TÖBBCÉLÚ LÉTESÍTMÉNYEK OPTIMÁLIS BIZTONSÁGÁNAK RENDSZERSZEMLÉLETŰ VIZSGÁLATA*

MISTÉTH ENDRE**
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

[Beérkezett 1976. január 23-án]

A tanulmány általánosságban foglalkozik a méretezéssel. Kimutatható, hogy az erőtani méretezésnél alkalmazott alapösszefüggés az épület hidraulikai, technológiai és hőellátási méretezéseinél is alkalmazható. Ha a vállalt kockázatokat meghatározták, akkor az egymástól független alrendszerek is méretezhetők. A vállalt kockázatokat, amelyek a különböző alrendszereknél már nem függetlenek egymástól, a teljes költség optimalizálása alapján lehet meghatározni.

Jelölések

R	a létesítmény szakágazat szerinti kapacitása
S	a szakágazat szerinti műszaki igény
$Y = R - S$	a szakágazat szerinti méretezési tartalék
ξ, η, ζ	valószínűségi változók
$\xi(t), \eta(t)$	sztohasztikus folyamatok
$a = E(\xi) = \bar{R}$	várható érték
$s = D(\xi)$	szórás
$v = s/a$	variációs tényező
$\mu_i = E\{[\xi - E(\xi)]^i\}$	i-ed rendű centrális momentum
$\mu_f = \mu_3/s^3$	ferdeség
$\mu_c = \mu_4/s^4 - 3$	csúcsosság
$1/k, 1/r$	vállalt kockázat
$P(\xi < x) = F(x)$	valószínűségi eloszlásfüggvény
$f(x) = dF(x)/dx$	valószínűségi sűrűségfüggvény
t, τ	idő
T	tervezett élettartam
C	a létesítmény újralétesítési költsége
F	a létesítmény fenntartási költsége
B	a létesítmény üzemköltsége
E	az üzem részleges ki nem elégítettsége miatti károk
D	a tönkremenetelkor (meghibásodáskor) keletkező károk
K	összes költség
q	kamattényező
$h = (q-1)q^t/(q^t-1)$	leírási hányad
l	geometriai méret
$g = g(l)$	geometriai méretfüggvény
c, f, b, e, d	állandók

* A Műszaki-Gazdasági Rendszertechnikai Albizottság 1975. XI. 24-i kibővített ülésén megvitatott előadás.

** Dr. Mistéth Endre, 1085 Budapest VIII., Csepreghy u. 2.

1. Bevezetés

Az építőmérnök feladata a tér elhatárolása, hogy benne egy társadalmi vagy egy természet átalakításával kapcsolatos folyamatot gazdaságosan lehessen végrehajtani. A műszaki tudományok feladata ennek a tevékenységnek az alapjait részben a természettudományokból átvenni, részben önállóan biztosítani. A tervezés feladata tulajdonképpen a műszaki tudományok alkalmazása egy-egy egyedi konkrét feladatra.

Az építőmérnöki létesítmények tervezése öt részre bontható:

a) A technológiai tervezés, ami térben és időben megoldja a természet átalakítási vagy társadalomátalakítási folyamatot.

b) A technológiai berendezések tervezése, ami az átalakítással kapcsolatos gépek vagy létesítmények tervezése, vagy gyártmányok adaptálása.

c) Építési tervezés, ami a technológiai berendezések térbeli lehatárolása.

d) Üzemviteli tervezés, ami a technológiai folyamatot időben megoldja és biztosítja.

e) Fenntartási tervezés, ami a tervezett élettartamra figyelemmel a beruházott létesítmények karbantartását és felújítását szolgálja.

Minden a fentiekben felsorolt tervezési részben öt fázis különböztethető meg.

A) Előkészítés, ami az adatgyűjtésből és az előtanulmányokból áll.

B) Koncepció kialakítás, ami a fizikai folyamat meghatározását, a berendezések megválasztását, a hidraulikai, a hőtani, a szerkezeti stb. rendszer kiválasztását, az energia és létszámigényt, a fenntartási módszerek meghatározását jelenti.

C) Méretezés az előbb felsorolt tervezési részek geometriai méreteinek meghatározása, a *B)* pontban elképzelt koncepció alapján.

D) Tervkészítés, az előbbiekben meghatározott koncepció és méretek ismeretében az elképzelés műszaki realizálása.

E) Gazdasági tervezés, a költségek meghatározása és azok optimalizálása.

A tervezés harmadik fázisa a méretezés, ami minden tervezési szinten mint a tervezés kísérője azonnal fellép. A méretezés alatt nemcsak az erőtani méretezést értve, abban bizonyos sorrendiséget kell tartani. Az első a technológiai igények kielégítése, ami miatt első a technológiai méretezés. Minden egyéb méretezés, erőtani, hidraulikai, hőtani stb. méretezés ezt követi.

A méretezésnél az igényeket sohasem lehet teljesen kielégíteni, bármilyen nagy kapacitásúra tervezzük a létesítményt, a ki nem elégíthető igények miatt mindig kell egy bizonyos kockázatot vállalni. Természetesen ez a kockázatvállalás attól függ, hogy — a ki nem elégített igények miatt milyen károk keletkeznek, — mennyivel kerül többe a nagyobb kapacitású létesítmény.

Ez a tanulmány részletesen foglalkozik a kockázatvállalás, vagy ami ugyanaz, a biztonság mértékével. A méretezés a műszaki igények kielégítésén kívül mindig egy gazdasági számítás, egy optimum keresés is. A méretezés tulajdonképpen a beruházási költségek a fenntartási költségek, az üzemviteli költségek, a nem kellő kapacitás miatti károk és a létesítmény esetleges tönkremenetele (meghibásodása) miatti károk műszaki és gazdasági optimumának a keresése. [3]

Az alábbiakban részletesen ismertetésre kerülő méretezési kérdések természetesen nemcsak erőtani vagy hidraulikai méretezésre vonatkoznak, hanrm értelemszerűen felhasználhatók a technológiai méretezésekre is.

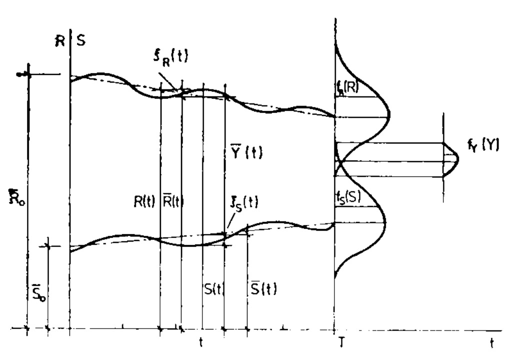
2. A létesítmény kapacitása

A méretezés valószínűségelméleti alapösszefüggése általában

$$P\{[R(t)-S(t)]\geq 0\}\geq\begin{cases}1-\dfrac{1}{k}\\[2ex] 1-\dfrac{1}{r}\end{cases}\qquad (1)$$

$$0<t\leq T$$

Az (1) kifejezésben $R(t)$ a tervezett létesítmény kapacitása, ami az időben tervszerűen csökkenő is lehet (1. ábra). Ez a kapacitás szakágak szerint más és más: lehet teherbírás, ha erőtani méretezésről van szó; lehet vízhozam, ha hidraulikai méretezésről van szó; lehet hőtermelő képesség, ha hőtani méretezésről van szó. Általában minden szakág többféle méretezést ismer és így a tervezett létesítménnyel kapcsolatban többféle kapacitásról is beszélhetünk (R_1, R_2, . . . , R_m). A kapacitás egy valószínűségi változó, ami idősort alkot. Ez általában két részből tevődik össze, egy trend jellegű rész, ami időben determinisztikusan csökkenő és egy véletlen jellegű rész, aminek az időbeni változása sztohasztikus folyamatot képez.



