

## ELLENÁRAMÚ SZÉTVÁLASZTÓ VEGYIPARI ALAPMŰVELETEK ELMÉLETI FOKOZATSZÁMÁNAK MEGHATÁROZÁSÁRÓL, I.

JUNG GITTA<sup>1)</sup>, RÓZSA PÁL és SÁRKÁNY GYÖRGY<sup>2)</sup>

### Bevezetés

Az extrakció, abszorpció és rektifikálás az anyagátmenettel kapcsolatos ellenáramú szétválasztó alpműveletek leggyakoribb csoportját alkotja. E három művelet mechanizmusának rendkívül hasonló jellege teszi kézenfekvővé elméleti tárgyalásuk hasonlóságát is. (Lásd: [1], [2], [3].) A mechanizmus lényeges vonásai a következők. Két, egymással korlátoltan vagy egyáltalán nem elegyedő fluidum-áram halad egymással szemben; az egyik fluidum-áram a művelet során egy vagy több értékes komponensben elszegényedik, a másik az előbbi rovására dúsul. Jelen tárgyalásban csupán egy értékes komponensre szorítunk. Ilyen értelemben a műveletekben legfeljebb három anyag:  $A$ ,  $B$ ,  $C$  szerepel. Legyen az értékes anyag  $C$ , amelyet túlnyomóan  $A$ -val és esetleg kevés  $B$ -vel képezett elegyből kell kinyernünk.  $A$  és  $C$  egymással korlátlanul elegyednek.  $A$  és  $B$  egymással csak korlátoltan, illetve határesetben egyáltalán nem elegyednek.  $B$  és  $C$  elegyedhetnek korlátlanul vagy korlátoltan. Ez esetben *extrakción* azt értjük, hogy az  $A$  folyadékkal képezett, kevés  $B$ -t tartalmazó egyetlen  $A + C$  fázisból másik fázist alkotó  $B$  oldószerrel kioldjuk  $C$  nagyrésztét, majd  $B$ -től további művelettel elválasztjuk  $C$ -t.

*Abszorpción* azt értjük, hogy  $A(+B)$  úgynevezett indifferens gázzal elegyített  $C$  gázt az  $A + B + C$  gázelegyből  $B$  folyadékkal kioldjuk (abszorbeáljuk) és az így nyert  $B + C$  elegyet használjuk fel tovább.

A fenti két műveletben tehát lényegében  $A + C$  elegy többé-kevésbé tökéletes szétválasztása megy végbe, mindkét esetben  $B$  folyadék (oldószer, szolvens) segítségével.

*Rektifikálásnál*, amikor egyetlen értékes komponensről beszélünk (ez a kétkomponensű rektifikálás esete), az  $A + C$  elegyet nem harmadik,  $B$  anyag segítségével bontjuk szét, illetve állítunk elő belőle előírt tisztaságú  $C$ -t, hanem a  $B$  oldószer szerepét az  $A + C$  eleggyel közölt hő játssza. Extrahálás és abszorpció megoszlási egyensúlyon, a rektifikálás hőközléssel előállított párolgási (folyadék-gőz) egyensúlyon alapszik. Az elszegényedés, illetve dúsulás a két fluidum-áram vagy folyamatos, vagy véges számú úgynevezett buborékoltató *tányéron*, másképpen *fokozaton* lezajló bensőséges érintkezése során,

1) Chinoin Gyógyszervegyészeti Gyár, Budapest.

2) Budapesti Műszaki Egyetem, Vegyipari Műveletek és Gépek tanszék.

a diffúzió és a fiziko-kémiai fázisegyensúly törvényei szerint megy végbe. Tanulmányunk célja ez utóbbi esetre egy olyan *általános* alpművelet modelljének megválasztása, amely lehetővé teszi a fenti három alpművelet egységes elméleti tárgyalását. Mindhárom művelet célja az értékes komponens elkülönítése előírt tisztaságban. Valamely előírt tisztasági fok eléréséhez a műveletnek meghatározott fokozatszáma tartozik. Tárgyalásunk alapján mátrix-számítás segítségével, gyakorlati számításokra alkalmas közelítő formulákat adunk ezen elméleti fokozatszám (tányérszám) meghatározására.<sup>3)</sup> Ezekből, az általános modell paramétereire nézve bizonyos értelemszerű megszorításokat téve, közvetlenül kiolvashatók az említett három alpműveletre vonatkozó eredményeink, amelyek — amint erre a dolgozat végén rámutatunk — speciális esetként magukban foglalnak néhány, az irodalomból már ismert eredményt.

### 1. §. Az általános alpművelet modellje

Felfogásunk szerint a három alpműveletben lényeges az, hogy az ellenáramban fokozatonként két fluidum-fázis érintkezik, valamint az, hogy az ellenáramú rendszer valahol táplálék formájában magába fogadja az értékes komponens tartalmozó szétválasztandó elegyet. Ennek megfelelően *általános* alpműveletként egy olyan  $n$ -fokozatú extrakciót tekintünk, amely a  $k$ -edik fokozatnál táplálást kap (1. ábra). A választott műveletmodell visszafolyás nélküli (lásd: [2], 167. oldal). Az egyes anyagáramok (fázisok) az elkülönítendő értékes komponens és a két oldószer egyikét tartalmazzák. A valóságban mindegyik fázis a másik oldószerből is old bizonyos mennyiséget.

Feladatunk az általános alpművelet fokozatszámának (elméleti tányérszámának,  $n$ -nek) meghatározása. Az egyenletrendszert, melyből a keresett fokozatszámot,  $n$  értékét meghatározhatjuk, az egyes fokozatokra felírt —  $C$  anyagra vonatkozó — úgynevezett anyagmérlegek alkotják. Ahhoz, hogy az anyagmérlegeket felírassuk, vezessük be a következő jelöléseket (1. ábra).

Legyen az  $i$ -edik fokozatban  $x_i$  az értékes anyag (alkalmasan választott) koncentrációja a ránézve szegényítendő fázisban és  $y_i$  ugyanez a dúsítandó fázisban (abszorpciójánál kivételesen fordítva szokásos);  $L_i$  az  $i$ -edik fokozatról távozó, főtömegében  $A$ -ból és  $C$ -ből álló (kevés  $B$ -t tartalmazó) szegényítendő fázis (alkalmasan választott) anyagáramának sebessége,  $V_i$  a megfelelő dúsítandó fázis anyagáramának sebessége. Ilyen értelemben  $L_i x_i$ , illetve  $V_i y_i$  mindig bizonyos  $C$  anyagmennyiséget jelentenek.  $x$  és  $L$ , valamint  $y$  és  $V$  dimenzióját a művelet jellegének megfelelően választjuk meg (a koncentrációk és anyagáramok dimenzióit lásd a 243. oldalon). Ugyanilyen értelemben  $x_T$  és  $T$  a táplálék jellemzői.

Az anyagmérlegek ekkor a következő alakban írhatók:

$$-L_{i-1}x_{i-1} + L_i x_i + V_i y_i - V_{i+1} y_{i+1} = T x_T \delta_{ik}; \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

ahol  $\delta_{ik}$  a Kronecker-féle szimbólum<sup>4)</sup>, a táplálás a  $k$ -edik tányéron történik és az 1. ábra alapján  $V_{n+1} = V_0$ ,  $y_{n+1} = y_0$ .

