NEM RUGALMAS HATÁSOK A HÉJELMÉLETBEN

ALAPFELADATOK ÉS GYAKORLATI ALKALMAZÁSOK*

W. OLSZAK
AZ MTA TISZTELETBELI TAGJA

és

A. SAWCZUK
A LENGYEL TUDOMÁNYOS AKADÉMIA TAGJA

[Beérkezett 1975. május 6-án]

A héjszerkezeteknek a modern műszaki gyakorlatban való alkalmazása olyan újszerű elméletek felállítását teszi szükségessé, amelyek a klasszikus elmélettől eltérően nem feltételezik az anyagtulajdonságokat lineárisnak és az időtényezőtől függetlennek. Csak ezekkel az új elméletekkel válik lehetségessé a héjak nem rugalmas viselkedésének leírása, a képlékeny alakváltozásnak, a kúszásnak, a zsugorodásnak és hasonló egyéb jelenségnek számítással való követése.

1. Bevezetés

A korszerű építészetben a héjszerkezetek bevezetése folytán az anyagtulajdonságok fizikai linearitásán és az időtényezőtől való függetlenségén alapuló klasszikus elmélet alkalmatlanná vált az ésszerű tervezésre. A héjak nem rugalmas viselkedése különleges figyelmet igényel; az anyagtulajdonságokat leíró különböző alakú egyenletek kerülnek alkalmazásra az olyan nem rugalmas jelenségek leírására, mint a kúszás, relaxáció, illetőleg plaszticitás.

Feltételezésünk szerint a nem rugalmas viselkedések két csoportba oszthatók, mégpedig a mechanikai energia szóródás forrásától függően a *viszkózrugalmasság* és a *plaszticitás* fogalomkörébe. A nem rugalmas viselkedés legegyszerűbb és legkönnyebben kezelhető típusai: *a lineáris viszkóz-rugalmasság, tartós kúszás, rugalmas-plasztikus alakváltozások és a plasztikus folyás.*

Ebben a tanulmányban az *izotróp,* nem rugalmas héjakat vizsgáljuk a végtelen kis alakváltozások elmélete keretében. Bemutatjuk az alapösszefüggéseket és hivatkozunk azokra az eredeti tanulmányokra, amelyek a gyakorlati feladatokra megoldási módszereket vagy megoldásokat szolgáltatnak.

* A Magyar Tudományos Akadémián 1972. január 19-én Prof. Dr. W. OLSZAK akadémikus által tartott előadás rövid változata.

2. Alapegyenletek

Az anyagalapegyenlet, vagyis az

$$f(\sigma_{ij}, \dot{\sigma}_{ij}, \ldots, \varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}, \ddot{\varepsilon}_{ij}, \ldots, T, t) = 0 \tag{1}$$

tenzoregyenlet az alakváltozási folyamatot írja le. Ez a dinamikai és kinematikai mennyiségek, a T hőmérséklet és a t idő között ad meg explicit alakú összefüggést, ha az időbeli folyamat hatásai is szerepelnek benne [1, 2]. Az anyag nem rugalmas voltának leírására bevezetett matematikai alapmodelleket fenomenológiai szempontból az elsősorban *viszkózus* vagy elsősorban *plasztikus* (az időtől független) viselkedés alapján két csoportba lehet sorolni.

A dinamikai vagy kinematikai tenzor összetevőkben szereplő *viszkóz-rugalmas* anyagra vonatkozó együtthatók anyagállandók. Eszerint még kis igénybevételek is hoznak létre az időtől függő irreverzibilis alakváltozásokat.

A tökéletesen *rugalmas-plasztikus* viselkedés ettől némileg eltér. A plasztikus tulajdonságú anyag felvehet bizonyos nagyságú igénybevételt minden maradó alakváltozás nélkül mindaddig, amíg a

$$\varphi(\sigma_{ij}) - k = 0,$$

folyási függvény, az igénybevétel egy skalár függvénye teljesítve van (itt k anyagállandó). Minthogy a plasztikus anyagok esetében az (1) egyenlet mellett a folyásra vonatkozó feltételt is teljesíteni kell, a tenzorösszetevőknek az együtthatói már nem anyagállandók.

A viszkóz-rugalmasság elméletében meg kell különböztetnünk (fizikailag) lineáris és nemlineáris elméletet aszerint, hogy a tenzorösszetevők az (1)-ben lineáris vagy nemlineáris alakban jelennek meg.

Az általános feszültség-alakváltozás törvény a lineárisan viszkóz-rugalmas anyagokra vonatkozóan — megegyezés szerint — a következő alakú

$$\mathbf{P}\sigma_{ij} = 2G\mathbf{Q}\varepsilon_{ij} + \frac{1}{3}(3K\mathbf{P} - 2G\mathbf{Q})\varepsilon_{kk}\delta_{ij} - 3\alpha K\mathbf{P}_{ij}\delta_{ij}, \tag{2}$$

ahol $\mathbf{P}$ és $\mathbf{Q}$ lineáris differenciál operátor; $\mathbf{P} = a_0 + \sum_1^p a_k \partial^k/\partial t^k$, $\mathbf{Q} = b_0 + \sum_1^n b_k \partial^k/\partial t^k$; a_k, b_k anyagállandókat jelöl, G és K a nyíró, illetőleg fő rugalmassági modulus, T és α a hőmérséklet és a hőkiterjedési együttható. A legegyszerűbb viszkóz-rugalmassági modellek azok, amelyek a feszültség és nyúlástenzorokat és ezek idő szerinti első differenciálhányadosait is tartalmazzák. A ***késleltetett rugalmasság*** (Kelvin-féle szilárd test) és ***állandó sebességű kúszás*** (Maxwell-féle szilárd test) a rugalmas és a viszkózus viselkedés alapvető kombinációi [3, 4].

A viszkóz-rugalmas analízis kísérleti feladatokra vonatkozó alkalmazásainak szempontjából különösen érdekes a kúszást leíró modell. Ha a feszültség alakváltozás törvényt Maxwell-féle szilárd testre vonatkozóan állandó feszültségnél vizsgáljuk, akkor azt találjuk, hogy az alakváltozások az idővel lineárisan növekednek. Egy ilyen kúszási mechanizmus kísérleti úton nem igazolható, ezért a szuperpozíció elvének alkalmazásával bonyolultabb modelleket hoztak javaslatba (ez a *Boltzmann-elv).* Az alakváltozás állapota t időben τ alkalommal jelentkező hatások következtében a következő kifejezéssel jellemezhető:

$$2G\varepsilon_{ij}(t) = \int_{-\infty}^{t} \varphi_1(t-\tau)\sigma_{ij}(\tau)d\tau + \delta_{ij}\int_{-\infty}^{t} \varphi_2(t-\tau)\sigma_{kk}(\tau)d\tau, \tag{3}$$

ahol φ_1 és φ_2 *elfajult függvény* [1, 2, 5]. Különböző egyszerűsített elméleteket dolgoztak ki a lineáris kúszásra φ_1, φ_2 magfüggvények különleges matematikai alakjainak felvételével [5, 8].

A lineáris viszkóz-rugalmas szerkezetek szélsőérték feladatainak effektív megoldásait megkönnyíti az a lehetőség, hogy az időfüggést *integrál transzformációs* eljárás alkalmazásával megszüntetjük.

A *viszkóz-rugalmas analógia* [8] arra a gyakorlati eredményre vezet, hogy nem következik be feszültség-átrendeződés az idővel, tartós terhelések hatására.

A legegyszerűbb *viszkóz-rugalmassági* nemlineáris elméletek az (1)-ben csak feszültségeket, alakváltozásokat és ezek gyorsaságát tartalmazzák. A viszkózus, összenyomhatatlan anyagra vonatkozó (4) összefüggés a *nem lineáris kúszást* írja le:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\dot{\sigma}_{ij}}{2G} - \frac{3K-2G}{18KG}\dot{\sigma}_{kk}\delta_{ij} + f(\sigma_{ij}). \tag{4}$$

A (4) növekedési sebességétől függően három kúszási állapotot lehet megkülönböztetni: elsődleges (nem stacionárius), másodlagos (stacionárius) és harmadlagos (gyorsuló) kúszást [9—12].

A legtöbb analitikai tanulmány az állandó mértékű kúszásra vonatkozik, amikor (4) a következő alakú lesz:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = f(\sigma_{ij})[\sigma_{ij} - (1/3)\sigma_{kk}\delta_{ij}],$$

ahol $f(\sigma_{ij})$ skalár feszültségfüggvény. A gyakorlati megoldások az $\dot{\varepsilon} = k\sigma^n$, exponenciális függvények különféle általánosításain alapulnak, ahol k és n anyagállandók. Minthogy a fenti egyenlet hasonló a nemlineáris rugalmasság egyenletéhez, csak az alakváltozás helyébe kerül az alakváltozás sebessége, a *kúszási, nemlineáris rugalmas analógiának* [13] megoldásokat szolgáltató értéke van.

A *kúszási kihajlás* jelensége a nemlineáris viszkóz-rugalmas viselkedéssel függ össze. Ezt egy minden határon túl növekvő véges időtartamon belül bekövetkező lehajlás-növekedés jellemzi [14—15].

