A MODERN OPERÁTORSZÁMÍTÁS ALKALMAZÁSA EGYSZERŰ ÁTVIVŐRENDSZEREK VÁLASZ-ANALÍZISÉBEN

FÉNYES TAMÁS

Bevezetés

A lineáris átvivőrendszerek válasz-analízisének alapfeladata a rendszerre érkező bemenő jel és a szóban forgó rendszer ismeretében a rendszerből kimenő jel meghatározása. Az irodalomban DOETSCH, WAGNER és CARSON munkái alapján ezen általános feladat sok esetben a Laplace-transzformáció alkalmazásával megoldható. A bemenő, illetve kimenő jel, vagy ha úgy tetszik a gerjesztés és a válasz között a következő összefüggés ismeretes:

$$v(s) = T(s)\,g(s)\,. \tag{1}$$

Itt $g(s)$, $v(s)$ a gerjesztés, illetve a válasz Laplace-transzformáltjai, $T(s)$ pedig a rendszer átviteli tényezője.

A műszaki gyakorlatban azonban fontos szerepet játszanak azon jelek is, melyek nem írhatók le a klasszikus analízis függvényeivel (impulzusok, doubletek). Impulzusokkal gerjesztett rendszer a Laplace-transzformáció segítségével egzakt módon nem tárgyalható; a tárgyalásmód ekkor formális, a kapott eredmények helyessége nem látható be. Ilyen típusú problémák egzakt megoldásához be kell vezetni a Mikusiński-féle operátorszámítást. MIKUSIŃSKI könyvében ([1]) néhány speciális példát találhatunk impulzusgerjesztésű rendszerek vizsgálatára.

Előfordulhat azonban az is, hogy a gerjesztő jel ugyan klasszikus függvény, a kimenő válasz azonban nem. A Laplace-transzformáció alkalmazására vonatkozóan ekkor az előzőekhez hasonlók állnak fenn. Ezt is figyelembe véve rámutathatunk arra, hogy a modern operátorszámítás nemcsak speciális gerjesztések esetén alkalmazandó módszer, hanem az átvivőrendszerek egységes elméletének megalapozásában alapvető és nélkülözhetetlen, ahol a klasszikus analízis módszerei már elégtelennek bizonyulnak.

A Mikusiński-féle operátorszámítás bevezetése után az (1) összefüggés a vizsgált rendszert már teljesen általánosan jellemzi, ahol $v(s)$, $g(s)$ nem feltétlenül klasszikus függvény. $T(s)$-t célszerű a vizsgált rendszer átviteli-operátorának nevezni. Ekkor természetesen s már nem komplex változó, hanem a differenciáloperátor. Nem tárgyaljuk a tetszőleges átviteli-operátorral bíró rendszerek általános válasz-analízisét, hanem csak az elektrotechnikai gyakorlatban nagy fontosságú R, L, C elemekből felépített elektromos kétpólusok vizsgálatára szorítkozunk. Ezen elektromos kétpólusok válasz-analízisének szisztematikus operátoros tárgyalását elvégezzük és ezen belül meghatározzuk az ún. válaszkritériumokat, melyek segítségével adott bemenő jelhez tartozó kimenő jel operátorstruktúrája azonnal eldönthető.

A kapott eredmények természetesen minden további nélkül átvihetők bármilyen tetszőleges lineáris fizikai átvivőrendszerre, melynek átviteli operátora megegyezik a vizsgált elektromos kétpólus admittanciaoperátorával, továbbá a módszer általánosítható tetszőleges reacionális törtfüggvénnyel, mint átviteli operátorral bíró átvivőrendszerekre is (feszültségátvitel, lineáris elektroncsöves erősítőkapcsolások, stb.).

Végül megjegyezzük, hogy a kapott eredmények a disztribuciók elméletében is értelmezhetőek, mert a gerjesztések, illetve válaszok mindig véges disztribuciók, melyeknek tartója a $\langle 0, \infty \rangle$ intervallum.

1. §. Az egység-doublet operátor definíciója és függvényekkel való approximációja

A modern áramkör-analízisben, mint látni fogjuk, az egység-impulzus-operátoron kívül alapvető jelentősége van az egység-doublet operátornak. Ezért mielőtt rátérünk a válasz-analízis feladatának meghatározására és a válasz-analízis ismertetésére, feltétlenül foglalkoznunk kell az egység-doublet operátor fogalmával.