1. ábra

Azt, hogy a kapacitás valószínűségi változó bővebb magyarázatot nem igényel, hiszen az erőtani teherbírásban a tartószerkezet anyagának szakítószilárdsága valószínűségi változó [4], a létesítmény vízemésztőképességében a vízhozamtényező valószínűségi változó [5], a kazán hőtermelőképessége a tüzelőanyag kalóriatartalmától, a tüzelés módjától függ, amik mind valószínűségi változók. R_1, R_2, . . . , R_m kapacitások meghatározása az illető szakágazat feladata. A folyamat ismert, ha eloszlásfüggvénye illetőleg eloszlásfüggvény rendszere meg van adva. Egyetlen kapacitás eloszlásfüggvénye

$$P(X^{(1)} < x^{(1)} \mid \tau_1 = t_1) = F_{R^{(1)}}(x^{(1)}, t_1) \tag{2a}$$

illetőleg

$$P(X^{(1)} < x^{(1)} \mid \tau_1 = t_1, X^{(2)} < x^{(2)} \mid \tau_2 = t_2, \ldots, X^{(j)} < x \mid \tau_j = t_j) =$$
$$F_{R^{(j)}}(x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots, x^{(j)}, t_1, t_2, \ldots, t_j) \tag{2b}$$

Ha a (2) kifejezés adott, akkor a folyamatot első rendben illetőleg j-edrendben ismerjük. Több realizáció feldolgozása árán megismerhetjük minden „t" időpontban a folyamat várható értékét, szórását, ferdeségét, csúcsosságát stb. Ezek $a_R(t)$, $s_R(t)$, $\mu_{fR}(t)$, $\mu_{cR}(t)$. A szakágak szerinti kapacitásokról feltételezhetők, hogy azok egymástól függetlenek.

3. A műszaki igény

$S(t)$ az a műszaki igény, ami a megrendelő részéről, mint kívánalom elő van írva. Ez a műszaki igény, szakágak szerint más és más és időben trendszerűen növekvő is lehet (1. ábra).

Erőtani méretezésnél a műszaki igény pl. egy hangversenyteremben a főáthidaló tartóban ébresztett hajlítóigénybevétel, ami természetesen időben változó [4].

Hidraulikai méretezésnél pl. igény vízzel kell ellátni egy kórháztelepet. A vízigény időben változik [6].

Hőtani méretezésnél a megrendelő előírása, hogy egy színház fűtéséről kell gondoskodni. Ez időben változó hőszükségletet jelent. Általában a műszaki igény többféle (S_1, S_2, . . . , S_m) és mindegyik egy valószínűségi változó, aminek véletlen jellegű része ugyancsak sztochasztikus folyamatot alkot. A műszaki igény véletlen jellegű változása bővebb magyarázatra nem szorul.

A szakágak szerinti műszaki igények első közelítésben egymástól függetlennek tekinthetők; az igények meghatározására támpontot az illető szakágak adnak.

A folyamat j-edrendben ismert, ha az alábbi eloszlásfüggvény adott

$$P(X^{(1)} < x^{(1)} \mid \tau_1 = t_1, X^{(2)} < x^{(2)} \mid \tau_2 = t_2, \ldots, X^{(j)} < x^{(j)} \mid \tau_g = t_j) =$$
$$F_{S(j)}(x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots, x^{(j)}, t_1, t_2, \ldots, t_j) . \tag{3}$$

A (3) kifejezés előállítása nehéz és bonyolult. A valószínűségi jellemzők előállítása egyszerűbb. Ezek $a_s(t)$ várható érték $s_s(t)$ szórás $\mu_{fs}(t)$ ferdeség és $\mu_{cs}(t)$ csúcsosság.

4. Méretezési tartalék

$Y_i(t) = R_i(t) - S_i(t)$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ „a méretezési tartalék" amit erőtani méretezésnél teherbírási tartaléknak, hidraulikai méretezésnél vízemésztési tartaléknak, hőtani méretezésnél hőtartaléknak nevezhetünk; $Y_i(t)$ természetesen szintén valószínűségi változó. Az időben való változás miatt idősort alkot, ami két részből áll, egy általában trendszerűen csökkenő rész és egy véletlen jellegű rész, ami ugyancsak sztohasztikus folyamatot alkot (1. ábra). Rögzített időpontban Y_i sűrűségfüggvényét R_i és S_i konvolúciójaként lehet meghatározni:

$$f_{Yi}(Y_i) = f_{Ri}(R_i) * f_{Si}(S_i) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{Ri}(R_i) f_{Si}(R_i - Y_i) dR_i \tag{4}$$
$$(i = 1, 2, \ldots, m)$$

A „méretezési tartalék" valószínűségi jellemzői is előállíthatók ha R_i és S_i valószínűségi változók egymástól függetlenek.

$$a_{Yi}(t) = a_{Ri}(t) - a_{Si}(t)$$
$$[s_{Yi}(t)]^2 = [s_{Ri}(t)]^2 + [s_{Si}(t)]^2$$
$$\mu_{fYi}(t) = \mu_{fRi}(t) \left[\frac{s_{Ri}(t)}{s_{Yi}(t)}\right]^3 - \mu_{fSi}(t) \left[\frac{s_{Si}(t)}{s_{Yi}(t)}\right]^3$$
$$\mu_{cYi}(t) = \mu_{cRi}(t) \left[\frac{s_{Ri}(t)}{s_{Yi}(t)}\right]^4 + \mu_{cSi}(t) \left[\frac{s_{Si}(t)}{s_{Yi}(t)}\right]^4$$
$$(i = 1, 2, \ldots, m) \tag{5}$$

Ha R_i és S_i nem függetlenek, akkor létezik a két változó kovarianciája $K_{RiSi} = E(R_i - a_{Ri})(S_i - a_{Si})$. Ebben az esetben $s_{Yi}^2 = s_{Ri}^2 + s_{Si}^2 - 2K_{RiSi}$; $K_{RiSi} \geq 0$ általában, mert növekvő kapacitás (R_i) növekvő igényt (S_i) ébreszt így K_{RiSi} elhanyagolása növeli a szórást, tehát a biztonságot is. (Pl. Nagyobb sajátsúlyú tartónak, nagyobb a teherbírása, nagyobb csőátmérő esetén nagyobb az átfolyó vízmennyiség stb.)

Ez az $Y_i(t)$ jelenti a biztonságot, aminek mértékét szakáganként és létesítmény fajtánként a szabályzatok előírják. Felvetődik a kérdés, hogy helyesek-e ezek az előírások, nem túlzott-e a biztonság, ami gazdaságtalan; vagy elégséges-e a biztonság, nincs-e gyakori műszaki kielégítetlenség, ami végső soron ugyancsak gazdaságtalan. Felvetődik továbbá az a kérdés is, hogy a különböző szakágaknál milyen módon válik a méretezési tartalék $Y(t)$ zérussá.

A méretezési tartalék zérussá válása két alapesetre vezethető vissza:

Először is a méretezési tartalék akkor válik zérussá, ha az építmény a tervezett élettartam alatt egy-két szempontból meghibásodik, más szempontból üzemképes. Ilyenkor a létesítmény általában kijavítható.

$$\begin{aligned} &Y_i(t) = 0 \\ &t < T \qquad (i = 1, 2, \ldots, u) \quad u \leq m \\ &D > 0 \end{aligned} \tag{6}$$

Pl. olyan hőtani létesítményrésznél, ahol a berendezésnek a tervezett élettartam alatti tönkremenetelekor, a létesítmény más része kijavítható módon meghibásodik.

Ide tartozik az az eset is, amikor az építmény a tervezett élettartam alatt teljesen tönkrement. Ebben az esetben a létesítmény rendesen minden szakág szerinti szempontból használhatatlanná vált.

Pl. ha a tervezett élettartam alatt az építmény főtartórendszere tönkrement, akkor általában az összes szakágak szerinti funkció is megszűnik, vagyis a méretezési tartalék minden szakágara nézve zérussá vált. Ebben az esetben az okozott károk jelentősek.

Másodszor, ha a létesítmény a tervezett élettartam alatt a szakág szerint nem megy tönkre és a méretezési tartalék zérus volta csak az igények részleges ki nem elégítettségéből fakad. Ez általában technológiai méretezéseknél fordul elő:

$$\begin{aligned} &Y_i(t) = 0 \\ &t \leq T \qquad i = i_1 \\ &E \geq 0 \end{aligned} \tag{7}$$

Pl. egy szálloda kapacitása (férőhelyeinek száma) a tervezett élettartam alatt csúcsidőben nagy valószínűséggel egy bizonyos ideig elégtelen. Ebben az esetben az okozott kár a ki nem elégített igényekből keletkezik (elmaradt haszon) és a fenntartási költségekhez hasonlóan évente visszatérőnek kezelhető.