A plasztikus tulajdonságokat tárgyaló elméletek között két elméletcsoportot lehet megkülönböztetni aszerint, hogy az alakváltozási törvények a feszültségek és alakváltozás összefüggések kifejezéseiben vannak-e leírva *(kis rugalmas alakváltozások elmélete)* vagy a feszültségek és alakváltozás sebességét kifejező összefüggésekben *(„folyási elmélet")*. Nyilvánvaló, hogy mindkét esetben a folyási kritériumot kell a plasztikus alakváltozás előtt kielégíteni [16, 17].

Az *alakváltozási elmélet* alapegyenletének alakja a terhelési folyamatra vonatkozóan a következő:

$$s_{ij} = 2G(1 - \varphi/2G)e_{ij}, \qquad \sigma_{ii} = 3K(\varepsilon_{ii} - 3\alpha T), \tag{5}$$

amikor a tehermentesítés tisztán rugalmas. Az (5)-ben φ a térbeli koordinátáknak egy skalárfüggvényét jelenti éspedig $\varphi > 0$ a terhelési és $\varphi = 0$ a tehermentesítési folyamatra [16—18]. Az (5) összefüggés a feszültségi és alakváltozások irányainak koaxiális voltát tételezi fel a plasztikus alakváltozás egész folyamata alatt. Ez ennek az elméletnek alapvető hátránya, minthogy csakis olyan feszültség-átrendeződéseket enged meg, amelyek változatlanul hagyják a főirányokat.

A rugalmas-plasztikus anyagok *folyási elmélete* a következő összefüggést használja:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \lambda \dot{s}_{ij} + s_{ij}/2G, \qquad \sigma_{ii} = 3K(\varepsilon_{ii} - 3\alpha T), \tag{6}$$

ahol λ olyan skalár függvény, melyet a folyási kritérium alapján kell kiértékelni. A *merev-tökéletesen plasztikus* anyagokra vonatkozóan a megfelelő folyási törvény $\dot{\varepsilon}_{ij} = \lambda s_{ij}$. A tökéletesen plasztikus test modelljét a szerkezetek teherbíró képességének számítására *(törési elmélet alapján való számítás)* és az ennek megfelelő méretezésre *(méretezés a törési elmélet alapján)* használjuk fel [19—25].

3. A héjelmélet alapfeltételezései

Vékony héjak esetében a feszültségállapot akkor meghatározott, ha a *feszítőerők* ismeretesek [26], vagyis, ha az $N_{\alpha\beta}$, membránerők, az $M_{\alpha\beta}$, nyomatékok és a keresztmetszeti nyíróerő Q_α, $(\alpha, \beta = 1, 2)$ ismertek. Ha a deformált középfelület nyúlásait és görbületeit $\lambda_{\alpha\beta}$-val, illetőleg $\varkappa_{\alpha\beta}$-val jelöljük, akkor a héjrétegek alakváltozásait az

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \lambda_{\alpha\beta} + x_3 \varkappa_{\alpha\beta}, \quad \varepsilon_{\alpha 3} = 0, \tag{7}$$

feltétel, vagyis *egyenes normálisok* felvétele írja le, ahol $\varkappa_3$ a külső normális irányát követi.

Az (1) *alapegyenletet* a héjakra vonatkozóan a következőképpen írjuk fel

$$f(N_{\alpha\beta}, \dot{N}_{\alpha\beta}, \ldots, \dot{M}_{\alpha\beta}, \ldots, \lambda_{\alpha\beta}, \ldots, \dot{\varkappa}_{\alpha\beta}, \ldots, T, t) = 0, \tag{8}$$

minthogy az egyensúlyi és elmozdulási egyenleteket a héj középfelületére kell felírni. A plasztikus tulajdonságokkal bíró héjaknál további olyan összefüggésekre van szükség, amelyek a folyási feltételt a feszítőerők kifejezéseiben adják meg [27—28]:

$$F(M_{\alpha\beta}, N_{\alpha\beta}, Q_\alpha) \doteq \text{const}. \tag{9}$$

Az *energia szétszóródási sűrűsége* a héjakra vonatkozóan a következő kifejezésre egyszerűsödik (a középfelület területegységére vonatkoztatva)

$$D = k(M_{\alpha\beta}\dot{\varkappa}_{\alpha\beta} + N_{\alpha\beta}\dot{\lambda}_{\alpha\beta}) \tag{10}$$

ahol k a nem rugalmas viselkedéstől függő szorzótényező.

4. Lineáris viszkóz-rugalmasság

A héjelmélet feltételezései alapján a (2) alapegyenlet a $2H$ vastagságú viszkóz-rugalmas héjakra vonatkozóan a következő alakú lesz:

$$\mathbf{P}N_{\alpha\beta} = 4HG\mathbf{Q}(\lambda_{\alpha\beta} + \mathbf{A}\lambda_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta}), \tag{11}$$

$$\mathbf{P}M_{\alpha\beta} = \frac{2}{3}H^3G\mathbf{Q}(\varkappa_{\alpha\beta} + \mathbf{A}\varkappa_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta}), \tag{12}$$

ahol $\mathbf{A} = (3K\mathbf{P} - 2G\mathbf{Q})/(3K\mathbf{P} - 4G\mathbf{Q})$. Látható, hogy a membránerők csak nyúlási alakváltozásokat okoznak és a nyomatékok csak a görbületekkel kapcsolatosak. Így tehát a feszültségeloszlás a héjban hasonló egy lineárisan rugalmas héjban fellépő feszültségeloszláshoz, a különbség csak a feszültség időfüggésében és az alakváltozás nagyságában van. Feszültségátrendeződés a nyomatékok és a membránerők között nem következik be. Ha a (11) és (12) egyenlet időfüggését kiküszöböljük megfelelő integrál transzformált alkalmazásával, akkor egy lineárisan viszkóz-rugalmas héj feladatát a rugalmasság lineáris elméletének egy megfelelő feladatára egyszerűsítettük. Ennek folytán, minden olyan alkalommal, amikor a rugalmas megoldás ismeretes, csak az inverz transzformált kérdésével van dolgunk. Ilyen eljárást alkalmaztunk a gömb- és hengerhéjak egyes feladatainak megoldásánál [29—33].

A viszkóz-rugalmasság egyszerűbb eseteiben közvetlen megoldási módok lehetségesek. Ha a kúszási egyenletnek egy általános alakját tekintjük, amely elfajult függvényeket tartalmaz, mint a (3) egyenlet, akkor a héj peremérték feladatának integrál-differenciálegyenlet-rendszerét kapjuk. Olyan anyagoknál, amelyeket *csak egy elfajult függvény jellemez,* számos megoldást találtak [34—41]. Tartós terhelés alatt az elmozdulások arányosak a rugalmas elmozdulásokkal, ahol $W/W_{\text{elastic}} = 1 + E\varphi(t, \tau)$, $\varphi(t, \tau)$ az anyag elfajult függvénye, E pedig a rugalmassági tényező [42—44]. A hőmérséklet befolyásolja az anyagtulajdonságokat, valamint a feszültség—alakváltozás összefüggéseket, ezzel kapcsolatban kísérletek történtek a héjszerkezetek hőmérséklettel kapcsolatos kérdéseinek megoldására [45—48].

5. Stacionárius kúszás

A stacionárius kúszás egyenletei lehetővé teszik a nemlineáris viszkózrugalmasság két fontos tulajdonságának tanulmányozását, mégpedig a *feszültség-átrendeződést* a rugalmas állapothoz képest, valamint a *kúszási kihajlást*. Síkbeli feszültség és nagy kúszási alakváltozás esetére az $\dot{\varepsilon} = k(\varepsilon)\sigma^n$ exponenciális kúszási törvény a következő alakot veszi fel:

$$\sigma_{\alpha\beta} = (\dot{\varepsilon}_{\alpha\beta} + \dot{\varepsilon}_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta})/B^n(\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij})^{\frac{n-1}{2n}}, \tag{13}$$

ahol B és n anyagállandók. A (13)-at a feszítőerők meghatározására alkalmazva a következőket kapjuk:

$$N_{\alpha\beta} = (\dot{\lambda}_{\alpha\beta} + \dot{\lambda}_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta})I_1 + (\dot{\varkappa}_{\alpha\beta} + \dot{\varkappa}_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta})I_2, \tag{14}$$

$$M_{\alpha\beta} = (\dot{\lambda}_{\alpha\beta} + \dot{\lambda}_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta})I_2 + (\dot{\varkappa}_{\alpha\beta} + \dot{\varkappa}_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta})I_3, \tag{15}$$

ahol

$$I_i = \int_{-H}^{H} \frac{x_3^{i-1}}{(\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij})^{\frac{n-1}{2n}}} dx_3, \qquad (i = 1, 2, 3). \tag{16}$$

A membránerők és hajlító nyomatékok között a megfelelő alakváltozások adják meg az összefüggést sokkal bonyolultabb képletekkel, mint ahogyan az a hajlítási és membrán állapotok egyszerű szuperpozíciójából következnék [27, 28, 49, 50]. A (13)—(15) összefüggések azt mutatják, hogy a héjakban feszültségátrendeződés nemstacionárius kúszás folytán következik be [51]. A feszültségátrendeződés hatása annál erőteljesebb, minél nagyobb fokú az alapegyenlet nemlinearitása. Az alakváltozási tartományokat zárt alakban csak a héjgeometria egyes különleges eseteiben lehet megkapni [52—63]. Ha a (13) egyenlet B tagját egy darabonként lineáris összefüggéssel helyettesítjük, ezzel megkönnyítjük a kúszási feladat megoldásának módját [64, 65].

