2. ábrát. Az ábra $l/h = 10$ oszlop-hajlékonysághoz tartozik (l = az oszlop számítási hossza; h — a keresztmetszeti dolgozó magasság). Az (1) szerinti számítást a vashányadtól és a hajlékonyságtól függően összesen 17 oszlop-esetre végeztük el. A kapott eredmények jellemzéseként ezen ábrán $\mu = 0,5, 1,0$ és $2,0$ vasszázalékhoz tartozó görbék adjuk meg. Az ábrán bejelöltük a magyar szabvány szerinti Δe_T értéket is.

A 2. ábra alapján, amely a különponthoz növekmény $[l/(10 h)]^2$ -al osztott értékeit tartalmazza az e_0/h függvényében, olyan megállapítás tehető, hogy

- az (1) és (4) szerinti számítható különponthoz növekmények egymásnak nagyságrendileg megfelelő értékűek; eltérés a kis különponthoz nyomás egy szakaszán van;
- a magyar szabvány előírása általában a kis és nagy különponthoz közötti átmeneti szakasztól eltekintve, a biztonság oldaláról közelíti meg az (1) eredményeit.

Az (1) szerinti eljárással kapcsolatban felmerül az a probléma, hogy az egészen kis különponthoz ($e_0 < 0,3 h$) esetén szilárdsági tönkremenetel feltevése a biztonság kárára történik.



2. ábra

A magyar előírások tökéletesítése céljából e kutatást abban az irányban folytattuk tovább, hogy a Δe_T értékeit $e_0/h < 2$ külpontossági tartományban pontosítsuk.

2. A hajlékonyság figyelembevételére szolgáló eljárás továbbfejlesztésének indokolttsága

A nyomott-hajlított rúd hajlékonyságának hatását figyelembe vevő eljárások közül a gyakorlati tervezés során jól használhatónak mutatkozik a (4) kifejezés szerinti Δe_T külpontossági növekmény alapján álló számítás. Ezen eljárás továbbfejlesztésének igénye azért merült fel, mert az elméleti vizsgálat alapfeltevéseivel kapcsolatban észrevételek hangzottak el. A magyar előírásokban szereplő Δe_T külpontossági növekmény bevezetésénél [5] tanulmány szerint kiindulási alapként feltételezték, hogy

- a beton σ – ε diagramja trapéz alakú;
- a keresztmetszetben csak húzott betétek vannak;
- a törésállapotig létrejött kigömbülés szinus alakú.

A különböző alapesetekre eredményül kapott Δe értéksort a biztonság javára egy $\Delta e_T = \text{const}$ értékkel közelítették, amely átlagosan helyes értéket, de a vasalásereőség, az acélbetét szilárdsága, a hajlékonyság és a külpontosság mértékétől függően bizonyos mértékű egyenlőtlen biztonságot eredményez. Az eljárásnak előnyére szolgál az alkalmazás egyszerűsége.

A [7] tanulmány a keresztmetszet teherbírási és alakváltozási képességeinek vizsgálata során kapott eredményeket ismerteti. E cikkben a keresztmetszetre kapott eredményeket általánosítjuk az l/h hajlékonyságú oszlop teherbírási és alakváltozási viszonyaira.

A Δe_T külpontossági növekményre épülő módszer továbbfejlesztésével kapcsolatban e cikkben megvizsgáljuk a [7]-ben ismertetett alapfeltevésekből kiindulva a végén ideálisan és részlegesen megfogott oszlop teherbírási és alakváltozási tulajdonságait.

Kiterjesztjük vizsgálatainkat a végein megtámasztott, de szabadon elforduló oszlopokra is. A vizsgálat célja olyan általános eljárás kidolgozása, amelynek segítségével a különböző kialakítású és igénybevételű oszlopok szempontjából a biztonsági szint megközelítően azonosra tehető.

3. A vizsgálati eljárás ismertetése

a) Alapfeltevések

Az oszlop elméleti vizsgálatánál az alábbi alapfeltevésekből indulunk ki:

- A sík keresztmetszet elve érvényes.
- A nyírásból származó deformációk elhanyagolhatók.
- A csomópontban csatlakozó rudak véglapjai azonos elmozdulásokat végeznek a teherhordó erők hatására.
- A beton $\sigma-\varepsilon$ nyomó diagramja szinusz vonalat helyettesítő polinom (ennek részletei a [7]-ben található.)
- A betonnak húzószilárdsága nincs.
- A betonacél $\sigma-\varepsilon$ diagramja az ideálisan rugalmas-képlékeny tulajdonságú anyagnak megfelelő törtvonal, a [7]-ben közölt részletekkel.
- A terhelő erők az alakváltozások lejátszódása után a szerkezet ugyanazon pontjára ugyanolyan irányban hatnak, mint a deformációk létrejötte előtti pillanatban (az erő konzervatív).
- A vizsgált keresztmetszet derékszögű négyszög alakú és szimmetrikusan vasalt.

b) A keresztmetszeti igénybevételek meghatározásának elve

Az alapfeltevéseknek megfelelően a keresztmetszetre ható igénybevételek két részből tehetők össze, azaz

$$\begin{aligned} N &= N_b + N_a, \\ M &= M_b + M_a. \end{aligned} \tag{6}$$

Az igénybevételek felírásához a 3. ábra szerinti koordinátarendszert alkalmazzuk.

A rúd keresztmetszetének u függőleges, v vízszintes elmozdulásai, valamint ε_0 és φ deformációk között a következő összefüggések állnak fenn:

$$\varepsilon_0 = -\frac{du}{dz}$$

$$\varphi = -\frac{d^2v}{dz^2}.$$
(7)

A betonra jutó igénybevételek ($\sigma_0 = (\sqrt{3}/2) \sigma_{bt}$ jelöléssel):

$$N_b = \int_{-h/2}^{+h/2} b \cdot \sigma_0 \left\{ (\varepsilon_0 + \varphi \cdot x) - \frac{1}{9} (\varepsilon_0 + \varphi \cdot x)^3 \right\} dx,$$

$$M_b = \int_{-h/2}^{+h/2} b \cdot \sigma_0 \left\{ x(\varepsilon_0 + \varphi \cdot x) - \frac{1}{9} x(\varepsilon_0 + \varphi \cdot x)^3 \right\} dx.$$
(8)

Az acélrészre háruló igénybevételek:

$$N_a = bh\mu(\sigma_{af} + \sigma_{aa})$$

$$M_a = bh^2\mu \left(\frac{1}{2} \sigma_{af} - \frac{1}{2} \sigma_{aa} \right)$$
(9)

A (8) és a (9) kijelentések az

$$n = \frac{N}{bh \cdot \sigma_{bt}}; \quad m = \frac{M}{bh^2 \cdot \sigma_{bt}};$$

$$\varphi^* = \varphi \cdot h; \quad \xi = xh; \quad \xi_a = \frac{x_a}{h}; \quad \xi_f = \frac{x_f}{h}$$

jelölések bevezetésével és az integrálás elvégzésével az alábbi formában állíthatók elő:

$$\left. \begin{aligned} n_b &= \frac{\sqrt{3}}{2} \left\{ \sum_{s=1}^4 a_i (\xi_f^s - \xi_a^s) \right\} \\ m_b &= \frac{\sqrt{3}}{2} \left\{ \sum_{s=1}^4 b_i (\xi_f^{s+1} - \xi_a^{s+1}) \right\} \end{aligned} \right\}$$
(10)

$$\left. \begin{aligned} n_a &= \frac{\mu}{\sigma_{bt}} (\sigma_{af} + \sigma_{aa}) \\ m_a &= \frac{1}{2} \frac{\mu}{\sigma_{bt}} (\sigma_{af} - \sigma_{aa}) \end{aligned} \right\}$$
(11)