Tekintsük a következő folytonos függvényekből álló függvénysorozatot:

$$\{g_n(t)\} = \begin{cases} 0, & \text{ha } 0 \leqq t \leqq \lambda, \\ f_1(t) > 0, & \text{ha } \lambda < t < \lambda + \dfrac{1}{n}, \\ 0, & \text{ha } t = \lambda + \dfrac{1}{n}, \\ f_2(t) < 0, & \text{ha } \lambda + \dfrac{1}{n} < t < \lambda + \dfrac{2}{n}, \\ 0, & \text{ha } \lambda + \dfrac{2}{n} \leqq t < \infty, \end{cases} \qquad n = 1, 2 \ldots$$

továbbá legyen

$$\int_{\lambda}^{\lambda + \frac{2}{n}} g_n(t)\, dt = 0 \tag{2}$$

és

$$\int_{\lambda}^{\lambda + \frac{2}{n}} G_n(t)\, dt = A_0, \tag{3}$$

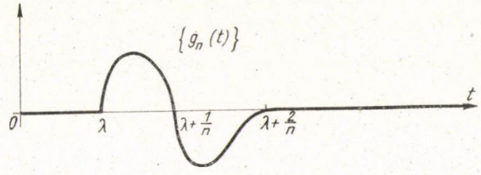
ahol

$$G_n(t) = \int_{\lambda}^{t} g_n(\tau)\, d\tau. \tag{4}$$

Az alábbi ábrán látható a $\{g_n\}$ függvénysorozat egyik eleme. (l. 463. old.)

Nagy n esetében $g_n(t)$ a λ környezetében először erősen növekedik, majd csökken, és utána növekedve hamar nullává válik.

Ha $n \to \infty$ akkor a klasszikus analízisben nem beszélhetünk a $\{g_n(t)\}$ sorozat konvergenciájáról. Az operátorszámítás értelmében azonban a sorozat



1. ábra.

konvergens, mert előállítható mint egy operátornak és egy a $0 \leq t < \infty$-ben fekvő tetszőleges zárt (a, b) intervallumon folytonos és egyenletesen konvergens $\{c_n(t)\}$ függvénysorozat szorzata.

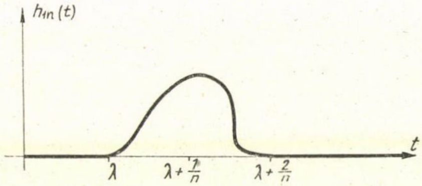
Ugyanis

$$\{g_n(t)\} = s^3 l^3 \{g_n(t)\} = s^3 \{c_n(t)\}. \tag{5}$$

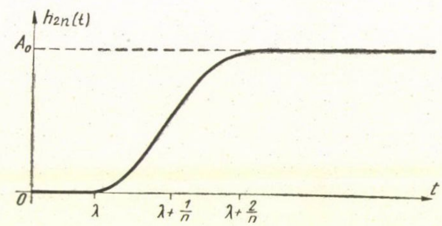
Az

$$l\{g_n(t)\} = \{\int_0^t g_n(\tau)\, d\tau\} = \{h_{1n}(t)\}$$

függvény a 2. ábra szerint változik:



2. ábra.



3. ábra.

Az

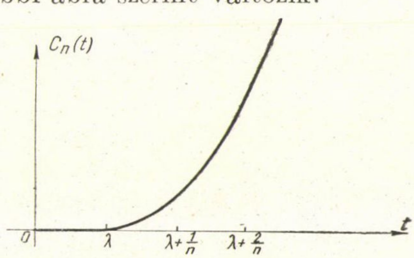
$$l^2\{g_n(t)\} = l\{h_{1n}(t)\} = \{h_{2n}(t)$$

függvény menetét lásd a 3. ábrán.

A

$$\{c_n(t)\} = l^3\{g_n(t)\} = l^2\{h_{1n}(t)\} = l\{h_{2n}(t)\}$$

függvény pedig az alábbi ábra szerint változik:



4. ábra.