A nemlineáris viszkóz-rugalmas viselkedésnek egy feltűnő jellegzetessége észlelhető tengelyirányú terhelésnél állandó terhelésintenzitás esetében. Ha már elég hosszú idő telt el terhelés alatt, az alakváltozási sebességek minden határon túl növekednek. Ennek folytán kihajlás jön létre bármilyen értékű nyomóigénybevétel hatására egy meghatározott *kritikus időpontban* [66—73].

6. Rugalmas-plasztikus alakváltozások

A plasztikus elmélet egy alakváltozására a feszültség—alakváltozás összefüggés síkbeli feszültség esetében a következő alakú:

$$\sigma_{\alpha\beta} = \sigma_0(2/3e_{ij}e_{ij})^{1/2}(\varepsilon_{\alpha\beta} + \varepsilon_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta}) . \qquad (17)$$

Ha az anyag engedelmeskedik a Huber—von Mises folyási kritériumnak, akkor a feszítőerők a következők lesznek [82, 83]:

$$N_{\alpha\beta} = (\lambda_{\alpha\beta} + \lambda_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta})I_1 + (\varkappa_{\alpha\beta} + \varkappa_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta})I_2 , \qquad (18)$$

$$M_{\alpha\beta} = (\lambda_{\alpha\beta} + \lambda_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta})I_2 + (\varkappa_{\alpha\beta} + \varkappa_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta})I_3 , \qquad (19)$$

ahol

$$I_i = \sigma_0\sqrt{\frac{2}{3}}\int_{-H}^{H}\frac{x_3^{i-1}}{\sqrt{e_{ij}e_{ij}}}dx_3 , \qquad (i = 1, 2, 3) . \qquad (20)$$

Így tehát a hajlítási és membránhatások nincsenek különválasztva. Ennélfogva általában nem lehet a héjegyenleteket két külön csoportra szétválasztani: hogy egyik csak a membránhatásokat, a másik pedig csak a hajlítóhatásokat foglalja magában. A rugalmas-plasztikus héjegyenletek közvetlen integrálása rendszerint nem járható út, ezért közelítő megoldási módszerekhez kell folyamodnunk. A *„rugalmas megoldások módszere"*, vagyis egy fokozatos közelítési eljárás nyert alkalmazást a henger- és gömbhéjakban [84—91], valamint vékonyfalú tartókban [92—95] meginduló plasztikus alakváltozások vizsgálataiban. Közelítő megoldást szolgáltatnak a *variációs módszerek* [82, 96, 97] is. Minthogy a plasztikus alakváltozási elmélet csak akkor alkalmazható, ha a feszültségi és alakváltozási főtengelyek a terhelés folyamata alatt változatlanok maradnak, nem szabad szem elől téveszteni azt, hogy ez az elmélet megbízható adatokat csakis a terhelés kezdeti időszakára vonatkozóan szolgáltat. A rugalmas-plasztikus analitikai vizsgálatot, amely az alakváltozási elméletből indul ki, ritkán alkalmazhatjuk héjakra [98—101].

7. A törési elméleten alapuló analízis

Egy rugalmas-tökéletesen plasztikus szerkezetnek egy előre megadott terhelési program folyamán tanúsított viselkedésében bekövetkezik egy olyan állapot, amikor az alakváltozások minden határon túl növekedni kezdenek állandó nagyságú terhelés alatt. Az ennek az állapotnak megfelelő terhelést *határterhelésnek* vagy *törőterhelésnek* nevezzük. A törőterhelés alatt a vizsgált szerkezet legalább egy szabadságfokú szerkezetbe megy át. A törési mechanizmus plasztikus mozgását csak akkor lehet fenntartani, ha a megfelelő folyási határt elértük, olyan tartományokban, amelyekben már lehetséges a folyamatos alakváltozás ezeknek a tartományoknak a kiterjedése nélkül. A törőterhelés nagyságát a törési állapotra vonatkozó módszerekkel lehet meghatározni. Az analitikai vizsgálat kiinduló pontja az alakváltozás merev-tökéletesen plasztikus modellje [102—106].

A törési állapot analitikai vizsgálatához *(a törési elméleten alapuló vizsgálathoz)* a folyási kritérium előzetes meghatározására van szükség a feszítőerők kifejezéseiben. Ez egy zárt konvex hiperfelületet képez, amelyet *folyási hely* névvel jelölünk [83, 107, 108]. A folyás helyeinek különleges alakjai a folyási viszonyoktól függnek. A Huber—von Mises folyáskritérium feltételezése esetében

$$F = 3\sigma_{\alpha\beta}\,\sigma_{\alpha\beta} - \sigma_{\alpha\alpha}\,\sigma_{\gamma\gamma} - 2\sigma_0^2 = 0 \qquad (\alpha, \beta = 1, 2)\,,$$

a folyás $\varepsilon_{\alpha\beta} = \lambda \partial F / \partial \sigma_{\alpha\beta}$ törvényével együtt a következő összefüggéseket kapjuk:

$$N_{\alpha\beta} = \sigma_0(\lambda_{\alpha\beta} + \lambda_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta})I_1 + \sigma_0(\dot{\varkappa}_{\alpha\beta} + \dot{\varkappa}_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta})I_2\,, \tag{21}$$

$$M_{\alpha\beta} = \sigma_0(\lambda_{\alpha\beta} + \lambda_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta})I_2 + \sigma_0(\dot{\varkappa}_{\alpha\beta} + \dot{\varkappa}_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta})I_3\,, \tag{22}$$

ahol

$$I_i = \sqrt{\frac{2}{3}} \int_{-H}^{H} x_3^{i-1}(\dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}\dot{\varepsilon}_{\alpha\beta} + \dot{\varepsilon}_{\gamma\gamma}\dot{\varepsilon}_{\beta\beta})^{-\frac{1}{2}}\,, \qquad (i = 1, 2, 3)\,. \tag{23}$$

Ezek az összefüggések az egységes falú héjak folyási hiperfelületének egy parametrikus alakját képviselik. Szendvicsszerkezetek esetében két folyáshelyet kapunk:

$$3n_{\alpha\beta}n_{\alpha\beta} + 3m_{\alpha\beta}m_{\alpha\beta} - n_{\alpha\alpha}n_{\beta\beta} - m_{\alpha\alpha}m_{\beta\beta} = 2\,, \tag{24}$$

$$3m_{\alpha\beta}n_{\alpha\beta} - m_{\alpha}n_{\beta\beta} = 0\,, \tag{25}$$

ahol $m_{\alpha\beta}$, $n_{\alpha\beta}$ dimenzió nélküli feszítőerők (83, 109—112].

Egyenként lineáris folyási kritériumok esetében a folyási hiperfelületeket egymást metsző hiperfelület és hipersíksereg adja meg [113—116].

A folyási hiperfelületek különböző közelítésére számos összehasonlítást végeztek [117—121], és több közelítéssel meghatározott folyási helyet hoztak javaslatba különböző különleges követelmények kielégítésére [122—130]. A nemhomogén anyagokra (mint pl. a vasbeton) a folyási hiperfelület fogalma megtartja jelentését [131—135].

A közelítő folyási helyek keresését a törési elmélet keretébe tartozó feladatok zárt alakú megoldása céljából a *törési elmélet két alaptétele igazolja.* Ezeknek a tételeknek a fontossága éppen a törési terhelés alsó és felső határainak megállapításában van.

Az *alsó határra vonatkozó tétel* lényege az, hogy a merev-plasztikus szerkezet nem megy tönkre $\mu_s p_{0i}$ terhelés alatt, ha olyan feszültségeloszlást találunk, amely kielégíti az egyensúlyi és különleges kerületi feltételeket és nem mond ellent a folyás helyének. A statikailag megengedhető terheléstényező homogén (mondjuk α rendű) a feszültségekben; így tehát

$$\mu_s^\alpha = \min \left| \frac{K}{F(N^0_{\alpha\beta} M^0_{\alpha\beta})} \right| \tag{26}$$

jelenti a legmegfelelőbb, statikailag megengedhető tehertényezőt, ahol $N^0_{\alpha\beta}$, $M^0_{\alpha\beta}$ a statikailag megengedhető feszítőerők és K jelenti az anyag folyási modulusát.

Ezzel szemben a *felső határra vonatkozó tétel* azt állítja, hogy egy merev, tökéletesen plasztikus szerkezet tönkremegy valamely terhelés alatt, ha olyan törési módot találunk, amelynél az a sebesség, amellyel a külső erők hatnak, túllépi vagy egyenlő a belső energiaszóródás sebességével. A legmegfelelőbb, kinematikailag megengedhető terhelési tényező

$$\mu_k = \min \int_A (M^*_{\alpha\beta} \dot{\varkappa}^*_{\alpha\beta} + N^*_{\alpha\beta} \dot{\lambda}^*_{\alpha\beta}) dA / \int_A p_{0i} U^* dA \,, \tag{27}$$

ahol U_i^* jelenti a virtuális sebességi tartományt, amelyből megkaphatjuk ezt ($\dot{\lambda}^*_{\alpha\beta}$, $\dot{\varkappa}^*_{\alpha\beta}$ a geometriai viszonyokból határozható meg) és $F(M^*_{\alpha\beta}, N^*_{\alpha\beta}) = M$.

