

FOGASKERÉK — VILLÁMHŐMÉRSÉKLET

II. A VÁLTOZÓ KAPCSOLÓDÁSI VISZONYOK HATÁSA

KOLONITS FERENC*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

[Beérkezett: 1973. január hó 23-án]

A leginkább elterjedt érintkezési hőmérsékletemelkedés (villámhőmérséklet)-számítási eljárások állandó kiterjedésű, intenzitású és haladási sebességű hőforrás feltételezésén alapulnak. Jelen tanulmány ismerteti TOBE pontosabb számítási eljárását és egyszerűsített módszert javasol, amellyel a változó viszonyok közelítőleg követhetők.

Jelölések

(1. index a kiskerékre, 2. a nagykerékre utal)

$p(x)$	felületi nyomás megoszlása a nyomsávon
e_m	mechanikai hőegyenérték
μ	sűrűlási tényező
v	sebesség (cs-index: csúszási)
w	érintkezési nyomsáv fél szélessége
x	fogfelületi koordináta
t, τ	idő
ρ	sűrűség
c	fajhő
λ	hővezetési tényező
a	hődiffúziós tényező ($\lambda/\rho c$), ill. tengelytáv
b	hőbehatalási tényező ($\sqrt{\rho c \lambda}$)
ζ	kapcsolóvonalon mért relatív koordináta ($\overline{N_1 P} / \overline{N_1 N_2}$)
$N_{1,2}$	alapkörök és a kapcsolóvonal érintkezési pontjai
φ, Φ	hőmegoszlási tényező, ill. közepes értéke
Θ	villámhőmérséklet
α_g	kapcsolószög
m	modul
z	fogsorszám
p_n	vonalnyomás
u	fogszámviszony (z_2/z_1)
n	fordulatszám
β	nyomsáv orrpontjától (w szerint vett) felületi relatív koordináta
k	$a \sin \alpha_g$ jelölése
η	hőforrásintenzitás időbeli változását linearizáló tényező
$\delta, \varepsilon, \gamma$	η összetevői sebesség, w , ill. p_n megváltozásából
A, E	kapcsolódás kezdő és végpontja
B, D	egyedi kapcsolás kezdő- és végpontja
C	főpont
ν	Poisson-szám
E	rugalmassági modulus
s	sebesség fajlagos értéke (v/w)
B	Blok-szám (wv/a)
θ	segédváltozó: vizsgált időponttól visszafelé számított idő négyzetgyöke

Egyéb, ritkábban használt jelöléseket a megfelelő helyen definiáltunk.

* Dr. Kolonits Ferenc, 1112 Budapest, Cirmos u. 4

1. A villámhőmérséklet-számítás modelljei

A berágódás okainak elemzése szükségessé tette a kapcsolódás során fellépő hőmérsékletek közelebbi vizsgálatát. Ez a hőfokkép a fog kapcsolódáson kívüli hőmérséklete és egy kapcsolódási hirtelen hőmérsékletemelkedés (villámhőmérséklet) összegeződéséből jön létre.

A villámhőmérséklet számítására az idők során többféle módszert közöltek: ezek a fogat végtelen féltérrel helyettesítik, amelynek határán az érintkezési nyomsáv felett megoszló, végtelen szalagszerű hőforrás mozog [1] [2] [3].

A modellek egy része állandósult viszonyok, állandó haladási sebesség, hőforráserősség stb. mellett, egyszóval a hőforrással együtt mozgó koordináta-rendszerben kezdeti feltétel nélküli stacioner állapotot vizsgál. Ezeket egy korábbi tanulmányban áttekintettük [4]. Legújabbban TOBE – KATO – TAKATSU olyan számítási eljárást dolgoztak ki, amely figyelemmel kíséri a kapcsolódás során pontról-pontra változó viszonyokat és mért dinamikus terhelésre alkalmazva a kísérletekkel jellegében, és (bár meglehetősen nagy, acél-konstantán anyagpárra 0,4 sűrűlődi tényező feltételezésével) számszerűen is egyezést mutat [3].

2. TOBE számítási eljárása

2.1. A fejlődött hő egészében az egyik fogba áramlik

A hőforrást az 1. ábra szerinti koordináta-rendszerbe helyezük. Állandónak feltételezett sűrűlődi tényező és $p(x)$ nyomásmegoszlás mellett a nyomsávon

$$q = e_m p(x) |v_{cs}|. \quad (1)$$

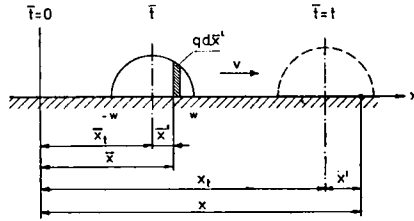
Ha \bar{x} ponton Q intenzitású vonalforrás impulzusszerűen működött, x pontban a hőmérséklet időfüggvénye (kétdimenziós hőlökés):

$$\Theta(x,t) = \frac{Q}{2\pi\lambda t} \exp \left[-\frac{(x - \bar{x})^2}{4at} \right]. \quad (2)$$

Először számoljunk úgy, hogy az összes fejlődött hő az egyik fogba áramlik. Valamely (indulástól számított) x pontban és t időpillanatban a felszíni hőmérséklet számításakor mindazon elemi hőlökéseket kell összegeznünk, amelyek a középhelyzetét 0-tól x_t -ig változtató hőforrás elemi $q \, d\bar{x}'$ vonalforrásai adnak.

$$x_t = \int_0^t v dt,$$

$$\Theta(x,t) = \frac{1}{2\pi\lambda} \int_0^t \frac{d\bar{t}}{t - \bar{t}} \int_{-w}^w q(\bar{x}', t) \exp \left[-\frac{(x - \bar{x}_t - \bar{x}')^2}{4a(t - \bar{t})} \right] d\bar{x}'. \quad (3)$$