Ide tartoznak azok az esetek is, amikor a meghibásodott alkatrész nem okoz kárt, mert a párhuzamosan kapcsolt alkatrész azonnal üzembe lép, ami alatt mód van az eredeti alkatrészt kijavítani és kicserélni. Ez az eset főleg gépszerkezetekre vonatkozik, de vonatkozik bármely szakág cserélhető beren. dezéseire is. Ebben az esetben $E = 0$.

5. Vállalt kockázat

Minden méretezésnél $1/r_i$ vagy $1/k_i$ kockázatot kell vállalni. A vállalt kockázat mértéke minden esetben attól függ, hogy az okozott károk (D) vagy a ki nem elégített igények (E) mekkorák. Mindkét esetben az elmaradt haszon is hozzá számítandó. Tulajdonképpen az első esetben a tervezett élettartamra is figyelemmel az okozott károk esetleges bekövetkezésének a valószínűsége ($1/r$), a vállalt kockázat. A második esetben, amikor bizonyos ideig az igények kielégítése csak részleges, a vállalt kockázat ($1/k$) az az időtartam százalék, amikor ez bekövetkezik (a méretezési tartalék zérusra csökkenésének a tartóssága). Mivel ennek bekövetkezési idejéről és tartameloszlásáról semmit sem lehet tudni, ezért a tervezett élettartamra vetített részleges kielégítettségi időtartamot egyenletes eloszlásúnak tételezzük fel és — a fenntartási költségekhez hasonlóan — évente egyenlő mértékkel (E) ismétlődőnek vesszük fel.

Az első esetben a vállalt kockázat ($1/r$) mértéke, ha a létesítmény teljes tönkremenetele lehetséges és emberélet veszteséggel is számolni kell (Pl. a főtartórendszer pusztulása) az okozott kártól függően 10^{-3}—$5 \cdot 10^{-5}$ közt változó. Ha a meghibásodás csak jelentéktelen kárt okoz és emberélettel is csak véletlen jelleggel lehet számolni, akkor a vállalt kockázat $5 \cdot 10^{-2}$—10^{-3} között változik.

A második esetben, amikor a ki nem elégített igények tartóssága ($1/k$) a vállalt kockázat, vagy amikor a párhuzamosan kapcsolt alkatrészek miatt az egyik meghibásodásáról át lehet kapcsolni a másodikra, a vállat kockázat ($1/k$) mértéke (a meghibásodás tartóssága) $2 \cdot 10^{-1}$—10^{-2} közt változó.

Ezekután felvetődik a kérdés, mekkora legyen $1/r$ illetőleg $1/k$ mértéke; erre lehet szabályzatokban egy bizonyos mértéket megadni, de meghatározható csak gazdasági alapon is.

Az alapkérdés tehát: szakágak szerint milyen kapacitásúra kell megtervezni egy létesítményt, hogy a megadott műszaki igényeket egy bizonyos valószínűségi szinten kielégítse?

Válasz: olyan kapacitásúra kell a létesítményt tervezni, hogy a ki nem elégített igények miatt keletkezett kár különbözet kisebb vagy legfeljebb egyenlő legyen a nagyobb kapacitású létesítmény beruházási költségtöbbleténél.

A méretezés tehát a műszaki tervezésnek az a része, amelynek feladata a létesítmény rendeltetésszerű használatánál az előírt élettartam alatt, a szakágazatnak megfelelő kapacitás, összes ellentmondás nélküli műszaki és gazdasági, minőségi és mennyiségi jellemzőinek, optimális valószinűséggel való meghatározása.

6. Tervezett élettartam

T a létesítmény tervezett élettartama, ami nélkül a méretezés nem egyértelmű, mert a mű kapacitása $R(t)$ az élettartam folyamán változik, általában csökkenő. A műszaki igény $S(t)$ változása az élettartam alatt, vagy trendszerűen növekvő, vagy véletlen jellegűen változó, de elmondható, hogy növekvő élettartam alatt a nagyobb hatások bekövetkezésének nagyobb a valószínűsége, mint kisebb élettartamú létesítményeknél [5]. Ha

$$P[S(T_1) \leq X_1] = P[S(T_2) \leq X_2]$$

és

$$T_1 > T_2, \tag{8}$$

akkor

$$X_1 > X_2$$

7. Beruházási költségek

Az (1) kifejezés alapján (5) képlet segítségével az építmény szakágak szerinti kapacitása

$$R(t, m) = \bar{S}(t) + m\sqrt{[s_R(t)]^2 + [s_S(t)]^2},$$
$$m = m_Y(\mu_{fY}, \mu_{cY}, r) \tag{9}$$

kell legyen. A (9) kifejezés azt mondja, hogy a létesítmény kapacitása „m"-ben lineárisan változó: rögzített eloszlás mellett „m" értéke csak a vállalt kockázattól függ. „m" értékeinek változása tetszésszerinti $F(x) = 1 - \exp[-h(x)] = 1/r$ típusú eloszlásfüggvénynél rögzített μ_f és μ_c mellett $m = \beta_0 + \beta_1 \ln r$ (pl. normális eloszlásnál a $4 < \ln r < 12$ között maximálisan 3% hibával $\beta_0 = 1{,}22$, $\beta_1 = 0{,}26$. Ennek oka az, hogy az eloszlások $1/r < 0{,}01$ értékeknél általában aszimptotikusan tartanak a zérushoz és ez a zérushoz való simulás jól közelíthető egyenes darabokkal. Az eloszlások nagy családjánál $h(x)$ racionális egészfüggvény, amikor is ln r-ben különösen jól lehet az aszimptotikus zérushoz tartást egyenessel közelíteni.

Kis határok között a létesítmény beruházási költségei a kapacitásával arányosan nőnek: $C = A_0 + A_1(Rt)$. Ezeket a kifejezéseket egymásba helyettesítve

$$C = \{A_0 + A_1\bar{S}(t) + A_1\beta_0\sqrt{[s_R(t)]^2 + [s_S(t)]^2}\} +$$
$$+ A_1\beta_1\sqrt{[s_R(t)^2] + [s_S(t)]^2}\ln r. \tag{10}$$

Az előbbi kifejezésben

$$A_1\bar{S}(t) + A_1\beta_0\sqrt{[s_R(t)]^2 + [s_S(t)]^2} = cg \tag{11}$$

$g = g(l)$ a geometriai méretektől illetőleg technológiai paraméterektől függő mennyiség (pl. erőtani méretezésnél a szelvény keresztmetszeti területe, hidraulikai méretezésnél a cső keresztmetszet területe stb.) vagyis felírható, hogy

$$C = C_0(c_0 + c_1 \ln r + c_2 \ln k + c_3 g). \tag{12}$$

A (12) kifejezés számpéldák alapján elvégzett regresszió számítással, akár erőtani [4], akár hidraulikai méretezésről [5] legyen szó, 3% pontossággal igaz. A (12) kifejezésben C_0 az optimális geometriai méretek mellett, az optimálisan vállalt kockázatokhoz tartozó beruházási költség.

8. Fenntartási költségek

A létesítmény fenntartási költsége az előbb felsorolt indokok alapján ugyancsak $\ln k$, $\ln r$ és $g(l)$ függvényei. Ez az állítás nem bizonyított, de a valószínűségszámítás összefüggéseiben kézenfekvőnek látszik, hogy mint a beruházási költségek $\ln k$ és $\ln r$ lineáris függvényei a fenntartási költségek nőnek, ha az esetleges tönkremenetellel szemben $(1/r)$ a vállalt kockázat csökken. Ez regressziószámítással igazolva van [8]. A ki nem elégített igények növekedésével a vállalt kockázat $1/k$ is növekszik, így a tervezett létesítmény kisebb kapacitású lesz a fenntartási költségek pedig csökkennek. A geometriai méretek illetőleg technológiai paraméterek függvényének $[g(l)]$ növekedésével a fenntartási költségek ugyancsak növekszenek:

$$F = F_0\left[f_0 + \frac{f_1}{\ln r} + f_2 \ln k + f_3 g\right]. \tag{13}$$

F_0 az optimálisan vállalt kockázatú és geometriai méretű létesítmény fenntartási költsége. Általában igaz, hogy

$$F = F\left[\frac{1}{\ln r}, \ln k, g\right]. \tag{14}$$

9. Üzemköltségek

Az üzemköltségekre lényegében hasonlót lehet mondani, mint a fenntartási költségekre, vagyis $\ln k$ és $g(l)$ függvényei. Az üzemköltségek függetlenek az esetleges tönkremenetellel szemben vállalt kockázattól $(1/r)$. Az üzemköltségek a kapacitás növekedésével, — amikor a ki nem elégített igények mértéke csökken — növekszenek.