Valamely törési elméleti feladat teljes megoldása a μ_σ, terheléstényező kiértékeléséből, a plasztikus tartományban bekövetkező alakváltozás terjedelmének és sebességének meghatározásából, valamint az egész szerkezetben a feszültségeloszlás meghatározásából áll. Ezek szerint a teljes megoldás a törési elmélet mindkét alaptételét kielégíti [136].

A meglevő teljes megoldásokat a forgásszimmetrikus héjakra találták, legtöbbnyire gömbkupolákra [137—139], kúphéjakra [140—145] és körhenger alakú héjakra [113, 115, 116, 146—158, 229]. Aszimmetrikus héjakra csak kevés megoldás ismeretes [159—165].

A határokra vonatkozó tételeket számos héjszerkezeti feladatra alkalmazták [166—182]. A vasbetonhéjakra vonatkozó alkalmazásban a felső határ tétele kísérleti igazolásokkal alátámasztva az *általánosított csuklóvonalak módszerének* [183—191] kidolgozására vezetett, amely gyakorlati mérnöki közelítése a törési elmélet feladatainak.

A fentiektől teljesen eltérő feladatkört jelent a *minimális súly szerinti méretezés* (méretezés a törési elmélet alapján), amelynek célja olyan szerkezet tervezése, amely a legkevesebb anyagfelhasználást igényli az előírt terhelés hordására. Ennek az eljárásnak az általános tételeit [192—195] alkalmazták egyszerűbb héjszerkezeti feladatokra [196—199], amelyek anizotróp [200—202] és inhomogén elemekre is kiterjedtek [203—205].

A tökéletes plaszticitás feltételezésétől való eltérés — így például az *újraszilárdulás* hatásainak figyelembevétele a szilárdulás különböző elméletei alapján [206, 207] — a héjak folyás utáni viselkedésének egy különleges szempontjára vonatkozó vizsgálatokhoz vezetett [208—212].

A *plasztikus anizotrópia* a héjak folyási hiperfelületének változásaihoz vezet, így például a törőterhelés megváltozásához; bizonyos megoldások állnak rendelkezésre a hengerhéjakra vonatkozóan [211—221]. A *plasztikus inhomogenitást* szintén vizsgálták a héjakkal kapcsolatban [221—225].

Legújabban a hőmérsékleti hatások és az ezek által keltett kombinált viszkóz-plasztikus visszahatás vonják magukra a figyelmet [225—229].

8. Zárómegjegyzések

Az ebben a tanulmányban tárgyalt különleges elméletek területén kutatások vannak folyamatban; ehhez képest új eredmények vannak kilátásban. Számos feladat még mindig kidolgozásra vár. Ezek közé tartozik elsősorban a változó terhelési programoknak kitett héjak viselkedése és *tönkremenetele.* A geometriai hatások, ha ilyenek előfordulnak az analitikai vizsgálatok folyamán, a *nem rugalmas alakváltozási folyamatok stabilitásának kérdéseit* hozzák előtérbe. A stabilitás fogalma a jövőben elfoglalja a törési elmélet fogalmát. A különböző nem rugalmas anyagokból készült héjak termikus és dinamikus viselkedése ma még valójában nyílt területet képez.

IRODALOM

1. GOLDENBLATT, I. I.: Az alakítható testek mechanikájának néhány kérdése (oroszul), 1955
2. FREUDENTHAL, A. M.—GEIRINGER, H.: The Mathematical Theories of the Inelastic Continuum. *Handbuch* der *Physik* **6**, 229—433, Berlin 1958
3. LEE E. H.: Stress Analysis in Visco-elastic Bodies. *Quart. Appl. Math.* **13** (1955), 183—190
4. BLAND, R.: The Theory of Linear Viscoelasticity, Oxford 1960
5. ARUTYUNJAN, N. Kh.: Some Questions of the Creep Theory (oroszul) Moszkva 1952
6. RABOTNOV, Yu. N.: Előzőleg terhelt rugalmas testek egyensúlya (oroszul), *Prikl. Mat. Mech.* **12** (1948), 53—62
7. RZHANITSYN, A. R.: Kúszó testek mechanikájának egyes kérdései (oroszul), Moszkva 1949
8. ALFREY, T.: Mechanical Behaviour of High Polymers, New York 1948
9. BAILEY, R. W.: Creep Relationships and their Applications to Pipes, Tubes and Cylindrical Parts under Internal Pressure. *Proc. Instn. Mech. Engrs.* **4** (1951), 164, 425—431
10. FINNIE, I.: Stress Analysis in the Presence of Creep *Appl. Mech. Rev.* **13** (1960), 705—712
11. KATCHANOV, L. M.: A kúszás elmélete (oroszul), Moszkva 1960
12. G. ODQVIST, F. K.—HULT, J.: Kriechfestigkeit metallischer Werkstoffe, Berlin 1962
13. HOFF, N. J.: Approximate Analysis of Structures in the Presence of Moderately Large Creep Deformations *Quart. Appl. Math.* **12** (1954), 49—55
14. HOFF, N. J.: Theories of Creep Buckling. *Proc. 3rd U.S. Nath. Congress Appl. Mech.* (Providence 1958), *ASME* New York 1959, 29—49
15. RABOTNOV, Yu. N.: The Theory of Creep and its Applications. *Proc. 2nd Symp. on Nav. Struc. Mech.* (Providence 1960), Oxford, 338—346
16. HILL, R.: Mathematical Theory of Plasticity, London 1950
17. PRAGER, W.—HODGE, P. G.: Theory of Perfectly Plastic Solids, New York 1951
18. ILGUSHIN, A. A.: Képlékenységtan (oroszul), Moszkva 1948
19. KOITER, W. T.: General Theorems for Elastic-Plastic Solids. *Progress in Solid Mechanics* I, Amsterdam 1960, 167—224

20. DRUCKER, D. C.: Plasticity, *Proc. 1st Symp. Naval Struct. Mech.* (Standford 1958), Oxford 1959, 407—455
21. PRAGER, W.: Introduction to Plasticity. Reading, Mass. 1959
22. GVOZDEV, A. A.: A határegyensúly elmélete (oroszul). Moszkva 1949
23. PRAGER, W.: The General Theory of Limit Design. *Proc. 8th Int. Congr. Appl. Mech.* Istanbul (1952)
24. HODGE, P. G.: Plastic Analysis of Structures, New York 1959
25. SAWCZUK, A.—JAEGER, Th.: Grenztragfähigkeits-Theorie der Platten, Berlin 1963
26. FLÜGGE, W.: Stresses in Shells. Springer Verlag, Berlin 1960
27. GOLDENBLATT, I. I.—NIKOLAENKO, N. A.: Héjak kúszása és határteherbírása (oroszul), Moszkva
28. SAWCZUK, A.—OLSZAK, W.: Inelastic Shell Problems. Groningen 1966
29. NAGHDI, P. M.—ORTHWEIN, W. C.: Response of Shallow Viscoelastic Spherical Shells to Time Dependent Axisymmetric Loads. *Quart. Appl. Math.* **18** (1960/61), 107—121
30. TUNGL, E.: Durchschlagen einer flachen Kugelschale aus viscoelastischen Material *Österreichisches Ingenieur-Archiv* **16** (1926), 280—289
31. PROKOPOVICH, I. E.: A kúszás hatása ortotróp héjakban keletkező belsőerők megoszlására (oroszul). *Inzh. Sbornik* **24** (1956), 151—164
32. DISTEFANO, J. N.—GRADOWCZYK. M. H.: Creep Behaviour of Homogeneous Anisotropic Prismatic Shells. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems* Varsó 1963, 1964
33. PISTER, K.: Axisymmetric Deformation of Orthotropic Visco-elastic Cylindrical Shells. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems* Varsó 1963, Amsterdam 1964
34. GOLDENBLATT, I. I.—NIKOLAENKO, N. A.: Szerkezeti anyagok kúszásának elmélete és annak alkalmazása (oroszul), Moszkva 1960
35. ROZOVSZKY, M. I.: Az időtényező hatása belső nyomásra igénybevett gömbhéjak szilárdságára (oroszul), *Izv. Akad. Nauk SSSR, OTN, Mekh. mash.* (1961) **4**, 124—129
36. ARUTYUNJAN, N. Kh.—MANUKYAN, M. M.: Összetett hengeres csövek kúszása (oroszul), *Izv. Akad. Nauk Arm.* SSR, Ser. fiz. mat. **10** (1957), **6**, 41—58
37. GRIGORJAN, G. C.: Membránhéjak számítása a betonanyag kúszásának figyelembevételével (oroszul). *Izv. Akad. Nauk Arm. SSR*, Ser. fiz. mat. **10** (1957), **4**, 67—81
38. ARUTYUNJAN, N. Kh.—MANUKYAN, M. M.: Gömbkazánok kúszása (oroszul). *Dokl. Akad. Nauk. Arm.* SSR **27** (1958), 209—218
39. FELDMAN, M. P.: Calculation of Shallow Shells Taking Account of the Creep of Material. *Nauchn. soobstch. Dnepropetr. inzh. inst.* (1960), 56
40. ZORAWSKI, M.: Determination of Stresses Generated in a Layer and a Viscoelastic Closed Spherical Shell. *Bull. Acad. Polon. Sci.* Cl. IV, **8** (1960), 537—563
41. ESTRIN, M. I.: Rugalmas-viszkózus anyagú forgásszimmetrikus lapos héjak számítása a nagy alakváltozások figyelembevételével (oroszul), *Trudy CNIISK*, Moszkva **4** (1961), 123—134
42. GLANVILLE, W. H.: The Creep and Flow of Concrete under Constant Load. *Building Res. Tech. Paper* **12**, London 1930
43. MUGURUMA, H.: Two-dimensional Creep Deformation of Concrete. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems* (Varsó 1963), Amsterdam 1964
44. HOUGHTON, D. C.—ROTHWELL, A.: Measured Deflections of Concrete Folded Plate and Hyperbolic Paraboloid Shells. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems* (Varsó 1963), Amsterdam 1964
45. HILTON, H. H.: Thermal Stresses in Thick-walled Cylinders Exhibiting Temperature-dependent Viscoelastic Properties of the Kelvin Type. *Proc. 2nd U. S. Nat. Congr. Appl. Mech.* 1954, *ASME*, New York 1955, 547—553
46. AGGARWALA, B. D.: Thermal Stresses in Spherical Shells of Viscoelastic Materials. *Z. Angew. Math. Mech.* **40** (1960), 482—488
47. ZADOYAN, M. A.: Hengeres csövek kúszása magas hőmérsékleten (oroszul) *Dokl. Akad. Nauk Arm.* SSSR, **31** (1960), 201—209
48. NOWACKI, W.: Thermal Stresses in Elastic and Viscoelastic Shells. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems* (Varsó 1963) North Holland, Amsterdam 1964
49. ROZENBLUM, V. I.: Turbina alkatrészek számítása a kúszási tartományban (oroszul). *Kotloturbostroenye* **4**, (1951)
50. KACHANOV, L. M.: Változó falvastagságú ovális csövek kúszása (oroszul) *Izv. Akad. Nauk SSSR, OTN*, **9** (1956), 65—71
51. BIENIEK, M. P.—FREUDENTHAL, N. M.: Creep Deformation and Stresses in Pressurized Long Cylindrical Shells *J. Aero/Space Sci.* **27** (1960), 763—778
52. GEMMA, A. E.: The Creep Deformation of Symmetrically Loaded Circular Cylindrical Shells. *J. Aero/Space Sci* **27** (1960), 953—954

