

PARABOLA VEZÉRGÖRBÉJŰ ÁLLÓ KONOIDHÉJ

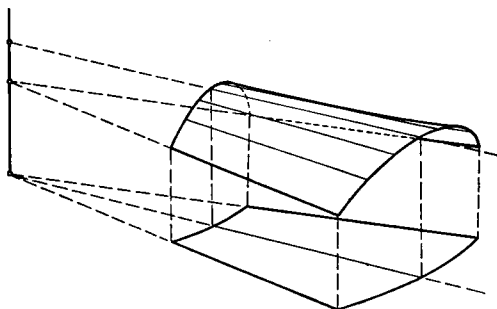
CSONKA PÁL*
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1976. június 11-én]

A dolgozat a BÖLCSKEI-féle csuklya alakú héjhoz hasonló alakú olyan konoid-héjat ismertet, amelynek vezértengelye függőleges, vezérsíkja vízszintes, vezérgörbéi pedig síkgörbék: függőleges tengelyű másodfokú parabolák. A szerző a feladat megoldása során az íves héjperemeken félmerev alátámasztást, az egyenes héjperemeken merev alátámasztást feltételez és a gyakorlatban szóba jövő egyszerű terhelési esetekre közvetlenül alkalmazható képletgyűjteményt közöl. A dolgozatot számpélda egészíti ki.

I. Bevezetés

E lap hasábjain BÖLCSKEI Elemér [1] csuklya alakú héjnak nevezett olyan konoidhéj számítását ismertette, amelynek vezértengelye függőleges, vezérsíkja vízszintes, vezérgörbéi pedig körhengerpalástra rajzolt másodfokú parabolák (1. ábra). A héj alaprajza körgyűrű cikk. Az érdekes dolgozat bemu-

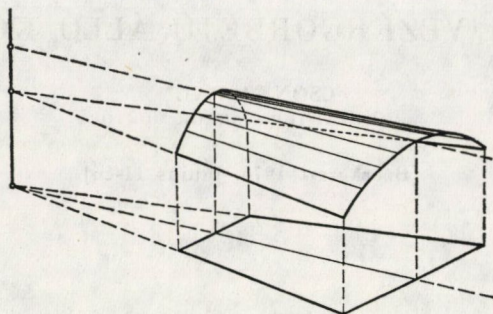


1. ábra. Bölcskei-féle csuklya alakú héj

tatta, hogy lehetséges az effajta héjakat membránerőkkel úgy egyensúlyozni, hogy legalábbis az egyik íves héjperemre semmiféle oldalirányú erő se hasson.

Szerző a jelen dolgozatban a BÖLCSKEI-féle csuklya alakú héjakhoz többé-kevésbé hasonló alakú olyan konoidhéjak számításával foglalkozik, amelyek vezértengelye függőleges, vezérsíkja vízszintes. A szóban forgó héjak — álló

* Prof. Dr. CSONKA Pál, 1114 Budapest, Bartók B. út 31.



2. ábra. Álló konoidhéj trapéz alaprajz felett

konoidhéjak — alaprajza trapéz, vezérgörbéi függőleges síkú másodfokú parabolák (2. ábra). Mindkét íves héjperemet félmerev tartó, mindkét egyenes héjperemet merev szerkezet támasztja alá.

Jelen dolgozat az említett héjak számításával a membránelmélet keretében foglalkozik és mint ilyen, a héj és perem tartóinak csatlakozásánál keletkező hajlító és csavaró erőket figyelmen kívül hagyja.