A geometriai méretekből illetőleg technológiai paraméterekből alkotott függvény $[g(l)]$ növekedésével az üzemköltségek csökkennek. Tehát

$$B = B\left[\frac{1}{g},\ \ln k\right]. \tag{15}$$

A legegyszerűbb esetekben ez a (15) összefüggés így alakul:

$$B = B_0\left[b_0 + b_1 \ln k + \frac{b_2}{g}\right]. \tag{16}$$

A (16) kifejezésben B_0 az optimális kockázatvállalású és az optimális geometriai méretekből alkotott létesítmény éves üzemköltsége. Mindig elérhető, hogy B, $\ln k$-ban és $1/g$-ben racionális egészfüggvény legyen.

10. Az okozott károk

A tervezett élettartam alatt az esetleges tönkremenetelkor keletkező kár az elmaradt hasznot is beszámítva az előbb elmondottakra figyelemmel, ugyancsak $\ln r$ függvénye. Ez az összefüggés olyan, hogy ha a vállalt kockázat növekszik, akkor az esetleges tönkremenetelkor nagyobb károk keletkeznek. Az esetleges tönkremenetelkor keletkezett kár független a geometriai méretek illetőleg technológiai paraméterek $g(l)$ függvényétől és független a ki nem elégített igények tartósságától is. Vagyis

$$D = D\left(\frac{1}{\ln r}\right). \tag{17}$$

A legegyszerűbb esetekben ez a fordított arányosság így alakul:

$$D = D_0\left(d_0 + \frac{d_1}{\ln r}\right) \tag{18}$$

A (18) kifejezésben D_0 az optimális kockázatú létesítmény esetleges tönkremenetelekor okozott kár összege. Mindig elérhető, hogy (17) kifejezés $1/\ln r$-ben racionális egész függvény legyen.

11. A ki nem elégített igények miatt keletkező kár

A tervezett élettartam alatt számolni kell azzal, hogy az igények kielégítése csak részleges. Ez a körülmény technológiai igények kielégítésénél fordul elő. Egy szálloda kapcitása évenként néhány napig nem tudja kielégíteni az igényeket. Egy vízművel hasonló a helyzet, számolni kell azzal, hogy a legmelegebb száraz nyár néhány napján nem áll korlátlan mértékben víz rendelkezésre. Az így kielégítetlen igények miatti károk mivel azokról semmit sem lehet tudni, egyenletes eloszlásúnak vehetők fel. Ezek a károk mivel évente ismétlődőek a fenntartási költségekhez hasonlóan lépnek fel, azzal a különbséggel, hogy a károk függetlenek a geometriai méretek illetőleg technológiai paraméterek $g(l)$ függvényétől és függetlenek az esetleges tönkremenetellel szemben vállalt $1/r$ kockázattól is. Az eddigiekhez hasonlóan a független változó, k helyett célszerűen $\ln k$ kell legyen. Növekvő vállalt kockázat $1/k$ növekvő kielégítetlen igényeket ébreszt:

$$E = E\left(\frac{1}{\ln k}\right). \tag{19}$$

A legegyszerűbb esetekben ez a fordított arányosság így alakul

$$E = E_0\left(e_0 + \frac{e_1}{\ln k}\right). \tag{20}$$

A (20) kifejezésben E_0 az optimális kockázatú létesítmény ki nem elégített igények miatti kára. Regresszió számítással mindig elérhető, hogy a (19) összefüggés a ki nem elégített igények miatti kár függvénye $1/\ln k$-ban racionális egész függvény legyen.

11. Költségoptimum

Az összes költségek, ha a létesítmény $t < T$ időpontban esetleg tönkremegy és újra megépül, a következők:

$$K(t, g, k, r) = C + \frac{1}{h}(F + B + E) +$$

$$+ \frac{1}{r}\left[C\frac{q^T - q^t}{q^T - 1} - (F + B + E)\frac{q^T - q^t}{q^T(q-1)} + D\right]. \tag{21}$$

A (21) kifejezésben az első tag (C) a létesítmény újralétesítési költsége, a második tag a tervezett élettartam alatt fizetendő fenntartási és üzemköltségek, továbbá a ki nem elégített igények miatti esetleg évente jelentkező károk összege a használatba vétel időpontjára tőkésítve.

A harmadik tag az esetleges tönkremenetelkor okozott károknak a vállalt kockázattal szorzott értéke. Ez a harmadik tag is három részből áll: az első rész az idő előtt (t) tönkrement létesítménynek a még hátralevő leírási részeinek a tönkremenetel időpontjára tőkésített hányada; a második rész, amit természetesen nem kell kifizetni a $(T - t)$ időpontra eső fenntartási- és éves üzemviteli költségeknek, továbbá a ki nem elégített igények miatti éves károknak az esetleges tönkremenetel (t) időpontjára tőkésített értéke; végül a harmadik rész az esetleges tönkremenetelkor keletkezett kár, az újralétesítésig az elmaradt hasznot is beszámítva.

A létesítmény hozama mint haszon a (21) összefüggésben nem szerepel, mert a technológiai méretezésnél a mű kapacitását (R) a (9) kifejezés szerint, a vállalt kockázattól függően állapítjuk meg. Az így kiszámított kapacitás, vagyis a létesítmény hozama optimális. Az első két tag tulajdonképpen a „teljes költség"-et adja, csak nem éves viszonylatban, hanem a tervezett élettartamra összegezve és a használatbavétel időpontjára tőkésítve [7], [3].

A (21) kifejezésnek szélső értéke ott lehet, ahol az első deriváltak zérussal egyenlők. Először t szerint deriválva:

$$\frac{\partial K}{\partial t} = -\frac{1}{r} C \frac{q^t}{q^T - 1} \ln q + \frac{1}{r} (F + B + E) \frac{q}{q^T (q-1)} \ln q = 0 .$$

Az előző egyenletből

$$F + B + E = \frac{(q-1) q^T}{q^T - 1} C. \tag{22}$$

Ha a (22) kifejezés igaz, vagyis a fenntartási és üzemköltségek továbbá a ki nem elégített igények miatti költségek éppen a létesítési költségek éves leírási hányadával egyenlők, akkor a szélső érték „t"-től független lehet. Azt, hogy a (22) feltétel kielégítésekor van-e szélső érték a második deriváltból tudjuk meg:

$$\frac{\partial^2 K}{\partial t^2} = \frac{q}{r} (\ln q)^2 \left[\frac{C}{q^T - 1} - \frac{F + B + E}{q^T (q-1)} \right] = 0 .$$

Az előző kifejezésből látható, hogy (22) feltétel teljesülése esetén

$$\frac{\partial^2 K}{\partial t^2} = \frac{\partial^n K}{\partial t^n} = 0$$

tehát nincs szélső érték. Általában $F + B + E < hC$ ezért a legnagyobb a kár, ha $t = 0$ vagyis ha a létesítmény éppen a használatbavétel időpontjában tönkremegy, ha $F + B + E > hC$, akkor $t = T$ időpontban a legnagyobb a kár. Az első esetben a (21) kifejezés a következőképpen módosul:

$$K(g, k, r,) = C + \frac{1}{h} (F + B + E) + \frac{1}{r} \left[C - \frac{1}{h} (F + B + E) + D \right]. \tag{23}$$