A (10) és (11) kifejezések érvényességi tartománya:

$$\xi_f = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}; \quad 0 < \varepsilon_{f1} \leq \varepsilon_{bt} \\ \frac{\varepsilon_f - \varepsilon_0}{\varphi^*}; \quad \begin{cases} \varepsilon_{f1} > \varepsilon_{bt} \\ \varepsilon_{f1} < \varepsilon_{bt} \end{cases} \end{array} \right\} \quad (12)$$

$$\xi_a = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2}; \quad 0 \leq \varepsilon_{a1} \leq \varepsilon_{bt} \\ \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_0}{\varphi^*}; \quad \begin{cases} \varepsilon_{a1} > \varepsilon_{bt} \\ \varepsilon_{a1} < 0 \end{cases} \end{array} \right\} \quad (13)$$

$$\sigma_{af} = \left\{ \begin{array}{l} 0; \quad |\varepsilon_{f1}| > \varepsilon_{asz} \\ \sigma_{aH}; \quad \varepsilon_{aF} < \varepsilon_{f1} \leq \varepsilon_{aF} \\ E_a \cdot \varepsilon_{f1}; \quad -\varepsilon_{aF} < \varepsilon_{f1} \leq \varepsilon_{aF} \\ -\sigma_{aH}; \quad -\varepsilon_{asz} \leq \varepsilon_{f1} < -\varepsilon_{aF} \end{array} \right\} \quad (14)$$

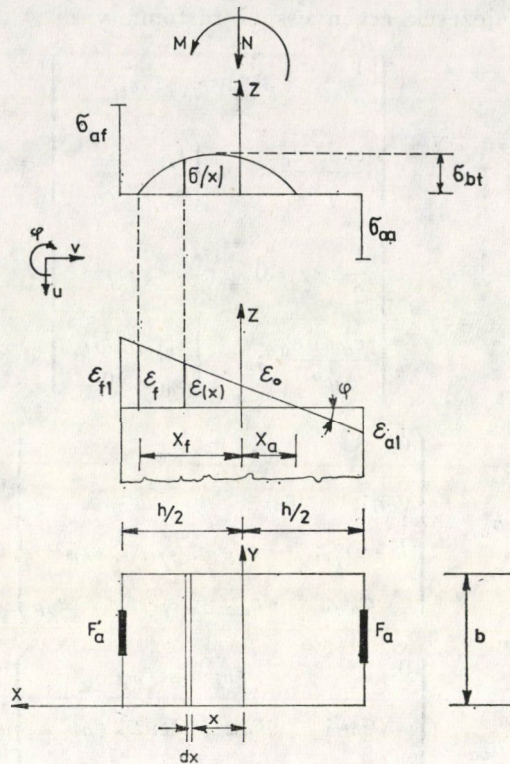
$$\sigma_{aa} = \left\{ \begin{array}{l} 0; \quad |\varepsilon_{a1}| > \varepsilon_{asz} \\ -\sigma_{aH}; \quad \varepsilon_{asz} \leq \varepsilon_{a1} \leq \varepsilon_{aF} \\ E_a \cdot \varepsilon_{a1}; \quad -\varepsilon_{aF} < \varepsilon_{a1} \leq \varepsilon_{aF} \\ \sigma_{aH}; \quad \varepsilon_{aF} < \varepsilon_{a1} \leq \varepsilon_{asz} \end{array} \right\} \quad (15)$$

A (10) és (11) kifejezésekben levő tényezők

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\varepsilon_0^2}{9} \right) \\ a_2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_0^2}{3} \right) \varphi^* \\ a_3 = -\frac{1}{9} \varepsilon_0 \cdot \varphi^{*2} \\ a_4 = -\frac{1}{36} \varphi^{*3} \end{array} \right\} \quad (16) \quad \left. \begin{array}{l} b_1 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\varepsilon_0^2}{9} \right) \\ b_2 = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{\varepsilon_0^2}{3} \right) \varphi^* \\ b_3 = -\frac{1}{12} \varepsilon_0 \cdot \varphi^{*2} \\ b_4 = -\frac{1}{45} \varphi^{*2} \end{array} \right\} \quad (17)$$

c) Az alakváltozási függvény felvételének alapelve

A (7), (10) és (11) kifejezések alapján bevezethető $u(z)$; $v(z)$ deformáció függvény segítségével a rúd igénybevételei meghatározhatók volnának. A deformáció függvények azonban egyelőre nem ismeretesek.



3. ábra

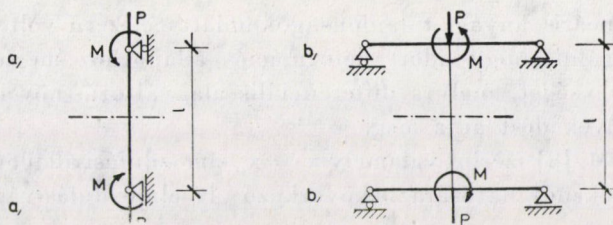
A numerikus tárgyalhatóság előfeltételeként biztosítani kell, hogy az alakváltozási függvények minél egyszerűbb felépítésűek legyenek. Ezért olyan statikai modelleket kellett kiválasztani, amelyekkel jól jellemezhetők a tényleges szerkezetek, de egyben elég egyszerűek ahhoz, hogy számítástechnikailag könnyen kezelhetők legyenek.

Így a következő két típust oldottuk meg különböző terhelési esetekre (4. ábra):

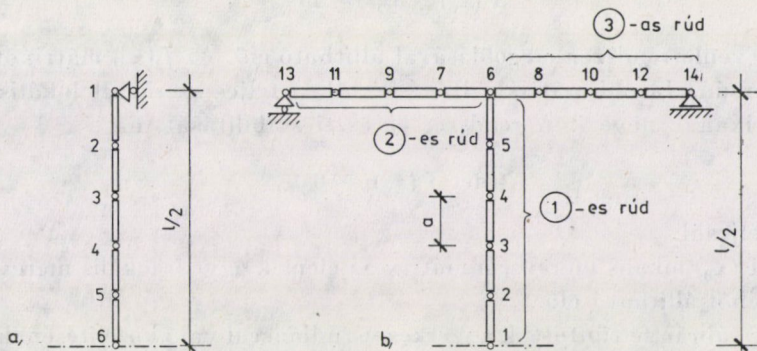
- két végén csuklós rúd esete;
- végén részlegesen befogott rúd esete, ahol a befogás mértéke a kapcsolódó rudak geometriai kialakításának függvénye.

Mivel mindkét statikai váz és a reájuk ható teher egy szimmetriatengellyel rendelkezik, ezért a program gépi futtatásánál végül is az 5. ábrában feltüntetett szerkezetek igénybevételeit és alakváltozásait határoztuk meg.

Célszerűnek mutatkozott a keret egyes rúdjait végesen kicsiny rúddarabokra bontani, s a véges elemek módszerét alkalmazni. A részletes vizsgálatok alapján az x , y , z , koordináta-rendszerben (3. ábra) az alkalmazott



4. ábra



5. ábra

alakváltozási függvények az alábbiak lettek [8]:

$$\begin{aligned}
 u(z) &= \beta_1 + \beta_2 \cdot z, \\
 v(z) &= \alpha_1 + \alpha_2 \cdot z + \alpha_3 \cdot z^2 + \alpha_4 \cdot z^3.
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

A $\kappa = dv/dz$ és $\zeta = a/z$ jelölés bevezetésével az a hosszúságú elemi darabok véglapjainak elmozdulására vonatkozó kifejezések

$$\begin{aligned}
 u &= (1 - \zeta)u_1 + \zeta \cdot u_a \\
 v &= (1 - 3\zeta^2 + 2\zeta^3)v_1 + a(\zeta - 2\zeta^2 + \zeta^3)\kappa_1 + \\
 &+ (3\zeta^2 - 2\zeta^3)v_2 + a(\zeta - \zeta^2 + \zeta^3)\kappa_2
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

alakúak.