<sup>3)</sup> A mátrix-számításnak a vegyipari műveletek elméletében való alkalmazását illetően lásd: [4].

<sup>4)</sup> A Kronecker-szimbólum jelentése:

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{ha } i = k \\ 0 & \text{ha } i \neq k \end{cases}$$

Ebben az egyenletrendszerben legáltalánosabb esetben az egyes fokozatokon szereplő koncentrációkat és az egyes fokozatokkal kapcsolatos anyagáramok sebesség-értékeit, tehát az  $x_i$  ( $i=1, 2, \dots, k-1, k+1, \dots, n-1$ ),  $L_i$  ( $i=1, 2, \dots, n-1$ ),  $y_i$ ,  $V_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) értékeket tekintik ismeretleneknek, valamint a fokozatoknak, vagyis az egyenletrendszerben az egyenleteknek a számát a táplálás előtt ( $k$ ) és a táplálás után ( $n-k$ ). Műveleti paraméterként adott  $T$ ,  $x_T$ ,  $x_0$ ,  $x_k$ ,  $x_n$ ,  $y_0$ ,  $L_0$  és  $V_0$  értéke.<sup>5)</sup> Az ismeretlenek meghatározására eddig mindössze  $n$  egyenletet írtunk fel. További  $n$  egyenletet nyerünk, ha az ún. fázisegyensúlyi görbe alapján ismertnek tekintjük az  $x_i$  és  $y_i$  értékek között fennálló  $y_i=f(x_i)$  összefüggést. Ennyi egyenlet a 2. §-ban leírt egyszerűsítő feltételek mellett elegendő az elméleti fokozatszám kiszámításához.

## 2. §. Az általános alpművelet egyenletrendszere

Feladatunk, mint már említettük, az egyenletek számának,  $n$  értékének, az ismert paraméterek explicit függvényeként való meghatározása:

$$n = F(T, x_T, x_0, x_k, x_n, y_0, L_0, V_0).$$

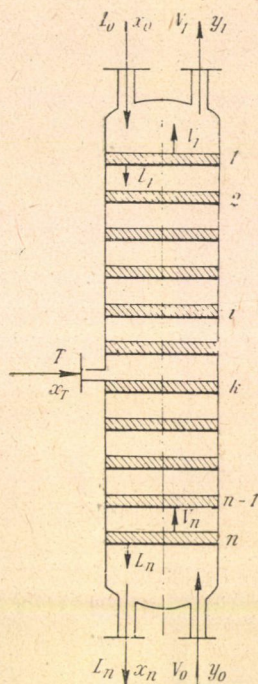
Első pillanatra ugyan szokatlannak tűnik az, hogy egy egyenletrendszerből az egyenletek számát kívánjuk meghatározni, azonban bizonyos — a gyakorlati igényeknek megfelelő — feltételek teljesülése ezt lehetővé teszi. Abból a célból, hogy ezeket a — továbbiakban részletezendő — feltételeket alkalmas módon felhasználhassuk, az általános alpművelet fokozatait  $\nu+1$  csoportra osztjuk, ahol egy-egy csoport  $p_i$  ( $i=0, 1, \dots, \nu$ ) számú fokozatot tartalmaz. Ennek megfelelően az egyes fokozatokon szereplő koncentrációkat és az egyes fokozatokkal kapcsolatos anyagáramok sebesség-értékeit kettős indexszel fogjuk jellemezni. A  $k$ -edik fokozatnak — ahol a táplálás történik —  $p_{k-1}$ ,  $\kappa-1$  indexpár, az utolsó ( $n$ -edik) fokozatnak pedig a  $p_\nu$ ,  $\nu$  indexpár fog megfelelni. Ezek alapján az általános alpműveleti modell anyagmérlegei az (1) alapegyenletrendszerbe foglalhatók. (Lásd a mellékletet!) Ha az (1) alapegyenletrendszer mindkét oldalát olyan  $n$ -edrendű  $[h_{ji}]$  felső háromszögmatrixszal szorozzuk, melynek a szükségképpen 0-val egyenlő elemein kívül valamennyi eleme 1, azaz

$$h_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{ha } j \leq i \\ 0 & \text{ha } j > i \end{cases}$$

akkor az előbbinél jóval egyszerűbb (2) egyenletrendszert nyerjük.<sup>6)</sup> (Lásd

<sup>5)</sup> Általános esetben a táplálás helyéül nem azt a fokozatot választják, amelyen  $x_T = x_k$ . (Lásd pl.: [5], 151. oldal.)

<sup>6)</sup> Az egyenletrendszer ezen átalakításának lényege az, hogy a fokozatokra vonatkozó anyagmérlegek helyett egy-egy fokozatig terjedő készülékrész anyagegyenlegét használjuk fel.



1. ábra

Az általános extraktor vázlat

a mellékletet!) Ezek után a (2) egyenletrendszer egyenleteinek a számát, tehát az általános alpműveleti modell elméleti fokozatszámát, a következő feltételek mellett határozzuk meg.

a) Az  $y=f(x)$  egyensúlyi összefüggéssel meghatározott görbét<sup>7)</sup> — amelynek egyes pontjai fiziko-kémiai vizsgálatokból ismeretesek — az  $(x_0, x_n)$  intervallumban bizonyos előre meghatározott  $y'_i = f(x'_i)$ ,  $(i=1, 2, \dots, \nu)$  pontjain áthaladó,  $\nu+1$  lineáris szakaszból álló húrpoligonon közelítjük. Az egyes lineáris szakaszok egyenlete legyen  $y = K_i x + K'_i$  ( $i=0, 1, \dots, \nu$ ). Az  $x'_i$  helyeket — egyébként tetszőlegesen — úgy vesszük fel, hogy a húrpoligon (a szemlélet alapján) jól közelítse az egyensúlyi görbét, és a táplálékot magába fogadó fokozaton levő, adott  $x_k$  koncentráció ezek közül valamelyikkel — mondjuk az  $x_k$  értékkel — megegyezzek. Ezzel indokolást nyer az a tény, hogy az (1) egyenletrendszer felírásánál a fokozatokat csoportokra osztottuk. Ugyanis, ha az (1) egyenletrendszerben az  $x_{p_i}$ , illetve  $y_{p_i}$  koncentrációértékeket ( $i=0, 1, \dots, \nu$ ) úgy választjuk, hogy

$$x_{p_i} = x'_{i+1}, \quad \text{illetve} \quad y_{p_i} = y'_{i+1}; \quad i=0, 1, \dots, \nu,$$

ahol

$$x'_{\nu+1} = x_n, \quad \text{illetve} \quad y'_{\nu+1} = y_n,$$

akkor az (1) egyenletrendszer egy-egy fokozatcsoportja, a húrpoligonon közelített egyensúlyi görbe egy-egy lineáris szakaszához tartozó, megfelelő fokozatokat tartalmazza (2. ábra).

b) Feltételezzük továbbá, hogy a művelet úgynevezett munkavonala egyenes. Ez annak a feltételnek felel meg, hogy a táplálás előtt, illetve a táplálás után az egymás mellett ellenáramban haladó két fázis anyagáramának sebességét jellemző  $L_i$  és  $V_i$  értékek állandók. Ez az állandóság két úton valósulhat meg. Ha  $A$  és  $B$  nem elegyednek, akkor  $A$  és  $B$  érintkezése során  $A$ -ból  $B$ -be, illetve fordítva semmi sem oldódik át. Ekkor  $L$  az  $A$ -nak moláris sebességével azonosítandó,  $x$  pedig  $C$ -nek  $A$ -ra vonatkozó mólviszonya.