I. ábra

Vezessük be az alábbi transzformációkat:

$$\vartheta = \sqrt{t - \bar{t}}, \quad \xi = \frac{x - \bar{x}}{\sqrt{4a\vartheta}}; \tag{4}$$

$$\Theta(x, t) = \frac{2}{\pi b} \int_0^{\sqrt{\bar{t}}} d\vartheta \int_{\xi_1}^{\xi_2} q(x - \bar{x}_t - 2\sqrt{a}\xi\vartheta, t - \vartheta^2) e^{-\xi^2} d\xi, \tag{5}$$

ahol

$$b = \sqrt{\rho c \lambda}, \quad \xi_{1,2} = \frac{x - \bar{x}_t \pm w}{\sqrt{4a\vartheta}}. \tag{6}$$

Az integrálok numerikusan értékelhetők. $\bar{t} = t$ (azaz $\vartheta = 0$) esetében szingularitás lép fel a belső integrál számításánál, de megállapítható, hogy értéke

$$I_{\vartheta=0} = \sqrt{\pi} q(x - \bar{x}_t, t). \tag{7}$$

A kapcsolódási pontok helyét a kapcsolóvonalból kiindulva értelmezzük valamely P pontra

$$\zeta = \frac{N_1 P}{N_1 N_2} \tag{8}$$

viszonylagos evolvensgörbületi sugárral. A kapcsolódó kerek geometriai sebességi és anyagi jellemzőinek ismeretében minden ζ -hez meghatározható a kapcsolódás kezdete óta eltelt idő, megtett utak, sebességek és nyomásviszonyosság. A hőforrásmegoszlást a Hertz-feszültségeknek megfelelően elliptikusnak tekintik.

2.2. A fejlődött hő megoszlásának számítása

Az érintkezés során azonban a fejlődött hő megoszlik a két fog közt. Ha az elemi hőforrás-részekből az 1. fogba hatoló részarányát a hely és idő

függvényében φ -vel jelöljük, úgy

$$\Theta_1(x', t) = \frac{2}{\pi b_1} \int_0^{\sqrt{t}} d\vartheta \int_{\xi_{i,1}}^{\xi_{i,n}} \varphi q e^{-\xi} d\xi, \quad (9)$$

$$\Theta_2(x', t) = \frac{2}{\pi b_2} \int_0^{\sqrt{t}} d\vartheta \int_{\xi_{i,1}}^{\xi_{i,n}} (1 - \varphi) q e^{-\xi} d\xi;$$

φ -t az szabja meg, hogy az érintkező felületek hőmérséklete azonos.

A közepes megoszlási tényező definíciója:

$$\Phi = \frac{\int_{-w}^w \varphi q dx'}{\int_{-w}^w q dx'}. \quad (10)$$

Közelítésként javasolják a Blok-féle, nyomsvá mentén állandó φ -t feltételező

$$\Phi = \frac{b_1 \sqrt{v_1}}{b_1 \sqrt{v_1} + b_2 \sqrt{v_2}} \quad (11)$$

közepes megoszlási tényező alkalmazását, így az (5) szerint számolt villámhőmérsékletekből

$$\Theta_1 = \Phi \Theta, \quad \Theta_2 = (1 - \Phi) \Theta. \quad (12)$$

A pontos vizsgálathoz a kapcsolódás kezdete óta eltelt időt kicsi Δt szakaszokra bontják. Legyen az aktuális időpont épp a n -ik szakasz végén, ekkor közelítőleg

$$\Theta(x', n\Delta t) = \frac{1}{\pi b} \sum_{i=1}^n \{ (K_{i-1} + K_i) [\sqrt{i\Delta t} - \sqrt{(i-1)\Delta t}] \}, \quad (13)$$

$$K_i = \int_{\xi_{i,1}}^{\xi_{i,n}} \varphi[x', (n-i)\Delta t] q[x', (n-i)\Delta t] e^{-\xi} d\xi.$$

Feltételezzük, hogy az $n-1$. időszakasz végéig a számítást már elvégeztük. Az eredményekből a K_1, \dots, n mennyiségek meghatározhatók. A (7) összefüggés alapján

$$K_0 = \sqrt{\pi} \varphi(x', n\Delta t) q(x', n\Delta t), \quad (14)$$

ez ismeretlen. Azonban hasonló egyenleteket írhatunk fel Θ_2 -re is és a hőmérsékletek azonosságának feltételéből $\varphi(x', n\Delta t)$ meghatározható.

2.3. Számszerűségek

A módszer rendkívül munkaigényes, csak számítógépen realizálható.

Részletesen megvizsgálták egy $\alpha_g = 20^\circ$, $m = 3$ mm, $z_1 = 18$, $z_2 = 30$, $p_{n,\max} = 300$ kp/cm, $n_1 = 3000$ /min elemi fogazatú fogaskerékpárt, minden hőt egy fogra számolva, ill. megoszlási tényezővel, végig maximális, ill. fog-

rugalmasság szerint megoszló vonalnyomás tekintetbevételével. A legnagyobb hőmérsékletek az A kapcsolópont környékén lépnek fel, de a Blok-féle hőmérsékletképpel ellentétben a nyomsávon fellépő Θ_{\max} a kapcsolódás kezdetén nem nő ugrásszerűen, hanem $\Theta_A = 0$ -tól kezdetben igen meredek (vízszintes tengelyű parabola csúcskörnyékéhez hasonló) emelkedés után ér el (a Blok-féle Θ_A -nál kisebb) csúcspontot. Ezután jellegében a Blok-képletnek megfelelő Θ -k adódnak, számszerűleg is jó közelítéssel.

A közepes megoszlási tényező A pontban 0,5, eztután gyorsan csökken, és a további kapcsolódás során újra növekedve a Blok-féle értéket igen jól megközelíti.