Rögtön látható, hogy a $\{c_n(t)\}$ sorozat már egyenletesen konvergens minden véges intervallumon és

$$\lim_{n\to\infty} c_n(t) = c(t) = \begin{cases} 0, & \text{ha } 0 \leqq t \leqq \lambda, \\ A_0(t-\lambda), & \text{ha } t > \lambda, \end{cases}$$

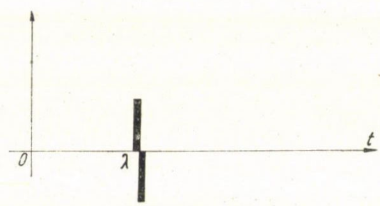
Tehát

(6) $$\{c(t)\} = A_0 h^\lambda \frac{1}{s^2}, \text{ ahol } h \text{ az eltolási operátor.}$$

Következésképp tehát az eredeti $\{g_n(t)\}$ függvénysorozat általánosított értelemben konvergens és határértéke a következő operátor:

(7) $$s^3 A_0 \frac{1}{s^2} h^\lambda = A_0 s h^\lambda = A_0 \{D(t-\lambda)\}.$$

A jobboldalon álló operátort a λ időpontban fellépő A_0 nagyságú doublet-nek nevezzük. $A_0 = 1$ esetben egység-doublet-ről beszélünk. Az elnevezés oka kézenfekvő. Matematikailag teljesen pongyolán mondhatjuk, hogy $D(t - \lambda)$ „függvény". Ilyenkor a következő jelképes ábrázolás adható meg:



5. ábra.

A doublet-operátornak könnyen adhatunk fizikai interpretációt is. Ha egy kondenzátort például a $t = 0$ időpontban egy impulzussal gerjesztünk, akkor az áram az 5. ábra szerint változik. A kondenzátor feltöltődik és rögtön ki is sül.

Az általánosított Ohm-törvényt a kondenzátorra felírva kapjuk, hogy

$$I(s) \frac{1}{Cs} = 1,$$

ahonnan az áram operátorára tehát azt kapjuk, hogy

(8) $$I(s) = Cs.$$

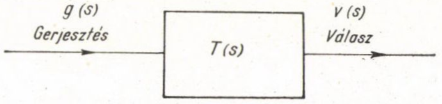
Ez pedig a $t = 0$-ban fellépő A_0 nagyságú doublet operátora.

2. §. Válasz-analízis

Kétpólusú áramkörök válasz-analízisének alapfeladatát a következőkben határozzuk meg.

Tekintsünk egy R, L, C elemekből felépített elektromos kétpólust. Meghatározandó az áram, ha adott a kétpólus kapcsaira kapcsolt feszültség és a kétpólus admittanciájának operátora. A következőkben feszültség helyett gerjesztésről, áram helyett válaszról, admittancia helyett átvitel-operátorról és kétpólus helyett átvivő-rendszerről beszélünk.

Az átvivő-rendszer sémája az alábbi ábrán látható.



6. *ábra*.

Az általánosabb terminológiát azért használjuk, mert tetszőleges olyan lineáris átvivő-rendszer válasz-analízisének feladata, melynek átvitel-operátora admittancia operátor típusú, megegyezik a kétpólusú áramkörök válasz-analízisének problémájával.

Tehát a feladat általános megfogalmazásban a következő. Adva a gerjesztés operátora és a rendszer átvitel-operátora. Meghatározandó a válasz operátora.

Ezen belül foglalkozunk azzal a fontos kérdéssel, milyen kritérium dönti el, hogy a válasz függvény-e vagy általános operátor.

Irjuk fel a 6. ábrán látható átvivő-rendszer egyenletét:

$$v(s) = T(s)\, g(s)\,. \tag{9}$$

Szóban forgó rendszerünk átvitel-operátora a következő alakú:

$$T(s) = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \ldots\ldots a_m s^m}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \ldots\quad b_n s^n}\,.$$

Feltesszük, hogy $T(s)$ nem egyszerűsíthető. Mint az áramkörelméletből ismeretes

$$|m - n| = 0, \text{ vagy } 1. \tag{10}$$

Legyen először $n > 0$. Három esetet különböztetünk meg.

I.

$$n = m + 1\,. \tag{11}$$

Ebben az esetben parciális törtekre bontással kapjuk, hogy

$$T(s) = \sum_{k=1}^{n} A_k \frac{1}{(s - \alpha_k)^{\vartheta_k}}\,. \tag{12}$$

α_k komplex is lehet.

