

A BETON SAJÁTFESZÜLTSEGI ÁLLAPOTA ÉS A REPEDÉSÉRZÉKENYSÉG*

PALOTÁS LÁSZLÓ**

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1974. augusztus 27-én]

Az inhomogén és anizotróp, különböző fázistulajdonságú szilárd anyagokban a fizikai hatások okozta alakváltozások, a fázisok kapcsolódó felületeinek szilárd összeköttetése miatt, nem alakulhatnak ki szabadon. A kölcsönösen akadályozott alakváltozások az egyes anyagfázisokban belső kényszererőket ébresztenek és a többfázisú anyag *sajátfeszültségi állapotba* jut. A dolgot az elasztovizkózus cementkőből és a rugalmasnak tekintett adalékanyagból álló beton hőmérsékletváltozás, zsugorodás és kuszás okozta sajátfeszültségi állapotával foglalkozik. Kedvezőtlen körülmények közepette a cementkőben, illetve a betonban oly nagy húzófeszültségek és nyúlások léphetnek fel, hogy a beton *repedési határállapotba* kerülhet. A dolgozatban javasolt összefüggések és a közölt következtetések segítségével legalább is tájékoztató értékeket lehet megállapítani a beton repedésérzékenységének megítélésére, adott körülmények mellett (a beton összetételének a kezelési, a tárolási, a környezeti viszonyoknak a figyelembevételével.)

1. Általános megjegyzések. Alapfogalmak

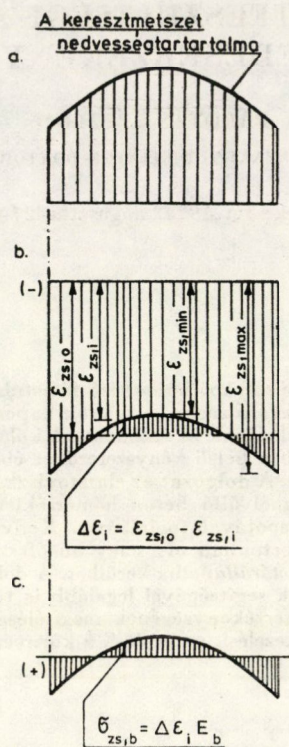
A beton keresztmetszetek, illetve szerkezetek sajátfeszültségi állapotának vizsgálata, azok repedésérzékenysége szempontjából, szokásos szemléletünket jelentősen tudja oly gondolatokkal kiegészíteni, amelyek a sokszor szokatlannak látszó jelenségek magyarázatát, e jelenségek elkerülését vagy legalább is mérséklését előtűdják segíteni.

Az anyag akkor kerül *sajátfeszültségi állapotba*, ha benne a mechanikai (külső) erőhatások nélkül, illetve mechanikai erőhatásváltozások nélkül keletkező belső erők önmagukban alkotnak egyensúlyi feszültségrendszert.

Az anyag, amelyben sajátfeszültségek felléphetnek, lehet homogén jellegű, vagy heterogén, egy vagy több fázisú. Saját feszültségek jöhetnek létre az anyagban fizikai hatások (pl. nedvességtartalom, vagy hőmérsékletváltozás) miatt előálló belső szerkezeti (strukturális) változások folytán, de saját feszültségek ébredhetnek a különböző fázisok különböző fizikai és mechanikai tulajdonságai miatt is. Például az 1. ábra egy homogénnek tekintett betonkeresztmetszetben kialakuló *saját feszültségeket* (c. alábra) szemlélteti

* Elhangzott 1974. március 28-án az MTA Kistermében.

** Prof. Dr. Palotás László, 1113 Budapest, Edömré u. 4.



1. ábra

abban az esetben, ha a keresztmetszetben a nedvességtartalom (a. alábra), s így az egyes elemi szálakban a zsugorodás is változó (b. alábra).

A zsugorodás különbözősége miatt — a keresztmetszet sík voltát feltételezve — adott esetben a külső zónában húzó-, a belső zónában nyomófeszültségek lépnek fel, amelyek önmagukban egyensúlyban vannak. E feszültségek — természetesen — teljesen megszűnnek, ha a testben egyenletes a nedvességtartalom. A beton maga a valóságban nem homogén, hanem kétfázisú heterogén anyag: a két fázist az elasztóviszkózus cementkő és a rugalmas jellegű adalék anyag alkotja. Mivel a kétféle anyagnak hőtágulása, nedvesség felvétele és leadása s az ezzel együttjáró zsugorodása nem azonos, a fázisokat összekötő belső kötőerők miatt a keresztmetszet két fázisa azonosan nagy alakváltozásra kényszerül, a gátoltság folytán a két fázisban ellenkező értelmű feszültségek lépnek fel. E feszültségek mértéke szükségszerűen olyan, hogy azok egyensúlyban levő belső erőrendszert alkotnak.

Általában parallel elemi szálakban ϵ_c a cementkő, ϵ_a az adalékanyag szabad alakváltozását jelenti, ϵ_b a beton eredő (gátolt) alakváltozása. Ezek az alakváltozások akár hőmérsékletváltozásból, akár zsugorodásból (nedvességtartalomváltozásból) keletkezhetnek. A kötőerők miatt az egyes fázisok alak-

változása nem következhetik be szabadon, a gátoltság következtében az egyes anyagfázisokban belső kényszererők ébrednek. E kényszerfeszültségek

$$\begin{aligned}\sigma_c &= \Delta \varepsilon_c E_c = (\varepsilon_c - \varepsilon_b) E_c \\ \sigma_a &= \Delta \varepsilon_a E_a = (\varepsilon_a - \varepsilon_b) E_a\end{aligned}\quad (1)$$

egyensúlyi rendszert alkotnak, azaz a cementkő, illetve az adalékanyag által reprezentált belső erőkre (ΔP_c , ΔP_a) nézve felírható az erre az esetre vonatkozó

$$\Delta P_c + \Delta P_a = 0 \quad (2)$$

egyszerű összefüggés.

Egyébként általában a betontestben, vagy betonelemben — miután azok nem parallel fázisokból, hanem görbült, illetve szabálytalan felületű fáziselemekből állnak — nemcsak érintőleges (σ_t), hanem sugárirányú feszültségek is (σ_r) fellépnek, amelyek az érintkezési felületeken a legnagyobbak. Az ilyen szerkezeti jellegű sajátfeszültségeket az idők folyamán kialakuló kuszás mindinkább leépíti.

A továbbiakban a közönséges betont az *elasztoviszkózus cementkőből* s a *rugalmas adalékanyagból* álló kétfázisú anyagnak lehet tekinteni.

Mivel az ilyen inhomogén és anizotróp, különböző fázistulajdonságú szilárd anyagokban a fizikai hatások (hőmérsékletváltozás, zsugorodás) okozta alakváltozások miatt nem alakulhatnak szabadon ki, a fázisok kapcsolódó felületeinek szilárd összeköttetése, a kölcsönösen akadályozott alakváltozások az egyes anyagfázisokban belső kényszererőket ébresztenek s ekként jut a többfázisú anyag *sajátfeszültségi állapotba*. Így pl. hőmérséklet- vagy nedvesség változáskor az anyagban járulékos mechanikai deformációk alakulnak ki, s az anyagban a mérések eredményei a hőmérséklet- és a nedvességtartalom változása okozta alakváltozások, valamint a mechanikai alakváltozások eredőit adják meg.