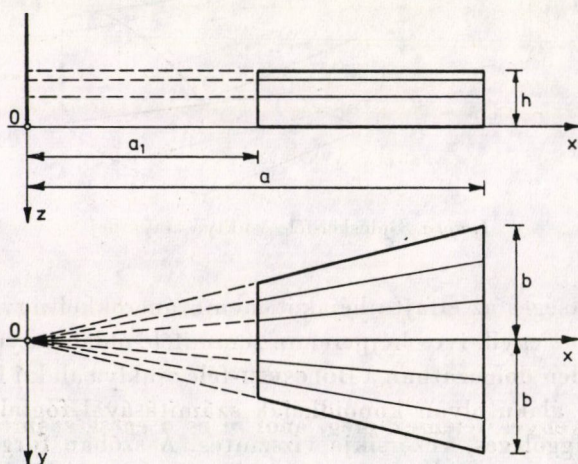
2. A feladat differenciálegyenlete

Tárgyalásunkhoz a 3. ábrán feltüntetett $O(x, y, z)$ derékszögű koordináta-rendszert vezetjük be.

Feltesszük, hogy a héjat csak függőleges megoszló erők terhelik. Ezeknek az erőknek az alaprajz területegységére vonatkoztatott fajlagos értékét a

$$\bar{p} = \bar{p}(x, y) \quad (1)$$

teherfüggvénnyel jellemezzük.

3. ábra. Az $O(x, y, z)$ derékszögű koordináta-rendszer

Az $0(x, y, z)$ koordináta-rendszerben a héj középfelületének egyenlete

$$z = -h \left(1 - \frac{a^2 y^2}{b^2} \right). \quad (2)$$

Így

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} &= 6 \frac{ha^2}{b^2} \cdot \frac{x^2}{y^4}, \\ \frac{\partial^2 z}{\partial x \cdot \partial y} &= 4 \frac{ha^2}{b^2} \cdot \frac{y}{x^3}, \\ \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} &= 2 \frac{ha^2}{b^2} \cdot \frac{1}{x^2}, \end{aligned}$$

és ennek megfelelően a membránhéjak alapegyenlete, vagyis a

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \cdot \partial y} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \bar{p} = 0$$

egyenlet esetünkben így alakul:

$$6 \frac{ha^2}{b^2} \cdot \frac{y^2}{x^4} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - 8 \frac{ha^2}{b^2} \cdot \frac{y}{x^3} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y} + 2 \frac{ha^2}{b^2} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \bar{p} = 0. \quad (3)$$

A héj feszítő erőinek meghatározásához ezt a differenciálegyenletet kell a feladat peremfeltételeinek figyelembevételével megoldani. Az íves peremek mentén az említett feltételek így fogalmazhatók:

$$\begin{aligned} \bar{N}_x \Big|_{x=a} &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \Big|_{x=a} = \text{konst.}, \\ \bar{N}_x \Big|_{x=a_1} &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \Big|_{x=a_1} = \text{konst.}, \end{aligned} \quad (4)$$

3. Egyszerű terhelési esetek

Kísérjük meg olyan

$$F_{m,n} = F_{m,n}(x, y)$$

feszültségfüggvényeket szerkeszteni, amelyeknek

$$\bar{p}_{m,n} = x^m y^n \quad (5)$$

alakú teherfüggvények felelnek meg, ahol m és n egész számok a megszorítással, hogy

$$m \leq 0, \quad n \geq 0.$$

3.1. Az általános eset ($n > 0$, $n \neq 1$)

Induljunk ki az

$$F^* = K \left[\frac{a^t - a_1^t}{a^s - a_1^s} (x^s - a_1^s) - (x^t - a_1^t) \right] x^{m+4} y^n \quad (6)$$

($K = \text{konst}$)

kifejezésből mint feszültségfüggvényből. Ennek a feszültségfüggvénynek a (3) differenciálegyenlet szerint a következő teherfüggvény felel meg:

$$\bar{p}^* = -6 \frac{ha^2}{b^2} \cdot \frac{y^2}{x^4} \cdot \frac{\partial^2 F^*}{\partial y^2} + 8 \frac{ha^2}{b^2} \cdot \frac{y}{x^3} \cdot \frac{\partial^2 F^*}{\partial x \cdot \partial y} - 2 \frac{ha^2}{b^2} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \frac{\partial^2 F^*}{\partial x^2}. \quad (7)$$