Ha  $A$  és  $B$  korlátoltan elegyednek, akkor  $L$  állandósága azt jelenti, hogy az  $A+C$  elegy az  $A/C$  arányra való tekintet nélkül ugyanannyi  $B$ -vel képez egyetlen fázist egyszer  $A$ -val, másszor  $B$ -vel túlsúlyban. Ilyenkor  $x$  és  $y$  úgynevezett oldószermentes móltörték, tehát

$$x = \left( \frac{C_{\text{mól}}}{A_{\text{mól}} + C_{\text{mól}}} \right)_{L \text{ fázisban}}$$

és

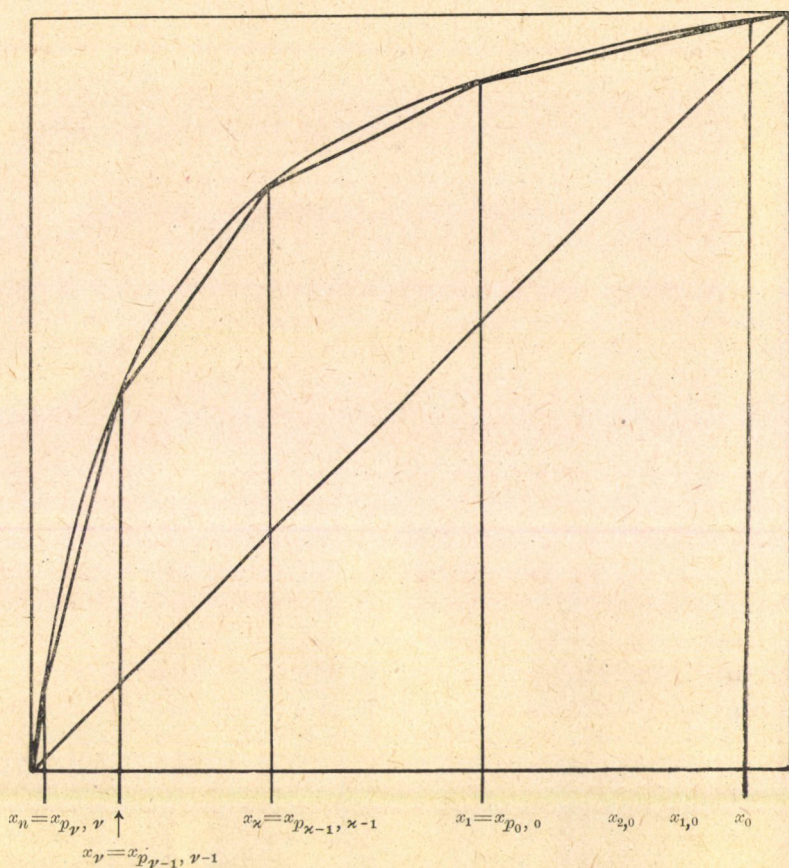
$$y = \left( \frac{C_{\text{mól}}}{A_{\text{mól}} + C_{\text{mól}}} \right)_{V \text{ fázisban}},$$

$L$  és  $V$  pedig moláris sebességek és  $A+C$ -vel azonosítandók. Állandóságuk most annyit jelent, hogy  $A$  és  $C$  helyet cserélnek  $L$  és  $V$  között, úgy, hogy egy mól  $L$ -ből  $V$ -be lépő  $C$  helyett  $V$ -ből  $L$ -be egy mól  $A$  lép. Az  $A+C$  moláris sebesség fokozatról fokozatra állandó. Ez felel meg a rektifikálásnál ismert állandó moláris párolgás és lefolyás tételének. Itt a  $B$  anyag nem

<sup>7)</sup> Az  $y=f(x)$  függvényről — a tapasztalat alapján — feltehetjük, hogy monoton nem csökkenő, folytonos és szakaszonként sima.







2. ábra. Az egyensúlyi görbe megközelítése húrpoligonnal

szerepel. Rektifikálásnál ez az eset jó közelítéssel gyakori, extrakciónál ritka szélsőség.

c) Általános esetben fel kell tételezni, hogy a táplálék — annak fizikai állapotától függően — teljes egészében nem csatlakozik egyetlen fluidum-áramhoz, hanem meghatározott része az egyik, másik része a másik fluidum-áramot növeli. A táplálék ezen viselkedését az irodalomban szokásos módon egy  $q$  tényezővel vesszük figyelembe.

### 3. §. Az általános alpművelet elméleti fokozatszámának meghatározása

A fenti feltételek figyelembevételével az alapegyenletrendszer nagy mértékben leegyszerűsödik. Ugyanis, mivel  $a)$  alapján az  $x_{p_i} = x_{i+1}$  ( $i=0, 1, \dots, \nu-1$ ) értékek adottak, továbbá  $b)$  feltétel miatt az anyag-áramok  $L_{j_i}$  és  $V_{j_i}$  ( $j=1, 2, \dots, p_i$ ;  $i=0, 1, \dots, \nu$ ) értékei az egész készülékre

vonatkozó anyagegyenlegből kiszámíthatók, a (2) egyenletrendszer  $\nu + 1$  egymástól független egyenletrendszerre esik szét. Ha bevezetjük az

$$\mathbf{L}^{(i)} = \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ L_{1i} & 0 & & & \\ & L_{2i} & 0 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & L_{p_i-1,i} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \mathbf{V}^{(i)} = \begin{bmatrix} V_{1i} & & & & \\ & V_{2i} & & & \\ & & V_{3i} & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & V_{p_i i} \end{bmatrix}$$

$p_i$ -edrendű kvadratikus mátrixokat ( $i = 0, 1, \dots, \nu$ ) és az

$$\mathbf{x}^{(i)} = \begin{bmatrix} x_{1i} \\ x_{2i} \\ \vdots \\ x_{p_i i} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}^{(i)} = \begin{bmatrix} y_{1i} \\ y_{2i} \\ \vdots \\ y_{p_i i} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}^{(i)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}_1^{(i)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$p_i$ -edrendű oszlopvektorokat ( $i = 0, 1, \dots, \nu$ ), valamint az  $L_{p_i} = L'_{i+1}$  ( $i = 0, 1, \dots, \nu - 1$ ) jelölést, akkor ezek az egyenletrendszerek

$$-\mathbf{L}^{(i)} \mathbf{x}^{(i)} + \mathbf{V}^{(i)} \mathbf{y}^{(i)} = \begin{cases} (T x_T + V_0 y_0 - L_n x_n) \mathbf{e}^{(i)} + L'_i x'_i \mathbf{e}_1^{(i)}; & i = 0, 1, \dots, z-1 \\ (V_0 y_0 - L_n x_n) \mathbf{e}^{(i)} + L'_i x'_i \mathbf{e}_1^{(i)}; & i = z, z+1, \dots, \nu \end{cases}$$

mátrixegyenletek alakjában írhatók fel. Figyelembe véve, hogy az egyensúlyi görbét az  $y'_i = f(x'_i)$ , ( $i = 1, 2, \dots, \nu$ ) pontjain áthaladó húrpoligonon helyettesítettük, az  $\mathbf{x}^{(i)}$  és  $\mathbf{y}^{(i)}$  vektorok között a következő összefüggés áll fenn:

$$\mathbf{y}^{(i)} = K_i \mathbf{x}^{(i)} + K'_i \mathbf{e}^{(i)}; \quad i = 0, 1, \dots, \nu.$$