Kedvezőtlen körülmények mellett a cementkőben, illetve a betonban oly nagy húzófeszültségek és velük összefüggően oly nagy alakváltozások léphetnek fel, hogy a beton *repedési határállapotba* kerülhet. Az előálló mikrorepedések a betont előkészítik a veszélyes makrorepedések könnyebb kialakításához. Ekkor tehát az anyagrepedések szempontjából „érzékeny” vált.

Eme rövid bevezető megjegyzés után szeretnénk azt világosan rögzíteni, hogy a következőkben mit értünk „*repedésérzékenységen*”. A *beton repedésérzékenysége*n azt az állapotot értjük, amelyben a beton teljes nyúlóképessége — minden külső mechanikai igénybevétel nélkül — csupán fizikai hatások (hőmérsékletváltozás, zsugorodás) következtében kimerülhet, azaz a beton a repedés határállapotába juthat, illetőleg megrepedhet. A beton repedésérzékenységre jellemző határalakváltozást a beton teljes nyúlóképességével, szakadó nyúlásával (ε_h) jellemezhetjük, amely a betonban a húzószilárdság elérése után, a

törés stádiumában mint teljes nyúlás — beleértve a plasztikus tartalékot is — léphet fel. Nyilván ennek kell nagyobbak lennie a fizikai hatások okozta fajlagos nyúlásnál.

A felvetett kérdésekre válaszolandó, felmerült az a probléma, hogy milyen a fizikai alakváltozások gátoltságának mértéke, milyenek lehetnek a belső mechanikai kényszer folytán fellépő belső erők, kerülhet-e az anyag — külső mechanikai igénybevételek nélkül — repedési határállapotba csupán a fizikai hatások miatt. A kérdésekre válaszolni csak bizonyos egyszerűsítő mechanikai feltevések segítségével lehet, az anyagra vonatkozó eredő alakváltozások s a fázisok saját szabad alakváltozásai ismeretében.

Az elasztoviszkózus cementkőben — időtől függő — alakváltozási és feszültségváltozási jelenségek játszódnak le, az elasztikus adalékanyagban kialakuló alak — és feszültségváltozási folyamatok, adott körülmények közt, önmagukban időtől függetleneknek tekinthetők. (A cementkővel való egymásra hatásukban természetesen időtől függőek, de a függőségüket a cementkőben lejátszódó folyamatok determinálják).

A felvetett probléma megoldását — bizonyos elemi feltevésekkel — igyekszünk többé-kevésbé megközelíteni, főképpen tájékoztató s következtetésekre alkalmas eredmények, összefüggések, irányelvek nyerése szempontjából. Így az egyes fázisokról feltételezzük, hogy azok egymáshoz csúszás- és hézagmentesen — szilárdan — illeszkednek s az összeférhetőségi elvet kiegészítik. Ennek a feltevésnek következménye az, hogy a fázisok érintkező határfelületének bármely pontjában, adott irányban a cementkő, illetve az adalékanyag alakváltozása az adott irányra vonatkozó gátolt alakváltozással egyenlő.

A beton valamely hatás okozta gátolt alakváltozására (általában ε_b) nézve feltesszük, hogy az a cementkő és az adalékanyag szabad alakváltozásaiából (általában ε_c és ε_a) az

$$\varepsilon_b = c\varepsilon_c + (1 - c)\varepsilon_a \quad (3)$$

alakú összefüggéssel előállítható. A (3) képletben a „ c ” érték a betonban levő cementkő fajlagos abszolút térfogatának függvénye s az a kísérleti eredményekkel jól egyező módon a

$$c = v_c^m \quad (4)$$

összefüggéssel adható meg.

A „ c ” érték a cementkő részesedési hányadát fejezi ki a gátolt alakváltozás kialakulásában, tehát kifejezi a *gátoltság mértékét*. $(1 - c)$ a gátoltság mértéke az adalékanyagra nézve.

v_c a cementkő abszolút térfogata $v_b = 1$ abszolút térfogatra, vonatkoztatva azaz, ha

$$v_c + v_a = 1, \quad (5)$$

ahol v_a az adalékanyag abszolúttérfogata. Az „m” kitevő az alakváltozást előidéző hatás fajtájától függ, általában kísérleti eredmények értékelése és a elméleti meggondolások szerint mintegy $3/2$ és $2/3$ közt vehető fel. Az adott esetekben célszerűen alkalmazható értékekre még a részletes tárgyalás során kitérünk. Azt is feltételezzük, hogy a beton keresztmetszetet terhelő σ_b normálfeszültség adott esetben a cementkő- és az adalékanyagra jutó feszültségekből (σ_c és σ_a) tevődik össze a (3) képlethez hasonló összefüggés alapján, tehát

$$\sigma_b = c\sigma_c + (1 - c)\sigma_a. \quad (6)$$

A feladatunk az alábbiak során az, hogy megállapítsuk

1. a beton fizikai hatások folytán előálló jellemző alakváltozásait;
2. a beton saját feszültségi állapotát leíró feszültségek és alakváltozások közti összefüggéseket;
3. a repedésérzékenységre jellemző alakváltozás értékeket;
4. a szükséges következtetéseket a repedés érzékenységgel kapcsolatban.

Természetesen, ahhoz hogy e vázolt feladatainknak eleget tehessünk, ismertetnünk kell a beton különleges jelenségeit (zsugorodás, kúszás, hőmérsékletváltozás), valamint az azokat meghatározó beton tulajdonságokat.

2. A betonjellemzők

A beton legfontosabb *szilárdsági jellemzője* a 20 cm élhosszúságú, szabványosan készített, tárolt s tört próbakocka 28 napos rövididejű ún. statikus kockaszilárdsága: K , kp/cm².

A beton *hajlító- nyomoszilárdságát* a

$$\sigma_p = 700 \varrho^2 \quad (7)$$

összefüggéssel vehetjük számításba, ahol

$$\varrho = K/(200 + K). \quad (7a)$$

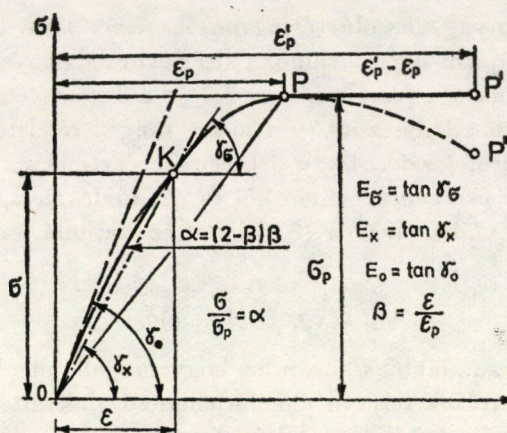
A beton *tiszta húzószilárdsága*

$$H = 40 \varrho^{3/2}, \quad (8)$$

hajlító- húzószilárdsága

$$Ha = 80 \varrho^{3/2}. \quad (9)$$

A beton *pillanatnyi elsődleges (szűz) feszültségalakváltozási* ($\sigma - \varepsilon$) diagramját oly módon idealizálva vesszük fel, hogy a diagram egy másodfokú parabolával kezdődik s a beton σ_p nyomoszilárdsága elérésekor ε_p fajlagos törési összenyomódás lép fel, s ez a fajlagos összenyomódás még növekszik σ_p



2. ábra

konstans értéke mellett ε'_p -re. Ezt az ε'_p értéket a beton fajlagos teljes törési összenyomódásának (teljes törési alakváltozásának) nevezzük.