Mint hogy az adott esetben

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F^*}{\partial x^2} &= K \left[\frac{a^t - a_1^t}{a^s - a_1^s} (s + m + 4)(s + m + 3)x^{s+m+2} - \right. \\ &\quad \left. - (t + m + 4)(t + m + 3)x^{t+m+2} \right] y^n, \\ \frac{\partial^2 F^*}{\partial x \cdot \partial y} &= K \left[\frac{a^t - a_1^t}{a^s - a_1^s} (s + m + 4)nx^{s+n+3} - (t + m + 4)nx^{t+m+3} \right] y^{n-1}, \\ \frac{\partial^2 F^*}{\partial y^2} &= K \left[\frac{a^t - a_1^t}{a^s - a_1^s} n(n-1)(x^{s+m+4} - a_1^s x^{m+4}) - \right. \\ &\quad \left. - n(n-1)(x^{t+m+4} - a_1^t x^{m+4}) \right] y^{n-2}, \end{aligned}$$

így

$$\begin{aligned} \bar{p}^* &= K \frac{ha^2}{b^2} \left[-2 \frac{a^t - a_1^t}{a^s - a_1^s} (s + m + 4)(s + m + 3)x^{s+m} + \right. \\ &\quad \left. + 2(t + m + 4)(t + m + 3)x^{t+m} + \right. \\ &\quad \left. + 8 \frac{a^t - a_1^t}{a^s - a_1^s} (s + m + 4)nx^{s+m} - 8(t + m + 4)nx^{t+m} - \right. \\ &\quad \left. - 6 \frac{a^t - a_1^t}{a^s - a_1^s} n(n-1)(x^{s+m} - a_1^s x^m) + 6n(n-1)(x^{t+m} - a_1^t x^m) \right] y^n. \end{aligned}$$

Az utóbbi képletet rendezés után

$$\bar{p}^* = K \frac{ha^2}{b^2} \left[\frac{a^t - a_1^t}{a^s - a_1^s} Sx^{s+m} + Tx^{t+m} + Ux^m \right] y^n \quad (8)$$

alakban írhatjuk, ahol

$$S = -2[(s + m + 4)(s + m + 3) - 4(s + m + 4)n + 3n(n - 1)] \frac{a^t - a_1^t}{a^s - a_1^s}, \tag{9}$$

$$T = +2[(t + m + 4)(t + m + 3) - 4(t + m + 4)n + 3n(n - 1)], \tag{10}$$

$$U = 6n(n - 1) \frac{a^t a_1^s - a^s a_1^t}{a^s - a_1^s}. \tag{11}$$

Kísérreljük meg a (9) egyenletben s -nek olyan értéket tulajdonítani, hogy adott m és n esetében

$$S = 0$$

legyen. Ezt a követelményt az

$$(s + m + 4)(s + m + 3) - 4(s + m + 4)n + 3n(n - 1) = 0$$

egyenlet fejezi ki. Ha ezt s -re megoldjuk, azt találjuk, hogy

$$s = \frac{1}{2} (2m - 4n + 7 \pm \sqrt{4n^2 + 20n + 1}).$$

Mint ahogy kikötésünk szerint $n > 0$, a fenti képlet s -re két egymástól eltérő valós értéket szolgáltat. Ezek szerint lehetséges s -nek két egymástól eltérő olyan értéket tulajdonítani, amelyek esetében az $S = 0$ feltétel teljesül. Ez a két s érték:

$$s = \frac{1}{2} (2m - 4n + 7 + \sqrt{4n^2 + 20n + 1}) \equiv i, \tag{12}$$

$$s = \frac{1}{2} (2m - 4n + 7 - \sqrt{4n^2 + 20n + 1}) \equiv j.$$

Hasonló a helyzet a (10) egyenlet esetében is. Itt is lehet a t -re két olyan értéket meghatározni, amelyekkel a

$$T = 0$$

feltétel teljesül. Ez a két t érték:

$$t = \frac{1}{2} (2m - 4n + 7 + \sqrt{4n^2 + 20n + 1}) \equiv i, \tag{13}$$

$$t = \frac{1}{2} (2m - 4n + 7 - \sqrt{4n^2 + 20n + 1}) \equiv j.$$

Ha a (8) képletben s helyébe i -t, t helyébe j -t írunk, akkor $S = 0$ és $T = 0$ lesz, és így a (8) egyenlet a következőképpen egyszerűsödik:

$$\bar{p}^* = K \frac{ha^2}{b^2} 6n(n-1) \frac{a^j a_1^i - a^i a_1^j}{a^i - a_1^i} x^m y^n. \quad (14)$$