Diagramokat közölnek (az egész hőfejlődés hatását az 1. kerékre számolva, de fogrugalmasságot tekintetbe véve), ahol változó n_1 ill. m -re ábrázolják az A pont környékén kialakuló maximumot, ill. az A pontban BLOK szerint fellépő maximális értéket. Az eredmények növekvő $B = wv/a$ Blok-szám mellett közelednek egymáshoz.

A kísérletek és számítások eredményét mért dinamikus terhelések alapján vetették össze, amelyek igen eltértek a használatos (elméleti) vonalnyomás-képtől. A kísérleteknél az előbbitől eltérő kerékpárt alkalmaztak (rögzített napkerek bolygómű, a napkerék egyik foga a keréktettől műgyantával izolált konstantán, napkerék 22, bolygókerék 14 fogú elemi fogazat, $\alpha_g = 20$ $m = 4$ mm). A két részletesen kiértékelt esetre $p_{n,\max} = 36,2$, ill. $27,2$ kp/cm, $n_2 = 705$ ill. $1450/\text{min}$ a tényleges dinamikus terhelések a fenti névleges értékektől eltérnek. További méréseket végeztek $p_{n,\max} = 18,1 \dots 68,2$ kp/cm, $n_2 = 700 \dots 1200/\text{min}$ mellett: a maximális hőmérséklet a fordulatszámmal és $p_{n,\max}$ négyzetgyökével arányos növekedést mutatott.

3. Egyszerűsített számítás

A fogfelületre merőleges egydimenziós, ill. kétdimenziós hővezetéssel számoló stacioner modell eredményeinek egybevetéséből látható, hogy az egydimenziós számítás már viszonylag kis Blok-szám mellett is elfogadható közelítést ad, különösen, ha figyelembe vesszük az alapadatok elkerülhetetlen pontatlanságát; a képletek viszont jelentősen egyszerűsödnek. Ezért megvizsgáljuk, hogyan lehet a Blok-modelt változó viszonyokra alkalmazni.

A Tobe-modellnél adott időben és pontban kialakuló hőmérsékleteket elvileg a kapcsolódás kezdetétől az aktuális pillanatig terjedő időköz ill. a hőforrás által közben megtett útszakasz minden „eseménye” befolyásolja. Ha a vizsgált pont éppen az aktuális érintkezési nyomsávon van, megállapítható, hogy a megelőző hőforráshelyzetekből eredő hatás először kevésbé, majd hirtelen csökken, utána megint kisebb ütemű csökkenés tapasztalható (végtelen távolban aszimptotikusan nullához tart). Az erős csökkenés azon helyzet kör-

nyékén következik be, amelynél korábbi időpontban a vizsgált pont az érintkezési nyomsávon még kívül van: üteme a Blok-szám növekedésével nő. Fizikai tartalma, hogy a hőforrásból közvetlen érintkezéssel betáplált hő egyre nagyobb szerepet játszik a felszíni hőmérsékletek kialakulásában B növekedtével a korábbi hőbevezetésektől vezetéssel átáramló hőmennyiséghez képest, illetve adott felszíni pont hőmérsékletét döntően azon hőforráshelyzetek hatása befolyásolja, amelyeknél a vizsgált pont az érintkezési nyomsávon belül van (megfontolásainkat egyenletes megoszlású hőforrás középpontjára végeztük (5) alapján — 1: a 4.3. részt — de a következtetés fizikailag reális más esetre is).

Hogy számításainkat lehetőleg egyszerűsítsük, a nyomsáv egy pontjának vizsgálatakor a nyomsáv szélességet és a haladási sebességet a (középpontnak megfelelő) állandó értékekkel számoljuk. A hőforrásmegoszlást parabolával közelítjük. A viszonyok változását a középponti hőforrásintenzitásnál vesszük tekintetbe: a vizsgált helyzet körül a változást a leíró függvény érintőjével helyettesítjük.

A nyomsávon relatív koordinátákat bevezetve (az orrponton $\beta = 0$, nyomsáv másik végén $\beta = 2$):

$$q = q_c(2\beta - \beta^2), \quad (15)$$

$$q_c = \frac{3}{4} e_m \mu \frac{p_n v_{cs}}{w}. \quad (16)$$

Legyen

$$-\eta = \frac{1}{q_c} \frac{dq_c}{dt} = \frac{1}{p_n} \frac{dp_n}{dt} + \frac{1}{v_{cs}} \frac{dv_{cs}}{dt} - \frac{1}{w} \frac{dw}{dt} = \gamma + \delta - \varepsilon. \quad (17)$$

Ha bevezetjük a

$$k = a \sin \alpha_g, \quad v_a = r_{a1} \omega_1 \quad (18)$$

jelöléseket, és ζ_A az A pont (8) szerinti helyzetjellemzője, az alábbi összefüggéseket írhatjuk fel:

$$\zeta = \zeta_A + \frac{v_a}{k} t, \quad (19)$$

$$w = \sqrt{\frac{4}{\pi} \sum_{i=1,2} \frac{1 - v_i^2}{E_i} \sqrt{p_n k} \sqrt{\zeta(1 - \zeta)}}, \quad (20)$$

$$v_{cs} = \pm k \omega_2 [1 - (u + 1)\zeta], \quad (21)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{\zeta} - \frac{1}{1 - \zeta} \right) \frac{v_a}{k} + \gamma \right\}, \quad (22)$$

$$\delta = \mp \frac{v_a}{k} \frac{1}{\frac{1}{u + 1} - \zeta}, \quad (23)$$

A (21) és (23) képletekben a felső előjel az \overline{AC} , az alsó pedig a \overline{CE} kapcsolószakaszra vonatkozik.

Elméleti vonalnyomásképet véve kétfogpár (pl. \overline{AB}) szakaszon, rugalmas fogak esetében

$$\gamma = \frac{v_a}{k} \frac{1}{\frac{P_{n,A}\zeta_B - P_{n,B}\zeta_A}{P_{n,B} - P_{n,A}} + \zeta}, \quad (24)$$

egyfogpár-kapcsolódáskor vagy merev fogaknál $\gamma = 0$.

