

MEGJEGYZÉS

ÁDÁM ANDRÁS „KÉTPÓLUSÚ ELEKTROMOS HÁLÓZATOKRÓL, II.” CÍMŰ DOLGOZATÁHOZ¹⁾

POLLÁK GYÖRGY

ÁDÁM ANDRÁS a címben említett dolgozatában a kétpólusú gráfoknak hét típusát különbözteti meg a bennük szereplő élek típusai szerint. A hét osztály közül háromról kimutatja, hogy üres, három típusra példát ad, a hetedikre vonatkozólag a problémát nem dönti el. Az alábbi tétel lényegében azt mondja ki, hogy az említett hét osztály közül az I., II., III. és az V. üresek. A továbbiakban gráf alatt kétpólusú gráfot fogunk érteni. A kettős él, a pálya, valamint a soros és párhuzamos irreducibilitás fogalmát illetően lásd az [1] dolgozatot.

Tétel. *Legalább két élt tartalmazó, sorosan és párhuzamosan irreducibilis gráf minden élén megy át kettős élt tartalmazó pálya.*

Bizonyítás. A bizonyításban előforduló fogalmak, mint pl. a belső csillag, megkerülhető csillag, irreducibilis gráf, vezérlő (vagy külső) séma stb. definícióját az olvasó megtalálhatja TRACHTENBROT [3] dolgozatában. (E dolgozatban [3] terminológiáját követjük, „irreducibilis gráf” tehát nem sorosan és párhuzamosan irreducibilis gráfot jelent, mint [1]-ben és [2]-ben!) A [3] dolgozatnak a következő két tételére fogunk támaszkodni:

Irreducibilis gráf minden belső csillaga megkerülhető.

Sorosan és párhuzamosan irreducibilis gráf vezérlő sémája irreducibilis.

Hivatkozni fogunk még arra a ([3]-ban nem tételként bár, de kimondott) állításra, hogy egy megkerülhető csillag bármely két élén megy át közös pálya.

A tételt először irreducibilis gráfokra bizonyítjuk. Legyen e egy olyan irreducibilis gráf éle, amely teljesíti a tételben szereplő feltételeket. Akkor e -nek legalább egyik végpontja, pl. A , belső pontja a gráfnak, és A -ból legalább három él indul ki, pl. $e_1 = e$, e_2 , e_3 . Minthogy az A -hoz tartozó csillag megkerülhető, azért e_1 , e_2 és e_3 közül bármely kettőhöz van olyan pálya, amely ezt a két élt tartalmazza. Ebből következik, hogy a három él közül legalább az egyik kettős. Ha ugyanis e_i és e_j ($i, j = 1, 2, 3, i \neq j$) nem kettős élek, és az őket tartalmazó pálya pl. e_i , A , e_j sorrendben halad át rajtuk, akkor az e_i -t és e_k -t, illetve e_j -t és e_k -t tartalmazó pályáknak (ahol e_k a harmadik él) e_i , A , e_k , illetve e_k , A , e_j sorrendben kell haladniuk s így az e_k él kettős. Minthogy pedig, amint már említettük, van olyan pálya, amely tartalmazza e -t és e_k -t ($k = 1$ esetén ez triviális), azért irreducibilis gráfra igaz a tétel.

¹⁾ Lásd az előző dolgozatot.

Légyen most G sorosan és párhuzamosan irreducibilis, legalább két élből álló gráf a Γ irreducibilis vezérlő sémával. Ha most ε_k a Γ vezérlő séma valamely kettős éle és a_k a G gráf ε_k -nak megfelelő kétpólusú részgráfja, akkor világos, hogy a_k minden éle kettős él G -ben. Legyen továbbá e a G gráf valamely éle és tartalmazza e -t a Γ vezérlő séma ε élének megfelelő a kétpólusú részhálózat. Γ -ban van olyan pálya, amely tartalmazza ε -t és egy kettős élt, pl. ε_k -t. Ennek a pályának megfeleltethetjük G -nek egy olyan pályáját, amely tartalmazza e -t és a_k -nak bizonyos éleit. Ezzel tételünket bebizonyítottuk.

(Beérkezett: 1958. V. 5.)

IRODALOM

- [1] ÁDÁM A.: „Kétpólusú elektromos hálózatokról, I.“ *A Magyar Tudományos Akadémia Matematikai Kutató Intézetének Közleményei* **2** (1957) 211—218.
 [2] ÁDÁM A.: „Kétpólusú elektromos hálózatokról, II.“ *A Magyar Tudományos Akadémia Matematikai Kutató Intézetének Közleményei* **3** (1958) 67—79 (az előző dolgozat).
 [3] Б. А. ТРАХТЕНБРОТ: „Синтез неповторных схем“. *Доклады Академии Наук СССР* **103** (1955) 973—976.

ЗАМЕЧАНИЕ К РАБОТЕ

A. ÁDÁM „О ДВУХПОЛЮСНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ, II.”

ГҮ. POLLÁK

Резюме

В статье доказывается следующая теорема (при доказательстве используются результаты из работы [3] ТРАХТЕНБРОТА):

Через всякое ребро параллельно и последовательно неприводимого двухполюсного графа, состоящего по меньшей мере из двух ребер, проходит цепь, содержащая двойное ребро.

BEMERKUNG

ZUR ARBEIT „ÜBER ZWEIPOLIGE ELEKTRISCHE NETZE, II.”

VON A. ÁDÁM

von

GҮ. POLLÁK

Auszug

Mit der Anwendung der Ergebnissen der Arbeit [3] von TRACHTENBROT wird der folgende Satz bewiesen:

Jede Kante eines zweipoligen Graphen, die mindestens zwei Kanten enthält und durch die Reihen- und Parallelschaltung irreduzibel ist, wird von einer Bahn durchlaufen, die mindestens eine doppelte Kante enthält.