A 2. ábrában egy ilyen idealizált $\sigma - \varepsilon$ diagramot ábrázoltunk, az itteni jelölésekkel:

$$\sigma = \sigma_p \left(2 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} \right) \frac{\varepsilon}{\varepsilon_p}, \quad (10)$$

illetve bevezetve az

$$\alpha = \frac{\sigma}{\sigma_p} \text{ és } \frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} = \beta \quad (11), (12)$$

jelöléseket,

$$\alpha = (2 - \beta)\beta. \quad (10a)$$

A diagram érintője (az érintő modulus) egy tetszőleges K helyen

$$E_\sigma = E_0(1 - \beta) = E_0(1 - \alpha)^{1/2}, \quad (13), (14)$$

ahol E_0 az $\varepsilon = 0, \sigma = 0$ ponthoz tartozó kezdeti érintő modulus

$$E_0 = \frac{2\sigma_p}{\varepsilon_p} \quad (15)$$

és

$$\beta = 1 - (1 - \alpha)^{1/2}. \quad (16)$$

A K ponthoz tartozó alakváltozási vagy húr-modulus

$$E_x = E_0 \left(1 - \frac{\beta}{2} \right) = E_0 \frac{1}{2} \left[1 + (1 - \alpha)^{1/2} \right] = \gamma_0 E_0, \quad (17)$$

ahol

$$\nu_0 = 1 - \frac{\beta}{2} = \frac{1}{2} [1 + (1 - \alpha)^{1/2}] . \quad (18)$$

A kezdeti érintő modulusra a hazai szabályzati előírások az

$$E_0 = 550\,000 \varrho \text{ [kp/cm}^2\text{]} \quad (19)$$

összefüggést adják meg, ahol ϱ a (7a) alatti érték és így ε_p -re a (15) formulából az

$$\varepsilon_p = 2,54 \varrho (\text{‰}) \quad (20)$$

egyenlőség adódik. A teljes törési fajlagos összenyomódás meghatározására — hajlított tartó nyomott betonjára — a kísérleti eredmények értékelése szerint az

$$\varepsilon'_p = 2,54 \varrho^{-1/2} \quad (21)$$

összefüggést használhatjuk.

A beton húzási $\sigma - \varepsilon$ diagramját hasonlóképpen vesszük fel úgy, hogy a kezdeti rugalmassági modulus a (19) képletnek megfelelő; így elvben a (17) — (19) képletek is érvényesek, csupán ε_p helyett ε_h és σ_p helyett H értékek helyettesítendők be. Ekként eljárva ε_h -ra az

$$\varepsilon_h = 0,145 \varrho^{1/2}, \quad (22)$$

képletet, az ε'_h és $\varepsilon'_{h,h}$ -ra (a tiszta húzás és a hajlító-húzás figyelembevételével) a kísérleti eredmények értékelése alapján az

$$\varepsilon'_h = 0,145 \cdot \varrho^{-3/4} (\text{‰}) \quad (23)$$

$$\varepsilon'_{h,h} = 0,145 \varrho^{-1} (\text{‰}) \quad (24)$$

összefüggéseket nyerjük.

Ezek az értékek *rövid idejű teherre*, 28 napos korra, vegyes tárolásra vonatkoznak és így ezeket a beton korától és a teher jellegétől függően módosítani kell. A beton korától függő változásokra tájékoztató értékeket az I. táblázatban állítottuk össze.

A beton *kúszásának hatását* a φ kúszási mértékkel vesszük figyelembe oly módon, hogy a beton alakváltozási modulusát az

$$E_t = \nu E_0 \quad (25)$$

összefüggés alapján számítjuk, ahol

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 + \varphi}, \quad (26)$$

és ν_0 a (18) alatti érték, a kúszási mérték általános alakja pedig a

$$\varphi = k_0 k_r \delta \varphi_n \quad (27)$$

összefüggéssel fejezhető ki.

I. táblázat
A beton korának hatása

A cement jele	K_{ss} kp/cm ²	A beton jellemző	A beton kora, nap					
			1	3	7	28	90	365
C 600	200	K	25	47	70	100	443	118
		E_0	40	65	82	100	106	109
		H	26	52	74	100	108	114
		ε_h	63	80	91	100	103	104
		ε_h'	200	139	116	100	97	88
		ε_{hh}	250	156	122	100	99	92
	400	E_0	50	72	87	100	104	106
		H	35	61	73	100	104	108
		ε_h	70	85	94	100	102	103
		ε_h'	170	129	116	100	97	96
		ε_{hh}	200	138	114	100	96	95
	200	K	15	33	55	100	120	128
		E_0	26	50	71	100	109	112
		H	14	36	61	100	114	115
		ε_h	51	70	84	100	104	106
		ε_h'	275	167	128	100	94	93
		ε_{hh}	383	202	141	100	92	89
C 500	400	E_0	35	59	79	100	106	108
		H	21	45	70	100	109	110
		ε_h	59	76	88	100	103	104
		ε_h'	222	151	121	100	96	96
		ε_{hh}	290	170	127	100	95	93

Ebben az összefüggésben φ_n a kúszási mérték végértéke, ha az időtartam a végtelenhez közeledik. φ_n -et a különböző szabályzatok, előírások kísérleti eredményekre támaszkodva adják meg. Szerző értékelése szerint a kúszás végértéke vegyes tárolás mellett, 28 napos korban terhelve a beton minőség függvényében a

$$\varphi_n = \varrho^{-5/4} \quad (28)$$

összefüggéssel adható meg, ahol $\varrho = K/(K + 200)$.

k_0 az ún. öregedési tényező, amely az állandó teher rákerülésének időpontjától és a nemzetközi ajánlások, valamint előírások szerint (C. E. B., DIN-1045-72) a betonban alkalmazott cementminőségtől függ. A megadott diagramok értékelése szerint

lassan szilárduló cement esetében a

$$k_0 = 0,25 + 2,7 e^{-0,55\sqrt{t}}, \quad (29)$$

gyorsan szilárduló cement esetében a

$$k_0 = 0,15 + 3,5 e^{-0,75\sqrt{t}} \quad (30)$$

képlettel fejezhető ki 20 °C tárolási hőmérsékletet feltételezve.

k_r a környezet nedvességtartalmát kifejező tényező, amelyre nézve vegyes tárolás (-40% relatív nedvességtartalom) mellett 1,0, víz alatti tárolás esetében 0,5, teljesen kiszáritott állapotban 1,15 érték, általában a

$$k_r = \frac{115 - n_r}{100 - 0,7n_r} \quad (31)$$

érték javasolható, ahol n_r a környezet reaktív nedvességtartalma %-ban.