Továbbá, mivel az egymás mellett ellenáramban haladó két fázis moláris sebességét  $b$ ) szerint állandónak tekintjük, valamint általános esetben a táplálás áramának  $c$ -ben említett kettéoszlását is feltételezzük, tehát

$L'_i = L$ ,  $\mathbf{L}^{(i)} = L \mathbf{N}_{p_i}$  és  $\mathbf{V}^{(i)} = V \mathbf{E}_{p_i}$ , ha  $i = 0, 1, \dots, z-1$ , illetve  $L'_i = L + q T$ ,  $\mathbf{L}^{(i)} = (L + q T) \mathbf{N}_{p_i}$  és  $\mathbf{V}^{(i)} = (V + (q-1) T) \mathbf{E}_{p_i}$ , ha  $i = z, \dots, \nu$ , ahol

$$(3) \quad \mathbf{N}_{p_i} = \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ 1 & 0 & & & \\ & 1 & 0 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$p_i$ -edrendű nilpotens mátrix<sup>8)</sup>,  $\mathbf{E}_{p_i}$  pedig  $p_i$ -edrendű egységmátrix. Ezzel a

<sup>8)</sup> Nilpotens egy  $\mathbf{N}$  mátrix, ha létezik olyan  $p$  pozitív egész szám, amelyre  $\mathbf{N}^p = 0$ .



fenti mátrixegyenletek a következőképpen egyszerűsödnek:

$$(4) \quad (-L\mathbf{N}_{p_i} + K_i V \mathbf{E}_{p_i}) \mathbf{x}^{(i)} = (T x_T + V_0 y_0 - L_n x_n - K_i' V) \mathbf{e}^{(i)} + L x_i' \mathbf{e}_i^{(i)};$$

$$i = 0, 1, \dots, z-1$$

$$(5) \quad \{-(L + q T) \mathbf{N}_{p_i} + K_i (V + (q-1) T) \mathbf{E}_{p_i}\} \mathbf{x}^{(i)} =$$

$$= \{V_0 y_0 - L_n x_n - K_i' (V + (q-1) T)\} \mathbf{e}^{(i)} + (L + q T) x_i' \mathbf{e}_i^{(i)};$$

$$i = z, z+1, \dots, \nu.$$

A táplálás előtti részre vonatkozó (4) egyenleteket osszuk  $K_i V$ , a táplálás utáni részre vonatkozó (5) egyenleteket pedig  $K_i (V + (q-1) T)$  kifejezéssel és vezessük be az

$$(6) \quad r = \frac{L}{V} \quad \text{és} \quad r' = \frac{L + q T}{V + (q-1) T}$$

jelöléseket. Ezzel a táplálás előtti, illetve utáni szakaszokra az

$$(7) \quad \left(\mathbf{E}_{p_i} - \frac{r}{K_i} \mathbf{N}_{p_i}\right) \mathbf{x}^{(i)} = \left(\frac{T x_T + V_0 y_0 - L_n x_n}{K_i V} - \frac{K_i'}{K_i}\right) \mathbf{e}^{(i)} + \frac{r}{K_i} x_i' \mathbf{e}_i^{(i)};$$

$$i = 0, 1, \dots, z-1$$

és

$$(8) \quad \left(\mathbf{E}_{p_i} - \frac{r'}{K_i} \mathbf{N}_{p_i}\right) \mathbf{x}^{(i)} = \left(\frac{V_0 y_0 - L_n x_n}{K_i (V + (q-1) T)} - \frac{K_i'}{K_i}\right) \mathbf{e}^{(i)} + \frac{r'}{K_i} x_i' \mathbf{e}_i^{(i)};$$

$$i = z, z+1, \dots, \nu$$

mátrixegyenleteket nyerjük, melyek az együtthatómátrix invertálásával általában egyszerűen megoldhatók. Figyelembe véve ugyanis, hogy  $\mathbf{N}_{p_i}$  (3) alakú nilpotens mátrix, ezért<sup>9)</sup>

$$\left(\mathbf{E}_{p_i} - \xi \mathbf{N}_{p_i}\right)^{-1} = \sum_{j=0}^{p_i-1} (\xi \mathbf{N}_{p_i})^j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \xi & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \xi^2 & \xi & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \xi^{p_i-1} & \xi^{p_i-2} & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

Az általunk vizsgált egyenletekben azonban az  $\mathbf{x}^{(i)}$  vektorok utolsó komponense,  $x_{p_i} = x_{i+1}$  ( $i = 0, 1, \dots, \nu$ ) ismert mennyiség, viszont ismeretlen az egyenletek száma,  $p_i$ . Ennek meghatározására felírjuk a (7) és (8) egyenletek

$$\mathbf{x}^{(i)} = \left(\mathbf{E}_{p_i} - \frac{r}{K_i} \mathbf{N}_{p_i}\right)^{-1} \left\{ \left(\frac{T x_T + V_0 y_0 - L_n x_n}{K_i V} - \frac{K_i'}{K_i}\right) \mathbf{e}^{(i)} + \frac{r}{K_i} x_i' \mathbf{e}_i^{(i)} \right\};$$

$$i = 0, 1, \dots, z-1,$$

<sup>9)</sup> Lásd pl.: [6].

illetve

$$\mathbf{x}^{(i)} = \left( \mathbf{E}_{p_i} - \frac{r'}{K_i} \mathbf{N}_{p_i} \right)^{-1} \left\{ \left( \frac{V_0 y_0 - L_n x_n}{K_i (V + (q-1)T)} - \frac{K'_i}{K_i} \right) \mathbf{e}^{(i)} + \frac{r'}{K_i} x'_i \mathbf{e}_1^{(i)} \right\};$$

$i = z, \dots, \nu$

alakú megoldásának (ismert) utolsó komponensét:

$$x'_{i+1} = \frac{1 - \left( \frac{r'}{K_i} \right)^{p_i}}{1 - \frac{r'}{K_i}} \left( \frac{Tx_T + V_0 y_0 - L_n x_n}{K_i V} - \frac{K'_i}{K_i} \right) + \left( \frac{r'}{K_i} \right)^{p_i} x'_i; \quad i = 0, 1, \dots, z-1$$

$$x'_{i+1} = \frac{1 - \left( \frac{r'}{K_i} \right)^{p_i}}{1 - \frac{r'}{K_i}} \left( \frac{V_0 y_0 - L_n x_n}{K_i (V + (q-1)T)} - \frac{K'_i}{K_i} \right) + \left( \frac{r'}{K_i} \right)^{p_i} x'_i; \quad i = z, z+1, \dots, \nu.$$

Innen a fokozatok száma az egyes  $(x'_{i+1}, x'_i)$  szakaszokban, — tekintetbe véve, hogy  $K_i x'_i + K'_i = f(x'_i)$ , ha  $i = 0, 1, \dots, \nu+1$  — a táplálás előtti részen

$$p_i = \frac{\log \left( 1 + \frac{(r-K_i)(x'_i - x'_{i+1})}{f(x'_i) - \left\{ r x'_i + \frac{Tx_T + V_0 y_0 - L_n x_n}{V} \right\}} \right)}{\log \frac{r}{K_i}}; \quad i = 0, 1, \dots, z-1,$$

a táplálás utáni részen pedig

$$p_i = \frac{\log \left( 1 + \frac{(K_i - r')(x'_i - x'_{i+1})}{f(x'_{i+1}) - \left\{ r' x'_{i+1} - \frac{L_n x_n - V_0 y_0}{V + (q-1)T} \right\}} \right)}{\log \frac{K_i}{r'}}; \quad i = z, z+1, \dots, \nu.$$