A (23) kifejezést g szerint deriválva:

$$\frac{\partial K}{\partial g} = \frac{\partial C}{\partial g} + \frac{1}{h} \left[\frac{\partial F}{\partial g} - \frac{\partial B}{\partial \left(\frac{1}{g} \right)} \frac{1}{g^2} \right] +$$

$$+ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial C}{\partial g} - \frac{1}{h} \frac{\partial F}{\partial g} + \frac{1}{h} \frac{\partial B}{\partial \left(\frac{1}{g} \right)} \frac{1}{g^2} \right] = 0 .$$

Az előző egyenletet $g(l)$-re megoldva feltételezve, hogy $g''(l) \not\equiv 0$:

$$g = \sqrt{\frac{\dfrac{\partial B}{\partial(1/g)}}{h\dfrac{\partial C}{\partial g}\dfrac{r+1}{r-1}+\dfrac{\partial F}{\partial g}}}$$

A (24) kifejezésben általában $r \geq 30$ így $(r+1)/(r-1) < 1{,}07$ és ha a (12) kifejezés is igaz, akkor

$$g \sim \sqrt{\frac{\dfrac{\partial B}{\partial(1/g)}}{hC_0c_3+\dfrac{\partial F}{\partial g}}}$$

Ha a (24) vagy (25) kifejezések jobb oldala is tartalmaz g-s tagokat, akkor csak fokozatos közelítéssel lehet g értékét meghatározni. A (25) kifejezés tovább egyszerűsödik ha (13) és (16) összefüggések is fennállnak:

$$g \sim \sqrt{\frac{B_0b_2}{hC_0c_3+F_0f_3}} \tag{26}$$

A (26) kifejezésből látható, hogy g értéke független k és r-től a vállalt kockázatoktól.

A (26) kifejezés minimum, mert általában

$$\frac{\partial^2 K}{\partial g^2} = \frac{\partial^2 C}{\partial g^2}\frac{r+1}{r}+\frac{\partial^2 F}{\partial g^2}\frac{r-1}{rh}+\frac{\partial^2 B}{\partial(1/g)^2}\frac{r-1}{rh}\frac{1}{g^4}+$$

$$+\frac{\partial B}{\partial(1/g)}\frac{r-1}{rh}\frac{2}{g^3}.$$

Ha (12), (13), (16) és (20) kifejezések is fennállnak, akkor

$$\left[\frac{\partial^2 K}{\partial g^2}\right]_{g_{opt}} = B_0b_2\frac{r-1}{rh}\frac{hC_0c_3+F_0f_3}{B_0b_2}\sqrt{\frac{B_0b_2}{hC_0c_3+F_0f_3}} =$$

$$= \frac{r-1}{r}\left(C_0c_3+F_0f_3\frac{1}{h}\right)\sqrt{\frac{B_0b_2}{hC_0c_3+F_0f_3}} > 0\,,$$

mert

$$\left[\frac{\partial^2 K}{\partial g^2}\right]_{g_{opt}}$$

kifejezés minden betűje pozitív. Ha (12), (13) és (16) kifejezések nem igazak, akkor a szélső érték meghatározására az adott esetben további vizsgálat szükséges.

Ha olyan létesítményről van szó, ahol az üzemköltség a geometriai mérettől független $\partial B/\partial g = 0$, akkor a (24), (25) és (26) kifejezések szerint $g = \text{const.}$ Ezekben az esetekben pl. erőtani méretezésnél az optimális magasság vagy az optimális vasszázalék stb. meghatározását a leggazdaságosabb $R(t, m)$ érték meghatározása után kell valamilyen ismert módszer szerint kiszámítani.

A (23) kifejezést k szerint deriválva:

$$\frac{\partial K}{\partial k} \equiv \frac{\partial C}{\partial(\ln k)}\frac{1}{k} + \frac{1}{h}\left[\frac{\partial B}{\partial(\ln k)}\frac{1}{k} + \frac{\partial F}{\partial(\ln k)}\frac{1}{k} - \frac{\partial E}{\partial(1/\ln k)}\frac{1}{(\ln k)^2}\frac{1}{k}\right] +$$

$$+ \frac{1}{r}\left\{\frac{\partial C}{\partial(\ln k)}\frac{1}{k} - \frac{1}{h}\left[\frac{\partial B}{\partial(\ln k)}\frac{1}{k} + \frac{\partial F}{\partial(\ln k)}\frac{1}{k} - \frac{\partial E}{\partial(1/\ln k)}\frac{1}{(\ln k)^2}\frac{1}{k}\right]\right\} = 0.$$

Az előző egyenletet k-ra megoldva:

$$k = \exp\sqrt{\frac{\dfrac{\partial E}{\partial(1/\ln k)}}{h\dfrac{\partial C}{\partial(\ln k)}\dfrac{r+1}{r-1} + \dfrac{\partial B}{\partial(\ln k)} + \dfrac{\partial F}{\partial(\ln k)}}} \tag{27}$$

A (27) kifejezés $r \gg 0$ értékeknél, ha a (12) kifejezés is igaz, akkor

$$k \sim \exp\sqrt{\frac{\dfrac{\partial E}{\partial(1/\ln k)}}{hC_0c_2 + \dfrac{\partial B}{\partial(\ln k)} + \dfrac{\partial F}{\partial(\ln k)}}}\,. \tag{28}$$

Ha a (27) és (28) kifejezések jobb oldala is tartalmaz k-s tagokat, akkor csak fokozatos közelítéssel lehet k értékét meghatározni.

A (28) kifejezés tovább egyszerűsödik, ha a (13), (16) és (20) kifejezések is igazak:

$$k \sim \exp\sqrt{\frac{E_0e_1}{h\,C_0c_2 + B_0b_1 + F_0f_2}}\,. \tag{29}$$

A (29) kifejezésből látható, hogy k értéke független a geometriai méretektől és független a tönkremenetellel szemben vállalt kockázattól.

A (29) kifejezés minimum, mert általában

$$\frac{\partial^2 K}{\partial k^2} \equiv \frac{1}{k^2}\left\{\left[\frac{\partial^2 C}{\partial(\ln k)^2} - \frac{\partial C}{\partial(\ln k)}\right]\left(1+\frac{1}{r}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{h}\left[\frac{\partial^2 B}{\partial(\ln k)^2} - \frac{\partial B}{\partial(\ln k)} + \frac{\partial^2 F}{\partial(\ln k)^2} - \frac{\partial F}{\partial(\ln k)}\right]\left(1-\frac{1}{r}\right)\right\} +$$

$$+ \frac{1}{k^2}\frac{1}{h}\left[\frac{\partial^2 E}{\partial\left(\frac{1}{\ln k}\right)^2}\frac{1}{(\ln k)^2} + \frac{\partial E}{\partial\left(\frac{1}{\ln k}\right)}\frac{2}{(\ln k)}\right]\frac{1}{(\ln k)^2}\left(1-\frac{1}{r}\right).$$

Ha a (12), (13), (16) és (20) kifejezések is fennállanak, akkor

$$\left[\frac{\partial^2 K}{\partial k^2}\right]_{k_{\mathrm{opt}}} = \exp\left[-2\sqrt{\frac{E_0 e_1}{hC_0 c_2 + B_0 b_1 + F_0 f_2}}\right] \times$$

$$\times \left\{- C_0 c_2\left(1+\frac{1}{r}\right) - \frac{1}{h}\left(1-\frac{1}{r}\right)[B_0 b_1 + F_0 f_2]\right\} +$$

$$+ \exp\left[-2\sqrt{\frac{E_0 e_1}{hC_0 c_2 + B_0 b_1 + F_0 f_2}}\right] \times$$

$$\times \frac{1}{h}\left(1-\frac{1}{r}\right)\frac{hC_0 c_2 + B_0 b_1 + F_0 f_2}{E_0 e_1}\left(E_0 e_1 + 2E_0 e_1\sqrt{\frac{hC_0 c_2 + B_0 b_1 + F_0 f_2}{E_0 e_1}}\right) =$$

$$= \exp\left[-2\sqrt{\frac{E_0 e_1}{hC_0 c_2 + B_0 b_1 + F_0 f_2}}\right] \times$$

$$\times\left[- C_0 c_2\frac{2}{r} + \frac{2}{h}\left(1-\frac{1}{r}\right)(hC_0 c_2 + B_0 b_1 + F_0 f_2)\sqrt{\frac{hC_0 c_2 + B_0 b_1 + F_0 f_2}{E_0 e_1}}\right] > 0,$$

mert a

$$\left[\frac{\partial^2 K}{\partial k^2}\right]_{k_{\mathrm{opt}}}$$

kifejezés minden betűje pozitív. Az első tényező exponenciális kifejezés, ami mindig pozitív, a második tényező lényegesen pozitív, bár az első tag negatív, de az osztó $r > 30$ így az első tag értéke közel zérus.