δ a kúszás lefolyás függvénye (az egységnyi kúszásfüggvény), amely a kúszó test átlagos kiszáradási vastagságának (d) függvénye; a test átlagos kiszáradási vastagságát a

$$d = \frac{2V}{F} \quad (32)$$

képlettel számoljuk, ahol V a kúszó test köbtartalma, F a kiszáradó felület. d -t rendszeren cm-ben adjuk meg. A C. E. B. és a DIN 1045 szerinti grafikonok egyenletét a következő összefüggéssel adhatjuk meg:

$$\sigma = 1 - e^{-\left(\frac{t}{t_{\text{ret}}}\right)^b}, \quad (33)$$

Ebben az egyenlőségben t a folyó idő napokban, t_{ret} az ún. *retardációs* (késleltetési) idő napokban, azaz az az idő, amely alatt az egység kúszás függvény

$$\sigma_{\text{ret}} = 1 - \frac{1}{e} = 0,63 \quad (34)$$

értéket vesz fel. A t_{ret} és b értékek az átlagos kiszáradó vastagság függvényei, mégpedig, ha

$$d = 5 \text{ cm, akkor } t_{\text{ret}} = 42 \text{ nap, } b = 3/6,$$

$$d = 10 \text{ cm, akkor } t_{\text{ret}} = 94 \text{ nap, } b = 3,5/6,$$

$$d = 20 \text{ cm, akkor } t_{\text{ret}} = 240 \text{ nap, } b = 4/6,$$

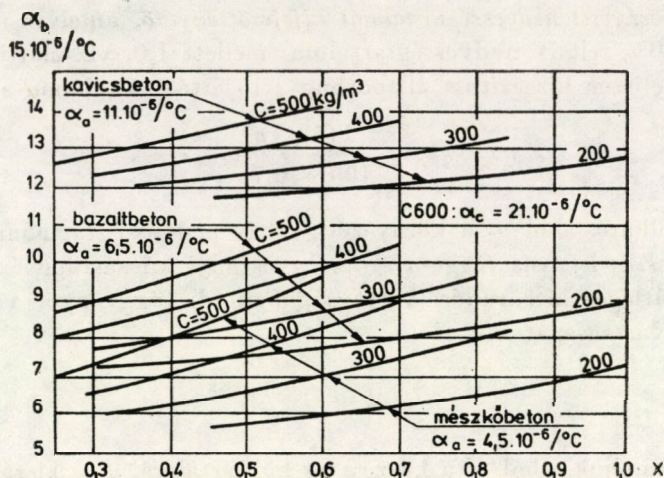
$$d = 40 \text{ cm, akkor } t_{\text{ret}} = 540 \text{ nap, } b = 5/6,$$

$$d = 80 \text{ cm, akkor } t_{\text{ret}} = 1340 \text{ nap, } b = 6/6.$$

A beton hőtágulási együtthatója (α_b) a cementkő és az adalékanyag hőtágulási együtthatóinak (α_c , α_a) ismeretében a (3) képlet alapján írható fel

$$\alpha_c = c\alpha_c + (1 - c)\alpha_a, \quad (35)$$

ahol c értéket $v_2^{3/2}$ -re becsülhetjük. Különböző adalék anyaggal készült betonok hőtágulási együtthatóit a 3. ábrában tüntettük fel a vízcementtényező és a cementmennyiség függvényében.



3. ábra

α_c értékét portlandcement, trasz- vagy kohosalakportlandcement esetében kb $20 \div 23 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ -ra, α_a értékét kvarc, andezitbazalt és mészkő adalék esetében $11, 6,5$ és $4,5 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ -re vehetjük fel.

A beton zsugorodása megállapításakor az adalékanyag zsugorodásától általában eltekinthetünk és így a beton végszugorodása az

$$\varepsilon_{zs, b} = c \varepsilon_{zs, c} \quad (36)$$

képlettel határozható meg, ahol c a gátoltság mértéke, amelyet, mint a hőmérsékletváltozás esetében is a

$$c = v_c^{3/2} \quad (37)$$

képlet szerint számíthatunk, és $\varepsilon_{zs, c}$ a cementkő végszugorodása,

Általában a beton illetve a cementkő zsugorodása valamely t időpontban

$$\varepsilon_{zs, t} = \delta(t) \varepsilon_{zs, b}, \quad (38)$$

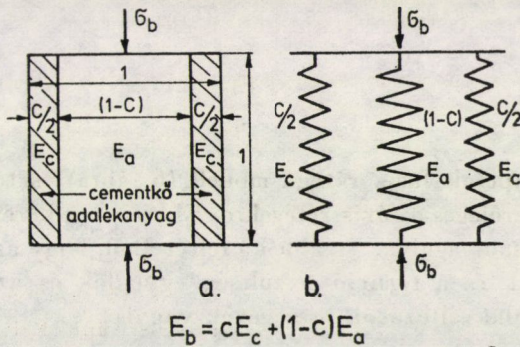
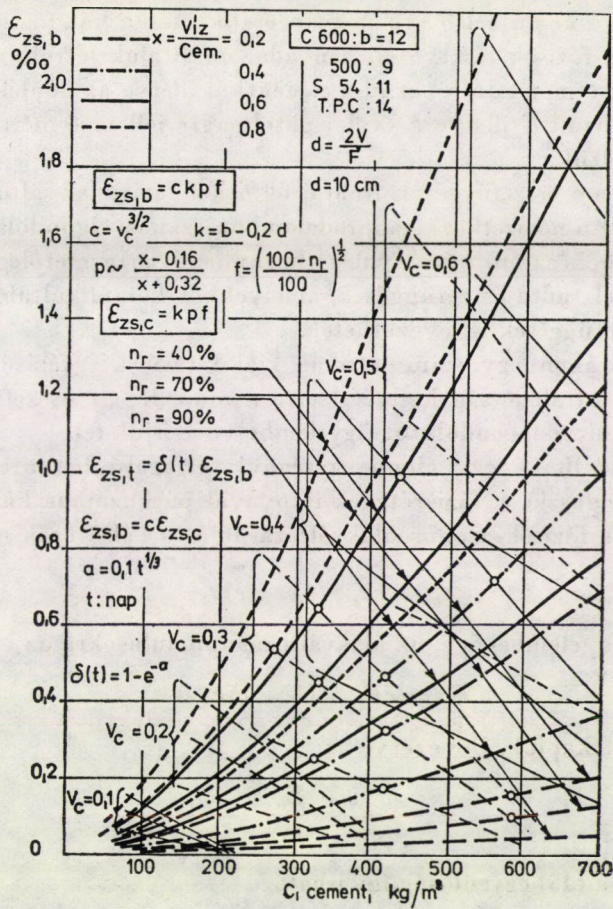
$$\varepsilon_{zs, c, t} = \delta(t) \varepsilon_{zs, c} \quad (39)$$

alakban írható fel, ahol $\delta(t)$ a lefolyás függvény, amelynek általános alakja átlagosan

$$\delta(t) = 1 - e^{-0,1t^{1/3}}. \quad (40)$$

Pontosabb összefüggéseket a 4. ábrában adtunk meg.

Ahhoz, hogy a kétfázisú betonban kialakuló sajátfeszültségi állapotot leírassuk, az 1. pontban vázoltak szerint ismernünk kell az egyes fázisok alakváltozási modulusát s azt is, hogy egy adott terhelő feszültség, vagy kény-



szeralakváltozás okozta belső erő hogyan oszlik meg a két fázis között, azaz milyen az egyes fázisok résztvételi hányada, az általuk létrehozott gátoltság mértéke. A fent elmondottak során a cementkő, illetve az adalék anyag alakváltozási modulusait E_c illetve E_a -val, a gátoltságra jellemző mértéket c , illetve $(1 - c)$ -vel jelöltük.

Hogy milyen összefüggések írhatój fel a két fázis alakváltozási modulusaira, arra nézve a nemzetközi szakirodalomban számos elgondolás jelent meg. A legegyszerűbbek az erő irányával párhuzamos és arra merőleges fázisokból álló alapmodellek adta összefüggések, amelyekből komplikáltabb modellekre vonatkozó összefüggések is levezethetők.

Az 5. ábrában egy szimmetrikus kialakítású két fázisú alapmodellt tüntettünk fel. Általánosság kedvéért erre a modellre az összefüggéseket, az 5. a alábrán vázolt alapgondolatot figyelembe véve írjuk fel.