Mivel  $k = \sum_{i=0}^{z-1} p_i$  és  $n = \sum_{i=0}^{\nu} p_i$ , a táplálás előtti, illetve utáni összes fokozatok számát abban az esetben, amikor az egyensúlyi görbét hurpoligonnal közelítjük, az alábbi közelítő képletekkel számíthatjuk:

$$(9) \quad k = \sum_{i=0}^{z-1} \frac{\log \left( 1 + \frac{(r-K_i)(x'_i - x'_{i+1})}{f(x'_i) - \left\{ r x'_i + \frac{Tx_T + V_0 y_0 - L_n x_n}{V} \right\}} \right)}{\log \frac{r}{K_i}}$$

$$(10) \quad n-k = \sum_{i=x}^r \frac{\log \left( 1 + \frac{(K_i - r')(x'_i - x'_{i+1})}{f(x'_{i+1}) - \left\{ r' x'_{i+1} - \frac{L_n x_n - V_0 y_0}{V + (q-1)T} \right\}} \right)}{\log \frac{K_i}{r'}}$$

( $r$  és  $r'$  kifejezését (4) szolgáltatja, továbbá  $x'_x = x_k$  és  $x'_{r+1} = x_n$ , — amint azt  $a$ ) alatt már említettük).

A kapott közelítő formulákat gyakorlati számításokra akkor célszerű használni, amikor az egyensúlyi görbét az  $(x_0, x_k)$ , illetve  $(x_k, x_n)$  intervallumban kevés (két-három) lineáris szakaszból álló húrpoligonon helyettesítjük. Ennek oka — amellett, hogy a szakaszok számának növelésével a számítási munka is tetemesen megnövekszik — a következő. A fokozatok száma,  $\Sigma p_i$ , két részből tevődik össze:

$$\Sigma p_i = \Sigma [p_i] + \Sigma (p_i).$$

(Itt  $[p_i]$   $p_i$  egész részét,  $(p_i)$  pedig  $p_i$  tört részét jelenti.) Kevés számú lineáris szakasz esetén a fenti két tagban  $\Sigma [p_i]$  értéke dominál, tehát az a pontatlan-ság, amit a tört részek összege szükségképpen előidéz, nem számottevő. A lineáris szakaszok számának növekedésével azonban a  $\Sigma [p_i]$  összeg zérussá válik és a megmaradó  $\Sigma (p_i)$  összeg miatt helytelen eredményre juthatunk.

Abban az esetben, amikor egy-egy fokozat alatt az egyensúlyi görbe egyenesnek tekinthető, (ez akkor következik be, ha a művelet úgynevezett munkavonala közel van az egyensúlyi görbéhez, és ennek következtében egy-egy fokozat alatt a koncentráció változása olyan kicsi, hogy az  $y = f(x)$  függvény változási sebessége ezalatt állandónak tekinthető), az  $(x'_{i+1}, x'_i)$  beosztási részek számát növelve, a (9) és (10) kifejezésekben álló összeg határértéke a fokozatszámokra pontosabb közelítést ad.

Legyen  $\Delta x'_i = x'_i - x'_{i+1}$  a beosztási részek hossza, vegyük tekintetbe, hogy  $K_i = \Delta y'_i / \Delta x'_i$  és alkalmazzuk a differenciálszámítás középértéktételét. Ekkor a következő összefüggésekre jutunk:

$$k' = \lim_{\max \Delta x'_i \rightarrow 0} \sum_{i=0}^{x-1} \frac{\left( r - \frac{\Delta y'_i}{\Delta x'_i} \right) \Delta x_i}{f(x'_i) - \left( r x_i + \frac{T x_T + V_0 y_0 - L_n x_n}{V} \right)} \log \frac{r}{\frac{\Delta y'_i}{\Delta x'_i}} - \lim_{\Delta x'_i \rightarrow 0} \sum_1 (\Delta x'_i) \Delta x'_i$$

$$n' - k' = \lim_{\max \Delta x'_i \rightarrow 0} \sum_{i=x}^r \frac{\left( \frac{\Delta y'_i}{\Delta x'_i} - r' \right) \Delta x'_i}{f(x'_{i+1}) - \left( r' x'_{i+1} - \frac{L_n x_n - V_0 y_0}{V + (q-1)T} \right)} \log \frac{\Delta y'_i}{\frac{\Delta x'_i}{r'}}$$

(A  $k$  és  $n$  mellett álló vessző csupán a (9) és (10) képletekben lévő  $k$  és  $n$  értékétől való megkülönböztetés miatt szerepel.)

Mivel a kapott kifejezésekben szereplő szumma egy-egy határozott integrál közelítő összege, és a második tagban szereplő  $\Sigma_1(\Delta x'_i)$  illetve  $\Sigma_2(\Delta x'_i)$  kifejezések  $\Delta x'_i$ -vel együtt maguk is 0-hoz konvergálnak,  $k'$  és  $n'-k'$  értékét a

$$(11) \quad k' = \int_{x_k}^{x_0} \frac{\frac{L}{V} - f'(x)}{f(x) - \left( \frac{L}{V} x + \frac{T x_T + V_0 y_0 - L_n x_n}{V} \right)} \log \frac{L/V}{f'(x)} dx$$

és

$$(12) \quad n' - k' = \int_{x_n}^{x_k} \frac{f'(x) - \frac{L + qT}{V + (q-1)T}}{f(x) - \left( \frac{L + qT}{V + (q-1)T} x - \frac{L_n x_n - V_0 y_0}{V + (q-1)T} \right)} \log \frac{f'(x)}{\frac{L + qT}{V + (q-1)T}} dx$$

határozott integrálok szolgáltatják. Az integrandus nevezőjének zárójelben álló tagja, az ellenáramú szétválasztó műveletek ismert munkavonalának kifejezése.

Ez az eredmény az 1. ábrán vázolt általános alapművelet elméleti fokozat számának közelítő értékét adja abban az esetben, amikor egy-egy fokozat alatt az egyensúlyi görbe egyenesnek tekinthető.