Ahhoz, hogy a teherfüggvény

$$\bar{p}^* = x^m y^n \equiv \bar{p}_{m,n} \quad (15)$$

alakban legyen kifejezhető, a (14) képletben szereplő K tényezőt a következőképpen kell felvenni:

$$K = \frac{b^2}{ha^2} \cdot \frac{1}{6n(n-1)} \cdot \frac{a^i - a_1^i}{a^j a_1^i - a^i a_1^j}.$$

Ezt a K értéket, valamint az $s = i$, $t = j$ összefüggéseket a (6) képletbe behelyettesítve, a (15) alatti teherfüggvénynek megfelelő feszültségfüggvényként az alábbi kifejezést kapjuk:

$$F^* = \frac{b^2}{ha^2} \cdot \frac{1}{6n(n-1)} \cdot \frac{a^i - a_1^i}{a^j a_1^i - a^i a_1^j} \cdot \left[\frac{a^j - a_1^j}{a^i - a_1^i} (x^i - a_1^i) - (x^j - a_1^j) \right] x^{m+4} y^n \equiv F_{m,n}.$$

Ugyanez a képlet rendezés után

$$F_{m,n} = \frac{b^2}{ha^2} \cdot \frac{1}{6n(n-1)} G(x, i, j) \cdot x^{m+4} y^n \quad (16)$$

alakban is írható, ahol

$$G(x, i, j) = \frac{(a^j - a_1^j)(x^i - a_1^i) - (a^i - a_1^i)(x^j - a_1^j)}{a^j a_1^i - a^i a_1^j}. \quad (17)$$

Mint látható, az utóbbi képletben i és j szerepének felcserélése az eredményt nem módosítja.

3.2. Kivételes esetek

A 3.1. alatt ismertetett eljárás nem alkalmazható olyankor, amidőn $n = 0$ vagy $n = 1$. Az alábbiakban, a részletszámításokat mellőzve, ezekkel az általános tárgyalásból kirekesztett esetekkel foglalkozunk.

Az $n = 1$ esetben, feltéve, hogy $m \neq -4$, a megoldás

$$F_{m,1} = -\frac{b^2}{2ha^2} \cdot \frac{1}{(m+4)(m-1)} x^{m+4}y,$$

ha viszont $m = -4$, akkor

$$F_{-4,1} = \frac{b^2}{10ha^2} y \ln x.$$

(Az $m = 1$ lehetőséget, mint érdektelent, tárgyalásainkból kirekesztettük. Ezzel tehát nem kell foglalkoznunk.)

Az $n = 0$ esetben, feltéve, hogy $m \neq -3$, $m \neq -4$, a feladat megoldása

$$F_{m,0} = -\frac{b^2}{2ha^2} \cdot \frac{1}{(m+3)(m+4)} \cdot \frac{1}{x^m},$$

ha viszont $m = -3$, akkor

$$F_{-3,0} = \frac{b^2}{2ha^2} (x \ln x + x),$$

ha pedig $m = -4$, akkor

$$F_{-4,0} = -\frac{b^2}{2ha^2} \ln x.$$

3.3. Homogén eset

A (3) differenciálegyenlet homogén alakjának, vagyis a

$$6 \frac{y^2}{x^4} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \frac{8y}{x^3} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y} + 2 \frac{1}{x^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0$$

homogén differenciálegyenletnek van olyan partikuláris megoldása, amely egyúttal a (4) peremfeltételeket is kielégíti. Ez a megoldás a következő:

$$F = Cx^5y, \quad C = \text{konst.} \tag{18}$$

A (18) alatti homogén megoldás a 3.1. és 3.2. alatt ismertetett megoldások bármelyikéhez hozzáiktatható.