A (19)-ben u_1, v_1, κ_1 , illetve u_2, v_2, κ_2 , a $z = 0$, ill. $z = a$ helyen az alakváltozási függvények értékei (3. és 5. ábra).

d) *A gépi program felépítésének alapelve*

Az alkalmazott eljárás alapelve a külső N, M igénybevételeknek az alakváltozások okozta többlet-igénybevételek figyelembevételével való, fokozatos növelése az indifferens állapot eléréséig úgy, hogy lépésenként biztosítva legyen az igénybevételek és az alakváltozások egyensúlya.

A nem lineáris anyagi tulajdonságok miatt célszerű volt a szerkezetet oly módon vizsgálni, hogy adott deformációs állapothoz meghatározzuk az ún. lokális merevséget, mely a differenciális alakváltozás-növeléshez tartozó igénybevétel-növekedést adja meg.

BERÉNYI M. [8] szerint valamely $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ elmozdulási állapotból kiindulva $\Delta \mathbf{b}$ terhelésnövekedés hatására bekövetkező $\Delta \mathbf{x}$ elmozdulás-változás lineáris megközelítése

$$\mathbf{f}'(\mathbf{x}_0) \cdot \Delta \mathbf{x} = \Delta \mathbf{b} \quad (20)$$

lineáris egyenletrendszer megoldásával állítható elő. Az $f_2(\mathbf{x}_0)$ mátrixot, amely a rendszer ún. Jacobi-mátrixa, BERÉNYI M. a teljes szerkezet lokális merevségi mátrixának nevezi. A rendszer elveszti stabilitását, ha

$$\det \mathbf{f}'(\mathbf{x}_0) \approx 0 \quad (21)$$

feltétel teljesül.

Az $\mathbf{f}'(\mathbf{x}_0)$ lokális merevségi mátrix az elemek egyedi lokális merevségének összességéből állítható elő.

Az 5. ábrán feltüntettük a szerkezet rúdlánccal való közelítésének módját a rudak, illetve a csomópontok beszámozásával, valamint jelöltük a megtámasztás módját is. Az egyes szerkezeteket a következő bemenő adatokkal határoztuk meg:

1. Geometriai adatok:

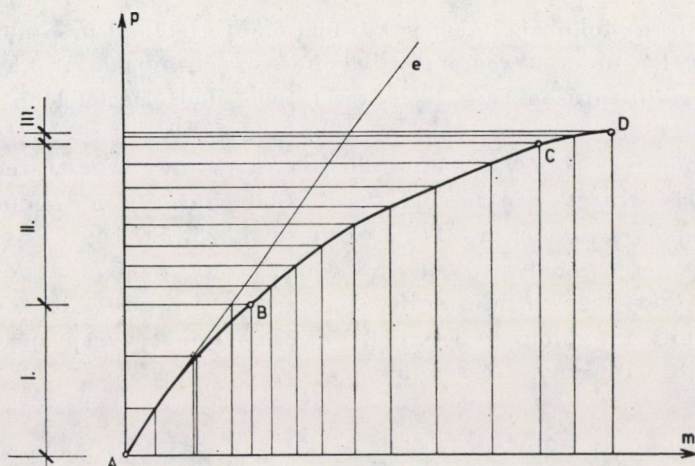
- μ/R_b — ahol R_b a beton nyomóhatárfeszültsége, μ pedig az acélbetét hányad;
- R_a — az alkalmazott acélbetét határfeszültsége;
- l/h — ahol l az egyes rudak hálózati hossza, h pedig a rúd keresztmetszetében a húzott acélbetét és a nyomott beton szélső szálának távolsága.

2. Terhelési adatok:

- n — fajlagos nyomóigénybevétel,
- m — fajlagos hajlítóigénybevétel.

A BERÉNYI Miklós és KISBÁN Sándor közreműködésével készült gépi program futtatásai során mind a terhelési, mind a geometriai adatokat változtattuk. Így az l/h -t, mellyel a rúd hajlékonyságának, a μ/R_b -t, mellyel a keresztmetszeti acélhányad és szilárdság változásának a törés módjára gyakorolt hatását kísérhettük figyelemmel. Az $e/h = m/n$ külpontosság változtatásával a kis- és nagykülpontosságú nyomás tartományában, de különösen az átmeneti szakasz vizsgálatát kívántuk elvégezni. A rúdvégi befogás nagyságának a törésre való hatását az

$$\alpha = \frac{\sum l_i/h_i}{l/h}$$



6. ábra

tényező változtatásával érték el, ahol $1/h$ a fentiekben már értelmezett és a vizsgált rúdra (oszlopra) vonatkozik, míg a $\sum l_i/h_i$ a kapcsolódó rudak geometriájából határozható meg.

A teherbírás kimerülését akkor tekintettük bekövetkezettnek, amikor az újabb teherlépcsőre a szilárdsági, ill. alakváltozási egyensúly megtalálására a teherlépcső mértékének fokozatos csökkentésével sem volt lehetőség. Ekkor az egész szerkezet rúdlánc-elemeihez tartozó rúdelemvégeken a normálerő, a nyíróerő, a nyomaték, a szélsőszál-nyúlások és a véglap-elmozdulások nyomtatásra kerültek, s így az egész szerkezet törési erőjátékát figyelemmel kísérhettük.

A terhelés felhordását egy adott szerkezetre a következőképpen szemléltetjük (6. ábra):

— Az I. terhelési szakasz (A-B szakasz), ahol a szerkezet terhelés hatására merevebben viselkedik, mint később, a törés előtt közvetlenül. Számításgyorsítás miatt célszerű e szakaszban csak 2–3 terhelési lépcsőt alkalmazni.

— A II. terhelési szakaszban (B-C szakasz), ahol a terhelés felhordása során a szerkezet alakváltozása s így a halmozódó igénybevételek az I. szakaszhoz képest egyre nőnek, célszerű kisebb terhelési lépcsőket választani.

— A III. terhelési szakasz (C-D szakasz), ahol a törés környezetében az eljárás konvergenciájának biztosítása miatt szükséges az előzőekhez képest jobb numerikus közelítés. A szélsőszál-nyúlások változásának függvényében a program automatikusan meghatározza a vizsgálat alatt álló szerkezeti rész „C” pontját, s a BC szakaszon alkalmazott teherlépcső negyedével növeli tovább a terhet. A „D” pont a törés pontja. Így a törés vizsgálatához a numerikus közelítés ellenére elegendő pontosságú számítás áll rendelkezésünkre.

A pontosság fokozható nemcsak a fent említett teherlépcső nagyságának csökkentésével, hanem a programba beépített egyéb hibakorlátokkal is. Ezek természetesen futtatásonként a szerkezet jellegének megfelelően változtathatók.

A számítás a Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai és Automatizálási Kutató Intézetének CDC 3300 típusú számítógépén FORT-RAN programnyelven történt. Tájékoztatásul közöljük, hogy az „a” típusú statikai váz esetén $\approx 3,0$ perc, a „b” típusú szerkezet esetén pedig $\approx 20,0$ perc volt a szükséges futtatási idő egy szerkezet törésig való terheléséhez. A gépi számítás további részleteit itt nem közöljük, a gépi program elvi sémáját a [8] tanulmány tartalmazza.

4. A vizsgálat eredményei

4.1 *A két végén megtámasztott, de szabadon elforduló oszlop*

A probléma első megközelítéseként először a két végén megtámasztott, de szabadon elforduló oszlop vizsgálatát végeztük el (5/a ábra). A kapott eredményeket az alábbiakban foglaljuk össze.