Meg kell jegyeznünk, hogy ha azt az erősebb megszorítást tesszük, hogy az egyes fokozatokon a koncentráció változása ugyanakkora, ami akkor következik be, ha az egyensúlyi görbe érintőjét párhuzamosnak tekintjük a művelet munkavonalával, akkor, mivel

$$\lim_{b \rightarrow a} \frac{a-b}{\log \frac{a}{b}} = a,$$

a fenti integrálok helyett az alábbiakat nyerjük:

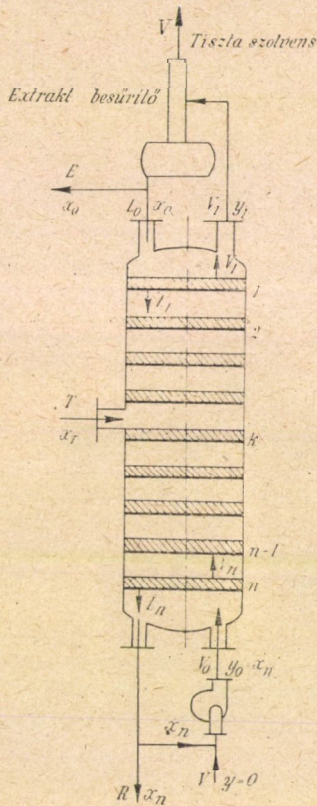
$$k'' = \int_{x_k}^{x_0} \frac{\frac{L}{V}}{f(x) - \left( \frac{L}{V} x + \frac{T x_T + V_0 y_0 - L_n x_n}{V} \right)} dx$$

$$n'' - k'' = \int_{x_n}^{x_k} \frac{\frac{L + qT}{V + (q-1)T}}{f(x) - \left( \frac{L + qT}{V + (q-1)T} x - \frac{L_n x_n - V_0 y_0}{V + (q-1)T} \right)} dx$$

( $k$  és  $n$  mellett a két vessző az előbbiektől való megkülönböztetést jelent).

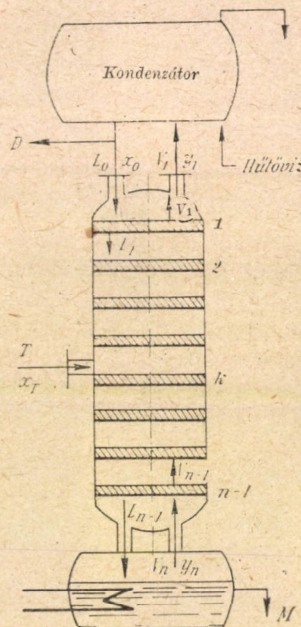
#### 4. §. Az általános alpműveletre vonatkozó eredmény alkalmazása ekstraktorra, rektifikálóra és abszorberre

A következőkben azt vizsgáljuk meg, hogy az általános alpműveleti modellre kapott fenti eredményeinkből miként adódnak a gyakorlatban szereplő extrakciós, rektifikációs és abszorpciós műveletváltozatokra vonatkozó megfelelő eredmények.



3a. ábra

Extrakt és raffinátum-refluxszal működő ekstraktor



3b. ábra

Rektifikáló

##### 1. Raffinátum-refluxszal és extrakt-refluxszal működő ekstraktor (3a. ábra)

Ez az ekstraktor az általános alpműveletet megvalósító készülékhez képest a következőkkel jellemezhető:

a) A készülék raffinátum-végén az  $n$ -edik fokozatból kilépő raffinátum-összetétel egyben a raffinátum-reflux összetételét is megadja, azaz

$$x_n = y_0 = x_R.$$

b) Az utolsó fokozatból kilépő raffinátum egy része (megfelelő mennyiségű szolvens hozzáadása után) refluxként visszakerül a berendezésbe. A raffi-

nátum megmaradó része ( $R$ ) továbbfeldolgozásra kerülő végtermék:

$$L_n - V_0 = R.$$

A készülék extraktum-végére nézve  $a)$  és  $b)$  analógiájára

$$c) \quad x_0 = y_{10} = x_E$$

és

$$d) \quad V - L = E.$$

(Az általános alapl műveletben a készülék két végén be-, illetve kilépő anyag-áram egymástól független volt.)

Az  $a) - d)$  összefüggések behelyettesítésével a fokozatok számának közelítő kifejezése a (9) és (10) képletekből:

$$k = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\log \left( 1 + \frac{\left( \frac{L}{V} - K_i \right) (x'_i - x'_{i+1})}{\left( K_i - \frac{L}{V} \right) x'_i + K'_i - \frac{E}{V} x_E} \right)}{\log \frac{L}{VK_i}}$$

(ugyanis az extraktor teljes anyagmérlegéből  $Tx_T = Ex_E + Rx_R$ ),

$$n - k = \sum_{i=k}^n \frac{\log \left( 1 + \frac{\left( K_i - \frac{L+qT}{V+(q-1)T} \right) (x'_i - x'_{i+1})}{\left( K_i - \frac{L+qT}{V+(q-1)T} \right) x'_{i+1} + K'_i + \frac{R}{V+(q-1)T} x_R} \right)}{\log \frac{K_i (V+(q-1)T)}{L+qT}}$$

A megfelelő integrálformulák pedig a (11) és (12) összefüggések alapján:

$$k' = \int_{x_k}^{x_E} \frac{\frac{L}{V} - f'(x)}{f(x) - \left( \frac{L}{V}x + \frac{E}{V}x_E \right)} \frac{dx}{\log \frac{L/V}{f'(x)}}$$

$$n' - k' = \int_{x_R}^{x_k} \frac{f'(x) - \frac{L+qT}{V+(q-1)T}}{f(x) - \left( \frac{L+qT}{V+(q-1)T}x - \frac{R}{V+(q-1)T}x_R \right)} \frac{dx}{\log \frac{f'(x)}{\frac{L+qT}{V+(q-1)T}}}$$

## 2. Rektifikáló (3b. ábra)

A specifikáló feltételek itt a következők:

$$a) \quad x_n = x_M.$$

A szokásos számozástól eltérően a rektifikáló berendezés legalsó tányérjának az üstöt fogjuk fel. Ennek jogosultságát azzal támasztjuk alá, hogy a maradék koncentrációjához képest az üstben is végbemegy dúsulás.

$$b) \quad V_0 = 0, \quad L_n = M$$

$$c) \quad x_0 = y_{10} = x_D$$

$$d) \quad V - L = D.$$

Ezen összefüggések behelyettesítésével a fokozatok számának közelítő kifejezése:

$$k = \sum_{i=0}^{x-1} \frac{\log \left( 1 + \frac{\left( \frac{L}{V} - K_i \right) (x'_i - x'_{i+1})}{\left( K_i - \frac{L}{V} \right) x'_i + K'_i - \frac{D}{V} x_D} \right)}{\log \frac{L}{VK_i}}$$

(ugyanis a rektifikáló teljes anyagmérlegéből  $Tx_T = Dx_D + Mx_M$ ),

$$(13) \quad n - k = \sum_{i=x}^y \frac{\log \left( 1 + \frac{\left( K_i - \frac{L + qT}{V + (q-1)T} \right) (x'_i - x'_{i+1})}{\left( K_i - \frac{L + qT}{V + (q-1)T} \right) x'_{i+1} + K'_i + \frac{M}{V + (q-1)T} x_M} \right)}{\log \frac{K_i (V + (q-1)T)}{L + qT}}$$

A megfelelő integrálformulák a következők:

$$(14) \quad k' = \int_{x_k}^{x_D} \frac{L/V - f'(x)}{f(x) - \left( \frac{L}{V} x + \frac{D}{V} x_D \right)} \frac{dx}{\log \frac{L/V}{f'(x)}}$$

$$(15) \quad n' - k' = \int_{x_M}^{x_k} \frac{f'(x) - \frac{L + qT}{V + (q-1)T}}{f(x) - \left( \frac{L + qT}{V + (q-1)T} x - \frac{M}{V + (q-1)T} x_M \right)} \frac{dx}{\log \frac{f'(x)}{\frac{L + qT}{V + (q-1)T}}}$$

Megfigyelhető, hogy a refluxos extraktor és a rektifikáló fokozatszámának képletei azonosak.<sup>10)</sup>

<sup>10)</sup> Megjegyezzük, hogy a (14) és (15) képletből  $f'(x) = L/V$ , illetve  $f'(x) = (L + qT)/(V + (q-1)T)$  választás mellett adódó integrálok — e választás annak a feltételnek felel meg, hogy az egyes fokozatokon a koncentráció változása ugyanakkora — a szükséges határátmenet elvégzése után (lásd: 236. oldal) megegyeznek a Lewis által felírt megfelelő integrálokkal. (Lásd: [7], 183. oldal.)