Ha a modellt — egy elemi egységnyi térfogatú betontestet — a σ_b egyenletesen megoszló, a fázisrétegek irányával párhuzamos külső feszültség terheli, az egyes fázisok azonos alakváltozását és a belső erők egyensúlyát a

$$\sigma_b = c\sigma_c + (1 - c)\sigma_a \quad (41)$$

képlet szerint figyelembevéve, az alakváltozási modulusokra az

$$E_b = cE_c + (1 - c)E_a \quad (42)$$

alapösszefüggést kapjuk. Bevezetve az

$$n_a = \frac{E_a}{E_c} \quad (43)$$

viszonyszámot, a (45) egyenlőség így írható

$$E_b = v_i E_c, \quad (44)$$

ahol

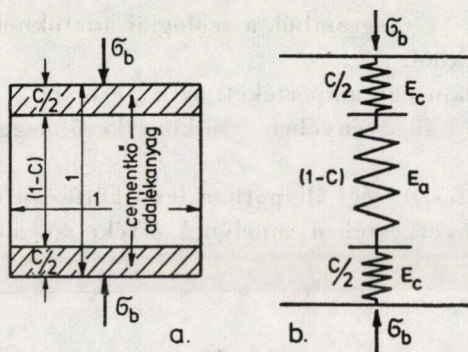
$$v_i = c + (1 - c)n_a, \quad (45)$$

illetve

$$E_c = \frac{E_b}{v_i}. \quad (44a)$$

Egy sorbakapcsolt fázis rétegű modell (6. ábra) esetében a terhelő feszültség iránya merőleges a fázis rétegekre. Ekkor — a keresztirányú alakváltozások hatását elhanyagolva, — abból a feltételből, hogy az egyes fázisokban fellépő feszültségek és a terhelő feszültség egyenlők és az összalakváltozás egyenlő az egyes alakváltozások összegével, vagyis

$$\varepsilon_b = c\varepsilon_c + (1 - c)\varepsilon_a, \quad (45)$$



$$E_b = \frac{1}{c/E_c + (1-c)/E_a}$$

6. ábra

az alakváltozási modulusokra az

$$\frac{1}{E} = \frac{c}{E_c} + \frac{1-c}{E_a},$$

illetve az

$$E_b = v_i E_c \quad (46)$$

összefüggéseket kapjuk, ahol

$$\bar{v}_i = \frac{n_a}{(1-c) + cn_a}. \quad (47)$$

Végül a (44a) egyenlőséghez hasonlóan

$$E_c = \frac{E_b}{\bar{v}_i}. \quad (46a)$$

Mivel a gyakorlatban a cementkőben fellépő tangenciális feszültségek a mértékadóak és ezek elsősorban a párhuzamos fázisréteg elrendezéssel jellemezhetők, továbbá, minthogy a kétféle módon kapott modulusok között lényeges különbség nincs, a következőkben a (44), (45) és (44a) képletekkel fogunk számolni.

A (44) (45) képletek használatához ismerni kell az n_a viszonzyszám értékét.

Az n_a viszonzyszám értéke a Szerző véleménye szerint — nem egyszerűen a cementkő és az adalékanyag alakváltozási modulusainak viszonya, hanem azokkal együtt a beton minőségének, összetételének, az igénybevételi és a feszültségi állapotnak, a terhelő mozgásnak, valamint a vizsgált szerkezet fajtájának a függvénye. Mindezekből az következik, hogy az E_c és E_a értékek megállapításakor a beton ismert (mért) paramétereiből (cementminőségből,

az összetételből, a $\sigma - \varepsilon$ diagramból, a reológiai adatokból stb.) kell kiindulni, mint eredő-értékekből.

Az n_a viszonyszám egy alapértékét, az n_{a0} -értéket — a beton-összetételi parametereinek (v_c , v_a) függvényében — a következő meggondolásból számíthatuk.

Legyen a saját feszültségi állapotban levő kétfázisú betonban valamely gátolt alakváltozás következtében, amelynek értéke a cementkőre

$$\Delta \varepsilon_c = \varepsilon_b - \varepsilon_c,$$

az adalékanyagra

$$\Delta \varepsilon_a = \varepsilon_b - \varepsilon_a,$$

a cementkőben fellépő erő

$$\Delta P_c = \sigma_c v_c = (\varepsilon_b - \varepsilon_c) E_c v_c,$$

az adalékanyagban fellépő belső erő pedig

$$\Delta P_a = \sigma_a v_a = (\varepsilon_b - \varepsilon_a) E_a v_a,$$

ahol ε_b = a beton alakváltozása, ε_c és ε_a a cementkő és az adalékanyag szabad alakváltozása.

Mivel a (3) képlet alapján

$$\varepsilon_b = c \varepsilon_c + (1 - c) \varepsilon_a, \quad (47)$$

a gátolt alakváltozások a

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_c &= c \varepsilon_c + (1 - c) \varepsilon_a - \varepsilon_c = (1 - c)(\varepsilon_a - \varepsilon_c), \\ \Delta \varepsilon_a &= c \varepsilon_c + (1 - c) \varepsilon_a - \varepsilon_a = c(\varepsilon_a - \varepsilon_c) \end{aligned} \quad (48)$$

képletekkel adhatók meg. Az (1) egyenlőségeket figyelembe véve s az (48) alatti összefüggéseket a (2) egyenlőségbe behelyettesítve, kapjuk a

$$\Delta P_c + \Delta P_a = \Delta \varepsilon_c E_c v_c + \Delta \varepsilon_a E_a v_a = 0$$

egyenlőséget s ebből

$$\frac{E_a}{E_b} = \frac{1 - c}{c} \frac{v_c}{v_a}.$$

Tehát az n_a viszonyszám alapértéke ebben az egyszerű alapesetben

$$n_{a0} = \frac{1 - c}{c} \frac{v_c}{v_a} \quad (49)$$

és általában

$$n_a = \bar{\beta} n_{a0}, \quad (50)$$

ahol $\bar{\beta}$ a sajátfeszültségi állapot vizsgált modelljére vonatkozó tényező.

Ami a gátoltság mértékét, a c értéket illeti, erre nézve az eddigi kísérleti eredmények és elméleti megfontolások alapján a sajátfeszültségi állapotot létrehozó alakváltozás jellegétől függően, s a pontosabb számítások eredményeivel jobb összhangban — a következőket javasoljuk:

$$\begin{array}{ll} \text{hőmérsékletváltozás és zsugorodás esetében:} & c = v_c^{3/2}, \\ \text{kúszás esetében:} & c = v_c^{2/3}. \end{array}$$

3. A beton sajátfeszültségének megítélése különböző modellek alapján

Három féle alapmodell: gömb, henger, síktárcsa v. lineáris modell alapján igyekezzünk a beton sajátfeszültségeinek valószínű értékeire tájékoztatást kapni.

A *gömbmodell* közelítést úgy képzeljük el, hogy az a sugarú (v_a abszolút térfogatú) adalékanyaggömböt egy k külső sugarú, v vastagságú (v_c abszolút térfogatú) cementkőgömbhéj fogja körül. A tangenciális feszültségek a cementkőhéjban minden irányban σ_{tc} , a radiális feszültség a cementkő-gömbhéj belső, illetve az adalékgömb külső palástján $\sigma_{rc,b} = \sigma_{ra,k}$. Adott esetben a k^3 , a^3 és $k^3 - a^3$ értékek a betongömb egységnyi, az adalékgömb v_a és a cementkőhéj v_c abszolút térfogataival arányosak. A feladatot a vastag falú gömbhéjra vonatkozó összefüggéssel segítségével oldjuk meg.