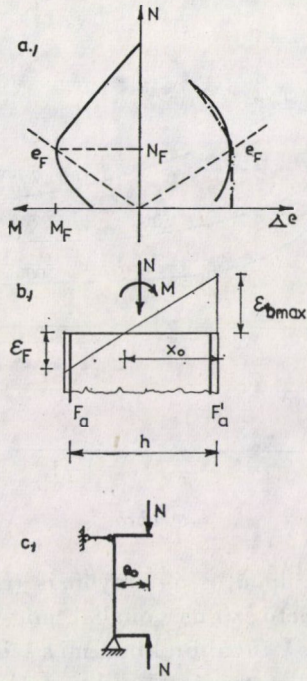
a) *A külpontossági növekmény jellege*

A gépi számítás egyik legfontosabb eredménye a 7. ábrán található. Eszerint a külpontossági növekmény legnagyobb értéke az e_F külpontosságnál (a kis- és a nagykülpontosságú nyomás határán) van. Egyéb helyen a Δe külpontossági növekmény kisebb. A külpontossági növekmény ezen jellege bármely szimmetrikusan vasalt $1/h$ hajlékonyság és μ/R_b , ill. R_a értékek esetén is érvényesül.

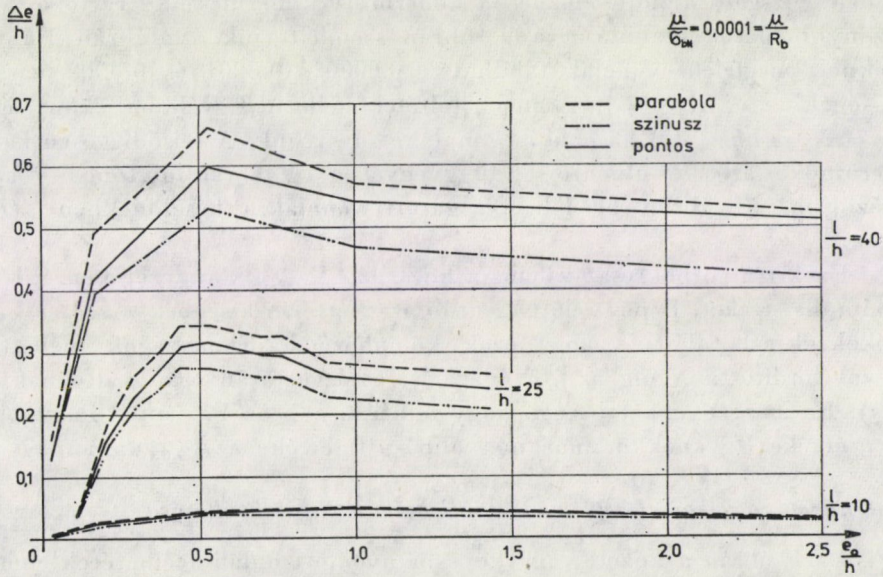
A Δe növekmény jelentősége a kiskülpontossági tartományban nagyságrendileg fontosabb. Ezért a továbbiakban a 7/a ábrán eredményvonallal megadott polinómot fogjuk felhasználni. A Δe vonalának ezen megközelítését a saját kutatási eredményeinken túl igazolják a 2. ábrában bemutatott -- széles körű laboratóriumi kísérleteken alapuló KGST ajánlás szerint nyerhető -- görbék is.

b) *A kigömbült rúd alakja*

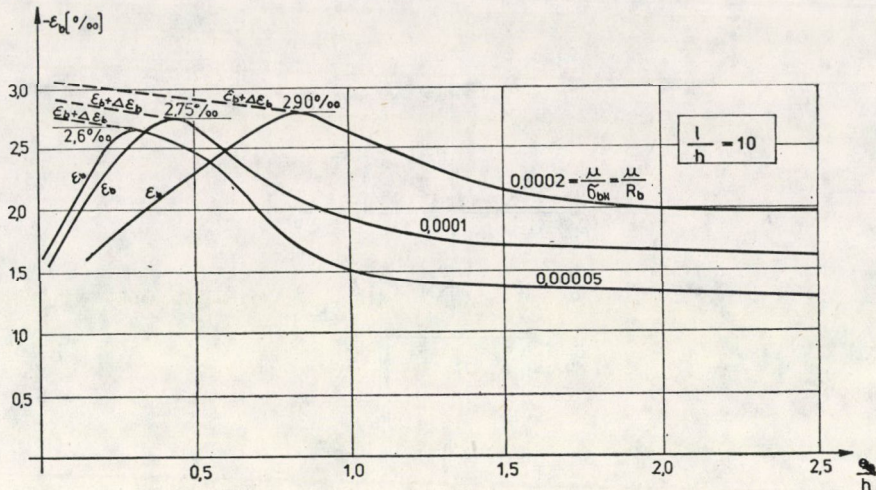
Az elvégzett vizsgálatok alapján megállapítható, hogy a teherbírás kimerülésének állapotához tartozó pontos rúdalakváltozás a szinus és a parabola alakzat között helyezkedik el (8. ábra). Az ábrán feltüntetettük $1/h = 10; 25; 40$ hajlékonysági eseteket a $\mu/R_b = 0,0001$ értékhez. A többi 0,00005 és 0,0002 vasalásereőség esetében tökéletesen azonos ábrákat nyertünk. Az ábrából az is



7. ábra



8. ábra



9. ábra

megállapítható, hogy kiskülpontosságú nyomás ($e_0 < e_F$) esetén a kigörcbült rúd alakja jobban közelíthető szinusz vonallal, míg nagykülpontosságú esetekben ($e_0 > e_F$) parabolával. A továbbiakban mi a szinuszos megközelítést alkalmazzuk, ugyanis a kiskülpontosság tartományában ez pontosabb és a Δe növekmény jelentősége e külpontossági tartományban nagyobb.

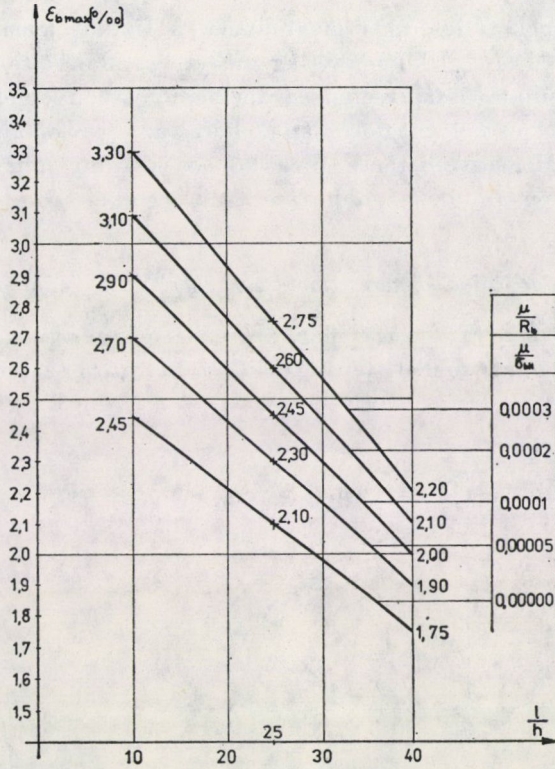
c) *A keresztmetszet erősebben nyomott szélső beton szálának összenyomódása*

A vizsgált oszlopeseteknél a teherbírás kimerüléséhez tartozó törési összenyomódások alakulását a 9. ábrán szemléltetjük. Az ábrán $l/h = 10$ értéknek megfelelő vonalak találhatóak 0,00005; 0,0001 és 0,0002 vasaláserősségekhöz és $R_a \leq 3400$ kp/cm² feltétel mellett. Egyéb hajlékonysághoz ($l/h = 25$ és $l/h = 40$) hasonló ε_b vonalakat nyertünk. Az elsődlegesen kapott diagramokat az e_0/h külpontosság függvényében a 9. ábrán folytonos vonallal ábrázoljuk. Az ábrán bejelölt szaggatott vonalakra későbbiekben térünk vissza.

