

A FOGASKERÉK-BOLYGÓMŰVEK ALAPTÍPUSAINAK MŰKÖDÉSI HATÁRAI ELEMI ÉS KOMPENZÁLT FOGAZAT ESETÉBEN

TERPLÁN ZÉNÓ*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1974. március 15-én]

A bonyolult, összetett fogaskerék-bolygóművek mindig felbonthatók *hat* alaptípus kombinációjára. Ugyanakkor egy-egy alaptípus önmagában is felhasználható hajtóműként. Érdekes tehát az alaptípusokkal foglalkozni. Az alaptípusok azonos alakú függvényt adnak a kinematikai áttételek és a fogszámviszony között. E függvény nomogramszerű ábrázolásakor azonban ismerni kell a gyakorlatban megvalósítható működési határokat, amelyeket az egytengelyűségi, szerelhetőségi, szomszédsági feltételek, hatásfok, a *Popping*-szám határa jelölhet ki. További probléma a kettős bolygókerékes alaptípusok esetében az általános fogszámviszony felbontása rész-fogszámviszonyokra, amelyeket a *Magidovics*-féle optimum jelöl ki. A tanulmány e kérdéseket foglalja össze, egységes és újszerű tárgyalásmóddal az elemi és kompenzált fogazatokra.

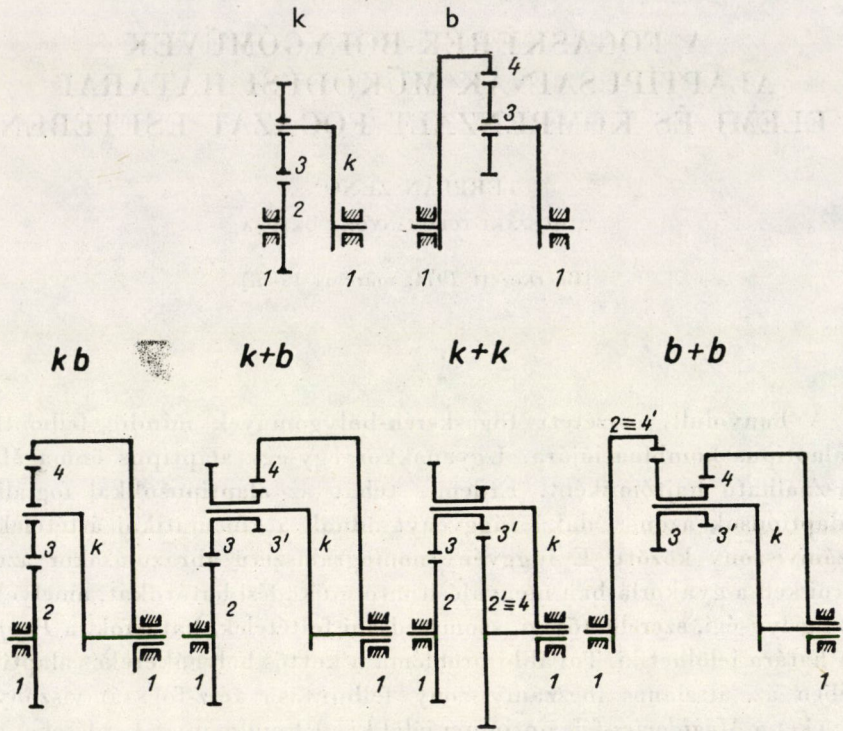
Bármilyen bonyolultnak tűnik is a fogaskerék-bolygómű szerkezetileg, mindig felbontható *hat alaptípusra* (1. ábra). A fogaskerék-bolygóművekkel foglalkozó könyvek [1–8], vagy a mechanizmusok elméletével foglalkozó művek [9–11], az alaptípusok *kinematikai áttételeire* adnak meg elméleti és gyakorlati határokat.

E tanulmány részletesebben összefoglalja a szerzőnek azokat az idegen nyelven rövidebben megjelent kutatási eredményeit [12–16], amelyek rámutatnak az alaptípusok *működési határainak* elemzésére és számszerű eredményeire.

A következőkben az alaptípusokra a k , b , kb , $k + b$, $k + k$ és $b + b$ jeleket használjuk az elnevezések helyett (1. ábra). A k betű a külső-külső, a b betű a belső-külső fogkapcsolódásra utal, a kb összeírt formája pedig azt jelenti, hogy a bolygókerék egyidőben kapcsolódik a nap- és gyűrűkerékkel, míg a $k + b$, $k + k$ és $b + b$ plusz előjele a *kettős bolygókerékre* hívja fel a figyelmet.

Igaz ugyan, hogy a k ill. b jelű, *elemi bolygóművek* hajtóműként csak kiegészítő gépelemmel (pl. *Oldham*-kapcsolóval, vagy kettős *Kardán*-csuklóval

* Prof. Dr. Terplán Zénó, 3529 Miskolc, Szabadságharc u. 12



1. ábra

alkalmazhatók, az alaptípusok működési határait illetően viszont a rájuk vonatkozó törvények jól használhatók a többi alaptípusra: a *kb* egyszerű bolygóműre, ill. a *k + b*, *k + k* és *b + b* kettős bolygókerekes típusokra.

Az alaptípusokban a hajtóműházat 1, a fogaskerekeket 2-től 4-es jellel, míg *k* betűvel a bolygókerekeket tartó *kart* jelöljük. A 2 általában a nap-, a 3 a bolygó-, míg a 4 általában a gyűrűkerék jele. További egységes jelölések: *i* a kinematikai áttétel, *u* a fogszámviszony és *N* a párhuzamosan kapcsolt bolygókerék-szám jele.