Tehát a válasz

$$v(s) = \sum_{k=1}^{n} A_k \frac{g(s)}{(s - \alpha_k)^{\vartheta_k}}\,. \tag{13}$$

Ha a gerjesztés függvény, tehát $g(s) = \{U(t)\}$, akkor tekintve, hogy

$$\frac{1}{(s-\alpha_k)^{\vartheta_k}} = \left\{ \frac{t^{\vartheta_k - 1}}{(\vartheta_k - 1)!} e^{\alpha_k t} \right\}, \tag{14}$$

a válasz is természetesen függvény és (13), illetve (14) alapján

$$v(s) = \left\{ \sum_{k=1}^{n} A_k \int_0^t U(t-\tau) \frac{\tau^{\vartheta_k - 1}}{(\vartheta_k - 1)!} e^{\alpha_k \tau} d\tau \right\}. \tag{15}$$

A konvolúció tulajdonságaiból következik (lásd [2]), hogy amennyiben a gerjesztésre fennáll, hogy $U(t) \in C^n$, akkor $v(s) \in C^{n+1}$. Itt C^n a $0 \leq t < \infty$-ben n-szer folytonosan differenciálható függvények osztályát jelenti, $n = 0$ esetben a folytonos függvények osztályáról, $n = -1$ esetben pedig az ún. K osztályba tartozó függvényekről beszélünk $C^{-1} = K$ (lásd [1]).

Ha a gerjesztés impulzusokból áll, $g(s) = \sum_\mu B_\mu h^{t_\mu}$ akkor

$$v(s) = g(s) \left\{ \sum_{k=1}^{n} A_k \frac{t^{\vartheta_k - 1}}{(\vartheta_k - 1)!} e^{\alpha_k t} \right\}. \tag{16}$$

Mivel a $g(s)$ operátor csak az eltolási operátort tartalmazza, tehát (16) is függvény. Továbbá mivel (16)-ban a zárójelben levő függvény a nulla időpontban nem lehet nulla, tehát $v(s) \in K$. Ha $g(s) = B_0$, vagyis az impulzus a 0 időpontban lép fel, akkor $v(s) \in C^\infty$.

Kimondhatjuk tehát a következőt. Ha $n = m + 1$, akkor a válasz függvény.

II. $$n = m .$$

Ekkor

$$T(s) = A + \sum_{k=1}^{n} A_k \frac{1}{(s-\alpha_k)^{\vartheta_k}} \tag{17}$$

alakban írható fel az átvitel-operátor. Tehát a válasz ebben az esetben

$$v(s) = Ag(s) + \sum_{k=1}^{n} A_k \frac{g(s)}{(s-\alpha_k)^{\vartheta_k}}. \tag{18}$$

Ha a gerjesztés függvény, $g(s) = \{U(t)\}$, akkor (14)-gyel kapjuk, hogy

$$v(s) = \left\{ AU(t) + \sum_{k=1}^{n} A_k \int_0^t U(t-\tau) \frac{\tau^{\vartheta_k - 1}}{(\vartheta_k - 1)!} e^{\alpha_k \tau} d\tau \right\}. \tag{19}$$

A válasz szintén függvény, és ha $U(t) \in C^n$, akkor $v(s) \in C^n$.

Ha a gerjesztés impulzus vagy impulzussorozat,

$$g(s) = \sum_\mu B_\mu h^{t_\mu}$$

akkor a válasz (18) figyelembevételével

$$v(s) = A \sum_{\mu} B_{\mu}\, h^{t_{\mu}} + \sum_{\mu} B_{\mu}\, h^{t_{\mu}} \left\{ \sum_{k=1}^{n} A_k \frac{t^{\vartheta_k - 1}}{(\vartheta_k - 1)!} e^{\alpha_k t} \right\}. \tag{20}$$

Ezen összeg első tagja már nem függvény. Látható, hogy a válasz-operátor függvényt és egy a gerjesztéssel arányos impulzus, vagy impulzussorozat operátorát tartalmazza.

Kimondhatjuk, hogy ha $n = m$, akkor a válasz függvény, ha a gerjesztés is függvény, általános operátor, ha a gerjesztés is az.