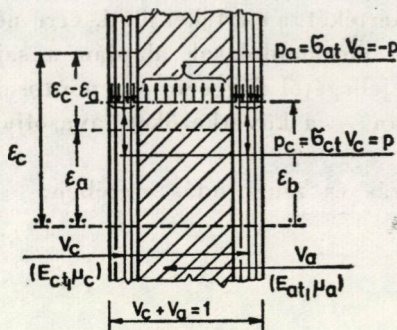
A szóbanforgó esetben — poláris tárgyalásmód mellett — az alapegyenletet az általános rugalmasságtan alapján írhatjuk fel.

Ebben az esetben az egyik alakváltozási feltételként felvesszük azt, hogy a cementkő-gömbhéj belső felületén a tangenciális alakváltozás egyenlő a cementkő gátolt alakváltozásával, $(\varepsilon_b - \varepsilon_c)$ -vel, a másik feltételül azt fogadjuk el, hogy az adalékgömb külső felületének tangenciális alakváltozása egyenlő az adalék gátolt alakváltozásával, $(\varepsilon_a - \varepsilon_b)$ -vel.

A *körhengermodell* úgy alakítjuk ki, hogy a v_c térfogatú cementkő-hengerhéj és a v_a térfogatú adalék-henger együtteséből előálló betonhenger alakváltozása a tengely, valamint a palást mentén ugyanaz (ε_b) legyen. Előbb a henger tengelyére merőleges síkban fellépő feszültségeket, valamint a tengely menti feszültségeket egymástól elkülönítetten határozzuk meg, majd azok egymásra hatását is megvizsgáljuk.

A 7. ábrán feltüntetett modell jelölései alapján a feladatot úgy képzeljük, hogy egymást rétegesen kereszteződő cementkő és adalékanyag elemekről van szó, amelyek síktárcsát alkotnak (*lineáris modell*).

Az alakváltozási és statikai feltételek kielégítése után a síktárcsa modellre vonatkozó összefüggések, amelyeket a továbbiak során egyszerűség okából



7. ábra

alkalmazni javasolunk, a következők:

$$\sigma_c = \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_c}{1 - \mu_c} \cdot E_c = \frac{1 - c}{1 - \mu_c} (\varepsilon_a - \varepsilon_c) E_c, \quad (51)$$

$$\sigma_a = \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_a}{1 - \mu_a} E_a = - \frac{c}{1 - \mu_a} (\varepsilon_a - \varepsilon_c) E_a,$$

ahol

$$E_c = \frac{E_b}{v_i}, \quad v_i = c + (1 - c)n_a, \quad E_a = n_a E_c,$$

$$n_a = n_{a0} \frac{1 - \mu_a}{1 - \mu_c}, \quad n_{a0} = \frac{1 - c}{c} \frac{v_c}{v_a},$$

μ_a, μ_c az adalékanyag, illetve cementkő Poisson-tényezője és

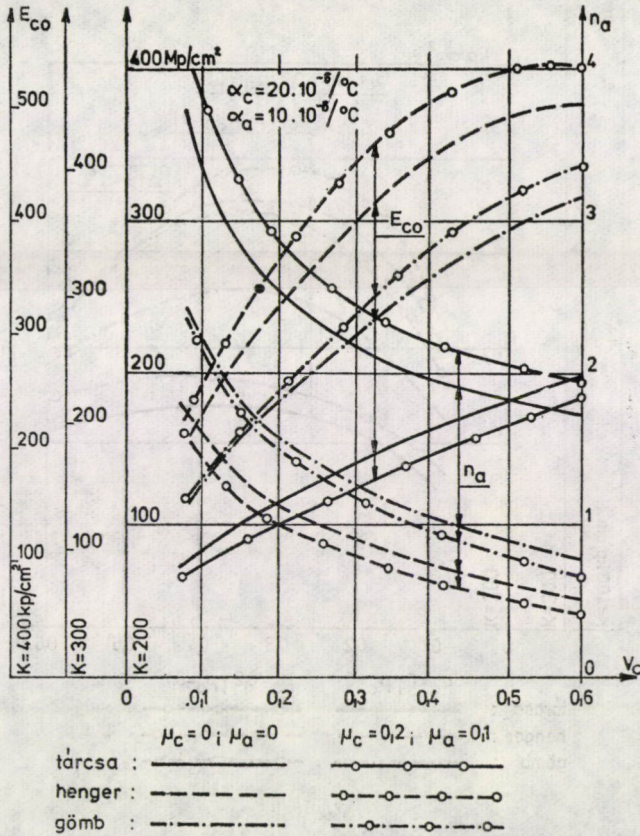
$$E_b = \nu E_0.$$

Hőmérsékletváltozásból (ΔT) keletkező feszültségek számításakor a kúszáshatás általában elhanyagolható és a gátolt alakváltozások

$$\varepsilon_a - \varepsilon_c = (\alpha_a - \alpha_c) \Delta T.$$

Ennek megfelelően — μ_a és μ_c értékét zérusnak véve — a következő egyszerű összefüggéseket nyerjük:

$$\begin{aligned} \sigma_c &= (1 - c)(\alpha_a - \alpha_c) \Delta T E_c, \\ \sigma_a &= -c(\alpha_a - \alpha_c) \Delta T E_a, \\ E_b &= \nu_0 E_0, \quad n_a = n_{a0}. \end{aligned} \quad (52)$$



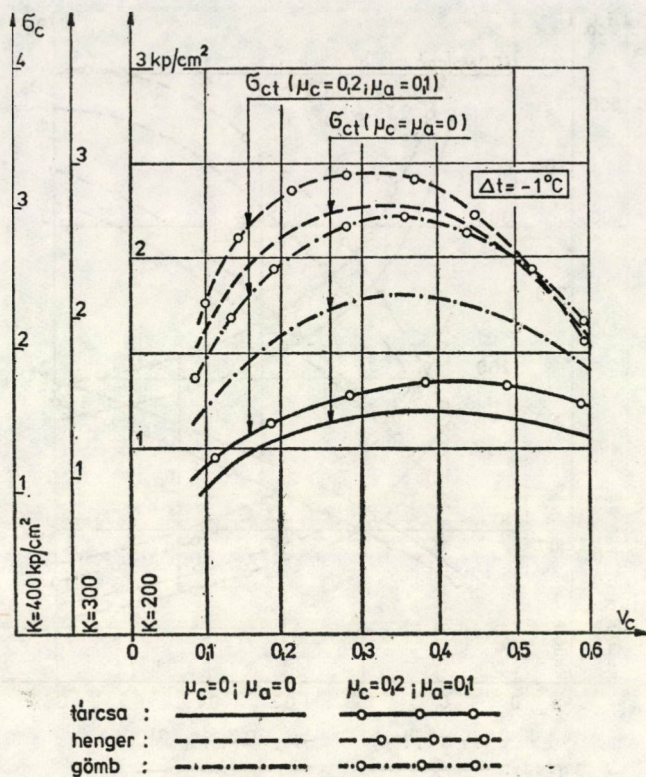
8. ábra

A háromféle modell alapján számított n_a és E_c értékeket a 8. ábrában, a $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ hőmérsékletváltozás (illetve $0,01\%$ alakváltozás különbség) okozta σ_c (a cementkőben fellépő) húzófeszültségeket a 9. ábrában tüntettük fel a $\mu_a = 0,1$; $\mu_c = 0,2$ és $\mu_a = \mu_c = 0$ esetre. Az ábrák diagramjainak szemlélete azt mutatja, hogy a lineáris modell-adta számított feszültségek a legkisebbek.