A működési határokat illetően elemi ill. kompenzált fogazatú fogaskerekeket feltételezve, jelentős szerepet játszanak az *egytengelyűségi*, *szerelhetőségi* és *szomszédsági feltételek*.

Az *egytengelyűségi feltétel* azt jelenti, hogy a bolygóművön belül kapcsolódó fogaskerékpárok tengelytávolságainak egymással, továbbá a karhosszal meg kell egyezniök, azaz

$$\mathbf{k:} \quad \frac{1}{2}(z_2 + z_3)m = r_{02} + r_{03} = r_k,$$

$$\mathbf{b:} \quad \frac{1}{2}(z_4 - z_3)m = r_{04} - r_{03} = r_k,$$

kb: $\frac{1}{2}(z_2 + z_3)m = \frac{1}{2}(z_4 - z_3)m = r_k$, azaz $z_4 - z_2 = 2z_3$, (1)

k + b: $\frac{1}{2}(z_2 + z_3)m = \frac{1}{2}(z_4 - z_3)m = r_k$;

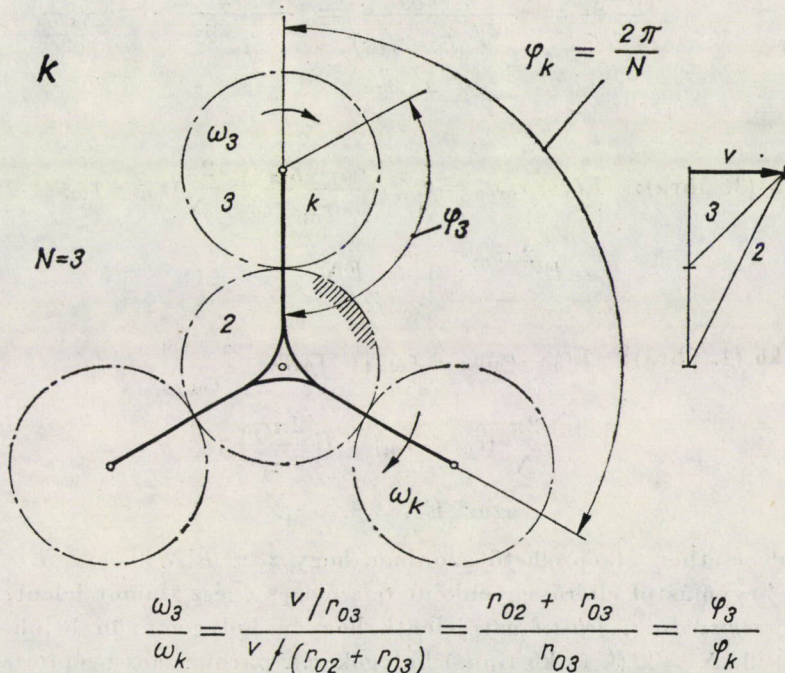
k + k: $\frac{1}{2}(z_2 + z_3)m = \frac{1}{2}(z'_2 + z'_3)m = r_k$;

b + b: $\frac{1}{2}(z'_4 - z_3)m = \frac{1}{2}(z_4 - z'_3)m = r_k$,

ahol z a fogsám, r_0 az osztókör sugar, m a modul és r_k a kar jele.

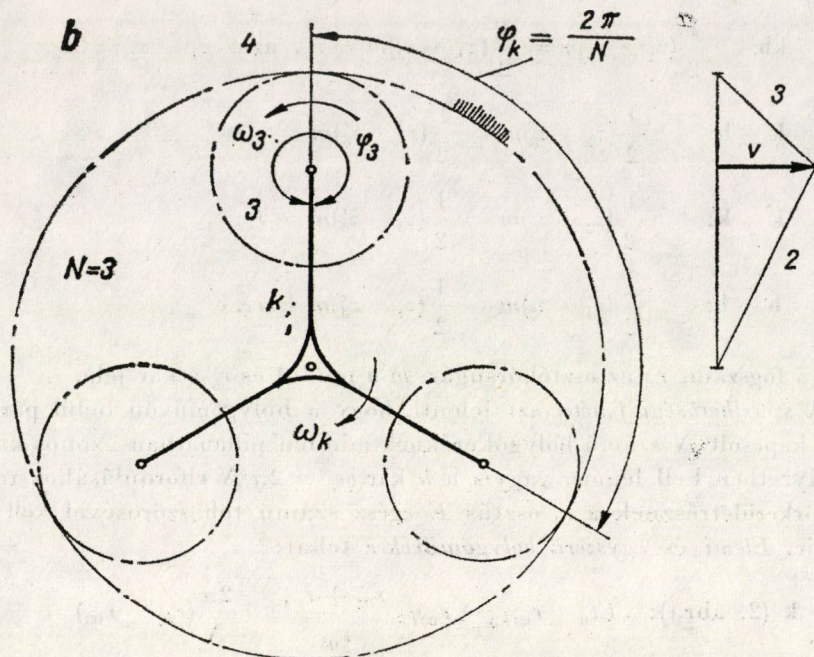
A szerelhetőségi feltétel azt jelenti, hogy a bolygóművön belül párhuzamosan kapcsolt N számú bolygókeréknek minden pillanatban azonos kapcsolási helyzetben kell lennie, vagyis a k kar $\varphi_k = 2\pi/N$ elfordulásához tartozó osztókörkerületrésznek a t_0 osztás E egész számú többszörösével kell megegyeznie. Elemi és egyszerű bolygóművekre tehát:

k (2. ábra): $E t_0 = r_{03} \varphi_3 = r_{03} \varphi_k \frac{r_{02} + r_{03}}{r_{03}} = \frac{2\pi}{N} (r_{02} + r_{03}) =$
 $= E \frac{2\pi r_{03}}{z_3}$; azaz $EN = z_2 + z_3$; (2)



$$\frac{\omega_3}{\omega_k} = \frac{v/r_{03}}{v/(r_{02} + r_{03})} = \frac{r_{02} + r_{03}}{r_{03}} = \frac{\varphi_3}{\varphi_k}$$