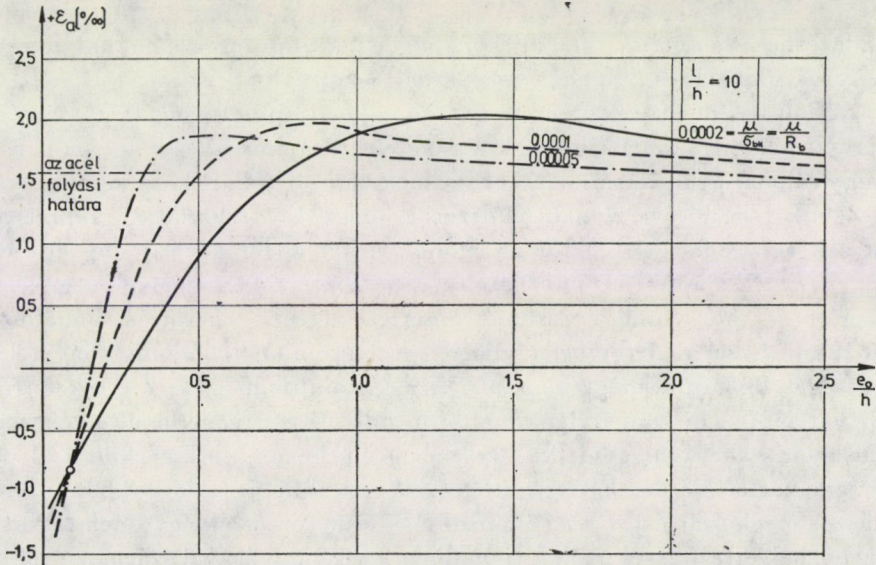
Ezekre a görbékre az jellemző, hogy az $e_0 = e_F$ környezetében érik el a maximális értéket. E pont előtt és után az ε_b értékei kisebbek. Az $\varepsilon_b = \varepsilon_b \max$ értékekről azt találtuk, hogy ezek különböző hajlékonyságok mellett az l/h -val fordítottan, míg az μ/R_b vasaláserősséggel arányosan változnak (10. ábra). Ez más szóval azt jelenti, hogy minél kisebb az l/h , annál nagyobb az $\varepsilon_b \max$ értéke. Ugyanekkor minél nagyobb a μ/R_b értéke, az $\varepsilon_b \max$ annál nagyobb.

d) *A húzott vagy kevésbé nyomott oldali acélbetétek alakváltozása*

A 11. ábrán a húzott vagy kevésbé nyomott oldali acélbetétek elméleti úton nyert alakváltozását mutatjuk be az e_0/h és a μ/R_b függvényében. Az



10. ábra

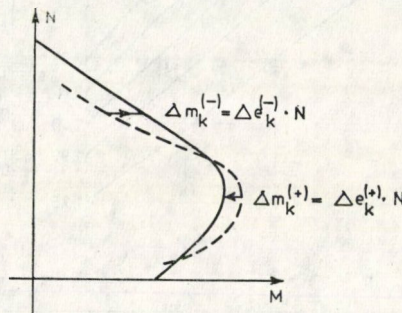


11. ábra

ábrán látható görbék teljességgel megfelelnek a fizikai jelenségnek, amennyiben bizonyos ($e_0 = e_{a0}$) külpontosság mellett az alakváltozás zérus. Ennél kisebb $e_0 < e_{a0}$ külpontosság esetén az acélbetét összenyomódást, egyébként húzást szenved. A betétek megfolyásának helye az $e_0 = e_F$ külpontosság környezetében van. Megfigyelhető az ábrákból az is, hogy minél nagyobb μ/R_b érték, természetesen annál nagyobb az $e_0 = e_F$ értéke.

e) Az ε_b vonal módosítása a keresztmetszeti teherbírasi vonal alapján

A 12. ábrában a [7] szerint meghatározható keresztmetszeti teherbírasi vonal (folytonos vonal) mellett feltüntetjük a 7/c. ábra szerinti igénybevétel-



12. ábra

elrendezéshez valamely $1/h$ hajlékonysághoz a gépi programokkal nyerhető teherbírasi alakhelyes vonalát $[(m + \Delta m)$ vonal].

A két vonal érdekessége, hogy a kicsiny külpontosság tartományában a keresztmetszet szilárdsági tönkremenetele nem következik be, míg a kis- és nagykülpontosság határának környezetében az $1/h$ hajlékonysághoz tartozó $(m + \Delta m)$ teherbírasi vonal rendszerint nagyobb teherbírasi reprezentál, mint a keresztmetszeti teherbírasi vonal. A két görbe közötti Δm_k eltérésekből $\Delta m_k = \Delta e_k \cdot P$ alapján kimutathatók a Δe_k azon értékei, amelyek segítségével a gépi $(m + \Delta m)$ vonalat a keresztmetszet szerinti teherbírasi vonalhoz át lehet rakni. Ezzel az áttétellel a szilárdsági tönkremenetel számításbavételének lehetőségét kívánjuk megteremteni. Vizsgálatainkban a $\Delta e_k^{(+)}$ értékek figyelembevételétől a biztonság javára eltekintünk. Ettől függetlenül a teherbírasi vonal azon szakaszán, ahol $\Delta e_k^{(+)}$ értékek jelentkeznek, a kigömbült rúd parabola alakzattal volna helyettesíthető. A további javaslatunkban szereplő szinuszos megközelítést a $\Delta e_k^{(+)}$ előfordulási területére is érvényesnek tekintjük, s ezzel a helyettesítéssel a $\Delta e_k^{(+)}$ figyelmen kívül hagyásával származó többlet-teherbírasi lényegében számításba vesszük.

A fentiek szerint kiadódó $\Delta e_k^{(-)}$ alapján $\varepsilon_a = 0$ feltételezéssel és szinusz alakú kigömbült rúddal számolva egy $\Delta \varepsilon_b$ többlet-összenyomódás határozható meg a

$$\frac{\Delta e_k^{(-)}}{h} = \frac{\Delta \varepsilon_b}{100} \left(\frac{1}{10h} \right)^2 \quad (22)$$

kifejezéssel. Innen

$$\Delta \varepsilon_b = \frac{\Delta e_k^{(-)} \cdot 100}{h} \left(\frac{10h}{1} \right)^2.$$

A beton szélsőszál ezen kiegészítő összenyomódását figyelembe véve rajzoltuk meg az ε_b változását mutató 9. ábra szaggatott vonalát. Az ábrából látható, hogy itt ($l/h = 10$ esetben) a $\Delta e_k^{(-)}$ kiegészítésekkel nyert vonalak maximális értéke némileg módosul.

Az $l/h = 25$ és $l/h = 40$ hajlékonyságokhoz meghatározott ε_b értékek hasonlóak a 9. ábrában bemutatott esethez, azzal a különbséggel, hogy a $\Delta \varepsilon_b$ értékekkel növelt ε_b görbe maximális értékei ennél kisebb mértékkel módosulnak.