53. Gemma, A. E.—Warfield, J. T.: The Creep Deformation of Symmetrically Loaded Shells. *J. Aero/Space Sci.* **28** (1961), 507—508
54. Gemma, A. E.: The Steady Creep of Long Pressurized Cylinders. *Journ. Aero/Space Sci.* **29** (1962), 352—353
55. Hoff, N. J.—Jahsman, W. E. and Nachbar, W.: A Study of Creep Collapse of a Long Circular Cylindrical Shell under Uniform External Pressure. *J. Aero/Space Sci.* **26** (1959) 663—669
56. Odqvist, E. K. G.: Applicability of the Elastic Analogy to Creep Problems of Plates, Membranes and Beams. *Creep in Structures*, Berlin 1962, 137—160
57. Poritsky, H.: Effect of Creep on Stresses in Cylindrical Shells. *Creep in Structures*, Berlin 1962, 229—244
58. Calladine, C. R.: The Steady Creep of Shells: a Method of Analysis. *Nuclear Reactor Containment Buildings and Pressure Vessels, Proc. Symp.* (Glasgow 1960), London 1960, 411—431
59. Calladine, C. R.: On the Creep of a Wrinkle. Creep in Structures, Berlin 1962, 245—271
60. Calladine, C. R.—Drucker, D. C.: Nesting Surfaces of Constant Rate of Energy Dissipation in Creep. *Quart. Appl. Math.* **20** (1962), 59—84
61. Calladine, C. R.: Upper and Lower Bound Solutions for Edge Response of Shells on Steady Creep. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems* (Varsó 1963) Amsterdam 1964
62. Kachanov, L. M.: Állandó kúszási problémák közelítő megoldása (oroszul) *Izv. Akad. Nauk OTN* (1959), 84—95
63. Rozenblum, V. I.: Közelítő kúszási egyenletek (oroszul) *Izv. Akad. Nauk SSSR*, Mekh. Mash. **5** (1959), 157—160
64. Wahl, A. M.: Analysis of Creep in Rotating Discs Based on the Tresca Criterion and Associated Flow Rule. *J. Appl. Mech.* **23**, 1956, 231—234
65. Onat, E. T.—Yuksel, H.: On the Steady Creep of Shells. *Proc. 3rd U. S. Natl Congr. Appl. Mech.* (Providence 1958) ASME, New York 1959, 625—630
66. Sundstrom, E.: Creep Buckling of Cylindrical Shells. *Trans. Roy. Instit. Techn.* **115** (1957)
67. Rabotnov, Yu. N.—Shesterikov, S. A.: Kúszásnak alávetett rudak és lemezek stabilitása (oroszul) *Prikl. Mat. Mekh* **21** (1957), 406—416
68. De Veubeke, B. F.: Creep Buckling. High Temperature Effects in Aircraft Structures AGARDograph **28**, New York 1958
69. Gerard, G.—Gilbert, A. G.: A Critical Strain Approach to Creep Buckling of Plates and Shells *J. Aero/Space Sci.* **25** (1958), 429—434, 458
70. Hoff, N. J.: On a Critical Strain Approach to Creep Buckling of Plates and Shells *J. Aero/Space Sci* **26** (1959), 117—118
71. Shesterikov, S. A.: Kúszó lehajlás (oroszul), *Prikl. Mat. Mekh*, **25** (1961), 754—755
72. Kuznetsov, A. P.—Kurshin, L. M.: Kúszásnak alávetett körhengerhéjak stabilitása (oroszul) *Prikl. Mekh. Tech. Fiz.* **3** (1962), 66—72
73. Gerard, G.: Theory of Creep Buckling of Perfect Plates and Shells. *J. Aero/Space Sci.* **29** (1962), 1087—1090
74. Bychawski, Z.: Creep Buckling of a Cylindrical Panel. *Proc. World Conference on Shells*, San Francisco 1962
75. Odqvist, F. K. G.: Influence of Primary Creep on Stresses in Structural Parts. *Trans. Roy. Inst. Techn.* **66**, Stockholm 1963
76. Rozenblum, V. I.: Membránhéjak nem állandó kúszásáról (oroszul) *Prikl. Mekh. Techn. Fiz.* **4** (1960), 82—84
77. Cozzarelli, F. A.—Patel, S. A.: Creep Deformations in Membrane Shells *J. Frankl. Dust.* **278** (1964), 45—61
78. Davis, E. A.: Creep Rupture Tests for Design of High-Pressure Steam Equipment *J. Basic Engng.* **2** (1960), 453—461
79. Ellington, J. P.: Creep Collapse of Tubes under External Pressure. Developm. and Engng. Group U. K. Atomic Energy Authority Rep. **162**, 1960
80. Tein Wah— Kirk, R.: Creep Collapse of Long Cylindrical Shells under High Temperature and External Pressure. *J. Aero/Space Sci.* **28** (1961), 177—188, 208
81. Sosin, O. V.: Tárcsák állandó izotróp kúszása (oroszul) *Prik. Mekh. Tekh. Fiz.* **4**, (1963) 128—131
82. Ilyushin, A. A.: A képlékeny alakváltozások elméletének néhány kérdéséről (oroszul) *Prikl. Mat. Mekh.* **7** (1943), 245—272
83. Ilyushin, A. A.: Véges összefüggések a metszeterők és nyomatékok közt és ezek alkalmazása a héjelméletben (oroszul) *Prik.. Mat. Mekh.* **9** (1945), 101—140