### 3. Teljes refluxszal működő rektifikáló

A 2. alatti specifikáló feltételekhez járul még, hogy  $T=D=0, L=V$ .  
A fokozatok száma a (13) összefüggésből ( $k=0$  helyettesítéssel):

$$n = \sum_{i=0}^{\nu} \frac{\log \left( 1 + \frac{(K_i - 1)(x'_i - x'_{i+1})}{(K_i - 1)x'_{i+1} + K'_i} \right)}{\log K_i} = \sum_{i=0}^{\nu} \frac{\log \frac{(K_i - 1)x'_i + K'_i}{(K_i - 1)x'_{i+1} + K'_i}}{\log K_i}$$

A megfelelő integrálképlet (15) alapján

$$(16) \quad n' = \int_{x_M}^{x_D} \frac{f'(x) - 1}{f(x) - x} \frac{dx}{\log f'(x)}$$

Megjegyezzük, hogy az így nyert képlet bizonyos feltevések mellett magában foglalja a végtelen refluxszal működő rektifikáló berendezés elméleti tányérszámának FENSKE-féle értékét is. Ugyanis, ha az egyensúlyi görbe egyenletét

$$f(x) = \frac{\alpha x}{1 + (\alpha - 1)x}$$

alakban vesszük fel, ahol  $\alpha$  az állandónak feltételezett úgynevezett relatív illékonyág, és ezt helyettesítjük be a (16) képletbe, akkor az

$$n' = \int_{x_M}^{x_D} \frac{\frac{\alpha}{(1 + (\alpha - 1)x)^2} - 1}{\frac{(\alpha - 1)x(1 - x)}{1 + (\alpha - 1)x} \log \frac{\alpha}{(1 + (\alpha - 1)x)^2}} dx$$

integrálra jutunk. Ezt az integrált elemi úton kiszámítani nem lehet. Ha azonban feltételezzük azt, hogy

$$(\alpha - 1)x \ll 1,$$

— ami egyhébb megszorítás, mint az  $\alpha \approx 1$ , amit LEWIS használ fel ahhoz, hogy integrálformulájából a FENSKE-féle egyenletet megkapja —, akkor

$$n' = \frac{1}{\log \alpha} \int_{x_M}^{x_D} \frac{dx}{x(1 - x)} = \frac{\log \frac{x_D(1 - x_M)}{x_M(1 - x_D)}}{\log \alpha}$$

adódik, ami megegyezik az ismert FENSKE-féle eredménnyel.

### 4. Reflux nélküli ekstraktor

Az idevonatkozó specifikáló feltételek:

$$T=0, \quad V_0=V, \quad L_n=L.$$



A fokozatok száma a (10) képletből ( $k=0$  helyettesítéssel):

$$n = \sum_{i=0}^v \frac{\log \left( 1 + \frac{\left( K_i - \frac{L}{V} \right) (x'_i - x'_{i+1})}{\left( K_i - \frac{L}{V} \right) x'_{i+1} + K'_i + \frac{L}{V} x_n - y_0} \right)}{\log \frac{K_i V}{L}}$$

A megfelelő integrálképlet pedig (12)-ből

$$n' = \int_{x_n}^{x_0} \frac{f'(x) - \frac{L}{V}}{f(x) - \left( \frac{L}{V} (x - x_n) + y_0 \right)} \frac{dx}{\log \frac{f'(x)}{L/V}}$$

### 5. Abszorber

Ez a berendezés a reflux nélküli extraktortól lényegében nem különbözik. Ezért az ott nyert képlet minden további számítás nélkül rá is vonatkozik, csupán a fázisegyensúlyra és az egyes anyagáramokra vonatkozó szokásos jelöléseket kell alkalmazni.

### 5. §. A fázisegyensúlyi görbe megközelítése két, illetve egy egyenessel

A közölt integrálformulák jelentősége elsősorban elméleti. Ugyanis a fázisegyensúlyi görbe számára kísérleti pontokon kívül általában nem tudunk olyan explicit függvényt adni, amellyel a nyert integrál elemi úton kiszámítható volna. Ezért a gyakorlati felhasználás szempontjából a megfelelő közelítő képletek lépnek előtérbe.

Külön figyelmet érdemel azonban az az eset, amikor az egyensúlyi görbe a teljes  $(x_n, x_k)$ , illetve  $(x_k, x_0)$  szakaszon jól közelíthető egy-egy egyenessel. Legyen ezen egyenesek egyenlete

$$f(x) = \begin{cases} K_0 x + K'_0 & \text{az } (x_k, x_0) \text{ szakaszon} \\ K_n x + K'_n & \text{az } (x_n, x_k) \text{ szakaszon.} \end{cases}$$

Ebben az esetben ugyanis az integrálás elemi úton elvégezhető és természetesen ugyanarra az eredményre vezet, mint a megfelelő közelítő összeg, ha annak mindössze egyetlen tagja van. Az általános alpművelet fokozatszámaira ekkor a következő kifejezések adódnak:

$$k = \frac{\log \left( 1 + \frac{\left( \frac{L}{V} - K_0 \right) (x_0 - x_k)}{\left( K_0 - \frac{L}{V} \right) x_0 + K'_0 - \frac{T x_T + V_0 y_0 - L_n x_n}{V}} \right)}{\log \frac{L}{K_0 V}}$$

$$n - k = \frac{\log \left( 1 + \frac{\left( K_n - \frac{L + qT}{V + (q-1)T} \right) (x_k - x_n)}{\left( K_n - \frac{L + qT}{V + (q-1)T} \right) x_n + K'_n + \frac{L_n x_n - V_0 y_0}{V + (q-1)T}} \right)}{\log \frac{K_n (V + (q-1)T)}{L + qT}}$$

Innen az egyes műveletfajtákra, a már közölt specifikációk segítségével az alábbi eredmények adódnak:

1. Raffinátum-refluxszal és extrakt-refluxszal működő extraktor

$$k = \frac{\log \left( 1 + \frac{\left( \frac{L}{V} - K_0 \right) (x_E - x_k)}{(K_0 - 1)x_E + K'_0} \right)}{\log \frac{L}{K_0 V}}$$

$$n - k = \frac{\log \left( 1 + \frac{\left( K_n - \frac{L + qT}{V + (q-1)T} \right) (x_k - x_R)}{(K_n - 1)x_R + K'_n} \right)}{\log \frac{K_n (V + (q-1)T)}{L + qT}}$$

(itt felhasználtuk, hogy  $R + E = T$ ).