Ha a (12), (13), (16) és (20) kifejezések nem igazak, akkor a szélső érték meghatározására az adott esetben további vizsgálat szükséges.

A (23) kifejezést r szerint deriválva:

$$\frac{\partial K}{\partial r} \equiv \frac{\partial C}{\partial(\ln r)}\frac{1}{r} - \frac{1}{r^2}\left[C - \frac{1}{h}(F+B+E) + D\right] +$$

$$+ \frac{1}{r}\left[\frac{\partial C}{\partial(\ln r)}\frac{1}{r} - \frac{\partial D}{\partial\,(1/\ln r)}\frac{1}{(\ln r)^2}\frac{1}{r}\right] = 0\,.$$

Az előző egyenletet r-re megoldva:

$$r = \frac{C - \dfrac{1}{h}(F+B+E) + D - \dfrac{\partial C}{\partial(\ln r)} + \dfrac{\partial D}{\partial(1/\ln r)}\dfrac{1}{(\ln r^2)}}{\dfrac{\partial C}{\partial(\ln r)}}\,. \tag{30}$$

Ha a (12) kifejezés igaz, akkor

$$r = \frac{C - \dfrac{1}{h}(F+B+E) + D - C_0c_1 + \dfrac{\partial D}{\partial(1/\ln r)}\dfrac{1}{(\ln r)^2}}{C_0c_1}\,. \tag{31}$$

Mivel a (30) és (31) kifejezés jobb oldala is tartalmaz r-s tagokat, akkor csak fokozatos közelítéssel lehet r értékét meghatározni. A (31) kifejezés tovább egyszerűsödik, ha a (18) kifejezés is igaz, akkor ti.

$$r = \frac{C - \dfrac{1}{h}(F+B+E) + D - C_0c_1 + D_0d_1\dfrac{1}{(\ln r)^2}}{C_0c_1}\,. \tag{32}$$

A (32) kifejezés minimum, mert általában

$$\frac{\partial^2 K}{\partial r^2} \equiv \frac{\partial^2 C}{\partial(\ln r)^2}\frac{1}{r^2} - \frac{\partial C}{\partial(\ln r)}\frac{1}{r^2} + \frac{2}{r^3}\left[C - \frac{1}{h}(F+B+E) + D\right] +$$

$$+ \frac{1}{r}\left[\frac{\partial^2 C}{\partial(\ln r)^2}\frac{1}{r^2} - \frac{\partial C}{\partial(\ln r)}\frac{1}{r^2} + \frac{\partial^2 D}{\partial(1/\ln r)^2}\frac{1}{(\ln r)^4}\frac{1}{r^2} + \frac{\partial D}{\partial\,(1/\ln r)}\frac{2}{(\ln r)^3}\frac{1}{r^2} +\right.$$

$$\left. + \frac{\partial D}{\partial\,(1/\ln r)}\frac{1}{(\ln r)^2}\frac{1}{r^2}\right] - \frac{1}{r^2}\left[\frac{\partial C}{\partial(\ln r)}\frac{1}{r} - \frac{\partial D}{\partial(1/\ln r)}\frac{1}{(\ln r)^2}\frac{1}{r}\right] -$$

$$- \frac{1}{r^2}\left[\frac{\partial C}{\partial(\ln r)}\frac{1}{r} - \frac{\partial D}{\partial(1/\ln r)}\frac{1}{(\ln r)^2}\frac{1}{r}\right]$$

$$= \frac{1}{r^3}\left\{\left[\frac{\partial^2 C}{\partial(\ln r)^2} - \frac{\partial C}{\partial(\ln r)}\right](r+1) - 2\frac{\partial C}{\partial(\ln r)} + 2\left[C - \frac{1}{h}(F+B+E)+D\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial^2 D}{\partial(1/\ln r)^2}\frac{1}{(\ln r)^4} + \frac{\partial D}{\partial(1/\ln r)}\frac{1}{(\ln r)^2}\left(\frac{2}{\ln r}+3\right)\right\}.$$

Ha a (12) és (18) kifejezések is fennállnak, akkor

$$\left[\frac{\partial^2 K}{\partial r^2}\right]_{r_{opt}} = \frac{1}{r_{opt}^3}\left\{- C_0 c_1(r_{opt}+3) + 2\left[C - \frac{1}{h}(F+B+E)+D\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{D_0 d_1}{(\ln r)^2}\left(\frac{2}{\ln r}+3\right)\right\}.$$

Az r_{opt} helyébe a (32) kifejezést beírva,

$$\left[\frac{\partial^2 K}{\partial r^2}\right]_{r_{opt}} = \frac{(C_0 c_1)^3}{\left[C - \frac{1}{h}(F+B+E) + D - C_0 c_1 + \frac{D_0 d_1}{(\ln r)^2}\right]^3} \times$$

$$\times \left[- C + \frac{1}{h}(F+B+E) - D + C_0 c_1 - \frac{D_0 d_1}{(\ln r)^2} - 3C_0 c_1 + 2C - \right.$$

$$\left. - \frac{2}{h}(F+B+E) + 2D + \frac{D_0 d_1}{(\ln r)^2}\left(\frac{2}{\ln r}+3\right)\right]$$

$$\left[\frac{\partial^2 K}{\partial r^2}\right]_{r_{opt}} = \frac{(C_0 c_1)^3}{\left[C - \frac{1}{h}(F+B+E) + D - C_0 c_1 + \frac{D_0 d_1}{(\ln r)^2}\right]^3} \times$$

$$\times\left[(C - 2C_0 c_1) - \frac{1}{h}(F+B+E) + D + \frac{2D_0 d_1}{(\ln r)^2}\left(\frac{1}{\ln r}+1\right)\right] > 0,$$

mert a

$$\left[\frac{\partial^2 K}{\partial r^2}\right]_{r_{opt}}$$

kifejezés minden betűje pozitív. Az első tényező pozitív, mert $1/r_{opt}^3$; a második tényező is pozitív, mert lényegében a kár összeget tartalmazza. Ha a (12) és (18) kifejezések nem igazak, akkor a második derivált pozitív voltának bizonyítására külön vizsgálat szükséges.

12. Többcélú létesítmények méretezése

Vannak olyan létesítmények, amelyek több célt szolgálnak (pl. vízlépcső) [2] vagy olyanok, amelyek technológiai szempontból csak egyféle rendeltetésűek ugyan, de több alrendszerből vannak felépítve. Pl. egy szálloda áll: egy technológiai — egy tartószerkezeti-, egy vízellátási-, egy csatornázási-, egy fűtési-, egy gázszolgáltatási stb. alrendszerből [3]. Általában egy létesítmény „m" alrendszerből áll. Az i-dik alrendszer beruházási költsége:

$$C_i = C_i(g_1, g_2 \ldots, g_m, \ln k_1, \ln k_2, \ldots \ln k_m, \ln r_1, \ln r_2, \ldots, \ln r_m), \tag{33a}$$

fenntartási költsége

$$F_i = F_i\left(g_1, g_2, \ldots, g_m, \ln k_1, \ln k_2, \ldots, \ln k_m, \frac{1}{\ln r_1}, \frac{1}{\ln r_2}, \ldots, \frac{1}{\ln r_m}\right), \tag{33b}$$

üzemköltsége

$$B_i = B_i\left(\frac{1}{g_1}, \frac{1}{g_2}, \ldots, \frac{1}{g_m}, \ln k_1, \ln k_2, \ldots, \ln k_m\right), \tag{33c}$$

a ki nem elégített igények miatti kár

$$E_{ij} = E_{ij}\left(\frac{1}{\ln k_1}, \frac{1}{\ln k_2}, \ldots, \frac{1}{\ln k_m}\right), \tag{33d}$$

az esetleges tönkremenetelkor okozott károk

$$D_{ij} = D_{ij}\left(\frac{1}{\ln r_1}, \frac{1}{\ln r_2}, \ldots, \frac{1}{\ln r_m}\right). \tag{33e}$$

$$(i = j = 1, 2, \ldots, m)$$

E_{ij} az i-dik létesítményrésznél (alrendszernél) keletkező kár, a j-dik részlétesítmény évenként ismétlődhető műszaki igény kielégítetlenségéből.