2. ábra



$$\frac{\omega_3}{\omega_k} = \frac{v/r_{03}}{v/(r_{04}-r_{03})} = \frac{r_{04}-r_{03}}{r_{03}} = \frac{\varphi_3}{\varphi_k}$$

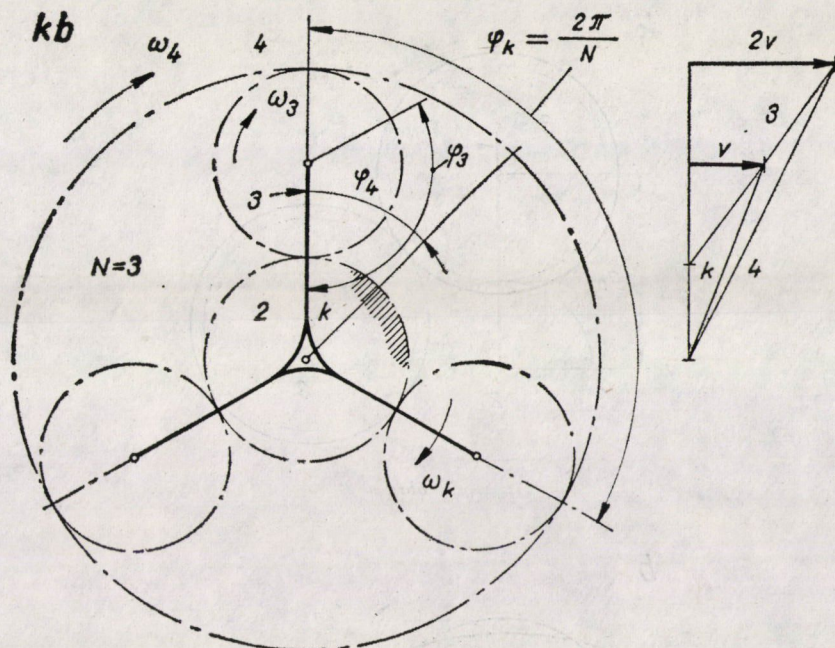
3. ábra

$$\begin{aligned} \mathbf{b} \text{ (3. ábra): } Et_0 &= r_{03}\varphi_3 = r_{03}\varphi_k \frac{r_{04}-r_{03}}{r_{03}} = \frac{2\pi}{N}(r_{04}-r_{03}) = \\ &= E \frac{2\pi r_{03}}{z_3}; \text{ azaz } EN = z_4 - z_3; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{kb} \text{ (4. ábra): } Et_0 &= r_{04}\varphi_4 = r_{04}\varphi_k \frac{r_{02}+r_{04}}{r_{04}} = \\ &= \frac{2\pi}{N}(r_{02}+r_{04}) = E \frac{2\pi r_{04}}{z_4}; \\ &\text{azaz } EN = z_2 + z_4. \end{aligned} \quad (4)$$

Az utóbbi esetben elképzelhető azonban, hogy $z_2 \neq E'N$ ill. $z_4 \neq E''N$, ahol E' és E'' egymástól eltérő, egyébként tetszőleges egész számot jelent.

A *szomszédsági feltétel* azt jelenti, hogy a bolygóművön belüli $N > 1$ (b típus) ill. $N > 2$ (k és kb típus) bolygókerék párhuzamos beépítése esetén (amely egyébként a teljesítmény-elágaztatással kisebb méretekre vezet), két



$$\frac{\omega_4}{\omega_k} = \frac{2v/r_{04}}{v/(r_{02} + r_{03})} = \frac{r_{02} + r_{04}}{r_{04}} = \frac{\varphi_4}{\varphi_k}$$

4. ábra

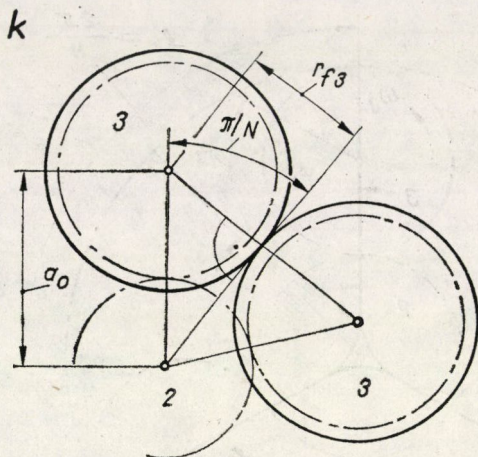
szomszédos bolygókerék fejkörei nem érinthetik egymást. Ismét elegendő az elemi és az egyszerű bolygóművek vizsgálata először elemi fogazattal (azaz $f'_0 = 1$ fejhézag-tényezővel):

k (5. ábra):
$$\left(\frac{z_3}{2} + 1\right) m \leq \frac{z_2 + z_3}{2} m \sin \frac{\pi}{N},$$