A nagyságrendet megvizsgálva megállapítható, hogy a $\Delta e_k^{(-)}$ -val történő módosulás mellett is az $e_0 \leq e_F$ külpontossági tartományban gyakorlatilag az $\varepsilon_b = \varepsilon_{b \max} = \text{konst}$ feltétellel lehet számolni.

f) Következtetések

A két végén megtámasztott, de szabadon elforduló oszlop hajlékonyságának hatásával kapcsolatos kutatási eredmények alapján az alábbi alapfeltevések tekinthetők érvényesnek:

— a törési állapotban levő rúd alakja szinusz-vonalnak tekinthető, azaz

$$y = \Delta e \sin \frac{\pi}{l} x, \quad (23)$$

a görbület $x = l/2$ helyen

($1 + y''^2 \approx 1$ figyelembevételével)

$$y'' = \Delta e \frac{\pi^2}{l^2} \approx \Delta e \frac{100}{l^2}; \quad (24)$$

— keresztmetszet nyomott szélső szálának mértékadó $\varepsilon_{b \max}$ összenyomódása a 10. ábra szerint vehető fel az l/h hajlékonyság és a μR_b vasalás-erősség függvényében;

— a szélső beton szál összenyomódásának ezen $\varepsilon_{b \max}$ értékét a [7] szerint módosítani kell a keresztmetszet alakjának és a teher tartósságának mértékétől függően;

— a külpontossági növekmény a (13) ábra szerinti törtvonallal jellemezhető.

g) *Az ideálisan megtámasztott és igénybevett oszlop külpontossági növekményének számítása*

A fenti kutatási eredmények és az ezek alapján tett következtetések szerint a két végén megtámasztott, de szabadon elforduló oszlop teherbírásának számításánál az l/h hajlékonyság hatásaként az alábbi Δe külpontossági növekményt kell figyelembe venni. A Δe külpontossági növekmény vonalának általános alakja a 13. ábra szerint adható meg. E törtvonal két pont segítségével jellemezhető:

$$(e_{a0}, \Delta e_{a0}),$$

$$(e_F, \Delta e_F).$$

Valamely l/h hajlékonysággal és μ/R_b vasaláserősséggel rendelkező oszlop Δe külpontossági növekménye:

$$\Delta e = \Delta e_{a0} + \frac{\Delta e_F - \Delta e_{a0}}{e_F - e_{a0}} (e_0 - e_{a0}) \leq \Delta e_F. \quad (25)$$

A (25) kifejezésben

- $e_0 = e_k + e_{sz}$ — a kezdeti véletlen e_k külpontosság és a statikai számítás alapján adódó e_{sz} külpontosság összege;
 e_{a0} — a $\sigma_a = 0$ feszültségi állapotnak megfelelő külpontosság (14/a ábra), mely $x' = 1,25x$ arány és a 3. ábra szerinti elhelyezéssel szimmetrikusan vasalt négyszögkeresztmetszet esetében

$$e_{a0} = \frac{0,08 + 0,5\mu \frac{R_a}{R_b}}{0,80 + \mu \frac{R_a}{R_b}} h \quad (26)$$

- μ — az egyik oldali vashányad;
 e_F — az $x = x_0$ semleges tengely helyzetének megfelelő külpontosság (14/b ábra), melynek értéke négyszögkeresztmetszet és szimmetrikus vasalás esetében

$$e_F = \left(0,25 + 2\mu \frac{R_a}{R_b}\right) h; \quad (27)$$

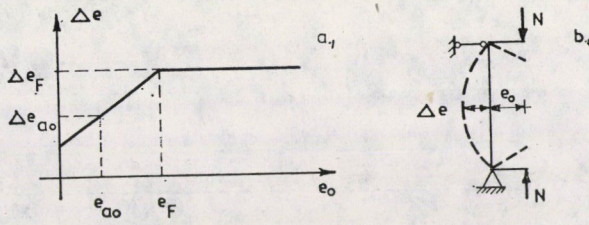
- Δe_{a0} — az e_{a0} külpontossághoz tartozó külpontossági növekmény, és értéke

$$\Delta e_{a0} = \frac{\varepsilon_b}{100} \left(\frac{l}{10h}\right)^2 \cdot h; \quad (28)$$

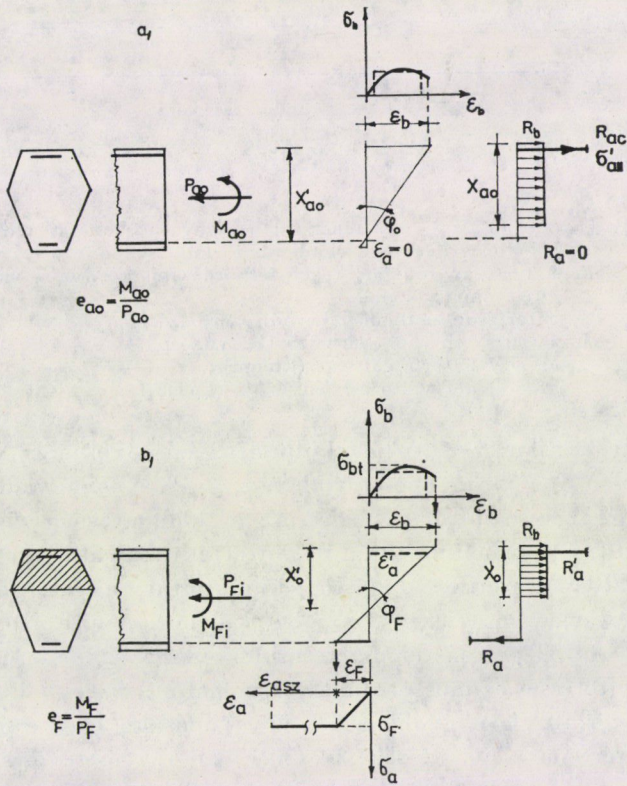
- Δe_F — az e_F külpontossághoz tartozó külpontossági növekmény és értéke

$$\Delta e_F = \frac{\varepsilon_b + \varepsilon_F}{100} \left(\frac{l}{10h}\right)^2 \cdot h; \quad (29)$$

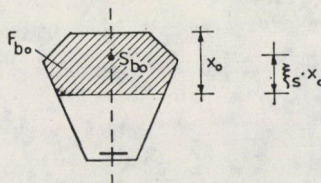
- $\varepsilon_b = \varepsilon_b \max 0,5/\xi_s \cdot k_d$ — a beton szélső szálának összenyomódásának fiktív értéke %₀-ben;
 $\varepsilon_b \max$ — a 10. ábrából l/h és μ/R_b értékek függvényében nyerhető összenyomódás %₀-ben;
 $\varepsilon_F = (R_a/E_a)1000$ — az acél megfolyásához tartozó nyúlás értéke %₀-ben;
 ξ_s — az x_0 nyomott öv magasságának megfelelő F_{b0} terület súlypontjának ezen semleges tengelytől mért távolságának relatív értéke (15. ábra);



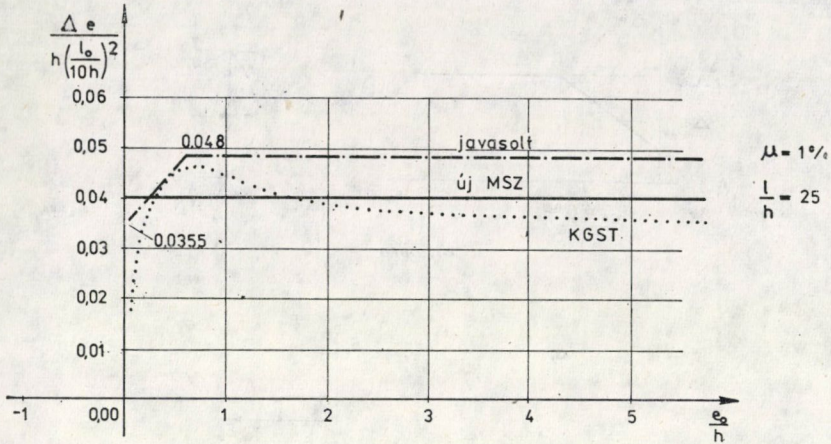
13. ábra



14. ábra



15. ábra



16. ábra

- $k_d = 1,0 + \varphi_l(1 - e^{-0,02t})(Y_d/Y_t)$ — a teher tartósságával összefüggő tényező (5) szerint;
 φ_l — a beton szilárdsági jelétől függő kúszási tényező $t = \infty$ időpontban;
 t — a tartósan működő teher felhordásától kezdve a vizsgálat időpontjáig eltelt napok száma;
 Y_d — a tartósan működő teherből származó igénybevétel;
 Y_t — a teljes teherből származó igénybevétel;
 R_a — az acél határfeszültsége (kp/cm²);
 E_a — az acél alakváltozási tényezője (kp/cm²).