III. $n = m - 1$.

Ekkor parciális törtekrebontással az átvitel-operátort általában a következő formában írhatjuk fel:

$$T(s) = A + Bs + \sum_{k=1}^{n} A_k \frac{1}{(s - \alpha_k)^{\vartheta_k}}. \tag{21}$$

Legyen a gerjesztés először függvény, akkor a válasz az előzőek mintájára

$$v(s) = Bs\, U(t) + \left\{ AU(t) + \sum_{k=1}^{n} A_k \int_0^t U(t - \tau) \frac{\tau^{\vartheta_k - 1}}{(\vartheta_k - 1)!} e^{\alpha_k \tau} d\tau \right\}. \tag{22}$$

Itt meg kell különböztetnünk két esetet a következő értelemben.

1. Legyen $U(t) \in C^n$, $n > 0$, vagy legyen $U(t)$ a $0 \leq t < \infty$ intervallumban, — minden véges zárt részintervallumon véges számú pont kivételével — mindenütt differenciálható C osztálybeli függvény, melynek $U'(t)$ deriváltja a K osztályhoz tartozik. Ekkor tekintve, hogy

$$sU(t) = \{U'(t)\} + U(0), \tag{23}$$

(22) a következőképp írható

$$v(s) = \left\{ BU'(t) + AU(t) + \sum_{k=1}^{n} A_k \int_0^t U(t - \tau) \frac{\tau^{\vartheta_k - 1}}{(\vartheta_k - 1)!} e^{\alpha_k \tau} d\tau \right\} + BU(0). \tag{24}$$

(24)-ből látható, hogy ha a gerjesztés a 0 időpontban nem zérus, akkor a válasz impulzust is tartalmazó operátort állít elő.

Ha a gerjesztés a 0 időpontban zérus, akkor (24) alapján a válasz függvény és

a) ha $U(t) \in C^n$, akkor $v(s) \in C^{n-1}$, $n > 0$,

b) ha $U(t) \in C$ és $U'(t) \in K$, akkor $v(s) \in K$.

2. Legyen $U(t)$ szakaszonként folytonos, mely a t_ν pontokban $\beta_\nu = U(t_\nu + 0) - U(t_\nu - 0)$ $(\nu = 1, 2 \ldots)$ ugrásokkal bír, és deriváltja $U'(t)$ a K osztályhoz tartozik. Ekkor, tekintve hogy

$$s\, U(t) = \{U'(t)\} + U(0) + \sum_{\nu} \beta_\nu h^{t_\nu}, \tag{25}$$

(22) a következő lesz

$$v(s) = \Bigg\{ AU(t) + BU'(t) +$$

(26)

$$+ \sum_{k=1}^{n} A_k \int_0^t U(t-\tau) \frac{\tau^{\vartheta_k - 1}}{(\vartheta_k - 1)!} e^{a_k \tau} d\tau \Bigg\} + BU(0) + B \sum_{\nu} \beta_\nu h^{t_\nu} .$$

A válasz tehát egy operátor, mely egy függvényt és egy véges, vagy végtelen impulzussorozatot tartalmaz.

Legyen a gerjesztés impulzus, vagy impulzussorozat, melynek operátora

$$g(s) = \sum_{\mu} B_\mu h^{t_\mu} .$$

Ekkor a válasz a következő alakot veszi fel:

$$v(s) = Ag(s) + Bsg(s) + g(s) \left\{ \sum_{k=1}^{n} A_k \frac{t^{k-1}}{(\vartheta_k - 1)!} e^{a_k t} \right\} . \tag{27}$$

A válaszoperátor tehát nemcsak függvényt, hanem impulzust és doublet-et is tartalmaz, impulzusokat csak akkor, ha $A \neq 0$. Vizsgálatainkból látható, hogy a válasz-analízis egyszerű kritériumokat szolgáltat a válasz struktúrájának eldöntésére. Az operátorszámítás az áramkörelméletben, illetve az átvivő rendszerek elméletében tehát nemcsak speciális feladatok megoldásában fontos módszer, hanem egyben az elmélet egzakt matematikai megalapozása szemszögéből nélkülözhetetlen, mert a klasszikus analízis módszerei itt már elégtelennek bizonyulnak.

Most röviden összefoglaljuk a válasz-kritériumokat.

I. $$n = m + 1 .$$

A válasz függvény.