A zsugorodásból származó sajátfeszültségeket — a μ_a és μ_c értékét zérusnak véve — az (51) képletnek megfelelően véve fel és elhanyagolva az adalékanyag zsugorodását a (36)–(43) képletek segítségével az alábbi összefüggésekkel becsülhetjük meg:

$$\sigma_{zs,c} = \frac{1-c}{c} \varepsilon_{zs,t} E_{ct}, \quad (53)$$

$$\sigma_{zs,a} = -\frac{v_c}{v_a} \sigma_{zs,c},$$



9. ábra

ahol $\varepsilon_{z,sl}$ a (41), E_{ct} a (25) és a (44) képletek szerint számítható, tehát

$$E_{ct} = \frac{E_t}{v_i} = \frac{v_0}{1 + \varphi} E_{c0} = v E_{c0}, \quad (54)$$

és

$$E_{c0} = \frac{E_0}{v_i}, \quad (54a)$$

A kúszás okozta sajátfeszültségekre — a fenti elgondolások mellett a következő összefüggéseket kapjuk, figyelembe véve, hogy az adalékanyag saját kúszása elhanyagolható. A cementkőben σ_{c0} feszültségek $\sigma_{c\varphi}$ értékkel csökkennek, az adalékanyagban a σ_{a0} feszültségek $\sigma_{a\varphi}$ értékkel nőnek, miközben a nyomott rúd keresztmetszetében a $\sigma_{c\varphi}$ és a $\sigma_{a\varphi}$ feszültségek sajátfeszültségi rendszert alkotnak.

A cementkőben fellépő húzófeszültség

$$\sigma_{c\varphi} = \Delta \varepsilon_{kc} E_c = \frac{1 - c'}{c'} \frac{\varphi}{1 + \varphi} \sigma_{c0}, \quad (55)$$

$$\sigma_{a\varphi} = - \sigma_{b\varphi} \frac{v_c}{v_a}.$$

Ha ugyanis a $t = 0$ időpontra vonatkozó kezdeti alakváltozás ε_0 , akkor

$$\Delta \varepsilon_{kc} = \varepsilon_{kc} - \varepsilon_{kb} = \frac{1 - c'}{c'} \varepsilon_{kb} = \frac{1 - c'}{c'} \varphi \varepsilon_0,$$

és így

$$\varepsilon_{kb} = \varphi \varepsilon_0, \quad \sigma_{c0} = E_{c0} \varepsilon_0,$$

$$E_c = \frac{E_{c0}}{1 + \varphi}.$$

Itt φ értéke a (27) képlet szerint számítható, c' értéke pedig $v_c^{2/3}$ -ra vehető fel.

4. A beton repedésérzékenysége

Gyakorlati példák eredményeinek értékelése alapján azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a sajátfeszültségek és így a sajátfeszültségi állapottal összefüggő fajlagos alakváltozások és az ezekkel jellemezhető repedésérzékenység, valamint repedéskialakulás megállapítása szempontjából a vasbetét hatásától el lehet tekinteni. Így a következőkben — általában — a kérdés megvilágítására és az értékelhető összefüggések nyerésére, csupán a betonra vonatkozó paramétereket vesszük tekintetbe.

Tételezzük fel először azt, hogy a beton — bizonyos t időpontig — adott környezeti viszonyok mellett csak zsugorodott és ennek következtében a cementkőben $\sigma_{zs,c}$ feszültség lépett fel. A zsugorodás okozta fajlagos alakváltozás pedig — amely a $\sigma_{zs,c}$ feszültségnek felel meg — $\varepsilon_{zs,0}$.

A beton húzószilárdságának (H), illetve nyúlóképességének (ε_h , ε'_h) ismeretében az idő függvényében meghatározható az a hőmérsékletcsökkenés (ΔT_1), amely a beton húzószilárdságának (H), illetve nyúlóképességének (ε_h) eléréséhez szükséges lenne, ha a cementkőben $\sigma_{zs,c}$ feszültség lépett fel:

$$\Delta T_1 = \frac{\varepsilon_h - \varepsilon_{zs,0}}{(\alpha_b - \alpha_c)} = \frac{\varepsilon_h \left(1 - \frac{\sigma_{zs,c}}{H} \right)^{1/2}}{(\alpha_b - \alpha_c)}. \quad (56)$$

E képletben $\varepsilon_{zs,0}$ azt a betonnyúlást jelenti, amely $\sigma_{c,zs}$ feszültségnek felel meg, és amely vagy az

$$\varepsilon = \varepsilon_{zs,0} = \varepsilon_h \left[1 - \left(1 - \frac{\sigma_{zs,c}}{H} \right)^{1/2} \right] \quad (57)$$

vagy pedig az

$$\varepsilon_{zs,0} = \frac{\varepsilon_{zs,t}}{(1 + \varphi)v_i} \cdot \frac{1 - c}{c} \quad (58)$$

összefüggésből számítható, ugyanis egy tetszőleges t időpontban az (53) képlet alapján

$$\sigma_{zs,c} = \varepsilon_{zs,t} \frac{1 - c}{c} \frac{\nu_0 E_{c0}}{1 + \varphi} = \varepsilon_{zs,0} E_c. \quad (59)$$

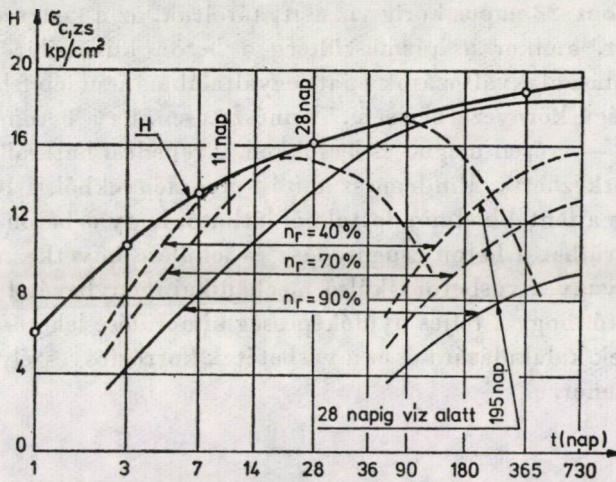
Ezután azt a hőmérsékletcsökkenést számítjuk ki, amely mellett — miközben a beton α_b hőkitérjedési együtthatóval jellemzett módon megrövidül s a betonban a sajátfeszültségi állapot nem változik — a beton teljes nyúlóképessége (ε'_h) kimerül, és így a beton repedési határállapotba jut anélkül, hogy külső mechanikai igénybevétel érné. Ez a hőmérsékletcsökkenés

$$\Delta T_2 = - \frac{\varepsilon'_h - \varepsilon_h}{\alpha_b} \sim \frac{0,145 - \varepsilon_h}{\alpha_b}. \quad (60)$$

Az (56)–(60) képletekben ε_h és ε'_h a (20)–(24) képletekkel, illetve az I. táblázat tájékoztató értékeivel megadott; ε'_h -re egységesen 0,145‰ tájékoztató értéket vehetünk fel az előrebecsülő számítások során a biztonság fokozása érdekében vasalatlan betonokra.