A fenti javaslat szerinti $\Delta e/h$ külpontossági növekmény minőségi jellemzése céljából a 16. ábrán bemutatjuk a $\mu = 1\text{‰}$ vashányadhoz és $l/h = 25$ hajlékonysághoz kiszámított vonalat az e_0 külpontosság függvényében. Az összehasonlítás érdekében az ábrán feltüntetjük az új MSZ 15022/1 és a KGST vasbeton szabvány szerint adódó Δe külpontossági növekményeket is. A 16. ábra azt mutatja, hogy a $0 \leq e = 1,0$ külpontossági tartományban az új javaslat és a KGST ajánlás módszere minőségileg és számszerűségében azonos, ill. kicsiny eltéréssel azonos eredményt szolgáltat. Az $e > 1,0$ tartományban a javaslat szerinti Δe nagyobb a KGST ajánlásban levő értékekhez képest. Ennek az eltérésnek a jelentősége azonban nem számottevő. A nagyságrendet megvizsgálva azt találtuk, hogy az eltérés a kisebb vasaláserőségek esetén némileg nagyobb és a hajlékonyság növelésével növekszik. A legkedvezőtlenebb esetet ($\mu/R_b = 0,00005$) alapul véve, az eltérés $e_0/h \cong 1,00$ külpontosságnál a legnagyobb és maximális értéke

$$l/h = 10 \text{ esetében } 1 \div 2\%,$$

$$l/h = 25 \text{ esetében } 3 \div 4\%,$$

$$l/h = 40 \text{ esetében } 10 \div 14\%.$$

4.2 Végein különböző nyomatékmal terhelt oszlop

α) A vizsgálat eredménye

A nyomott-hajlított oszlop 3. pontban ismertetett számítási programjával megvizsgáltuk 1 és 2 végén eltérő nyomatékmal igénybevett rúd teherbírási és alakváltozási tulajdonságait (17. ábra). A vizsgálat célja volt a szimmetrikus nyomatéki eloszlás ($e_1 = e_2$) esetéhez képest jelentkező eltérés kiutatása, éspedig

- a kihajlási hossz értelmezése;
- a legnagyobb kigörbülés helyének meghatározása.

A vizsgált eseteket bemutató 17. ábrán az

- a) ábra sor a lefuttatott eseteket;
- b) ábra sor az eltolódási ábrákat;
- c) ábra vonala az L kihajlási hossz számításához szükséges $v_e = L/l$ tényezőket;
- d) ábra vonala a maximális külpontossági növekmény helyére vonatkozó v_x tényezőket szolgáltatja.

β) Két végén különböző nyomatékmal igénybevett oszlop külpontossági növekményének számítása

Végein szabadon elfordulóan megfogott és különböző nyomatékmal igénybevett oszlop-esetek részletes vizsgálata alapján az alábbi javaslat fogalmazható meg.

A Δe külpontossági növekmény meghatározását a 4.1 g) pont szerint kell végrehajtani, azzal az eltéréssel, hogy

— az oszlopvégi nyomatékok arányában az 1 hálózati hosszat a 17. ábrából nyerhető v_e tényezővel módosítani kell, tehát a kihajlási hossz:

$$L = v_e \cdot l \quad (30)$$

— az oszlop legnagyobb eltolódásának helye a 17. ábra segítségével nyerhető α_x tényező figyelembevételével határozható meg, tehát a mértékadó keresztmetszet:

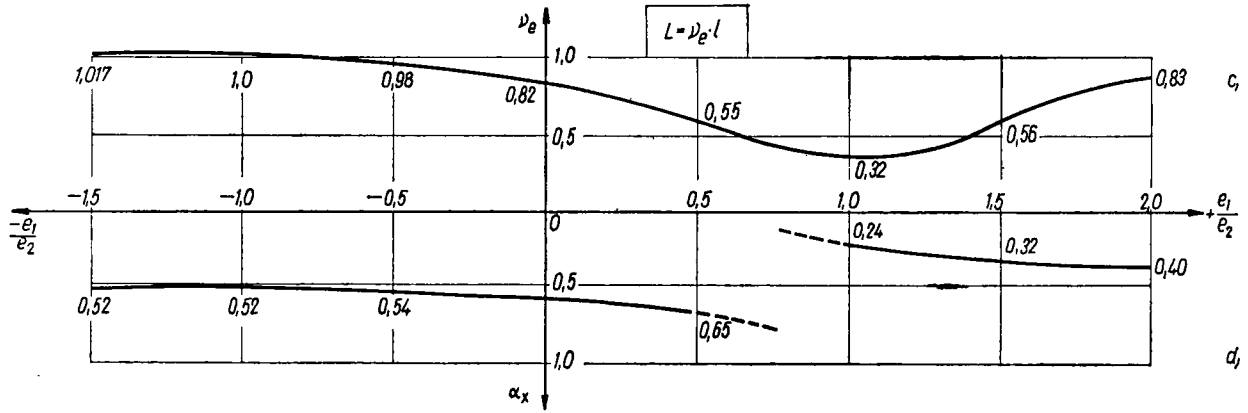
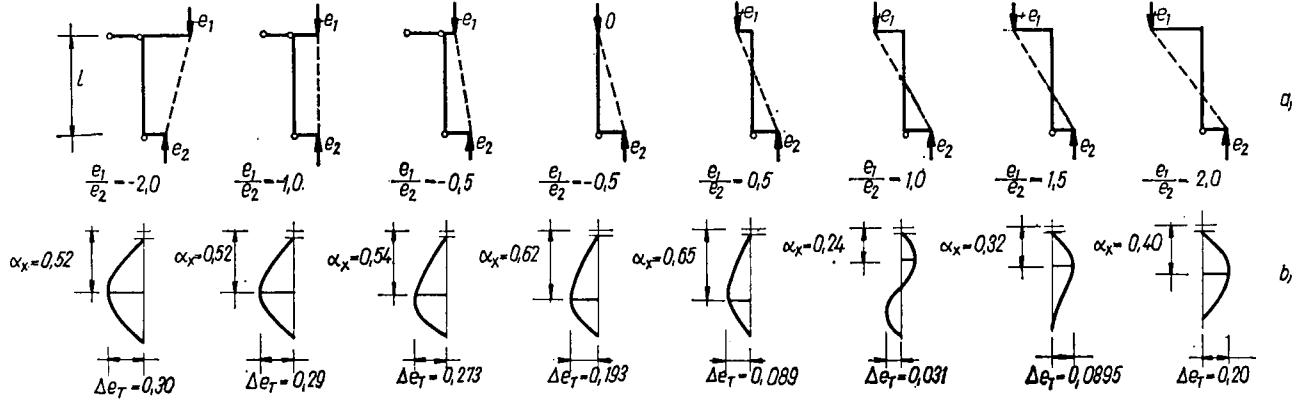
$$l_x = \alpha_x \cdot l \quad (31)$$

helyen található. Megjegyezzük, hogy az ábrán az α_r értékekkel kijelölt hely az eredeti hálózati helyzethez képest adja meg a legnagyobb eltolódási helyet.

4.3 A két végén részlegesen megfogott oszlop

α) A vizsgált esetek ismertetése

El nem mozduló csomópontú kerettel végein részlegesen megfogott oszlop (5/b ábra) vizsgálatát a számítási program segítségével végrehajtottuk.



17. ábra

A vizsgált esetek

$$l/h = 10; 25; 40;$$

$$\mu/R_b = 0,00005; 0,0001; 0,0002$$

értékek variációi voltak.

A vizsgálat célja a végein részletesen megfogott és eltolódás ellen megtámasztott keret-oszlop L kihajlási hosszának megállapítása.