Olyankor, amikor a héj terhelése az $y = 0$ síkra nézve szimmetrikus, a homogén megoldás képletében szereplő C együttható szimmetria okokból zérus. Ha ellenben a héj terhelése az $y = 0$ síkra nézve antimetrikus, akkor a C tényező megfelelő felvételével a (4) peremfeltételeken túlmenőleg további peremfeltételt is módunkban van teljesíteni.

4. A feladat megoldása

Adott esetben a feladatot oly módon oldjuk meg, hogy az ismert \bar{p} teherfüggvényt $A_{m,n}x^m y^n$ alakú teherkomponensekre bontjuk vagy ilyen komponensek összegével közelítjük meg:

$$\begin{aligned} \bar{p} = & A_{0,0} + A_{0,1}y + A_{0,2}y^2 + \dots + \\ & A_{-1,0}x^{-1} + A_{-1,1}x^{-1}y + A_{-1,2}x^{-2}y^2 + \dots \\ & + A_{-2,0}x^{-2} + A_{-2,1}x^{-2}y + A_{-2,2}x^{-2}y^2 + \dots \\ & \dots \end{aligned}$$

1. Táblázat

$F_{m,n}$ feszültségfüggvények

N ^o	$p_{m,n}$	$F_{m,n}$
1	1	$-\frac{b^2}{24ha^2}x^4$
2	$\frac{1}{x}$	$-\frac{b^2}{12ha^2}x^3$
3	$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{b^2}{4ha^2}x^2$
4	$\frac{1}{x^3}$	$-\frac{b^2}{2ha^2}(x \ln x + x)$
5	$\frac{1}{x^4}$	$+\frac{b^2}{2ha^2} \ln x$
6	$\frac{1}{x^5}$	$-\frac{b^2}{4ha^2} \cdot \frac{1}{x}$
7	$\frac{1}{x^6}$	$-\frac{b^2}{12ha^2} \cdot \frac{1}{x^2}$
8	y	$-\frac{b^2}{8ha^2}x^4y + Cx^5y$
9	$\frac{y}{x}$	$-\frac{b^2}{12ha^2}x^3y + Cx^5y$
10	$\frac{y}{x^2}$	$-\frac{b^2}{12ha^2}x^2y + Cx^5y$
11	$\frac{y}{x^3}$	$-\frac{b^2}{8ha^2}xy + Cx^5y$
12	$\frac{y}{x^4}$	$+\frac{b^2}{10ha^2}y \ln x + Cx^5y$
13	$\frac{y}{x^5}$	$-\frac{b^2}{12ha^2} \cdot \frac{y}{x} + Cx^5y$
14	$\frac{y}{x^6}$	$-\frac{b^2}{28ha^2} \frac{y}{x^2} + Cx^5y$

Ezután az egyes $A_{m,n}x^m y^n$ teherkomponenseknek megfelelő $A_{m,n}F_{m,n}$ feszültségfüggvényeket határozzuk meg, majd azokat összegezzük. Az így előállított összeg a feladat keresett feszültségfüggvénye:

$$\begin{aligned}
 F &= A_{0,0}F_{0,0} + A_{0,1}F_{0,1} + A_{0,2}F_{0,2} + \dots \\
 &+ A_{-1,0}F_{-1,0} + A_{-1,1}F_{-1,1} + A_{-1,2}F_{-1,2} + \dots \\
 &+ A_{-2,0}F_{-2,0} + A_{-2,1}F_{-2,1} + A_{-2,2}F_{-2,2} + \dots \\
 &\dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