84. Ilyushin, A. A.: Körszimmetrikus héjak elaszto-plasztikus alakváltozásának közelítő elmélete (oroszul) *Prikl. Mat. Mekh.* **8** (1944), 15–24
85. Panferov, V. M.: A rugalmas megoldások módszerének konvergenciája héjak elaszto-plasztikus alakváltozásának elméletében (oroszul) *Prikl. Mat. Mekh.* **13** (1949), 79–94
86. Tsurkov, I. S.: Forgásszimmetrikus kis alakváltozásnak alávetett körszimmetrikus héjak elaszto-plasztikus egyensúlya (oroszul) *Izv. Akad. Nauk SSSR, OTN* **11** (1956), 106–110
87. Tsurkov, I. S.: Ortotróp hengerhéjak elaszto-plasztikus alakváltozása (oroszul) *Izv. Akad. SSSR, OTN* **12** (1957), 50–54
88. Tsurkov, I. S.: Kis alakváltozásnak alávetett lapos héj elaszto-plasztikus egyensúlya (oroszul) *Izv. Akad. Nauk SSSR, OTN* **6** (1957), 139–142
89. Tsurkov, I. S.: Vékonyfalú körhengerhéjak elaszto-plasztikus alakváltozása gyűrűalakú borda mentén (oroszul) *Inzh. Sbornik* **28** (1960), 182–189
90. Tsurkov, I. S.: Vékonyfalú hengerhéj elaszto-plasztikus alakváltozása befogott perem mentén (oroszul) *Inzh. Sbornik* **31** (1961), 93–100
91. Babitch, V. M.: V. M. Panferovnak az elaszto-plasztikus alakváltozások elméletébe vágó néhány dolgozata (oroszul) *Prikl. Mat. Mekh.* **20** (1956), 767–771
92. Mezhlumyan, R. A.: Vékonyfalú héjak hajlítása és csavarása a rugalmassági határon túli állapotban (oroszul) *Prikl. Mat. Mekh.* **14** (1950), 253–264
93. Mezhlumyan, R. A.: A rugalmas határon túl hajlításra és csavarásra igénybevett héjak peremfeltételeiről (oroszul), *Prikl. Mat. Mekh.* **14** (1950), 537–542
94. Mezhlumyan, R. A.: Vékonyfalú szerkezetek határteherbírásának meghatározása felkeményedő anyag esetében (oroszul), *Prikl. Mat. Mekh.* **15** (1954), 174–182
95. Mezhlumyan, R. A.: Elaszto-plasztikus héjak közelítő elmélete és ennek alkalmazása szerkezetek vizsgálatára (oroszul). *Inzh. Sbornik* **10** (1952), 35–70
96. Panferov, V. M.: Variációs módszerek alkalmazhatósága a kis elaszto-plasztikus alakváltozások elméletében (oroszul), *Prikl. Mat. Mekh.* **16** (1952), 319–322
97. Gerasimov, I. S.: A zárt körhengerhéjak forgásszimmetrikus elaszto-plasztikus alakváltozásáról (oroszul) *Inzh. Sbornik* **28** (1960), 241–246
98. Ananina, A. N.: Elaszto-plasztikus alakváltozásnak alávetett körhengerhéj forgásszimmetrikus alakváltozása (oroszul), *Inzh. Sbornik.* **18** (1954), 157–160
99. Hodge, P. G.: Displacements in an Elastic Cylindrical Shell. *J. Appl. Mech.* **23** (1956), 73–79
100. Chernina, V. S.: Nem homogén anyagú hegesztett héjak elaszto-plasztikus alakváltozata (oroszul) *Izv. Akad. Nauk SSSR, OTN, Mekh. i Mash.* **1** (1960), 133–140
101. Klement, P.: Theorie der elastisch-plastischen Zylinderschale. *Österr. Ingenieur-Archiv,* **16** (1962), 199–211
102. Gvozdev, A. A.: Plasztikus alakváltozásnak alávetett statikailag határozatlan szerkezetek törőtestének megállapítása (oroszul) *Inter. J. Mech. Sci.* **1** (1960), 322–335
103. Feinberg, S. M.: A határerő elvek (oroszul), *Prikl. Mat. Mekh.* **12** (1948), *Izv. Akad. Nauk SSSR, OTN, Mekh. Mash.* **4** (1960), 101–111
104. Hill, R.: A Note on Estimating the Yield Point Loads in a Plastic-rigid Body. *Phil. Mag.* **43** (1952), 353–355
105. Drucker, D. C.—Prager, W.—Greenberg, H. I.: Extended Limit Design Theorems for Continuous Media. *Quart. Appl. Math.*, **9** (1952), 381–389
106. Drucker, D. C.— Greenberg, H. I.—Prager, W.: The Safety Factor of an Elastic-plastic Body in Plane Strain. *J. Appl. Mech.* **18** (1951), 371–378
107. Sawczuk, A.—Rychlewski, J.: On Yield Surface for Plastic Shells. *Arch. Mech. Stos.*, **12** (1960), 29–53
108. Save, M.: On Yield Conditions in Generalized Stresses. *Quart. Appl. Math.*, **19** (1961), 259–267
109. Rozhdestvenski, V. V.: Forgáshéjak kapcsolatának határegyensúlya (oroszul) *Nauchn. Soobshcs. Akad. Stroi. i Arch.*, *No.* **1.**, Moszkva 1957
110. Yerchov, M. I.: Képlékeny alakváltozásnak alávetett héjak metszeterői és nyomatékai közt fennálló véges összefüggésekről (oroszul) *Strio. Mekh. Rasch. Sooruzh,* **3** (1959), 38–41
111. Hodge, P. G.: The Mises Yield Condition for Rotationally Symmetric Shells. *Quart. Appl. Math.*, **18** (1961), 305–311
112. Shapiro, G. S.: On Yield Surfaces for Ideally Plastic Shells. *Problems of Continuum Mechanics*, Soc. Ind. Appl. Math. Philadelphia 1961, 414–418
113. Drucker, D. C.: Limit Analysis of Cylindrical Shells under Axially-Symmetric Loading. *Proc 1st Midwest Conf. Solid Mech.* Urbana 1953, 158–163
114. Onat, E. T.—Prager, W.: Limit analysis of Shells of Revolution *Proc. Ned. Akad. Wetensch.* Ser. B. 57 (1954) 534–548

115. HODGE, P. G.: Rigid-plastic Analysis of Symmetrically Loaded Cylindricall Shells. J. Appl. Mech., **21** (1954), 336–342
116. ONAT, E. T.: The Plastic Collapse of Cylindrical Shells under Axially Symmetrically Loading. *Quart. Appl. Math.*, **13** (1955), 68–72
117. OLSZAK, W.—SAWCZUK, A.: Die Grenztragfähigkeit von zylindrischen Schalen bei verschiedenen Formen der Plastizitätsbedingung. *Acta Techn. Hung.* **26** (1959), 55–77
118. HODGE, P. G.: A Comparison of Yield Conditions in the Theory of Plastic Shells; *Problems in Continuum Mechanics*, Soc. for Ind. and Appl. Mathem. Philadelphia, Pa, 1961, 165–177
119. HODGE, P. G.: Yield Conditions for Rotationally Symmetric Shells under Axisymmetric Loading *J. Appl. Mech.* **27**, (1960), 323–331
120. HODGE, P. G.—PANARELLI, J.: Interaction Curves for Circular Cylindrical Shells according to the Mises or Tresca Yield Criterion *J. Appl. Mech.* **29** (1962), 375–380
121. HODGE, P. G.: Limit Analysis of Rotationally Symmetric Plates and Shells. Prentice-Hall, Englewood Cliffs N. J. 1963
122. RABOTNOV, Yu. N.: Elaszto-plasztikus héjak közelítő gyakorlati elmélete (oroszul) *Prikl. Mat. Mekh.* **15** (1951), 167–174
123. ROZENBLUM, V. I.: Képlékeny anyagú héjak közelítő elmélete (oroszul) *Prikl. Mat. Mekh.* **18** (1954), 289–302
124. HODGE, P. G.: The Linearization of Plasticity Problems by Means of Non-homogeneous Materials. *Proc. Symp. Nonhomog. Probl* (Varsó 1958), Pergamon Press, London 1959, 147–156
125. ROZENBLUM, V. I.: Vékonyfalú héjak folyási feltételeiről (oroszul). *Prikl. Mat. Mekh.* **24** (1960), 364–366
126. On the Plastic Analysis of Sandwich Structures. *Problems of Continuum Mechanics*, Soc. Ind. Appl. Math. Philadelphia, 1961, 342–349.
127. DRUCKER, D. C.—SHIELD, R. T.: Limit Analysis of Symmetrically Loaded Thin Shells of Revolution *J. Appl. Mech.* **26** (1959), 61–68.
128. NAKAMURA, T.: Plastic Analysis of Shells of Revolution under Axi-symmetric Loads. Ph. D. Dissertation, Stanford Univ., 1961.
129. HODGE, P. G.: Piece-wise Linear Bounds on the Yieldpoint Load of Shells. *J. Mech. Phys. Solids.*, **11**, (1963), 1–12
130. LISTROVA, Yu. P.: Hengerhéjak teherbírása a legnagyobb redukált feszültség képlénységi feltételek alapján (oroszul) *Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh. Mash.*, **2** (1963), 173–176
131. SAWCZUK, A.—OLSZAK, W.: A Method of Limit Analysis of Reinforced Concrete Tanks. *Proc. Int. Coll. Simpl. Shell Calc. Methods*, Brussels 1961, Amsterdam, 1962. 416–437
132. SAWCZUK, A.—KŐNIG, J. A.: Hengeres vasbeton szilők határ teherbírása, (lengyelül) *Arch. Inz. Ladow.*, **8** (1962), 1612–183
133. NIELSEN, M. P.: Yield Conditions in the Membrane State of Reinforced Concrete Shells. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems* (Warsó 1963), Amsterdam 1964.
134. SANKARANARAYANAN, R. and OLSZAK, W.: The Load Carrying Capacities of Plates and Shells. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems* (Warsó 1963), Amsterdam 1964.
135. ZYCZKOWSKI, M.: Die Grenzflächen in der Anstrengungstheorie *Bull. Acad. Polk. Sci.* Cl. IV, **9** (1961), 667–676
136. ONAT, E. T.: Plastic Shells. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems.* (Varsó 1963), Amsterdam 1964.
137. FEINBERG, S. M.: Egy vékonyfalú héj képlékeny folyása (oroszul), *Prikl. Math. Mekh.* **21** (1957), 544–549
138. HODGE, P. G.: The Collapse Load of a Spherical Cap. *Proc. 4th Midwest Conf.* Solid Mech., Austin Texas. **1** (1959), 108–126
139. MROZ, Z.—Xu-BING-ye: The Load Carrying Capacities of Symmetrically Loaded Spherical Shells. *Arch. Mech. Stos.* **15** (1963), 245–266
140. ROZHDESTVENSKI, V. V.: Kúp- vagy gömbalakú fenéklemezzel bíró hengeres kazánok teherbírása (oroszul), Moszkva 1959
141. HADGE, P. G.: Plastic Analysis of Circular Conical Shells. *J. Appl. Mech.*, **27** (1960), 696–700
142. ONAT, E. T.: Plastic Analysis of Shallow Conical Shells *J. Engng. Mech. Div. Proc. Amer. Soc. Civ. Engrs.* **86** (1960), **6**, 1–12
143. HODGE, P. G.—LAKSHMIKANTHAM, C.: Limit Analysis of Shallow Shells of Revolution DOMIIT Rep. 1–16, Chicago 1962
144. HODGE, P. G.—LAKSHMIKANTHAM, C.: Yield Point Loads of Spherical Caps with Cutouts. *Proc. 4th U. S. Nat. Congr. Appl. Mech.*, (Berkeley, 1962) *ASME*, 1963, 951–954