II. $$n = m .$$

1. Ha a gerjesztés függvény, a válasz is függvény.

2. Ha a gerjesztés impulzus(sorozat), a válasz függvény + impulzus(sorozat).

III. $$n = m - 1 .$$

1. Ha a gerjesztés folytonos függvény, melynek deriváltja legalább a K osztályba tartozik, akkor

a) ha a gerjesztés a nulla időpontban nulla, a válasz függvény,

b) ha a gerjesztés a nulla időpontban nem nulla, a válasz függvény, + 0 időpontban fellépő impulzus.

2. Ha a gerjesztés szakaszonként folytonos függvény, melynek deriváltja a K osztályba tartozik, akkor a válasz függvény + impulzus(sorozat).

3. Ha a gerjesztés impulzus(sorozat), akkor a válasz függvény + impulzus(sorozat) + doublet(sorozat).

Ha $A = 0$, akkor a válasz impulzusokat nem tartalmaz.

3. §. Speciális átvitel-operátorral bíró átvivőrendszerek

Az előzőekben meghatároztuk a válasz-analízis általános kritériumait. Most a következő speciális eseteket vizsgáljuk.

a) $$n = m = 0 .$$

Ekkor az átvitel-operátor egy közönséges szám, mely például fizikailag egy egyszerű R ohmos ellenállással realizálható. Ebben az esetben természetesen az impulzus-gerjesztés hatására fellépő válasz függvényt egyáltalán nem tartalmazó operátor.

b) $$m = 1,\ n = 0 .$$

Az átvitel-operátor most a következő egyszerű alakot veszi fel:

$$T(s) = A + Bs . \tag{28}$$

Ilyen átvitel-operátorral bír például a párhuzamosan kapcsolt ellenállásból, illetve kapacitásból álló áramkör.

Ha az átvivőrendszer operátora (28) alakú, akkor előző vizsgálataink alapján az impulzusgerjesztés hatására fellépő válasz operátora függvényt egyáltalán nem is tartalmaz. Továbbá, ha

$$A = 0 ,$$

akkor a válasz még impulzusokat sem tartalmazhat és kizárólag doubletekből állhat (tiszta kapacitás esete).

(Beérkezett: 1960. szeptember 19.)

IRODALOM

[1] Mikusiński, J.: *Operatorenrechnung.* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1957.

[2] Mikusiński, J., Ryll-Nardzewski, C.: „Sur le produit de composition." *Studia Mathematica* **12** (1951) 52—57.

DIE ANWENDUNG DER MODERNEN OPERATORENRECHNUNG BEI DER ANTWORT-ANALYSIS EINFACHER ÜBERTRAGUNGSSYSTEME

von

T. FÉNYES

Zusammenfassung

Das Grundproblem der Antwortanalysis linearer Übertragungssysteme besteht aus der Bestimmung des Ausgangssignals in Kenntnis des betreffenden Systems und des Eingangssignals. Diese allgemeine Aufgabe kann auf Grund der Arbeiten von G. Doetsch; K. W. Wagner und Carson in vielen Fällen durch Anwendung der Laplaceschen Transformation gelöst werden. Zwischen dem Eingangs- und dem Ausgangssignal, d. h. zwischen der Erregung und der Antwort, ist der folgende Zusammenhang bekannt:

$$v(s) = T(s)\ g(s). \tag{1}$$

Dabei bezeichnen $g(s)$ bzw. $v(s)$ die Laplace-Transformierten der Erregung bzw. der Antwort und $T(s)$ den Übertrangungsfaktor des Systems.

In den technischen Praxis spielen jedoch auch solche Signale wichtige Rolle, die nicht durch Funktionen der klassischen Analyse beschrieben werden können (Impulse, Doubleten). Ein durch Impulse erregtes System kann mit Hilfe der Laplaceschen Transformation nicht exakt behandelt werden, diese Methode ist in diesem Falle formal, die Richtigkeit der erhaltenen Ergebnisse kann nicht eingesehen werden. Zur exakten Lösung der Probleme solchen Typs muss die Mikusinskische Operatorenrechnug einbezogen werden. Im Buche von MIKUSINSKI findet man einige Beispiele über die Untersuchung von Systemen mit Impulserregungen.