Ilymódon a szükséges jellemzők meghatározhatók mind a hely, mind az idő függvényében. A hőforrásintenzitás időfüggése:

$$q_c = q_{c,0}[1 + \eta(t_0 - t)]. \quad (25)$$

Ugrásszerű intenzitásváltozás külön vizsgálatot igényel; szorítkozunk egyelőre a kapcsolódás megkezdődését követő jelenségekre.

3.1. Az összes súrlódási hő az egyik fogba áramlik

Keressük a hőmérsékletet a kapcsolódás kezdetétől számított t idő múlva, az aktuális hőforráshelyzetre értelmezett β relatív koordinátájú pontban. A Blok-féle módszert követve összegeznünk kell mindazon elemi hőforrásrészekből eredő hőlékések hatását, amelyek a vizsgált pont felett elhaladtak.

A β helyen τ idő előtt a hőforrás $\beta - \tau v/w$ helyéhez tartozó elemi hőforrás hatott, ha ez a hely egyáltalán a nyomsávon belül van. Ennek feltétele:

$$\tau \leq \frac{w}{v} \beta \quad (26)$$

(A továbbiakban a v/w értéket, mint speciális hosszegységben számított sebességet, s -el jelöljük). Hőmérsékletek (a t időpontbani hőforrásintenzitással):

$$\Theta(\beta, t) = \frac{q_{c,t}}{b\sqrt{\pi}} \int_0^f \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} (1 + \eta\tau)[2(\beta - s\tau) - (\beta - s\tau)^2]. \quad (27)$$

Az f felső határ t , ha ez kisebb β/s -nél; ez azon pontoknál fordul elő A környezetében, amelyek az A ponthoz tartozó nyomsávon is rajta vannak („felfutási szakasz”). Ellenkező esetben a felső határ β/s („kialakult szakasz”, már nem függ explicite a kapcsolódás kezdetétől eltelt t időtől). Elvégezve az integrálást,

$$\Theta_f = \frac{2q_{c,t}}{b\sqrt{\pi}} \left[(2\beta - \beta^2) \left(1 + \frac{\eta t}{3}\right) - 2(1 - \beta) \left(\frac{1}{3} + \frac{\eta t}{5}\right) s t - \left(\frac{1}{5} + \frac{\eta t}{7}\right) s^2 t^2 \right] \sqrt{t}, \quad (28)$$

$$\Theta_k = \frac{8q_{c,t}}{15\sqrt{\pi}} \frac{\beta\sqrt{\beta}}{b\sqrt{s}} \left[(5 - 2\beta) + \frac{\eta}{s} \beta \left(1 - \frac{2}{7} \beta\right) \right],$$

Ha a második képletben a szögletes zárójel második tagját elhagyjuk, a Blok-képletet kapjuk. Látható, hogy TOBE eredményeivel kapcsolatos megfontolásokkal összhangban a kapcsolódás kezdetén a hőmérséklet vízszintes tengelyű parabola csúcskörnyéki értékeinek megfelelően alakulnak. Szélsőértékhely

$$\beta_f = 1 + \frac{st}{5} \frac{5 + 3\eta t}{3 + \eta t}, \quad (29)$$

$$\beta_k = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\left(5 \frac{s}{\eta} - \frac{5}{2}\right)^2 + 30 \frac{s}{\eta} + \frac{5}{2} - 5 \frac{s}{\eta}} \right] \approx \frac{3}{2} + \frac{3}{10 \frac{s}{\eta} + 1}, \quad (\eta \ll s).$$

Adott időpontban, adott nyomsávhelyzet vizsgálatakor a nyomsáv elején ($0 \leq \beta \leq st$; $2 \leq st$ esetén a teljes nyomsávon) kialakult, a hátrább fekvő szakaszon ($\beta \geq st$, ha van ilyen) felfutási viszonyoknak megfelelően kell számolni a hőmérsékleteket. A két tartomány határán a hőmérséklet-eloszlás-görbék törésmentesen csatlakoznak egymáshoz. A (29) szélsőérték-helyek közül az adja a tényleges legnagyobb hőmérsékletet, amelyik a saját értelmezési tartományában van. Extrém paraméterek esetében (29) további diszkusszióra szorul, ez túlmenne jelen tanulmány keretein.

Belátható, hogy

$$\Theta_{f, \max} = \frac{2q_{c,t}}{b\sqrt{\pi}} \sqrt{t} \left[\frac{z}{3} - \frac{4}{525} (st)^2 \left(3z + 12 - \frac{28}{z} \right) \right], \quad (z = 3 + \eta t), \quad (30)$$

valamint $\eta \ll s$ esetében közelítőleg

$$\Theta_{k, \max} = \frac{4}{5} \frac{3}{2\pi} \frac{q_{c,t}}{b\sqrt{s}} \left[2 + \frac{6}{7} \frac{\eta}{s} + \frac{3}{10 + \frac{\eta}{s}} \left(\frac{\eta}{s} \right)^2 \right]. \quad (31)$$

(Az η -t tartalmazó tagokat elhagyva a Blok-féle képlet adódik.)

A képletek további értékelését a számszerű vizsgálatok kapcsán végezzük.

3.2. A fejlődött hő megoszlása a kapcsolódó fogpáron

TERAUCHI [2] tanulmányában kétdimenziós stacioner modellnél meglehetősen bonyolult numerikus módszerrel (a nyomsáv kis szakaszokra bontásával, elemi hőmérlegekkel) számítja a hő megoszlását, emellett azonban egyszerűsített eljárást is javasol: a nyomsáv érintkező pontjaira a teljes hőmennyiség beáramlását feltételezve meghatározza $\Theta_{1,2}$ hőmérsékletemelkedéseket; a hőmegoszlást figyelembevevő közös érték:

$$\Theta = \frac{\Theta_1 \Theta_2}{\Theta_1 + \Theta_2}. \quad (32)$$

A megoszlási tényezőt ily módon pontról-pontra időben állandó közepes értékkel veszi tekintetbe: ez, bár elvileg pontatlan, igen tág határok között végzett ellenőrző számítások szerint az előbbi módszerrel összevetve attól alig eltérő eredményeket szolgáltat.