2. Táblázat

$F_{m,n}$ feszültségfüggvények

N°	$P_{m,n}$	$F_{m,n}$
1	y^2	$\frac{b^2}{12ha^2} G(x, i, j)x^4y^2, \quad i, j = \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{57})$
2	$\frac{y^2}{x}$	$\frac{b^2}{12ha^2} G(x, i, j)x^3y^2, \quad i, j = \frac{1}{2}(-3 \pm \sqrt{57})$
3	$\frac{y^2}{x^2}$	$\frac{b^2}{12ha^2} G(x, i, j)x^2y^2, \quad i, j = \frac{1}{2}(-5 \pm \sqrt{57})$
4	$\frac{y^2}{x^3}$	$\frac{b^2}{12ha^2} G(x, i, j)xy^2, \quad i, j = \frac{1}{2}(-7 \pm \sqrt{57})$
5	$\frac{y^2}{x^4}$	$\frac{b^2}{12ha^2} G(x, i, j)y^2, \quad i, j = \frac{1}{2}(-9 \pm \sqrt{57})$
6	$\frac{y^2}{x^5}$	$\frac{b^2}{12ha^2} G(x, i, j)\frac{y^2}{x}, \quad i, j = \frac{1}{2}(-11 \pm \sqrt{57})$
7	$\frac{y^2}{x^6}$	$\frac{b^2}{12ha^2} G(x, i, j)\frac{y^2}{x^2}, \quad i, j = \frac{1}{2}(-13 \pm \sqrt{57})$
8	y^4	$\frac{b^2}{72ha^2} G(x, i, j)x^4y^4, \quad i, j = \frac{1}{2}(-9 \pm \sqrt{145})$
9	$\frac{y^4}{x}$	$\frac{b^2}{72ha^2} G(x, i, j)x^3y^4, \quad i, j = \frac{1}{2}(-11 \pm \sqrt{145})$
10	$\frac{y^4}{x^2}$	$\frac{b^2}{72ha^2} G(x, i, j)x^2y^4, \quad i, j = \frac{1}{2}(-13 \pm \sqrt{145})$
11	$\frac{y^4}{x^3}$	$\frac{b^2}{72ha^2} G(x, i, j)xy^4, \quad i, j = \frac{1}{2}(-15 \pm \sqrt{145})$
12	$\frac{y^4}{x^4}$	$\frac{b^2}{72ha^2} G(x, i, j)y^4, \quad i, j = \frac{1}{2}(-17 \pm \sqrt{145})$
13	$\frac{y^4}{x^5}$	$\frac{b^2}{72ha^2} G(x, i, j)\frac{y^4}{x}, \quad i, j = \frac{1}{2}(-19 \pm \sqrt{145})$
14	$\frac{y^4}{x^6}$	$\frac{b^2}{72ha^2} G(x, i, j)\frac{y^4}{x^2}, \quad i, j = \frac{1}{2}(-21 \pm \sqrt{145})$

Ugyanígy kell eljárunk az F feszültségfüggvénynek megfelelő vetületi feszítőerők számításakor is. Ezeket is úgy kapjuk meg, hogy az egyes teherkomponenseknek megfelelő vetületi feszítőerőket egyenként meghatározzuk, majd azokat összegezzük.

A fentiekben ismertetett számítások megkönnyítésére az 1. és 2. táblázatokba foglaltuk a gyakorlat szempontjából szóba jövő egyes egyszerű terhelési eseteknek megfelelő $F_{m,n}$ feszültségfüggvények képleteit.

5. Számpélda

A 4. ábrán feltüntetett csonka konoidhéj középfelületének egyenlete

$$z = -3,6 \left(1 - \frac{40,0^2 y^2}{10,0^2 x^2} \right) \text{ [m]} .$$

A héjat egyrészt a héjfal önsúlya, másrészt egyenletes hőteher terheli. Az önsúlytehernek a középfelület felszínegységére vonatkoztatott fajlagos értéke