145. HODGE, P. G.—de RUNTZ, J.: The Carrying Capacity of Conical Shells under Concentrated and Distributed Loads. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems* (Varsó 1963), Amsterdam 1964
146. EASON, G.—SHIELD, R. T.: The Influence of Free Ends on the Load Carrying Capacity of Cylindrical Shells *Journ. Mech. Phys. of Solids*, **4** (1955), 17—27
147. HODGE, P. G.: Piece-wise Linear Isotropic Plasticity Applied to a Circular Cylindrical Shell with Symmetrical Radial Loading *J. Franklin Inst.* **263** (1957), 13—23
148. RZHANITSYN, A. P.: Forgásszimmetrikus teherrel terhelt cső képlékeny alakváltozásai (oroszul), *Izv. Nauk, SSSR, OTN* **8** (1958), 60—65
149. PAUL, B.—HODGE, P. G.: Carrying Capacity of Elastic Plastic Shells under Hydrostatic Pressure. *Proc. 3rd. U. S. Nat. Congr. Appl. Mech.* (Providence 1958) ASME, New York (1959), 631—640
150. COHEN, A.—SHIELD, R. T.: Limit Analysis of Cylindrical Shells Using Approximate Yield Conditions, *Brown Univ. Div. Appl. Math.*, Rep. D. A. 45642, April 1958
151. PAUL, B.: Carrying Capacity of Elastic-plastic Shells with Various End Conditions under Hydrostatic Pressure. *J. Appl. Mech.* **26** (1959), 553—560
152. EASON, G.: The Load Carrying Capacity of Cylindrical Shells Subjected to a Ring of Force. *J. Mech. Phys. Solids*, (1959), 169—181
153. SHIELD, R. T.—DRUCKER, D. C.: Limit Strength of Thinwalled Pressure Vessels with an ASME Standard Torispherical Head. *Proc. 3rd. U. S. Nat. Congr. Appl. Mech.* (Providence, 1958), ASME, New York 1959, 665—672
154. SAWCZUK, A.—HODGE, P. G.: Comparison of Yield Conditions for Circular Cylindrical Shells. *J. Franklin Inst.* **269** (1960), 362—374
155. YERCHOV, M. I.: Hengeres héj forgásszimmetrikus alakváltozása a rugalmassági határon túl (oroszul), Vopr. teorii plastichnosti i prochnosti stroi. Konstr. Trudy CNIISK. No. 4. Moszkva 1961, 176—198
156. YERCHOV, M. I.: Soktámaszú vékonyfalú csővezeték teherbíró képessége (oroszul), Vopr. teorii plastichnosti i prochnosti stroi. konstr. Trudy CNIISK, No. 4, Moszkva 1961, 169—175
157. PARANELLI, J.—HODGE, P. G.: Plastic Analysis of Cylindrical Shells under Pressure, Axial Load and Torque. *Proc. 8th. Midw. Mech. Conf.* (Cleveland 1963)
158. LISTROVA, Yu. P.—RUDIS, M. A.: Gyűrű alakú héj határegyensúlya (oroszul). *Mekh. i Mashinostroenie* **3** (1963), 119—123
159. FIALKOV, M. N.: Limit Analysis of Simply Supported Circular Shell Roofs. *J. Engng. Mech. Div.* Proc. ASCE 84, 1958, Sept. 5706
160. SZMODITS, K.: A hyperbolic paraboloidal shell. *Építési és Közlekedéstudományi Közlemények* **3** (1959), 1—2
161. SAWCZUK, A.: On Experimental Foundations of the Limit Analysis of Reinforced Concrete Shells. Shell Research, North Holland, Amsterdam 1961, 217—231
162. JANAS, M.: Limit Analysis of a Cylindrical Shell (lengyelül) *Arch. Inz. Ladow.*, **8** (1962), 365—374
163. JANAS, M.: Limit Analysis of Non-symmetric Plastic Shells by a Generalized Yield-line Method. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems*, (Varsó 1963) Amsterdam 1964.
164. NAKAMURA, If.: Limit Analysis of Non-symmetric Sandwich Shells. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems.* (Varsó 1963), Amsterdam 1964.
165. RYCHLEWSKI, J.: Limit Analysis of Helicoidal Shells. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems* (Varsó 1963), Amsterdam 1964.
166. AKHVLEDYANI, N. V.—SHAISHMELASHVILI, V. N.: Héjak töréselmélete (oroszul) *Roobsch. Akad. Nauk Gruz SSSR*, **13** (1952)
167. AKHVLEDYANI, N. V.—SHAISHMELASHVILI, V. N.: Két irányban görbe héjak töréselmélete (oroszul). *Trudy Inst. Stroit. Dela Akad. Nauk Gruz SSR, Tbilisi* **5** (1955), 61—71
168. KHAZALYA, G. I.: Lapos gömbhéjak töréselmélete (oroszul), *Soobch. Akad. Nauk Gruz SSR*, **17** (1956), 815—822
169. MENYHARD: Die statische Berechnung von zylindrischen Stahlbeton-Behältern auf Grund der Bruchtheorie. *Vorbericht des V. Kongr. Internat. Vereinigung f. Bruckenbau u. Hochbau*, Lisboa 1956, 451—458
170. RZHANITSYN, A. R.: The Design of Plates and Shells by the Kinematical Method of Limit Equilibrium *IX Cong. Appl. Mech.* Brussels 1956, Actes, **6**, 331—340
171. AKHVLEDYANI, N. V.: To the Limit Analysis of Reinforced Concrete Rotational Shells. *Sobshch. Akad. Nauk. Gruz.* SSR, **18** (1957), 209—210
172. RZHANITSYN, A. P.: Vasbetonhéjak számítása a töréselmélet módszerével (oroszul) Teoria rasch. i konstr. zhelezobet. konstr., Moszkva, 1958, 155—175