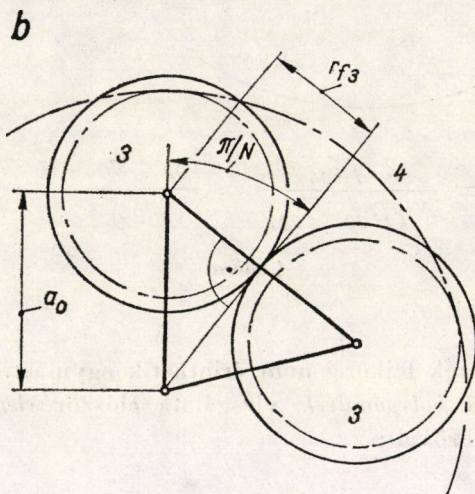
amelyből (2) segítségével levezethető a következő végeredmény:

$$|u_{23}| = \frac{z_2}{z_3} \geq \frac{1 - \sin \frac{\pi}{N} + \frac{2}{EN}}{\sin \frac{\pi}{N} - \frac{2}{EN}}. \quad (5)$$

b (6. ábra):
$$\left(\frac{z_3}{2} + 1\right) m \leq \frac{z_4 - z_3}{2} m \sin \frac{\pi}{N},$$



5. ábra

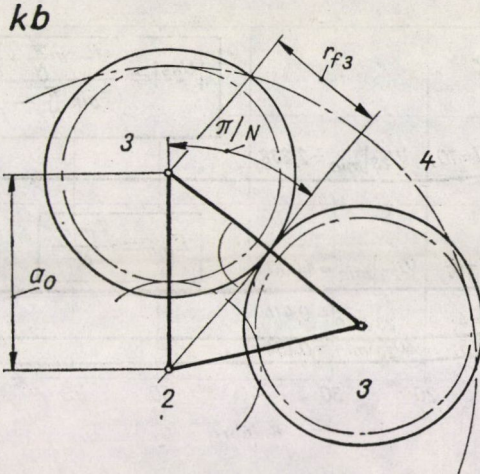


6. ábra

amelyből (3) segítségével levezethető a következő végeredmény:

$$u_{43} = \frac{z_4}{z_3} \geq \frac{1 + \sin \frac{\pi}{N} - \frac{2}{EN}}{\sin \frac{\pi}{N} - \frac{EN}{2}}. \quad (6)$$

kb (7. ábra): $\left(\frac{z_3}{2} + 1\right) m \leq \frac{z_2 + z_3}{2} m \sin \frac{\pi}{N},$



7. ábra

amelyből (1) és (4) segítségével levezethető a következő végeredmény:

$$|u_{42}| = \frac{z_4}{z_2} \leq \frac{1 + \sin \frac{\pi}{N} - \frac{4}{EN}}{1 - \sin \frac{\pi}{N} + \frac{4}{EN}}, \quad (7)$$

mint ahogyan ez [10]-ben is megtalálható.

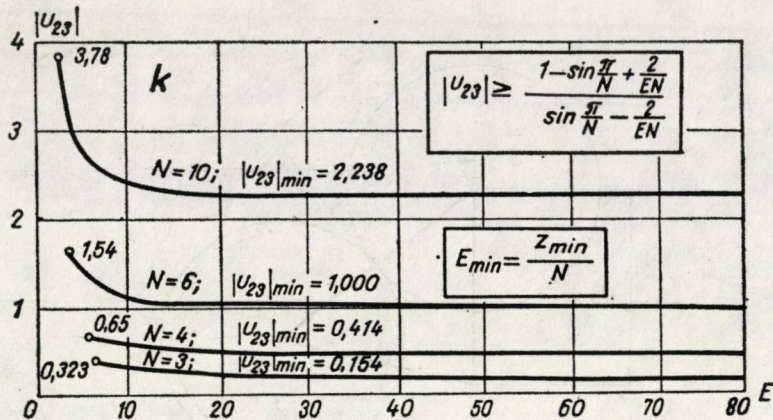
Ha az (5)–(7) összefüggéseket diagramban is ábrázolni akarjuk, akkor az u fogszámviszonyok aszimptota értékeit $E \rightarrow \infty$ esetében kapjuk $N = \text{konst}$ értékeihez; míg az E_{\min} értékeit *elemi fogazatra* és külső-külső kapcsolódás esetén az $\alpha_0 = 20^\circ$ alapprofilszögre érvényes $z_h = 17$ határfogszámból számítjuk ki

$$\frac{z_h m \pi}{N} = E_{\min} m \pi, \text{ azaz } E_{\min} = \frac{z_h}{N}$$

alapján.

A belső-külső kapcsolódás $N > 1$ esetei annyiban bonyolultabbak, hogy z_{3h} határfogszám függ z_4 -től ($\alpha_0 = 20^\circ$) [17]:

z_4	∞	161	87	63	52	46	39	36
z_{3h}	17	18	19	20	21	22	24	26
u_{43}	∞	8,91	4,58	3,15	2,48	2,08	1,62	1,63



8. ábra

Ezek után

$$u_{43} = \frac{EN}{z_{3h}}$$

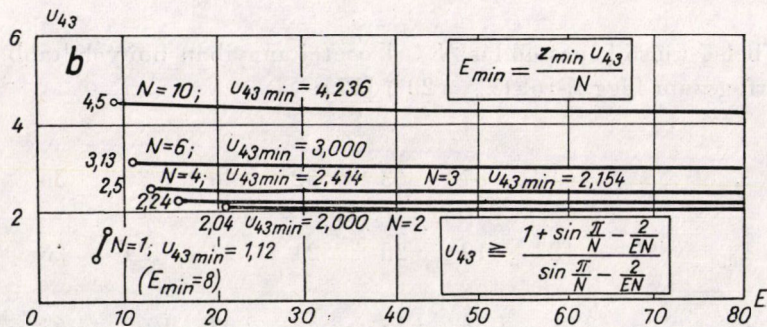
képlettel, próbálkozással kell adott $N = \text{konst}$ -hoz olyan E_{\min} -t találni, amely az előző táblázatban adott u_{43} -hoz közeleső (avval egyenlő vagy annál nagyobb) u_{43} -t eredményez. Az így rögzített E_{\min} -ből (6) segítségével $u_{43\max} = f(E_{\min}; N)$ kiszámítható.