A legnagyobb Θ közvetlen meghatározására ezen eljárás alapján egyszerű módszert szerkeszteni nem sikerült. Durva közelítésként [5] nyomán számításba jöhet a következő gondolatmenet.

A teljes hőmennyiség beáramlását feltételezve a (28)–(31) képletekkel közvetlenül meghatározhatók mindkét kerékre a legnagyobb Θ -értékek. Ha feltételezzük, hogy két keréken kialakuló hőmérsékleteloszlás alakilag nem nagyon különbözik és térben-időben állandó közepes megoszlási tényező alapján számolunk (az előbbihez hasonlóan), akkor a (32) képlet szerint az egyes kerekre számolt maximumokból számíthatjuk a kialakuló legnagyobb Θ -t.

TOBE [3] közelítésként javasolja, hogy a hőmegoszlást a módszerével az 1. kerékre adódó legnagyobb Θ -t a Blok-féle elméletből következő

$$\Phi = \frac{b_1 \sqrt{v_1}}{b_1 \sqrt{v_1} + b_2 \sqrt{v_2}} \quad (33)$$

megoszlási tényezővel szorozva vegyük figyelembe.

3.3. Elliptikus és parabolikus hőforrámegoszlás

Megfontolásainkban parabolikus hőforráseloszlást vettünk tekintetbe. Ha a hőforrásintenzitást a felületi nyomással vesszük arányosnak, a Hertz-féle félelliptikus megoszlással kellene számolnunk (TOBE elvégzett számításai ezen alapulnak). A parabola- és félellipszis-megoszlással a Blok-féle modell alapján számítható eloszlások jellegben hasonlóak, legnagyobb értékeikre azonban [4]

$$\frac{\Theta_{\max,e}}{\Theta_{\max,p}} = 0,9479. \quad (34)$$

Az eltérés tekintetbe vételére a továbbiakban a kiadódó maximális hőmérsékletemelkedéseket ezen szorzóval helyesbítjük.

4. Számszerű eredmények

Vizsgálataink célja az volt, hogy megállapítsuk, a legpontosabbnak tekinthető Tobe-féle eredmények mennyire közelíthetők meg a jelen tanulmányban vázolt módszerrel, és az elérhető közelítés hogyan viszonylik az

egyéb használatos módszerekéhez. A dinamikus terhelések esetét nem vizsgáltuk s csupán a kapcsolódás kezdetét követő időszakra szorítkoztunk.

TOBE számításaiban $z_1 = 18$, $z_2 = 30$ fogú, $\alpha_g = 20^\circ$ elemi fogazatú acél-acél kerékpárt vizsgál; $m = 3$ mm, $p_{n, \max} = 300$ kp/cm, $n_1 = 3000$ /min, $b = 13,486$ kp/cmC $^{0.5}$ $^{1/2}$. A μ súrlódási tényező csupán arányossági szorzó, értékét 1-nek vesszük.

4.1. A fejlődött hő teljesen az 1. kerékbe áramlik

A számítást elvégeztük $p_n = 300$ kp/cm állandó vonalnyomás figyelembevételével (tehát mintha már a kapcsolódás kezdetén is csak egy fogpár dolgoznék) ill. a TOBE által használt kétfogpár-terhelésmegoszlás számítás alapján. Utóbbi esetben $p_{n, A} = 111,39$ kp/cm, ami az AB szakaszon $p_{n, \max}/2$ értékre szimmetrikusan és lineárisan változik. Eredmények (1. kerékre)

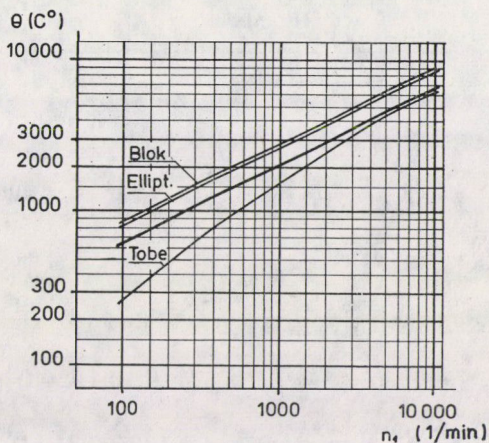
I. táblázat

Módszer	Egyfogpár				Kétfogpár			
	θ_{\max}	$\Delta\theta$ [%]	$\Delta/\Delta_{\text{jel}}$	ζ_{\max}	θ_{\max}	$\Delta\theta$ [%]	$\Delta/\Delta_{\text{jel}}$	ζ_{\max}
TOBE	5829	0	0	0,1217	3143	0	0	0,1154
jelen vizsg.	6545	12,3	1	0,1140	3630	15,5	1	0,1053
BLOK	10011	71,7	5,84	0,07763	4762	51,5	3,32	0,07763
ellipt.	9489	62,8	5,11	0,07763	4514	43,6	2,82	0,07763

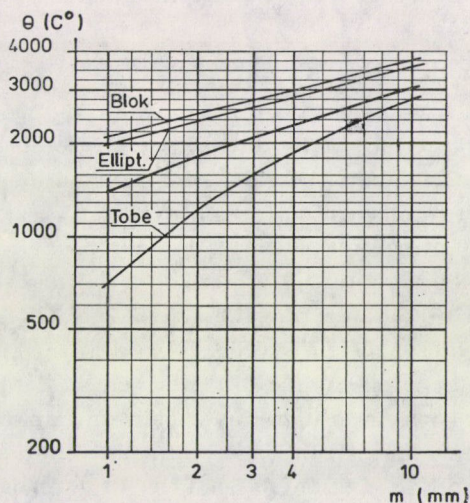
A TOBE és BLOK szerinti hőmérséklet és maximumhely [3] alapján szerepel a táblázatban (nagyreszt diagramból leolvasott értékek). Az utolsó sort (34) tényezővel számítottuk.