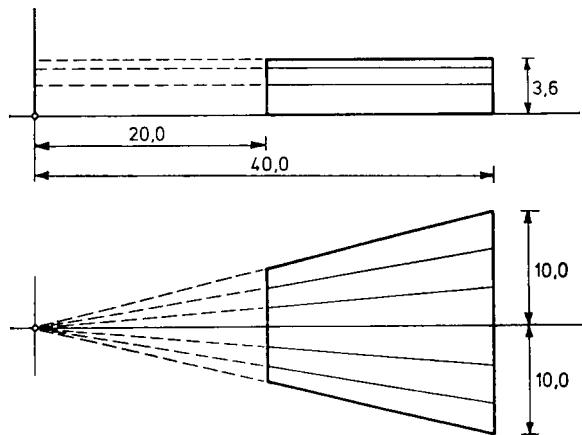
$$p_1 = 1,6 \text{ [kN/m}^2\text{]},$$

tehát az alaprajz területegységére vonatkoztatott fajlagos teherérték

$$\bar{p}_1 = 1,6 \sqrt{1 + (\partial z / \partial x)^2 + (\partial z / \partial y)^2} \text{ [kN/m}^2\text{]},$$

a hőteher pedig

$$\bar{p}_2 = 0,8 \text{ [kN/m}^2\text{]} .$$



4. ábra. Számpélda

Így a héjra ható totális teher (önsúly + hőteher) vetületi értéke

$$\begin{aligned} \bar{p} &= \bar{p}_1 + \bar{p}_2 = 1,6 \sqrt{1 + (\partial z / \partial x)^2 + (\partial z / \partial y)^2} + 0,8 = \\ &= \left[1,6 \sqrt{1 + 4 \frac{3,6^2 \cdot 40,0^2}{10,0^2} \left(\frac{y^4}{x^6} + \frac{y^2}{x^4} \right)} + 0,8 \right] [\text{kN/m}^2]. \end{aligned}$$

Feladatunk a héj vetületi feszítőerőinek meghatározása.

Számításaink során az imént felírt teherfüggvény helyett jó közelítéssel a következő teherfüggvénnyel dolgozunk:

$$\bar{p} = 1,6 \left(1 + 6600 \frac{y^2}{x^4} - 25\,000 \frac{y^4}{x^6} \right) + 0,8.$$

Az adott esetben tehát

$$\bar{p} = \left(2,4 + 10\,560 \frac{y^2}{x^4} - 40\,000 \frac{y^4}{x^6} \right) [\text{kN/m}^2], \quad (19)$$

vagyis

$$\begin{aligned} A_{0,0} &= 2,4 \quad [\text{kN/m}^2], \\ A_{-4,2} &= 10\,560 \quad [\text{kN}], \\ A_{-4,6} &= -40\,000 \quad [\text{kN}]. \end{aligned}$$

A (17) teherfüggvény első tagjának az 1. táblázat első sora szerint a

$${}^{\text{M}} A_{0,0} F_{0,0} = -2,4 \frac{10,0^2}{24 \cdot 3,6 \cdot 40,0^2} x^4 \quad [\text{kNm}] \quad (20)$$

feszültségfüggvény felel meg.

A (17) teherfüggvény második tagjához a 2. táblázat ötödik sora szerint a

$$A_{-4,2} F_{-4,2} = 10\,560 \frac{10,0^2 G(x, i, j)}{12 \cdot 3,6 \cdot 40,0^2} y^2 \quad [\text{kNm}] \quad (21)$$

feszültségfüggvény rendelhető, ahol a (17) képlet szerint

$$G(x, i, j) = \frac{(40,0^j - 20,0^j)(x^i - 20,0^i) - (40,0^i - 20,0^i)(x^j - 20,0^j)}{40,0^j \cdot 20,0^i - 40,0^i \cdot 20,0^j}$$

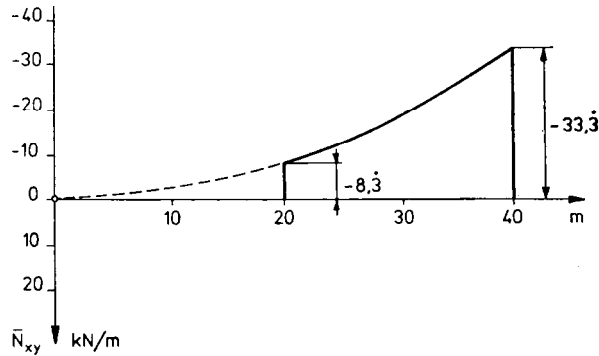
és a (12) képlet szerint

$$i = \frac{1}{2} (-9 + \sqrt{57}) = +0,7251,$$

$$j = \frac{1}{2} (-9 - \sqrt{57}) = -8,2749.$$

A (17) teherfüggvény harmadik tagjához a 2. táblázat tizennegyedik sora szerint az