173. RZHANITSYN, A. R.: Héjak vizsgálata a töréselmélet szerint (oroszul) *Issl. po vopr. teorii plast. i prochn. stroj. konstr.* Moszkva 1958 7—35
174. OVECHKIN, A. M.: Equilibrium Equations of Reinforced Concrete Domes in the State of Limit Equilibrium. Nauchn. dokl. vyssh. shkoly, stroit. **1**, (1958), 35—46
175. RZHANITSYN, A. R.: Analysis of Shallow Shells Using the Method of Limit Equilibrium Stroi. Mekh. Rasch. Sooruzh. **1**, (1959), 5—11
176. RZHANITSYN, A. R.: Lapos és hullámos falú héjak (oroszul) *Nauchn. Soobsch. Akad. Stroi. i Arkh SSSR*, No. 14, Moszkva 1960
177. OVECHKIN, A. M.: Calculation of Reinforced Concrete Axisymmetrical Structures Shells. Moscow 1961
178. KALISZKY, S.: Unterschung einer Kegelstumpfschale aus Stahlbeton auf Grund des Traglastverfahrens. *Acta Tech. Hung.*, **34** (1961), 159—175
179. AKHVLEDYANI, N. V.: Előgyártott vasbeton kupolák teherbírásáról (oroszul) *Stroi. Mekh. Rasch. Sooruzh.* **3** (1961), **5**, 15—17
180. AKHVLEDYANI, N. V.: Két irányban görbe vasbetonhéjak határteherbírása (oroszul) *Issled. Teorii Sooruzh.* **11** (1962), 253—259
181. HAYDUKOV, G. K.: Limit Equilibrium Design of Shallow Shell Panels. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems* (Varsó 1963), Amsterdam 1964
182. KALISZKY, S.: Limit Analysis of a Reinforced Concrete Truncated-cone Shell. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems* (Varsó 1963), Amsterdam 1964
183. JOHANSEN, K. W.: Critical Notes on Calculation and Design of Cylindrical Shells. *Final Rep. 3rd. Congr. IABSF*, Liège 1948, 601— 606
184. KAZINCZY, G.: The Limit Design of Shells. *Final Rep. 3rd Congr.* IABSE, Liège 1948
185. BAKER, A. L. L.: A Plastic Design Theory for Reinforced and Prestressed Concrete Shell Roots. *Mag. Concrete Research*, **4** (1950) 27—34
186. BAKER, A. L. L.: Ultimate Strength Theory for Short Reinforced-concrete Cylindrical Shell Roofs. *Mag. Congr. Research.* **10** (1952) 3—8
187. HRUBAN, K.: Csehsüveg alakú héjakról (csehül) *Sbornik VUST* Brno, **20**, (1951), No. 83
188. MORICE, P. B.: Research on Concrete Shell Structures. *Proc. 1st Symp. Shell Roof Constr.* (London 1952), Cem. Concr. Assoc. London 1954, 99—113
189. Van RIEL, A. C.—BERANEK, W. J.—BOUMA, A. L.: Tests on Shell Roof Models of Reinforced Concrete Mortar. *Proc. 2nd Symp. Shell Roof Constr.* (Oslo 1957), Technisk Ukeblad 1958, 315—324
190. BOUMA, A. L.—van RIEL, A. C.—van KOTENAND, H.—BERANEK, W. J.: Investigations on Models of Eleven Cylindrical Shells Made of Reinforced and Prestressed Concrete. *Proc. Symp. Shell Research* (Delft 1961), Amsterdam 1961, 79—101
191. ENAMI, A.: Some Experiments and the Mechanism Conditions of Reinforced Concrete Prismatic Folded Plate Structures. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems* (Varsó 1963), Amsterdam 1964
192. DRUCKER, D. C.—SHIELD, R. T.: Design for Minimum Weight. *Proc. 9th Int. Congr. Appl. Mech.* (Brussels 1956) Actes, **5**, 212—222
193. DRUCKER, D. C.—SHIELD, R. T.: Bounds on Minimum Weight. *Quart. Appl. Math.* **15** (1957), 269—281
194. SHIELD, R. T.: Optimum Design Methods for Structures. *Proc. 2nd Symp. Naval Struc. Mech.* (Providence 1960) Oxford 1960, 580—591
195. MROZ, Z.: On a Problem of Minimum Weight Design. *Quart. Appl. Math.* **19** (1961), 127—135
196. ONAT, E. T.—PRAGER, W.: Limits of Economy of Materials in Shells; *De Ingenieur* **67** (1955) **10**, 46—49
197. FREIBERGER, W.: Minimum Weight Design of Cylindrical Shells. *J. Appl. Mech.* **23** (1956), 576—580
198. FREIBERGER, W.: On the Minimum Weight Design Problem for Cylindrical Sandwich Shells. *J. Aero. Sci.* **24** (1957), 847—848
199. SHIELD, R. T.: On the Optimum Design of Shells. *J. Appl. Mech.* **27** (1960), 316—322
200. MIKELADZE, M. Sh.: Merev-plasztikus héjak teherbírás számítása (oroszul) *Arch. Mech. Stos.* **11** (1959), 17—31
201. MIKELADZE, N. Sh.: Egyenszilárdságú képlékeny anyagú héjak (oroszul) *Soobsch. Akad. Nauk. Gruz SSR.* **25** (1960), 391—398
202. MROZ, Z.: Optimal Design of Reinforced Concrete Shells. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems.* (Varsó 1963), Amsterdam 1964
203. OLSZAK, W.—SAWCZUK, A.: Some Problems of Limit Analysis and Limit Design of Nonhomogeneous Axially Symmetric Shells. *Proc. Symp. Concr. Shell Roof Constr.* (Oslo 1956), Teknisk Ukeblad (1957), 249—256

204. ZIEGLER, H.: Kuppeln gleicher Festigkeit. *Ing. Archiv*, **26**, (1958) 378–382
205. ISLER, W.: Eine Kuppel gleicher Festigkeit *ZAMP*. **10** (1959), 576–578
206. YISHLINSKI, A. Yu.: A képlékenység általános elmélete lineáris felkeményedés esetében (oroszul). *Ukr. Matemat. Zhurn.* **6** (1954), 314–325
207. PRAGER, W.: A New Method of Analysing Stress and Strain in Work-hardening Plastic Solids. *J. Appl. Mech.* **23** (1956), 493–496
208. HODGE, P. G.—ROMANO, F.: Deformations of an Elastic-Plastic Cylindrical Shell with Linear Strain-hardening. *J. Mech. Phys. Solids.* **4** (1956), 145–161
209. PERRONE, N.: Strain-hardening Solutions to Axisymmetric Discs and Tubes. *J. Appl. Mech* **27** (1960) 45–53
210. PERRONE, N.—HODGE, P. G.: On Strain-hardened Circular Cylindrical Shells. *J. Appl. Mech.*, **27** (1960), 489–495
211. MIKELADZE, M. Sh.: Anizotróp héjak teherbírása (oroszul) *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, **98** (1954), 921–923
212. MIKELADZE, M. Sh.: Anizotróp héjak plasztikus folyása (oroszul) *Izv. Akad. Nauk. SSSR. OTN* **8** (1955), 67–80
213. NIEPOSTYN, D.: The Limit Analysis of an Orthotropic Circular Cylinder. *Arch. Mech. Stos.* **8** (1965), 565–580
214. MIKELADZE, M. Sh.: Rigid-plastic Analysis of Anisotropic Plates and Shells. *IX Congr. Int. Mec. Appliquée* (Brüszel 1956), Actes 8 (1957)
215. MIKELADZE, M. Sh.: Merev-plasztikus anizotróp héjak általános elmélete (oroszul), *Izv. Akad. Nauk. SSSR, OTN* 1 (1957), 85–94
216. MIKELADZE, M. Sh. Anizotróp héjak elaszto-plasztikus elmélete (oroszul), *Soobsch. Akad. Nauk Gruz. SSR*, **20** (1958), 13–20
217. SAWCZUK, A.: Piecewise Linear Theory of Anisotropic Plasticity and its Application to Limit Analysis Problems. *Arch. Mech. Stos.* **11** (1959), 541–557
218. SARCZUK, A.: Yield Condition for Anisotropic Shells. *Bull. Acad. Polon. Sci.*, Cl. IV, **8** (1960), 213–277
219. MROZ, Z.: The Load Carrying Capacity of Orthotropic Shells. *Arch. Mech. Stos.* **12** (1960), 85–107
220. SAWCZUK, A.: On the Theory of Anisotropic Plates and Shells. *Arch. Mech. Stos.* **13** (1961), 355–366
221. NEMIROVSKI, Yu.—RABOTNOV, Yu.: Bordával erősített hengerhéj határteherbírása (oroszul). *Mekh. i Mashinostroinie* **2** (1963), 83–94
222. OLSZAK, W.—URBANOWSKI, W.: The Plastic Potential and the Generalized Distortion Energy in the Theory of Non-homogeneous Anisotropic Elasto-plastic Bodies. *Arch. Mech. Stos.*, **8** (1956), 85–110
223. OLSZAK, W.—SAWCZUK, A.: Théorie de la capacité portante des constructions non-homogènes et orthropes. *Ann. Inst. Techn. Bat. Trav. Publ.* **13** (1960), 517–535
224. LEPIK, Yu. R.: Nem homogén lemezek és héjak határteherbírása (oroszul) *Mekh. i Mashinostroienie* **4** (1963), 167–171
225. JAHSMAN, W. E.—HARTUNG, R. F.—EDWARDS, J. E.: Plastic Analysis of an Axisymmetrically Loaded Shell of Revolution with Meridionally Varying Limit Shells. *Proc. Symp. Non-Classical Shell Problems.* (Varsó 1963), Amsterdam 1964
226. ONAT, E. T.—YAMANTURK, S.: On Thermally Stressed Elastic Plastic Shells. *J. Appl. Mech.* **29** (1962), 108–114
227. CHINTSUN, Hwang: Thermal Stresses in an Elastic-plastic Work-hardening Sphere. *J. Appl. Mech.* **27** (1960), 629–634.
228. PRAGER, W.: Linearization in Visco-plasticity. *Öester. Ingenieur-Archiv.*, **15** (1961) 155–157
229. BALL, R. E.—LEE, S. L.: Limit Analysis of Cylindrical Shells. *J. Eng. Mech. Div.*, Proc. ASCE, 89 No. EM3 (1963), 73–96

Inelastic Effects in the Shell Theory, Basic Problems and Applications. The use of shells in modern technology makes the classical theory, based on physical linearity and time independence of the material properties, inadequate for rational design. The inelastic behaviour of shells attracts attention, various forms of the material constitutive equations being used, in order to explain such types of inelastic response as creep, relaxation, or/and plasticity.

Nichtelastische Wirkungen in der Schalentheorie. Die Anwendung der Schalenkonstruktionen in der modernen Ingenieurpraxis erfordert die Aufstellung neuer Theorien, die von der klassischen Theorie abweichend die Baustoffeigenschaften als nichtlinear und von der Zeit abhängig annehmen. Das nicht elastische Verhalten der Schalenkonstruktionen kann nur mit Hilfe dieser neuen Theorien beschrieben und die plastische Verformung, Schwindung, das Kriechen und andere ähnliche Erscheinungen durch Berechnung erfaßt werden.