A táblázat oszlopai a kapcsolódás kezdeti szakaszán fellépő legnagyobb villámhőmérséklet értékét, a (legpontosabbnak tekinthető) Tobe-féle értéktől való eltérést, a hibának a jelen vizsgálat hibájához viszonyított arányát és a legnagyobb villámhőmérséklet kapcsolóvonal helyzetmutatóját tartalmazza. A maximumokat sorozatos számítással és igen közel fekvő értékek közti parabolikus interpolációval határoztuk meg.

A kétfogpár-modell alapján sorozatos számításokat végeztünk $m = 3$ mm, $n_1 = 100 - 10000$ /min, ill. $m = 1 - 10$ mm, $n_1 = 1000$ /min értékek mellett (a képletek elemzésével bebizonyítható, hogy az első esetben a maximumok változása a fordulatszám négyzetgyökével arányos ugyanúgy, mint a Blok-féle formulánál). Az eredményeket a 2. és 3. ábra mutatja. A maximumok mindenkor felfutási szakaszban adódtak.



2. ábra



3. ábra

4.2. A hőmegoszlás hatása

Az előbbieken vizsgált kerékpárt vizsgáltuk ugyancsak egy- és kétfogpár-kapcsolódás feltételezésével; a táblázatba felvettük a TOBE javaslata szerint BLOK-féle Φ -vel számított, valamint a külön-külön maximumokkal (32) szerint számolt értékeket is. Az utóbbit a pontról-pontra (32)-vel történő számítással (2. sor) felderített maximumhelyen számoltuk; nem feltételezhető, hogy a durva közelítő módszer éppen ugyanitt szolgáltatja a legnagyobb értéket, de bizonyos tájékoztatást nyújt a közelítés minőségére, a többi valóban maximális értékkel csak ennek figyelembevételével vethető össze.

II. táblázat

Módszer	Egyfopgár			Kétfopgár		
	θ_{\max}	$\Delta\theta\%$	$\Delta/\Delta_{\text{jel.}}$	θ_{\max}	$\Delta\theta\%$	$\Delta/\Delta_{\text{jel.}}$
TOBE	2080	0	0	1070	0	0
jelen vizsg.	2072	— 0,4	1	1098	2,6	1
TOBE, Φ BLOK	1740	—16,3	42,50	940	12,1	4,64
BLOK	2730	31,3	81,25	1300	21,5	8,21
ellipt. hőforr.	2588	24,4	63,50	1232	15,1	5,79
$\Theta_{\max}(32)$	2096	0,8	2	1101	2,9	1,11

A maximumok helye ($\zeta_{\max} = 0,10557$, ill. $0,10268$) gyakorlatilag megegyezik TOBE eredményeivel.

A számításokhoz Hewlett—Packard 9100B asztali miniszámítógépet használtunk (32 rekesz, rekeszenként egy szám, vagy 14 elemi utasítás tárolható), a kézi számítás elég hosszadalmas, bár megvalósítható.

4.3. Az eredmények értékelése

A jelen vizsgálati módszer két alapvető elhanyagolást tartalmaz a Tobe-féle modellhez képest: egyrészt a változó viszonyokat csupán a hőforrás-intenzitás időben lineáris változásával veszi figyelembe, másrészt Blok-féle eljáráshoz hasonlóan a felületre merőleges hővezetést veszi számításba csupán.

Időben állandó hőforrásintenzitás, stacioner modell esetén egy korábbi tanulmányban [4] bebizonyítottuk tetszőleges hőforráseloszlásra, hogy a csupán felületre merőleges hővezetést számításba vevő képlet a kétdimenziós hővezetés mellett levezethető összefüggés aszimptotikus közelítése nagy Blok-szám mellett. A Blok-szám csökkenésével a kétdimenziós modell az egydimenziósnál egyre kisebb villámhőmérséklet-maximumokat ad, amint az TERAUCHI [2] számításaiból kitűnik. A vizsgálatokból kiadódó maximumpontokon a Blok-számok egyfopgár-modell esetében $B_1 = 5,97$, $B_2 = 30,35$, kétfopgárnál $B_1 = 3,64$, $B_2 = 19,06$. A kisebb Blok-számoknál [2] szerint stacioner esetben kb. 1–2% különbség van, a nagyobbaknál az egydimenziós számítás gyakorlatilag pontos. A 4.1. számításoknál jelentkező 12–15%-os eltérést, bár értelemre megfelelő, ez a hibaforrás csak kis részben fedezi; valószínű azonban, hogy a felfutási szakaszban nagyobb a különbség az egy- és kétdimenziós hővezetés mellett számítható hőmérsékletek közt, mint kialakult, stacioner viszonyok esetében.

Vizsgáljunk egyszerűsített példát: egyenletes eloszlású hőforrás közép-pontjának viselkedését állandó jellemzők melletti felfutás esetében. TOBE szerint

$$\Theta(t) = \frac{q}{b\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{t}} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{w}{2\sqrt{a}\vartheta} + \frac{v}{2\sqrt{a}} \vartheta \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{w}{2\sqrt{a}\vartheta} - \frac{v}{2\sqrt{a}} \vartheta \right) \right] d\vartheta; \quad (35)$$

jelen vizsgálat szerint felfutásra

$$\Theta(t) = \frac{2q}{b\sqrt{\pi}} \sqrt{t}; \quad (0 \leq t \leq w/v = aB/v^2 = \vartheta_1^2), \quad (36)$$

ehhez (töréssel) csatlakozva állandósult állapotban BLOK szerint

$$\Theta = \frac{2q}{b\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{w}{v}} = \frac{2qw}{\lambda\sqrt{\pi B}}; \quad (37)$$