$$A_{-6,4} F_{-6,4} = -40\,000 \frac{10,0^2 G(x, i, j)}{72 \cdot 3,6 \cdot 40,0^2} \cdot \frac{y^4}{x^2} \quad [\text{kNm}] \quad (22)$$



5. ábra. Az \bar{N}_y vetületi feszítőerők diagramfelülete [kN/m]

feszültségfüggvény tartozik, ahol a (17) képlet szerint

$$G(x, i, j) = \frac{(40,0^j - 20,0^j)(x^i - 20,0^i) - (40,0^i 20,0^i)(x^j - 20,0^j)}{40,0^j \cdot 20,0^i - 40,0^i \cdot 20,0^j}$$

és a (12) képlet szerint:

$$i = \frac{1}{2}(-21 + \sqrt{125}) = -4,9098,$$

$$j = \frac{1}{2}(-21 - \sqrt{125}) = -16,0902.$$

Végül is a keresett F függvény a (20), (21) és (22) alattiak összege. Az F feszültségfüggvény birtokában a héj vetületi feszítőerői az

$$\bar{N}_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad \bar{N}_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y}, \quad \bar{N}_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (23)$$

képletek utasításai szerint számíthatók.

A három teherkomponens közül itt csak az elsőnek megfelelő vetületi feszítőerők képleteit közöljük:

$$\bar{N}_x = 0, \quad \bar{N}_{xy} = 0,$$

$$\bar{N}_y = -\frac{2,4 \cdot 10,0^2 \cdot 12}{24 \cdot 3,6 \cdot 40,0^2} x^2 = -0,02083x^2 \text{ [kN/m]}.$$

Mint látható, erre a terhelésre a héj egymás mellé helyezett egymástól független boltívek sorozataként működik. Ebben az esetben az \bar{N}_y vetületi feszítőerők megoszlását az 5. ábra szemlélteti.

IRODALOM

1. BÖLCSKEI Elemér: Csuklya alakú héj. *Műszaki Tudomány* (1976)
2. BÖLCSKEI, E.: Haubenschalen *Acta Techn. Hung.* 84 (1977)

Parabolic Conoid Shells with Vertical Director Line. Paper describes in the frame of the so-called membrane theory conoid shells similar to those named cowl-like shells by E. BÖLCSKEI. The director line of the treated shells is vertical, the director plane horizontal, the generatrices are vertical-planed parabolae of the second degree. It is assumed that these shells are supported along their curved edge lines by arches not withstanding lateral forces, whereas at the straight edge lines both shear forces and lateral normal forces can come into being. For simple loading cases occurring in the practice closed formulae of the stress function are compiled in tables. The use of these tables is explained by a practical example.

Parabolische Konoidschale mit vertikaler Leitlinie. Der Aufsatz beschäftigt sich im Rahmen der Membrantheorie mit Konoidschalen, deren Form denjenigen Schalen gewissermaßen ähnlich ist, die von E. BÖLCSKEI als Haubenschalen genannt wurden. Die Leitlinie der behandelten Schalen ist vertikal, die Leitebene horizontal, die Leitkurven sind in vertikalen Ebenen liegende Parabeln zweiten Grades. Es wird vorausgesetzt, daß die Randbögen gegen Seitenkräfte keinen Widerstand leisten können, während die geraden Randteile so abgestützt sind, daß außer tangentiellen Kräften auch seitwärts gerichtete Reaktionskräfte zustande kommen können. Für die in der Praxis vorkommenden einfachen Belastungsfälle werden Formeltafeln mit geschlossenen Formeln angegeben. Die Anwendung dieser Formeltafeln wird durch ein praktisches Zahlenbeispiel erklärt.