A 8–10. ábrák sorrendben mutatják a **k**, **b** és **kb** alaptípusokra az (5)–(7) végeredmények diagramjait néhány $N = \text{konst}$ -ra, az E_{\min} -hoz tartozó u -értékek feltüntetésével és az u -aszimptota értékek beírásával. A **kb** típusnál az $|u_{42}|_{\max}$ -ból

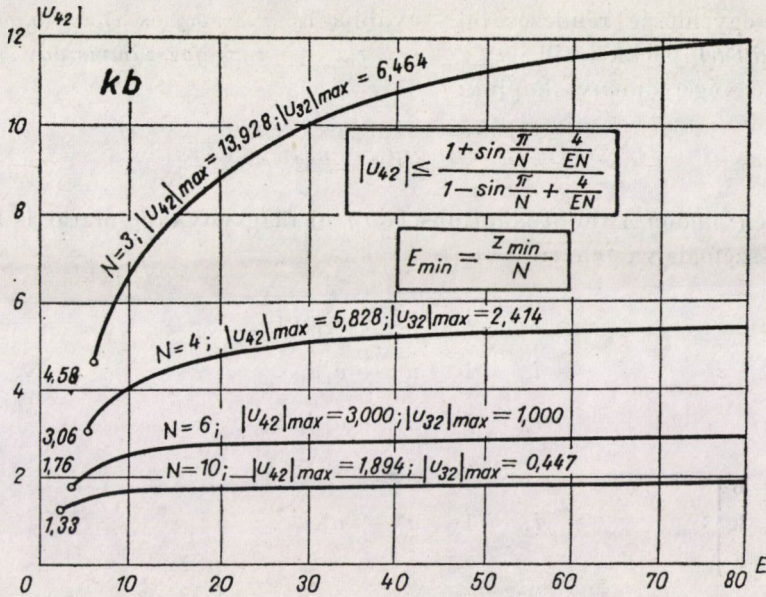
$$|u_{42}| = \frac{z_1}{z_2} = \frac{z_2 + 2z_3}{z_2} = 1 + 2|u_{32}|$$

alapján $|u_{32}|_{\max}$ is kiszámítható, s így a diagramon ezek az értékek is láthatók.

Külön kell még foglalkozni a 9. ábra **b** alaptípus $N = 1$ esetével, amikor a határt a kis fogszámkülönbségek esetében fellépő fogakadás okozza [18–21].



9. ábra



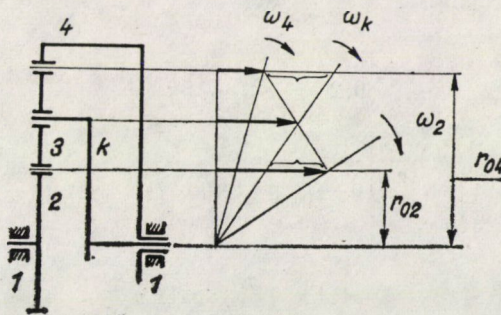
10. ábra

A [18]-ből átvett $\Delta z = f(z_4)$ határ-diagram $x = 0$ profiletolásra (elemi fogazatra) leképezhető $u_{43} = f(E)$ -re (9. ábra), és e görbe szakaszból $E_{min} = 8$ ill. $u_{43min} = 1,12$ interpolálható.

E határfeltételek ismeretében levezethetjük, hogyan függenek az alap-típusok i kinematikai áttételei (általános esetben 2 a szabadságfok) az u fogszámviszonytól. A 11. ábra gyorsan meggyőzhet az egyszerű levezetés mód-szeréről. Az ábra sebességábráján az álló karú nap- ill. gyűrűkerékbeli relatív kerületi sebesség egyenlő egymással:

$$r_{02}(\omega_2 - \omega_k) = r_{04}(\omega_k - \omega_4),$$

ahol r_0 az osztókör sugar és ω a szögsebesség jele.



11. ábra

Az egyenlőség rendezésével, továbbá $i_{2k} = \omega_2/\omega_k$ és $i_{4k} = \omega_4/\omega_k$ kinematikai áttétel jelekkel, ill. $u_{42} = -r_{04}/r_{02} = -z_4/z_2$ fogszámviszony jellel, a következő végeredményt kapjuk:

$$i_{2k} = 1 - u_{42} + u_{42}i_{4k}.$$

Ilyen módon a többi alaptípus $i = f(u)$ függvénykapcsolatai is levezethetők, összefoglalva tehát:

$$\mathbf{k}: \quad i_{3k} = 1 - u_{23} + u_{23}i_{2k}; \quad (8)$$

$$\mathbf{b}: \quad i_{3k} = 1 - u_{43} + u_{43}i_{4k}; \quad (9)$$

$$\mathbf{kb}: \quad i_{2k} = 1 - u_{42} + u_{42}i_{4k}; \quad (10)$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{k + b} \\ \mathbf{k + k} \\ \mathbf{b + b} \end{array} \right\}: \quad i_{2k} = 1 - u_{42}^* + u_{42}^*i_{4k}. \quad (11)$$

Az u_{42}^* ún. általános fogszámviszony, amely a kettős bolygókeres bolygó-művekben a következő alakot veszi fel:

$$\mathbf{k + b}: \quad u_{42}^* = -\frac{z_4}{z_3'} \frac{z_3}{z_2} = -\frac{u_{43}'}{u_{23}}; \quad (12)$$

$$\mathbf{k + k}: \quad u_{42}^* = +\frac{z_2'}{z_3'} \frac{z_3}{z_2} = +\frac{u_{23}'}{u_{23}}; \quad (z_2' \equiv z_4) \quad (13)$$

$$\mathbf{b + b}: \quad u_{42}^* = +\frac{z_4}{z_3'} \frac{z_3}{z_4'} = +\frac{u_{43}^*}{u_{43}'}; \quad (z_4' \equiv z_2). \quad (14)$$