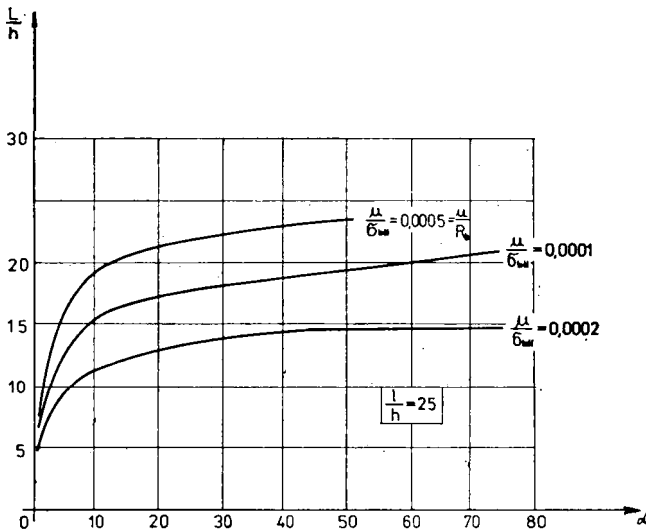
β) A vizsgálat eredményei

A vizsgálatot olyan e_0 külpontosság mellett végeztük, amely a húzott oldali acélbetétben zérushoz közeli feszültséget eredményezett. A kapott v_{\max} legnagyobb külpontossági növekményeket ezen külpontossági esetnek általában megfelelő

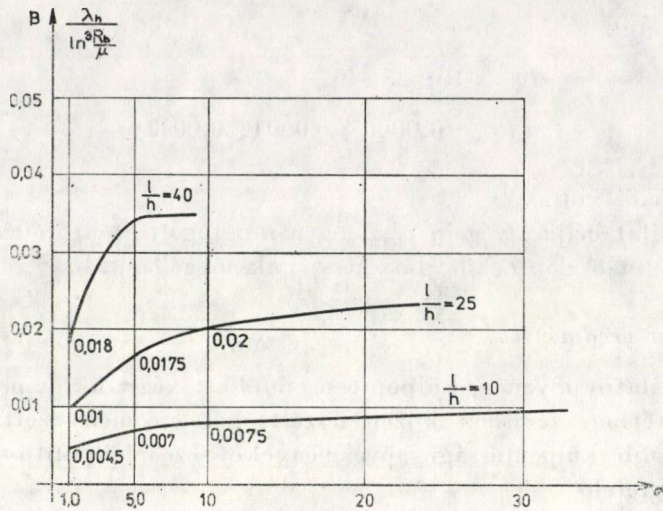
$$\frac{v_{\max}}{h} = \frac{e}{h} = 0,035 \left(\frac{l}{10h} \right)^2$$

külpontossági növekményre mint alapszintre redukáltuk. Ennek alapján a számításba vehető (képzett) λ_h hajlékonyság

$$\lambda_h = \frac{L}{h} = 10 \sqrt{\frac{v_{\max}}{h \cdot 0,035}} \quad (32)$$



18. ábra



19. ábra

kifejezéssel állapítottuk meg. Az így kapott eredmények jellemzésére a 18. ábrát közöljük. Az ábrákon e képzett $\lambda_h = L/h$ kihajlási hosszakat az

$$\alpha = \frac{\sum l_i/h_i}{l/h}$$

arány és a μ/R_a értékeinek megfelelően ábrázoljuk. A fentiekben $\sum l_i/h_i$ az oszlopvégekhez csatlakozó gerendák l_i/h_i hajlékonyságának összegét, az l/h a vizsgált oszlop hajlékonyságát jelenti. Az ábrák adatait részletesen tanulmányozva azt találjuk, hogy a λ_h képzett kihajlási hossz a μ/R_b vasalásereőséggel

$$\ln^3 \frac{R_b}{\mu}$$

módon változik (19. ábra).

γ) Részlegesen megfogott oszlop külpontossági növekményének számítása

A mindkét végén részlegesen megfogott és eltolódás ellen megtámasztott oszlop külpontossági növekményének kimutatását a 4.1 és 4.2 pont alapján lehet végrehajtani azzal az eltéréssel, hogy az L kihajlási hossz számítását az alábbiak szerint kell elvégezni:

A $\lambda_h = L/h$ képzett kihajlási hossza:

$$\lambda_h = B \cdot \ln^3 R_b/\mu \quad (33)$$

kifejezéssel számítható. A (33)-ban szereplő B tényező a 19. ábrából az l/h és

$$\alpha = \frac{\sum l_i/h_i}{l_0/h_0}$$

függvényében nyerhető tényező.

4.4 Az oszlop teherbírásának számítása

Az előzőekben ismertetett oszlop-eseteknél az oszlop teherbírását

$$e_M = e_0 + \Delta e \quad (34)$$

mértékadó külpontossághoz kell kimutatni.

A (34) kifejezésben

- Δe — külpontossági növekmény a (25) szerint a (30), (33) kifejezések figyelembevételével;
 $e_0 = e_k + e_{sz}$ — a külpontossági összeg, ahol
 e_k — a kezdeti külpontosság mértéke;
 e_{sz} — a statikai számítás alapján nyert igénybevételeknek megfelelő külpontosság.

A mértékadó külpontosság ismeretében az oszlop teherbírását a keresztmetszeti teherbírási vonal felhasználásával (1. ábra) vagy elemi úton, a szilárd-ságtani módszerekkel lehet megállapítani.

IRODALOM

1. PC-119-74 Бетонные и железобетонные конструкции. Руководство по проектированию.
2. MSZ 15022/1-71 Építmények teherhordó szerkezetei. Vasbetonszerkezetek
3. BÖLCSKEI Elemér: A nyomott rúd statikai kérdései. *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.* 34 (1964)
4. PALOTÁS László: A vasbeton elmélete. Akadémiai Kiadó, Budapest 1973
5. SZALAI Kálmán: A nyomott vasbeton rúd teherbírása. *Mélyépités-tudományi Szemle.* (1967). 241—251
6. SZALAI Kálmán: Négyszögkeresztmetszetű vasbeton oszlop határteherbírása a folyamatos teherbírási görbe alapján. *ÉKME Tudományos Közlemények* 9, 271—289
7. SZALAI Kálmán: A vasbeton keresztmetszet szilárdsági-alakváltozási jellemzői. *Mélyépités-tudományi Szemle* (1975) 547—555
8. BERÉNYI Miklós—SZALAI Kálmán: Vasbeton rúdszerkezetek állékonyságának vizsgálata a nemlineáris fizikai tulajdonságok figyelembevételével. MTA jelentés 1971—72. évi kutatásról. Vasbetonszerkezetek Tanszéke
9. SZALAI Kálmán: A nyomott-hajlított vasbeton rúd. A KGST 5.5 témában 1972—75. években végzett kutatások eredményeként készült tanulmány. BME Vasbetonszerkezetek Tanszéke, 1975

Role of Flexibility in Load Bearing Capacity of R. C. Columns — The effect of the flexibility of a column on its load capacity is theoretically investigated. The stability problem is transformed into a strength problem. Followingly, the critical eccentricity is composed of a calculated eccentricity and a complementary eccentricity depending on the former. The results obtained are compared with the prescriptions of the Comecon and the Hungarian standards, and it is found that the method proposed results in a more precise solution.

Rolle der Flexibilität in der Tragfähigkeit der Stahlbetonsäulen. — Die Auswirkung der Flexibilität einer Säule auf ihre Tragfähigkeit wird theoretisch untersucht. Das Stabilitätsproblem wird in eine Festigkeitsaufgabe umgewandelt. Demnach ist die maßgebende Exzentrizität aus einer gerechneten Exzentrizität und aus einer von ihr abhängigen zusätzlichen Exzentrizität zusammengesetzt. Die erhaltenen Resultate wurden mit den Vorschriften des Rats für Gegenseitige Wirtschaftshilfe und den heimischen Normen verglichen und es wurde festgestellt, daß das vorgeschlagene Verfahren ein genaueres Resultat ergibt.