D_{ij} az i-dik részlétesítménynél (alrendszernél) keletkező kár a j-dik részlétesítmény esetleges tönkremenetelekor, vagy meghibásodásakor.

Az E_{ij} ill. D_{ij} károkról feltételezhetők, hogy azok egymástól és az esetleges meghibásodásból, vagy az előző évenként megismétlődő műszaki igény kielégítetlenségből keletkező károktól függetlenek.

Feladatul tűztük ki g_i, k_i és r_i paraméterek meghatározását, azzal a feltétellel, hogy a létesítmények a tervezett élettartamra vonatkozó költsége [7] minimum legyen:

$$K(t, g_1, g_2, -, g_m, k_1, k_2, \ldots k_m, r_1 r_2, \ldots, r_m) =$$

$$= \sum_{i=1}^{m} C_i + \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{h_i} (F_i + B_i + E_i^*) +$$

$$+ \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{r_i} \left[C_i \frac{q^{T_i} - q^t}{q^{T_i} - 1} - (F_i + B_i + E_i^*) \frac{q^{T_i} - q^t}{q^{T_i}(q-1)} + D_i^* \right]. \quad (34)$$

A (34) kifejezésben C_i az i-edik létesítményrész újralétesítési költsége, ami a (12) kifejezés analógiájára a következő módon írható le:

$$C_i = C_{i0}(c_{i0} + c_{i1} g_1 + \ldots + c_{im} g_{im} + c_{i1}^{(k)} \ln k_1 + \ldots + c_{im}^{(k)} \ln k_m +$$

$$+ c_{i1}^{(r)} \ln r_1 + \ldots + c_{im}^{(r)} \ln r_m),$$

$$(i = 1, 2, \ldots, m) \quad (35)$$

A (34) összefüggésben levő E_i^* és D_i^* kifejezések a következők:

$$E_i^* = E_{ij} + \frac{E_{i,j+1}}{\ln k_{j+1}} + \frac{E_{i,j+2}}{\ln k_{j+1} \cdot \ln k_{j+2}} + \ldots +$$

$$+ \frac{E_{im}}{\ln k_1 \cdot \ln k_2 \ldots \ln k_{j-1} \cdot \ln k_{j+1} \ldots \ln k_m} \quad (36a)$$

és

$$D_i^* = D_{ij} + \frac{D_{i,j+1}}{\ln r_{j+1}} + \frac{D_{i,j+2}}{\ln r_{j+1} \ln r_{j+2}} + \ldots +$$

$$+ \frac{D_{im}}{\ln r_1 \ln r_2 \ldots \ln r_{j-1} \ln r_{j+1} \ldots \ln r_m} \quad (36b)$$

$$(i = j = 1, 2, \ldots, m)$$

E_{ij} és D_{ij} a legnagyobb kárt jelentik az i-dik létesítményrésznél ($j = 1, 2, \ldots, m$) $E_{i,j+1}/\ln k_{j+1}$ és $D_{i,j+1} \ln r_{j+1}$ az $E \ln k$ és $D_i \ln r$-es tagok közül a legnagyobb és $E_{i,j+2} (\ln k_{j+1} \ln k_{j+2})$ és $D_{i,j+2} (\ln k_{j+1} \ln k_{j+2})$ az $E_i (\ln k \ln k')$ és $D_i'(\ln r, \ln r')$-s tagok közül a legnagyobb stb. Mivel k illetőleg r értékei 20 és 10^4 közt változnak, ezért a (36) kifejezésből csak az első két taggal érdemes tovább számolni. A (36) kifejezés nevezőjében levő $\ln k$ illetőleg $\ln r$ a károknak a biztonság javára való túlértékelése [1]. A (34) kifejezés szélső értékeinek meghatározásához a (21) illetőleg (23) kifejezés analógiájára kell eljárni. A 11. fejezetben elmondottak a 12. fejezetre értelemszerűen átvihetők. Ezek alapján a végeredmények a következők:

A (22) egyenlet helyébe a

$$\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{r_i} \frac{C_i}{q^{T_i} - 1} = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{r_i} (F_i + B_i + E_i^*) \frac{1}{q^{T_i}(q - 1)} \tag{37}$$

összefüggés lép. Ez az összefüggés azt mondja, hogy a (37) feltétel teljesülése esetében a tönkremenetel idejétől független lehet a szélső érték, tehát nincs szélső érték. „K" legnagyobb értéke, ha a (37) kifejezés bal oldala a nagyobb, általában $t = 0$ időben, ha a jobb oldala a nagyobb akkor $t = T$ időben következik be.

A (24) kifejezés helyett, ha $g_j'(l_j) \neq 0$, a

$$g_j = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \frac{\dfrac{\partial B_i}{\partial (1/g_j)}}{h_i \dfrac{\partial C_i}{\partial g_j} \dfrac{r_i + 1}{r_i - 1} + \dfrac{\partial F_i}{\partial g_j}}} \tag{38}$$

$$(j = 1, 2, \ldots, m)$$

kifejezés lép. Ha a (38) kifejezés jobb oldala is tartalmazza a g_j-s tagokat, akkor a fenti egyenletrendszert csak fokozatos közelítéssel próbálgatással lehet megoldani.

A (27) összefüggés helyébe a

$$k_j = \exp \sqrt{\sum_{i=0}^{m} \frac{\dfrac{\partial E_i^*}{\partial (1/\ln k_j)}}{h_i \dfrac{\partial C_i}{\partial (\ln k_j)} \dfrac{r_i + 1}{r_i - 1} + \dfrac{\partial B_i}{\partial (\ln k_j)} + \dfrac{\partial F_i}{\partial (\ln k_j)}}} \tag{39}$$

$$(j = 1, 2, \ldots, m)$$

kifejezés lép. Ha a (39) kifejezés jobb oldala is tartalmaz k-s tagokat, akkor az *m db* egyenletből álló egyenletrendszert fokozatos közelítéssel kell megoldani.

A (32) kifejezés helyébe az

$$r_j = \frac{C_j - \dfrac{1}{h_j}(F_j + B_j + E_j^*) + D_j^* - \dfrac{\partial C_i}{\partial (\ln r_j)} + \dfrac{\partial D_j^*}{\partial (1/\ln r_j)} \cdot \dfrac{1}{(\ln r_j)^2}}{\displaystyle\sum_{i=1}^{m} \frac{\partial C_i}{\partial (\ln r_j)} + \sum_{\substack{i=1 \\ j+1}}^{\substack{m \\ j-1}} \frac{1}{r_i} \left[\frac{\partial C_i}{\partial (\ln r_j)} - \frac{\partial D_i^*}{\partial (1/\ln r_j)} \frac{1}{(\ln r_j)^2} \right]} \tag{40}$$

$$(j = 1, 2, \ldots, m)$$

összefüggés lép. A (40) kifejezés alapján r_j értékei csak fokozatos közelítéssel határozhatók meg. A jobboldalon $1/r_i$ értékeit előzetesen becsülni kell. Ezenkívül D_i^* értékeit is először meg kell becsülni.