TERAUCHI eljárását kétdimenziós hővezetés mellett ugyanerre specializálva [2], [4], ha B elég nagy (a szereplő Bessel-függvényeket aszimptotikus formulákkal helyettesítve)

$$\Theta = \frac{2qw}{\lambda\sqrt{\pi B}} \left(1 - \frac{e^{-B}}{2B} \right). \quad (38)$$

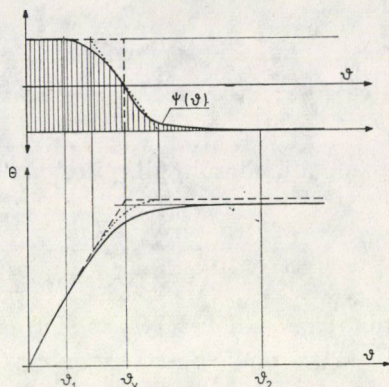
Ezen utóbbi értelemszerűen (35) aszimptotikus kifejezése nagy t esetében.

Vizsgáljuk meg (35)-ben az erf-argumentumokat. $\vartheta = \sqrt{w/v}$ -nél az elsőnek minimuma (érték \sqrt{B}), a másodiknak zérushelye van. Amennyiben $B \geq 8$, az első erf értéke a teljes integrációs tartományban egységnyinek vehető, a másodiké kis μ -nál -1 , majd a zérushely után átváltva meglehetősen gyorsan $+1$ -hez tart (gyakorlatilag a $(\sqrt{8+B} \mp 2\sqrt{2})\sqrt{a}/v$ kifejezés $\vartheta_{1,2}$ -értékek közt változik, egyebütt jó közelítéssel ± 1). A 4. ábrán fordított koordinátarendszerben ábrázoltuk a két erf kvalitatív képét: a (35) integrál a két görbe közti területként adódik. A jobb áttekinthetőség kedvéért toljuk lefelé egységgel a ϑ -t és fordítsuk szokásos helyzetbe az ordinátatengelyt (üres nyilak). A függvényt, amely így a teljes integrandus alakulását mutatja, jelöljük $\psi(\vartheta)$ -val. Ennek menetéből megfelelő módosításokkal változó viszonyokra is levonhatók a 3.-ban említett következtetések.

A Blok-féle közelítés ψ -t a szaggatottan megrajzolt ugrásszerű változással helyettesíti. A hőmérsékletek változását — ami (36) (37)-nek felel meg — a 4. ábrán szaggatott vonallal tüntettük fel. (37) és (38) egybevetéséből belátható, hogy a kétdimenziós modellből számítható állandósult hőmérséklet kisebb, mint az egydimenziós (Blok-féle) közelítés. A (35) görbéje ϑ_1 után válik el (36)-tól (egyre csökkenő differenciálhányadossal) és az eltérés növekszik. ϑ_v után az eltérés csökken, ϑ_2 után jó közelítéssel beáll az állandósult állapot. Belátható, hogy ϑ_v -nél jelentkezik a legnagyobb eltérés, amely az állandósult hőmérsékletek különbségénél nagyobb.

A ψ függvény inflexiós pontja ϑ_v -től jobbra helyezkedik el, de B növekedtével ϑ_v -hez tart. A ϑ_v -nél vont érintő, amelynek meredeksége

$$\left. \frac{d\psi}{d\vartheta} \right|_{\vartheta_v} = - \frac{2v}{\sqrt{a\pi}}, \quad (39)$$



4. ábra

B növekedésével határhelyzetben inflexió érintő lesz. Ha ψ -t az átmenetben ezen érintővel helyettesítjük, ennek Θ -ban ϑ szerint parabolikus szakasz felel meg (pontosított vonal), az állandósult érték (37)-el egyezik, ami viszont nagy B -re (38)-al egyező eredményt ad. Így jobb közelítő eljárást szerkeszthetünk, ezzel azonban részleteiben nem foglalkozunk.

Bár B növekedtével az átmeneti szakasz képe nem közelít minden határon túl a fenti linearizált vagy a Blok-féle elméletnek megfelelő ugrásszerű átmenethez, a (35) integrál azon része, amelyet az átmeneti szakasz befolyásol, az egészhez, ill. még inkább a közelítő állandósult értékhez képest (elég nagy B -től kezdve) hozzávetőleg \sqrt{B} -vel fordított arányban csökken: ennek megfelelően csökken közelítésünk hibája is. A gondolatmenet alapján számszerűen is megmutatható, hogy a felfutási szakaszban az egydimenziós közelítésből adódó hiba nagyságrendileg megfelel a vizsgálatainknál tapasztalt eltéréseknek

A II. táblázat szerint az 1. keréken végzett villámhőmérsékletszámítás pontosságához képest a kölcsönhatást figyelembe vevő tulajdonképpeni vég-eredmény hibája kicsi. A (32) képlet alapján bizonyítható, hogy

$$\frac{\Delta\Theta}{\Theta} \simeq \frac{\Theta_2 \Delta\Theta_1 / \Theta_1 + \Theta_1 \Delta\Theta_2 / \Theta_2}{\Theta_1 + \Theta_2} \quad (40)$$

A maximális villámhőmérséklet-csúcs időpontjában és környezetében mindkét vizsgált esetben Θ_2 jóval kisebbre adódik, mint Θ_1 . Mivel a csúcs nem a felfutás legelején lép fel és a nyomsvá jó részén már kialakult viszonyok uralkodnak, közelítésként feltételezhetjük, hogy általában a (28/2) alapján becsülhetjük meg $\Theta_{1,2}$ arányát: a sebességviszonyoknak megfelelően ebből $\Theta_1 > \Theta_2$. Viszont $B_1 < B_2$, tehát a kisebb Θ_2 -nél módszerünk kisebb hibát jelent. És mivel (40) szerint az eredő hibában a nagyobb Θ -val a kisebbik részhiba, ill. viszont súlyozódik, indokolt az említett pontosságnövekedés. A kétfogpár-kapcsolódásra kapott nagyobb eltérés a kisebb Blok-számok

következménye, mégpedig $\Theta_{1,2}$ nagyobb pontatlanságán túl azért is, mert a (32) kölcsönhatás-számító képlet végső soron a Blok-féle elméletnek felel meg, várható, hogy kisebb B -knél rosszabb közelítést ad.