A (8)–(11)-ben felírt $i = f(u)$ -k felrajzolása előtt azonban még meg kell állapodni abban, hogy mely fogszámviszony határokkal számolhatunk? Ajánlatunk a következő:

$$\mathbf{k}: \quad 0,2 \leq \left| \frac{z_2}{z_3} \right| \leq 5;$$

$$\mathbf{b}: \quad \left(\frac{z_4}{z_3} \right)_{\max} = 10; \quad z_{4\max} = 300; \quad (z_4 \cdots z_3)_{\min} = 2;$$

$$\mathbf{kb}: \quad 1,4 \leq \left| \frac{z_4}{z_2} \right| \leq 11;$$

$$\text{mert } \left| \frac{z_4}{z_2} \right|_{\min} = 1 + 2 \left| \frac{z_{3\min}}{z_{2\max}} \right| = 1 + 2 \cdot 0,2 = 1,4;$$

$$\left| \frac{z_4}{z_2} \right|_{\max} = 1 + 2 \left| \frac{z_{3\max}}{z_{2\min}} \right| = 1 + 2 \cdot 5 = 11.$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{k} + \mathbf{b} \\ \mathbf{k} + \mathbf{k} \\ \mathbf{b} + \mathbf{b} \end{array} \right\} : \quad \begin{array}{l} 0,2 \leq \left| \frac{z_3}{z_2} \right| \leq 5; 0,2 \leq \left| \frac{z'_2}{z'_3} \right| \leq 5; \\ 2 \leq \frac{z_4}{z_3} \leq 10; 2 \leq \frac{z'_4}{z'_3} \leq 10. \end{array}$$

További határként szóba jöhet a Poppinga-féle szám [5]: $P = D/r_{\min}$ (ahol D a gyűrűkerék osztókörmérete, vagy gyűrűkerék híján \mathbf{k} és $\mathbf{k} + \mathbf{k}$ alaptípusnál a bolygókerék osztóköre által súrolt geometriai körgyűrű nagyobbik átmérete; r_{\min} a bolygóműben előforduló legkisebb fogaskerék osztókörsugara). POPPINGA a $P_{\text{meg}} = 20$ -at javasolja. Ennek túllépése ugyanis már aránytalan (groteszk) megoldásokat eredményezne.

A $P_{\text{meg}} = 20$ az alaptípusokra a következő határokat jelenti:

$$\mathbf{k}: \quad P_2 = 2 \frac{r_{02} + 2r_{03}}{r_{02}} = 2 \left(1 + 2 \frac{z_3}{z_2} \right) = 20, \\ \text{azaz } |u_{23}|_{\min} = 0,222; \quad (15)$$

$$P_3 = 2 \frac{r_{02} + 2r_{03}}{r_{03}} = 2 \left(2 + \frac{z_2}{z_3} \right) = 20, \\ \text{azaz } |u_{23}|_{\max} = 8. \quad (16)$$

$$\mathbf{b}: \quad P_3 = 2 \frac{r_{04}}{r_{03}} = 2 \frac{z_4}{z_3} = 20, \text{ azaz } u_{43\max} = 10. \quad (17)$$

$$\mathbf{kb}: \quad P_2 = 2 \frac{r_{04}}{r_{02}} = 2 \left| \frac{z_4}{z_2} \right| = 20, \\ \text{azaz } |u_{42}|_{\max} = 10; \quad (18)$$

$$P_3 = 2 \frac{r_{04}}{r_{03}} = 4 \frac{r_{04}}{r_{04} - r_{02}} = 4 \frac{z_4}{z_4 - z_2} = 20, \\ \text{azaz } |u_{42}|_{\min} = 1,25. \quad (19)$$

$$\mathbf{k} + \mathbf{b}: \quad P_2^* = 2 \frac{r_{02} + 2r_{03}}{r_{02}}, \text{ l. (15) -- t;}$$

$$P_3^* = 2 \frac{r_{02} + 2r_{03}}{r_{03}}, \text{ l. (16) -- t;}$$

$$P_{3'}^* = 2 \frac{r_{02} + 2r_{03}}{r'_{03}}; \quad (20)$$

$$P_2^{**} = 2 \frac{r_{04}}{r_{02}}; \quad (21)$$

$$P_3^{**} = 2 \frac{r_{04}}{r_{03}}; \quad (22)$$

$$P_{3'}^{**} = 2 \frac{r_{04}}{r'_{03}} = 2 \frac{z_4}{z'_3}, \text{ l. (18) -- t.}$$

Így tehát (20)–(22) részletesebb vizsgálata van hátra. Vezessük be az $r'_{03} = \delta r_{02}$ kifejezést, ekkor az $r_{02} + r_{03} = r_{04} - r'_{03}$ egytengelyűségi feltételből

$$\frac{1}{|u_{23}|} = -\frac{1}{u_{23}} = \frac{r_{03}}{r_{02}} = \frac{1}{2} \left[-(1 + \delta) + \sqrt{(1 + \delta)^2 - 4\delta u_{42}^*} \right] \quad (23)$$

végeredményre jutunk. A (20)–(23)-ből $P_{\text{meg}} = 20$ -ra a következő kifejezések írhatók fel:

$$P_3^* = \frac{2}{\delta} \left(1 + \frac{1}{|u_{23}|} \right) = \frac{2}{\delta} \left\{ 1 + \frac{1}{\delta} \left[-(1 + \delta) + \sqrt{(1 + \delta)^2 - 4\delta u_{42}^*} \right] \right\} = 20; \quad (24)$$

$$P_2^{**} = 2 \left[(1 + \delta) + \frac{1}{|u_{23}|} \right] = 2 \left\{ (1 + \delta) + \frac{1}{2} \left[-(1 + \delta) + \sqrt{(1 + \delta)^2 - 4\delta u_{42}^*} \right] \right\} = 20; \quad (25)$$

$$\begin{aligned} P_3^{**} &= 2 [(1 + \delta)|u_{23}| + 1] = \\ &= 2 \left[(1 + \delta) \frac{2}{-(1 + \delta) + \sqrt{(1 + \delta)^2 - 4\delta u_{42}^*}} + 1 \right] = 20. \quad (26) \end{aligned}$$

A (24)–(26) bármelyikéből $u_{42}^* = \text{konst-ra } \delta$ kiszámítható, amely visszahelyettesítéssel megadja a P_{meg} görbékét az $u'_{43} = f(u_{23})$ diagramban.

$$\left. \begin{matrix} \mathbf{k} + \mathbf{k} \\ \mathbf{b} + \mathbf{b} \end{matrix} \right\} \text{visszavezethető (15) – (17)-re.}$$

A bolygómű *hatásfoka* is lehet működési határ [22–23]. A hatásfok vizsgálata feltételezi, hogy a bolygómű csapágy- és fogaskerékveszteségei a bolygómű kinematikai működésétől függetlenül állandóak. A részletes vizsgálatokat mellőzve, a vizsgálatok a következő, viszonylag egyszerű hatásfok-képletekre vezetnek:

$$\eta_k^{\pm 1} = \frac{1 - u\eta_f^{\pm 1}}{i(1 - \eta_f^{\pm 1}) + (1 - u)\eta_f^{\pm 1}}; \tag{27}$$

$$\eta_4^{\pm 1} = \frac{1 - i - u}{(1 - i)\eta_f^{\pm 1} - u}; \tag{28}$$

$$\eta_2^{\pm 1} = \frac{i}{1 - (1 - i)\eta_f^{\pm 1}}. \tag{29}$$

E képletekben i az egyik [a (8)–(11) bal oldalán álló] kinematikai áttétel, u a jellemző fogszámviszony, η_f a fogaskerékszerű működés hatásfoka. Az I.–V. táblázat (a 12.–17. ábrákon feltüntetett számok sorrendjében) össze-

I. táblázat
k: $u = u_{32}$; $i = i_{2k}$

Sorsz. és megjegyz.	Telj.- folyam	η_b η_f kitevője		Képlet
①	$2+k \rightarrow 3$ $3 \rightarrow 2+k$	+	–	(28)
② $i = i_{3k}$	$3 \rightarrow k$ $k \rightarrow 3$	–	+	(29)
③ $\omega_3 > \omega_k$	$2+3 \rightarrow k$ $k \rightarrow 2+3$	+	–	(27)
④ $\omega_3 = \omega_k$	$2+3 \rightarrow k$ $k \rightarrow 2+3$	100%		
⑤ $\omega_3 < \omega_k$	$2+3 \rightarrow k$ $k \rightarrow 2+3$	+	+	(27)
⑥	$2 \rightarrow k$ $k \rightarrow 2$	–	+	(29)
⑦	$3+k \rightarrow 2$ $2 \rightarrow 3+k$	+	–	

II. táblázat

b: $u = u_{43}$; $i = i_{4k}$

Sorsz. és megjegyz.	Telj.- folyam	η_b kitevője	η_l kitevője	Képlet
① $\omega_3 > \omega_k$	$3+k \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 3+k$	\pm	\mp	(29)
② $\omega_3 = \omega_k$	$3+k \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 3+k$	100%		
③ $\omega_3 < \omega_k$	$3+k \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 3+k$	$+$ $-$	$+$ $-$	(29)
④	$4 \rightarrow k$ $k \rightarrow 4$	$-$ $+$	$-$ $+$	
⑤	$3+4 \rightarrow k$ $k \rightarrow 3+4$	$+$ $-$	$-$ $+$	(27)
⑥ $i = i_{3k}$	$3 \rightarrow k$ $k \rightarrow 3$	$-$ $+$	$+$ $-$	(29)
⑦	$4+k \rightarrow 3$ $3 \rightarrow 4+k$	$+$ $-$	$-$ $+$	(28)

III. táblázat

kb és $k+b$: $i = i_{2k}$; $u = u_{42}$; u_{42}^*

Sorsz. és megjegyz.	Telj.- folyam	η_b kitevője	η_l kitevője	Képlet
①	$4+k \rightarrow 2$ $2 \rightarrow 4+k$	$+$ $-$	$-$ $+$	(29)
②	$2 \rightarrow k$ $k \rightarrow 2$	$-$ $+$	$+$ $-$	
③ $\omega_3 < \omega_k$	$2+4 \rightarrow k$ $k \rightarrow 2+4$	$+$ $-$	$+$ $-$	(27)
④ $\omega_3 = \omega_k$	$2+4 \rightarrow k$ $k \rightarrow 2+4$	100%		
⑤ $\omega_3 > \omega_k$	$2+4 \rightarrow k$ $k \rightarrow 2+4$	$+$ $-$	$-$ $+$	(27)
⑥ $i = i_{4k}$	$4 \rightarrow k$ $k \rightarrow 4$	$-$ $+$	$+$ $-$	(29)
⑦	$2+k \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 2+k$	$+$ $-$	$-$ $+$	(28)