Ha a (35) kifejezésen túlmenően még feltételezhető, hogy

$$F_i = F_{i0}\left(f_{i0} + \frac{f_{i1}^{(r)}}{\ln r_1} + \ldots + \frac{f_{im}^{(r)}}{\ln r_m} + f_{i1}^{(k)} \ln k_1 + \ldots + \right.$$
$$\left. + f_{im}^{(k)} \ln k_m + f_{i1} g_1 + \ldots + f_{im} g_m\right),$$
$$B_i = B_{i0}\left[b_{i0} + b_{i1}^{(k)} \ln k_1 + \ldots + b_{im}^{(k)} \ln k_m + \frac{b_{i1}}{g_1} + \ldots + \frac{b_{im}}{g_m}\right], \qquad (41)$$
$$E_i^* = E_{i0}^*\left[e_{i0}^* + \frac{e_{i1}^*}{\ln k_1} + \ldots + \frac{e_{im}^*}{\ln k_m}\right],$$
$$D_i^* = D_{i0}^*\left[d_{i0}^* + \frac{d_{i1}^*}{\ln r_1} + \ldots + \frac{d_{im}^*}{\ln r_m}\right].$$

A (41) összefüggésben levő *-os kifejezések az alábbiak:

$$E_{i0}^* = E_{ij0} + \frac{E_{i,j+1,0}}{\ln k_{j+1}} + \ldots + \frac{E_{im0}}{\ln k_1, \ln k_2 \ldots \ln k_{j-1} \ln k_{j+1} \ldots \ln k_m},$$
$$e_{ik}^* = e_{ijh} + \frac{\ln k_{j+1}}{l_{ij+1h}} + \ldots + \frac{e_{imh}}{\ln k_1 \cdot \ln k_2 \ldots \ln k_{j-1} \ln k_{j+1} \ldots \ln k_m},$$
$$(i = j = 1, 2, \ldots, m)$$
$$(h = 0, 1, 2, \ldots, m)$$

és

$$D_{i0}^* = D_{ij0} + \frac{D_{i,j+1,0}}{\ln r_{j+1}} + \ldots + \frac{D_{im0}}{\ln r_1 \cdot \ln r_2 \ldots \ln r_{j-1} \ln r_{j+1} \ldots \ln r_m},$$
$$d_{ih}^* = d_{ijh} + \frac{d_{i,j+1,h}}{\ln r_{j+1}} + \ldots + \frac{d_{imh}}{\ln r_1 \cdot \ln r_2 \ldots \ln r_{j-1} \ln r_{j+1} \ldots \ln r_m}.$$
$$(i = j = 1, 2, \ldots, m)$$
$$(h = 0, 1, 2, \ldots, m)$$

A *-os kifejezések meghatározásához k és r értékeit közelítőleg előre fel kell venni. Ha a (42) kifejezésből lényegesen eltérő k és r értékek jönnek ki, akkor a számítást meg kell ismételni. Ebben az esetben a (38), (39) és (40) kifejezések a következőképpen egyszerűsödnek:

$$g_j = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \frac{B_{i0} b_{ij}}{h_i C_{i0} c_{ij} (r_i + 1)/(r_i - 1) + F_{i0} f_{ij}}}, \tag{43}$$

$$(j = 1, 2, \ldots, m)$$

$$k_j = \exp \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \frac{E^*_{i0} e^*_{ij}}{h_i C_{i0} c_{ij}^{(k)} (r_i + 1)/(r_i - 1) + B_{i0} b_{ij}^{(k)} + F_{i0} f_{ij}^{(k)}}}$$

$$r_j = \frac{C_j - \dfrac{1}{h_j}(F_j + B_j + E^*_j) + D^*_j - C_{j0} c_{jj}^{(r)} + \dfrac{D^*_{j0} d^*_{jj}}{(\ln r_j)^2}}{\sum\limits_{i=1}^{m} C_{i0} c_{ij}^{(r)} + \sum\limits_{\substack{i=1 \\ j+1}}^{\substack{j-1 \\ m}} \dfrac{1}{r_j} \left[C_{i0} c_{ij}^{(r)} - D^*_{i0} \dfrac{d^*_{ij}}{(\ln r_j)^2} \right]} \tag{44}$$

$$(j = 1, 2, \ldots, m)$$

Ha képezzük a (34) kifejezés második deriváltjait és azokba a (44) kifejezést behelyettesítjük, akkor azok valamennyien pozitívak, ezért a (44) összefüggés minimumot ad. A (38), (39), (40) és a (42) kifejezésekből az is látható, hogy g_j, k_j és r_j értékei lényegében egymástól függetlenek.

13. A teljes létesítmény méretezésének gyakorlati menete

a) Első lépés meghatározni a műszaki igény és a kapacitás valószínűségi jellemzőit $[a_{si}(t), s_{si}(t), \mu_{fsi}(t), \mu_{csi}(t)$ és $a_{Ri}(t), s_{Ri}(t), \mu_{fRi}(t), \mu_{cRi}(t)$ $(i = 1, 2, \ldots, m)]$

b) Második lépés, meg kell határozni a létesítmény részek beruházási költségeit (C_i) különböző geometriai méretek illetőleg technológiai paraméterek és különböző vállalt kockázat figyelembevételével. Elő kell állítani a (35) kifejezést.

c) Harmadik lépésben meg kell határozni a fenntartási (F_i) és az üzemköltségeket (B_i). Ezek, vagy a (41) kifejezés szerinti egyszerű arányosságot tartalmazó függvények, vagy a magasabb rendű tagokat is tartalmazó racionális tört függvények.

d) Negyedik lépésként meg kell határozni a kárfüggvényeket (E^*_i és D^*_i). Ezek a függvények, vagy a (41) összefüggés szerinti fordított arányosságok vagy még magasabb rendű tagokat is tartalmazó racionális tört függvények.

e) Ötödik lépésben meg kell határozni a (34) kifejezés szerinti költségfüggvényt (K).

f) Hatodik lépésként ki kell számítani az optimális geometriai méretek illetőleg technológiai paraméterek függvényét $[g_i = g_i(l_i)]$ és az optimálisan vállalt kockázatot (k_i, r_i) a (38), (39), (40), vagy a (42) összefüggés szerint.

g) Hetedik lépésben ki kell számítani az optimálisan vállalt kockázat alapján, az (5) és (9) összefüggések szerint, az *i*-edik részlétesítmény vagy alrendszer kapacitását $[R_i(t)]$.

h) A nyolcadik lépésben az $[R_i(t)]$ kapacitás birtokában meg kell határozni a geometriai méreteket illetőleg technológiai paramétereket $[g_i = g_i(l_i)]$ függvény figyelembevételével.

IRODALOM

1. BENEDIKT Szvetlana: A New Optimization Criterion for Games Against Nature Conference on Operations Research. Eger Hungary, 1974. August
2. DÉGEN Imre: Vízgazdálkodás I. A vízgazdálkodás közgazdasági alapjai. Tankönyvkiadó, Budapest 1972
3. JÁNDY Géza: Rendszerelemzés és irányítás. Statisztikai Kiadó Vállalat, Budapest 1975
4. MISTÉTH Endre: Some Safety Problems. Published by the Secretariat of IABSE. Zürich 1968. Eighth Congress, New York
5. MISTÉTH Endre: Dimensioning of Structures for Flood Discharge According to the Theory of Probability. *Acta Techn. Hung.* **76** (1974), 107—127
6. MISTÉTH Endre: Kockázatvállalás a vízgazdálkodásban. *Vízdok* 1975
7. ST. JAMES, L. N.: Economics Dictates Reliability. *IEEE Transactions on Reliability* **R-14** köt. (1965)
8. SZÁSZ György: A műszaki megbízhatóság. *Szabványügyi Közlemények* (1965), **10** **12**

Systematic Investigation of the Optimum Safety of Multipurpose Constructions. — Dimensioning is in general treated of. It can be proved that the basic relationship used in dynamic dimensioning calculations may also be applied in dimensioning hydraulic, technologic an heating facilities of a building. Should the risks undertaken to be determined, so the subsystems independent of each other also can be dimensioned. However, the risks undertaken which are at the different subsystems not independent of each other, can be determined by optimization of the total costs.

Systematische Untersuchung der optimalen Sicherheit von Mehrzweckbauwerken. — Der Aufsatz befaßt sich mit der Dimensionierung im allgemeinen. Es kann nachgewiesen werden, daß die bei dynamischer Dimensionierung gebräuchliche Grundformel auch bei der Dimensionierung von hydraulischen, technologischen und Heizanlagen des Gebäudes angewandt werden kann. Sind die übernommenen Risikos einmal ermittelt worden, so können auch die voneinander unabhängigen Teilsysteme dimensioniert werden. Die übernommenen Risikos jedoch, die bei den unterschiedlichen Teilsystemen nicht mehr voneinander unabhängig sind, können durch die Optimalisierung der Gesamtkosten ermittelt werden.