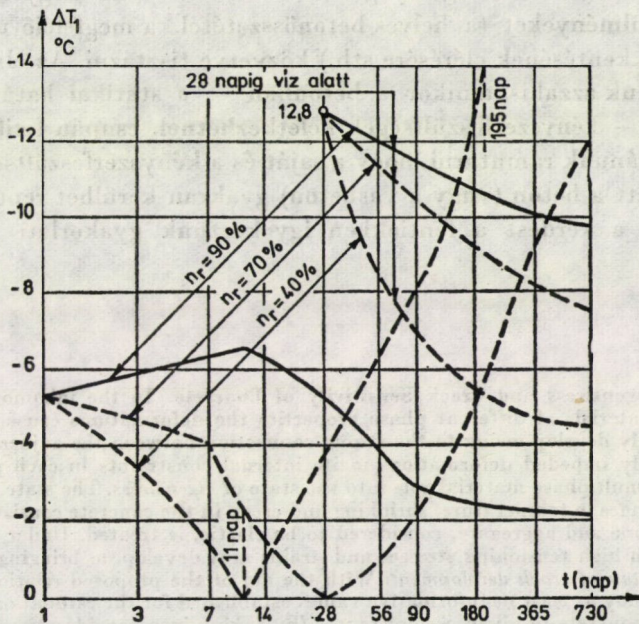
Tájékoztatásul egy $K_{28} = 245 \text{ kp/cm}^2$ minőségű betonra vonatkozó jellemző adatokat a 10. és 11. ábrákban tintettünk fel. A beton egyéb adatai: $v_c = 0,29$, $x = 0,60$, $\mu_c = 21 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$, $\alpha_a = 11 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$, $\alpha_b = 12,56 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$, $n_a = 2,21$, a kiszáradási vastagság $d = 10 \text{ cm}$, $\varepsilon_h = 0,108\text{‰}$, $\varepsilon'_h = 0,227\text{‰}$, $E_0 = 302 \text{ Mp/cm}^2$, $H = 16,3 \text{ kp/cm}^2$, $H_a = 32,6 \text{ kp/cm}^2$, $E_{c0} = 149 \text{ Mp/cm}^2$, $\varphi_n = 2,12$; $\varepsilon_{b,zs} = 0,235\text{‰}$.

A 10. ábrában felraktuk $\sigma_{zs,c}$ feszültségek változását — számításaink alapján — $n_r = 40, 70$ és 90% relatív nedvességtartalomra, az idő függvényében mind a kezdettől, mind a 28 napos kortól zsugorodó betonokra. A 11. ábrában ama ΔT_1 kritikus hőmérsékletcsökkenés értékeit tüntettük fel, amelyek mellett a betonban éppen a húzószilárdságnak megfelelő feszültség, ugyancsak 40, 70 és 90% relatív nedvességtartalom mellett, az idő függvényében a fenti kétféle zsugorodási esetre, 90% -os relatív nedvességtartalmú környezetben — ha a beton kezdettől fogva zsugorodik — a beton zsugorodási húzófeszültségek miatt nem kerül repedési határállapotba: a zsugorodási végfeszültség, ha t a végtelenhez közeledik, a beton húzószilárdságának mintegy $75 \div 80\%$ -a. Ellenben 70, ill 40% -os relatív nedvességű környezetben a beton-



10. ábra

ban mintegy 28, ill. 11 nap múlva már fellép a beton húzószilárdságának megfelelő húzófeszültség, tehát a beton korán jut kritikus állapotba, amikor már néhány $^{\circ}\text{C}$ mértékű lehűlés benne mikrorepedéseket okozhat. Ha a repedések nem lépnének fel, a saját feszültségek — a beton növekvő lassú alakváltozásai miatt — le tudnának épülni.



11. ábra

Ha a betont 28 napos korig víz alatt tároltuk, az a kedvezőtlen kezdeti repedési állapot, amikor a húzófeszültség a beton húzószilárdságát elérné, csupán zsugorodási alakváltozások miatt egyáltalában nem lép fel, még 40%-os relatív nedvességgű környezetben sem. Természetesen, ha a beton hőmérséklete — váltakozóan — erősen megnő és lecsökken, a repedési határállapot e kettős hatásra bekövetkezhetik. Mindeme számítási eredményekből, a 10. és 11. ábra szemléletéből és a fentebb elmondottakból látható, hogy a beton teljes nyúlóképessége kimerülhet a beton zsugorodása és lehülése következtében anélkül, hogy a betont vagy a vasbetont külső mechanikai igénybevétel érné. Így az is megállapítható, hogy a teljes nyúlóképesség kimerülése lehetőséget ad kellemtelen repedések kialakulására és ez a vasbetétek korróziósveszélyének feltétlenül egyik oka lehet.

5. Összefoglalás

A fentiekben azt a célt tartottuk szem előtt, hogy a javasolt összefüggések és közölt gondolatok segítségével legalább is tájékoztató olyan értékeket lehessen megállapítani adott körülmények és adott betonkeverékek esetében, amelyek a beton repedésérzékenységének megítélésére bizonyos irányértékeként szolgálhatnak. Talán a leglényegesebb a fentiekben az, hogy igyekeztünk a jellemző körülményeket (a helyes betonösszetétel, a megfelelő utókezelés a zsugorodás csökkentésének elérésére stb.) közvetve tisztázni. Az elmondottakban foglalkoztunk azzal is, amikor a betonban — a statikai határozatlanság következtében — kényszerfeszültségek keletkezhetnek csupán fizikai hatások miatt. Arra kívánunk rámutatni, hogy a saját és a kényszerfeszültségek együttes fellépése miatt a beton (vagy a vasbeton) gyakran kerülhet repedési határállapotba. Ezt a kérdést a fentiekben igyekeztünk gyakorlati példával is megvilágítani.

State of Eigenstress and Crack Sensitivity of Concrete. In the inhomogeneous and anisotropic solid materials of different phase properties the deformations caused by physical effects cannot freely develop owing to the strong connection between the adjacent phase surfaces. The mutually impeded deformations incite internal constraints in each phases of the material, and the multiphase material gets into the state of *eigenstress*. The state of eigenstress caused by the changes in temperature, shrinking and creep in the concrete consisting of elastoviscous cement-stone and aggregate, considered to be elastic, is treated. Under unfavourable circumstances such high tensioning stresses and strains may develop, as bringing the concrete into the *limiting state of crack development*. With the aid of the proposed relations and given conclusions there may at least be informative values established for the estimation of the crack sensitivity of the concrete in given circumstances (by taking into consideration the composition, treatment, and conditions of the storage and environment).

Der Eigenspannungszustand und die Reißempfindlichkeit des Betons. In den inhomogenen und anisotropen festen Körpern von verschiedenen Phaseneigenschaften können sich die durch physikalische Einwirkungen verursachten Verformungen, infolge der festen Gebundenheit der anschließenden Phasenflächen nicht frei entwickeln. Die wechselseitig gehinderten Verformungen erwecken in den einzelnen Stoffphasen innere Zwangskräfte und demzufolge gelangt der mehrphasige Stoff *in einen Eigenspannungszustand*. Es wird der durch Temperaturänderung, Schwindung und Kriechen hervorgerufene Eigenspannungszustand des aus Zementstein und als elastisch betrachteten Zuschlagsstoff zusammengesetzten Betons behandelt. Unter ungünstigen Umständen können im Zementstein und im Beton so hohe Zugspannungen und Dehnungen auftreten, daß der Beton den *Reißgrenzzustand erreichen kann*. Mit Hilfe der in der Abhandlung vorgeschlagenen Abhängigkeiten und Folgerungen kann man wenigstens Näherungswerte zur Beurteilung der Reißempfindlichkeit des Betons unter gegebenen Verhältnissen (unter Berücksichtigung der Zusammensetzung des Betons, sowie der Behandlungs-, Lagerungs- und Umgebungsverhältnisse) ermitteln.