A 2. és 3. ábrán feltüntettük TOBE nyomán az ő eljárásából adódó eredményeket is. Amennyire a leolvasási pontatlanságok mellett meg lehet ítélni, azonos Blok-féle számhoz a két ábrán nagyjából azonos eltérések tartoznak és alakulásuk mutat valamelyes kapcsolatot \sqrt{B} -vel (bár ez utóbbi a nagy szórás és a viszonylag kis B -k miatt eléggé bizonytalanul ítélfelhető meg).

Összefoglalóan: úgy tűnik, hogy a kapott eltéréseket -- legalábbis nagy részben -- az egydimenziós modell hibája indokolja. A változások linearizálásával hatását az adott terhelési viszonyok és rendelkezésre álló eredmények mellett nem lehetett elkülöníteni. BLOK -- részben és egyszerűsített modellen -- megvizsgálta a változások elhanyagolásának hatását kialakult viszonyok közt és nem találta jelentősnek. Valószínű tehát, hogy esetünkben sem okoz nagy eltérést.

Ebből azonban következik, hogy B növekedtével a Tobe-féle eredmények aszimptotikus értéke viszonylag kevésbé tér el jelen vizsgálat eredményeitől. Ezen utóbbiak viszont (2. ábra) nem szükségképp tartanak a Blok-féle (vagy akár az elliptikus megoszlással számítható) villámhőmérséklet-csúcsokhoz. A felfutási szakasz figyelmen kívül hagyása még a Blok-féle szám igen nagy értéke mellett is okozhat -- adott esetben tetemes -- hibát, amelynek nagysága a fogazat egyéb jellemzőitől függően alakul.

Az eredményekből látható, hogy a pontos Tobe-féle számítás eredményeit jelen eljárás valamennyi tekintetbe vett egyéb módszernél jobban közelíti meg. Meg kell azonban említeni, hogy TOBE a kísérletekkel összevetett eredményeit mért, dinamikus terhelésekre alapozta: bizonyos, hogy ilyen, az elvi vonalnyomáslefutástól eltérően erősen változó terheléskép mellett a változások linearizálása nagyobb hibával jár.

5. Áttekintés

TOBE és munkatársai a kapcsolódás lefutása során fellépő jelenségek igen részletes analizésével minden eddigénél kisebb elhanyagolással határozták meg a villámhőmérsékletek alakulását. Adott keréken elvégzett számításaik általában a Blok-féle elmülethez közelálló érrékeket adtak, kivéve a (hirtelen terhelésváltozást jelentő) belépő kapcsolópont környezetét. (Nyilvánvaló, hogy más fogazat esetén a belépő egyedi kapcsolóponton is minőségileg hasonló a helyzet).

Jelen tanulmányban a Blok-féle modellt kiterjesztettük a bekapcsolási jelenségekre, a változásokat linearizáltuk, a fejlődött hő megoszlását pedig TERAUCHI javaslata szerint számoltuk. Ily módon minőségileg megfelelő, B

növekedésével javuló közelítést kaptunk. Megfontolásainkat a belépő kapcsolópont környékére végeztük, elvi vonalnyomáslefutás mellett. Az egyedi kapcsolópontok körzetét megfelelő szuperpozícióval vizsgálhatjuk, valóságos dinamikus terhelésképre az általánosítás valószínűleg a hiba növekedésével jár. A felfutási szakasz hatása a villámhőmérsékletek alakulására B növekedtével nem tűnik el szükségszerűen.

TOBE és a jelen vizsgálat eredményeiből kitűnik, hogy adott kerékpárnál a villámhőmérsékletek a forgásiránytól is függenek. A két- és egyfogpárkapcsolás elején a bekapcsolási jelenségek befolyásolják az adódó maximumokat, a kilépő pontokon azonban nem.

IRODALOM

1. BLOK, H.: *The Surface Temperatures under Extreme Pressure Lubricating Conditions*, Szerző kiadása, 1937, Delft.
2. TERAUCHI, Y.—HAMAMOTO, T.: On the Surface Temperature Rise Caused by Frictional Heating, *Journal of JSLE*, 15 (1970), 133—138.
3. TOBE, T.—KATO, M.—TAKATSU, N.: Surface Temperatures on Gear Teeth, MTA IV. Korszerű Méretezési Konferencia B. szekció, 1971. okt. 5—7. Budapest.
4. KOLONITS F.: Fogaskerék-villámhőmérséklet (1. közlemény) sajtó alatt.
5. TERAUCHI, Y.—MIYAO, Y.—NADANO, H.: On the Seizure Caused by Pure Sliding and Rolling-Sliding Motion, *Trans. JSME*, 36, No. 281, (Jan. 1970), 119—125.

The Flash Temperature of Gears. II. The Influence of the Varying Engagement Conditions. The most commonly used methods for calculating the flash temperature of gears are based on the assumption of a heat source having a constant size, intensity and velocity. In the paper the author presents the more exact calculation method of TOBE and proposes a simplified method for the approximate evaluation of the changing conditions.

Blitztemperaturen von Zahnrädern. II. Der Einfluß der veränderlichen Eingriffsverhältnisse. Die am meisten verbreiteten Berechnungsmethoden für die Kontakttemperaturerhöhung (Blitztemperatur) beruhen auf der Voraussetzung einer Wärmequelle mit konstanter Ausdehnung, Intensität und Geschwindigkeit. In der vorliegenden Arbeit wird die genauere Methode von TOBE dargelegt und ein vereinfachtes Verfahren vorgeschlagen nach dem die veränderlichen Verhältnisse näherungsweise verfolgt werden können.