2. Rektifikáló<sup>11)</sup>

$$k = \frac{\log \left( 1 + \frac{\left( \frac{L}{V} - K_0 \right) (x_D - x_k)}{(K_0 - 1)x_D + K'_0} \right)}{\log \frac{L}{K_0 V}}$$

$$n - k = \frac{\log \left( 1 + \frac{\left( K_n - \frac{L + qT}{V + (q-1)T} \right) (x_k - x_M)}{(K_n - 1)x_M + K'_n} \right)}{\log \frac{K_n (V + (q-1)T)}{L + qT}}$$

Ennek az eredménynek a speciális  $q=1$  és  $K_0 = K_n = K$ , valamint  $K'_0 = K'_n = 0$  esetén adódó alakja az irodalomban több helyen szerepel. A  $q=1$  feltétel forrponon való táplálást jelent,  $K'_0 = K'_n = 0$  pedig annyit jelent, hogy az egyensúlyi görbének csak olyan szakaszán dolgozunk, amely az origón áthaladó egyetlen egyenessel helyettesíthető. (Lásd pl. [7], 183. oldal, [8].)

<sup>11)</sup> Gyakorlati számításokban az itt szereplő képleteket az  $L/D = R$  reflux-aránnyal szokás felírni. Tévedések elkerülése végett figyelmeztetünk arra, hogy az itt használt  $R$  nem azonos az extrakció raffinátum-áramának  $R$  jelével.

### 3. Teljes refluxszal működő rektifikáló

Mint ahogy ebben az esetben táplálás nincs, a rektifikálóra vonatkozó képletek módosítását értelemszerűen egyetlen egyenessel megközelíthető görbedarabba végezzük el. Ekkor  $K_0 = K_n = K$  és  $K'_0 = K'_n = K'$ . A fokozatok száma:

$$n = \frac{\log \frac{(K-1)x_D + K'}{(K-1)x_M + K'}}{\log K}$$

Ha  $K' = 0$ , akkor ez az eredmény az ismert FENSKE-féle egyenletnek kis  $x$  értékekre alkalmazott közelítő kifejezését adja.

### 4. Reflux nélküli extraktor

$$n = \frac{\log \left( 1 + \frac{\left( K - \frac{L}{V} \right) (x_0 - x_n)}{Kx_n - y_0 + K'} \right)}{\log \frac{KV}{L}}$$

Ez az eredmény  $K' = 0$  esetén megegyezik az irodalomban több helyen szereplő képlettel. (Lásd pl. [9], 406. oldal.)

### 5. Abszorber

esetén a jelölések megfelelő cseréjével a 4. esetben nyert képlet érvényes.

#### Jelölések

- $A$  ... az értékes anyagot hordozó oldószer.
- $B$  ... az extraháló oldószer.
- $C$  ... az értékes anyag.
- $D$  ... a desztillátum moláris sebessége.
- $E$  ... az extraktum moláris sebessége.
- $K$  ... fázisegyensúlyi állandó.
- $k$  ... a táplálást magába fogadó fokozat sorszáma.
- $L$  ... az értékes anyagban szegényedő fázis moláris sebessége (a műveletnek megfelelően  $A$ -val, illetve  $A + C$ -vel kifejezve).
- $M$  ... a desztillációs maradék moláris sebessége.
- $n$  ... az elméleti fokozatok száma.
- $q$  ... a táplálásnak  $L$ -hez csatlakozó hányada.
- $R$  ... az extraktorból kilépő raffinátum moláris sebessége.
- $r, r'$  ... belső reflux-arány a táplálás két oldalán.
- $T$  ... a táplálás moláris sebessége.
- $V$  ... az értékes anyagban dúsuló fázis moláris sebessége (a műveletnek megfelelően  $B$ -vel, illetve  $A + C$ -vel kifejezve).
- $x$  ... az értékes anyag mólviszonya, illetve móltörtje  $L$ -ben.
- $y$  ... az értékes anyag mólviszonya, illetve móltörtje  $V$ -ben.
- $E_{p_i}$  ... egységmátrix ( $p_i$ -edrendű).
- $e$  ... egységvektor.
- $N_{p_i}$  ...  $p_i$ -edrendű nilpotens mátrix.
- $\alpha$  ... a relatív illékonyág.

## IRODALOM

- [1] TILLER, T. M.—TOUR, R. S.: „Stagewise operations — Applications of the calculus of finite differences to chemical engineering”. *Transactions of the American Institute of Chemical Engineers* 40 (1944) 317—332.
- [2] TREYBAL, R. E.: *Liquid extraction*. McGraw-Hill, New-York, 1951. (1. ed.)
- [3] PERRY, J. H.: *Chemical engineer's handbook*. McGraw-Hill, New-York, 1950. (3. ed.)
- [4] ACRIVOS, A.—AMUNDSON, N. R.: „Applications of matrix mathematics to chemical engineering problems”. *Industrial and Engineering Chemistry* 47 (1955) 1533—1541.
- [5] KIRSCHBAUM, E.: *Destillier- und Rektifiziertchnik*. Springer, Berlin, 1950. (2. Aufl.)
- [6] EGERVÁRY, E.: „On a lemma of Stieltjes”. *Acta Scientiarum Mathematicarum (Szeged)* 15 (1954) 99—103.
- [7] ROBINSON, C. S.—GILLILAND, E. R.: *Elements of fractional distillation*. McGraw-Hill, New-York, 1950. (4. ed.)
- [8] POHL, K.: „Rektifikation niedrigkonzentrierter Zweistoffgemische”. *Chemie-Ingenieur-Technik* 28 (1956) 562—569.
- [9] SHERWOOD, T. K.—PIGFORD, R. L.: *Absorption and extraction*. McGraw-Hill, New-York, 1952 (2. ed.).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ СТУПЕНЕЙ ПРОТИВО-  
ТОЧНЫХ РАЗДЕЛЯЮЩИХ ПРОЦЕССОВ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

G. JUNG, P. RÓZSA и GY. SÁRKÁNY

Резюме

Авторы ищут общую модель для экстракторов, абсорберов и ректификаторов. Из этого — с помощью специфицирующих условий — выводятся приближенные зависимости для вычисления числа теоретических ступеней (тарелок). Общая модель — питаемый в двух местах противоточный многоступенчатый экстрактор. Результаты получены путем решения системы уравнений материальных балансов с помощью матричного исчисления.

Кривая фазового равновесия приближается полигоном, двумя хордами, а часть ее — единственной хордой. В общем случае экстрактора (с двумя питаниями); если кривая фазового равновесия приближается полигоном, состоящим из хорд любого числа, получается приближенная сумма, предел которой является определенным интегралом, если число вершин полигона стремится к бесконечности. Общая приближенная сумма и интеграл при соответствующих условиях дают и известные в литературе зависимости.

## DETERMINATION OF THE THEORETICAL STAGE-NUMBER OF COUNTERCURRENT DISTRIBUTIVE CHEMICAL UNIT OPERATIONS

G. JUNG, P. RÓZSA and GY. SÁRKÁNY

### Summary

The construction of a generally valid model for extractors, absorbers and rectifiers has been attempted. With the introduction of specific conditions, from this model approximate correlations for the calculation of the theoretical number of plates were derived. This general model is a countercurrent multiple-stage two-feed extractor. The results were obtained through solving the material balance equations by matrix computation.

Good approximations of phase equilibrium curves can be obtained by chordal polygon, two chords or, for a certain part of the curve, by a single chord. In the case of the generalised extractor (with two feed lines), and provided that the approximate phase equilibrium curve is given by a polygon with an arbitrary number of chords, an approximate sum can be computed the limit of which is a definite integral when the number of the vertices of the chordal polygon is infinite. With proper conditions the general approximate sum and integral give the correlations embodied in the literature, as well.