Es kann auch vorkommen, dass zwar die Erregung einer klassischen Funktion entspricht, die ausgehende Antwort jedoch nicht. Bezüglich der Anwendung der Laplaceschen Transformation gilt in diesem Falle ähnliches wie vorhin. In Betrachtung dieses Umstandes können wir darauf hinweisen, dass die moderne Operatorenrechnung nicht nur eine bei speziellen Erregungen anwendbare Methode gibt, sondern bei der Begründung der einheitlichen Theorie der Übertragungssysteme, wo die Methoden der klassischen Analysis sich als ungenügend erweisen, eine grundlegende und unentbehrliche Rolle einnimmt.

Nach Einführung der Mikusinskischen Operatorenrechnung charakterisiert der Zusammenhang (1) bereits ganz allgemein das untersuche System, wobei $g(s)$ und $v(s)$ nicht unbedingt klassische Funktionen bedeuten. $T(s)$ nennen wir den Übertragungsoperator des betrachteten Systems; in diesem Falle bedeutet s selbst verständlich nunmehr keine komplexe Veränderliche, sondern den Differentlationsoperator. Wir beschäftigen uns nicht mit der allgemeinen Antwortanalysis von Systemen mit beliebigen Übertragungsoperatoren, sondern beschränken uns lediglich auf die Untersuchung der aus R, L, C-Elementen aufgebauten elektrischen Zweipole, die in der Praxis der Elektrotechnik von grosser Bedeutung sind. Es wird die systematische Behandlung der Antwortanalysis dieser elektrischen Zweipole auf Grund der Operatorenrechnung durchgeführt, und im Rahmen dieses Problems die sogenannten Antwortkriterien bestimmt, mit deren Hilfe die Operatorenstruktur des Ausgangssignals eines gegebenen Eingangssignals sofort entschieden werden kann.

ПРИЛОЖЕНИЯ СОВРЕМЕННОГО ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ К ОТВЕТНОМУ АНАЛИЗУ ПРОСТЫХ ПЕРЕНОСНЫХ СИСТЕМ

T. FÉNYES

Резюме

Основная задача ответного анализа линейных переносных систем — определение исходящего из системы сигнала, зная поступающий в систему сигнал и саму систему. На основании работ DOETSCH-а, WAGNER-а и CARSON-а эта общая задача часто может быть решена с помощью преобразования Лапласа. Между входящим и исходящим сигналом, т. е. между возбуждением и ответом имеет место соотношение

(1) $$v(s) = T(s)g(s).$$

Здесь $g(s)$ и $v(s)$ суть преобразования Лапласа возбуждения и ответа, а $T(s)$ переносный фактор системы.

Однако, в инженерной практике играют важную роль и сигналы, которые не могут быть описаны функциями классического анализа (импульсы, дублеты). Система возбужденная импульсами, не может быть эгзактно рассмотрена с помощью преобразования Лапласа; рассмотрение в этом случае формально, в правильности полученных результатов нельзя убедиться. Чтобы экзактно решить проблемы такого типа, следует ввести операционное исчисление от Mikusiński. В книге от Mikusiński можно найти несколько специальных примеров исследования систем, возбужденных импульсами.

Может, однако, случиться, что входящий импульс является классической функцией, а исходящий нет. Относительно применения преобразования Лапласа положение аналогично вышеприведенному. Принимая во внимание и это можно указать, что современное операционное исчисление не является методом, который следует применять лишь в случае специальных возбуждений, но фундаментален и необходим для обоснования единой теории переносных систем, где методы классического анализа уже не достаточны.

После введения операционного исчисленя от Mikusiński соотношение (1) описывает исследуемую систему уже в совершенно общем виде, где $g(s)$ и $v(s)$ не обязательно классические функции. Целесообразно называть $T(s)$ оператором переноса исследуемой системы. Тогда, естественно, s уже не комплексная переменная, а дифференциальный оператор. Автор не рассматривает общий ответный анализ систем с произвольным оператором переноса, а ограничивается исследованием электрических диполей, построенных из элементов R, L и C, которые имеют большое значение в электротехнической практике. Производится систематическое операционное рассмотрение ответного анализа этих электрических диполей, причем определяются так называемые критерии ответа, с помощью которых сразу же может быть определена операторная структура исходящего сигнала, относящегося к данного входящему сигналу.