IV. táblázat

$k + k: u = u_{i2}^*; i = i_{2k}; 4 \equiv 2'$

Soroz. és megjegyz.	Telj.- folyam	η kitevője		Képlet	
		η_0	η_1		
$u_{i3}^* < 1$	① $\omega_3 < \omega_k$	$4+k \rightarrow 2$	+	-	(29)
		$2 \rightarrow 4+k$	-	+	
	② $\omega_3 = \omega_k$	$4+k \rightarrow 2$	100%		
		$2 \rightarrow 4+k$			
	③ $\omega_3 > \omega_k$	$4+k \rightarrow 2$	+	+	(29)
		$2 \rightarrow 4+k$	-	-	
	④	$2 \rightarrow k$	-	-	
		$k \rightarrow 2$	+	+	
	⑤	$2+4 \rightarrow k$	+	-	(27)
		$k \rightarrow 2+4$	-	+	
	⑥ $i = i_{4k}$	$4 \rightarrow k$	-	+	(29)
		$k \rightarrow 4$	+	-	
	⑦	$2+k \rightarrow 4$	+	-	(28)
		$4 \rightarrow 2+k$	-	+	
⑧ $\omega_3 > \omega_k$	$2+k \rightarrow 4$	+	-	(28)	
	$4 \rightarrow 2+k$	-	+		
⑨ $\omega_3 = \omega_k$	$2+k \rightarrow 4$	100%			
	$4 \rightarrow 2+k$				
⑩ $\omega_3 > \omega_k$	$2+k \rightarrow 4$	+	+	(28)	
	$4 \rightarrow 2+k$	-	-		
⑪ $i = i_{4k}$	$4 \rightarrow k$	-	-	(29)	
	$k \rightarrow 4$	+	+		
$u_{i2}^* > 1$	⑫	$2+4 \rightarrow k$	+	+	(27)
		$k \rightarrow 2+4$	-	-	
	⑬	$2 \rightarrow k$	-	+	
		$k \rightarrow 2$	+	-	
	⑭	$4+k \rightarrow 2$	+	-	(29)
		$2 \rightarrow 4+k$	-	+	

foglalva mutatja, hogyan kell alkalmazni adott alaptípusra a (27)–(28) képleteket 2- ill. 1-szabadságfokú működés esetén.

A bolygómű hatásfokának alsó indexében az a tagjel áll, amely a teljesítmény-folyamban egyedül áll.

V. táblázat

$$\mathbf{b} + \mathbf{b}: u = u_{42}^*; i = i_{2k} = i'_{4k}: 2 \equiv 4'$$

Sorsz. és megjegyz.	Telj.- folyam	η kitevője		képlet		
		η_b	η_f			
$u_{42}^* < 1$	① $\omega_3 > \omega_k$	$4+k \rightarrow 2$ $2 \rightarrow 4+k$	+	-	(29)	
	② $\omega_3 = \omega_k$	$4+k \rightarrow 2$ $2 \rightarrow 4+k$	100%			
	③ $\omega_3 < \omega_k$	$4+k \rightarrow 2$ $2 \rightarrow 4+k$	+	+	(29)	
	④	$2 \rightarrow k$ $k \rightarrow 2$	-	-		
	⑤	$2+4 \rightarrow k$ $k \rightarrow 2+4$	+	-	(27)	
	⑥ $i = i_{4k}$	$4 \rightarrow k$ $k \rightarrow 4$	-	+	(29)	
	⑦	$2+k \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 2+k$	+	-	(28)	
	⑧ $\omega_3 > \omega_k$	$2+k \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 2+k$	+	-	(28)	
	⑨ $\omega_3 = \omega_k$	$2+k \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 2+k$	100%			
	⑩ $\omega_3 < \omega_k$	$2+k \rightarrow 4$ $4 \rightarrow 2+k$	+	+	(28)	
	⑪ $i = i_{4k}$	$4 \rightarrow k$ $k \rightarrow 4$	-	-	(29)	
	$u_{42}^* > 1$	⑫	$2+4 \rightarrow k$ $k \rightarrow 2+4$	+	+	(27)
		⑬	$2 \rightarrow k$ $k \rightarrow 2$	-	+	(29)
		⑭	$4+k \rightarrow 2$ $2 \rightarrow 4+k$	+	-	
			-	+		

A táblázatból emeljük ki egy példát. Tegyük fel, hogy a $k + k$ alaptípus $4 + k \rightarrow 2$ összegező teljesítmény-folyamának hatásfokára vagyunk kíváncsiak. Mivel a 2 jelű tag áll egyedül, a (29) képlet jöhet csak szóba. Az $\eta_b = \eta_{4+k \rightarrow 2}$ bolygó-, ill. az η_f fogaskerék-hatásfokok kitevőit a IV. táblázatból vehetjük ki. Ha tudjuk pl., hogy $u_{42}^* > 1$, akkor a ⑭ sorszám alatt $4 + k \rightarrow 2$ -re η_b kitevőjéhez +, míg az η_f kitevőjéhez - előjel olvasható ki. Ezek után a helyes képlet a következő:

$$\eta_b = \eta_{4+k \rightarrow 2} = \frac{i_{2k}}{1 - (1 - i_{2k})/\eta_f}$$

E táblázatok adatain túlmenő vizsgálatok [16] a következőkben foglaltak össze: A k , kb és $k + b$ típusú bolygómű η_b és ugyanannak a bolygóműnek fogaskerékszerű működésében érvényesülő η_f hatásfoknak egymáshoz viszonyított értéke mindig

$$\eta_b \geq \eta_f.$$

Ugyanakkor a b , $k + k$ és $b + b$ típusú bolygóművekben bizonyos teljesítmény-folyamok esetén

$$\eta_b < \eta_f$$

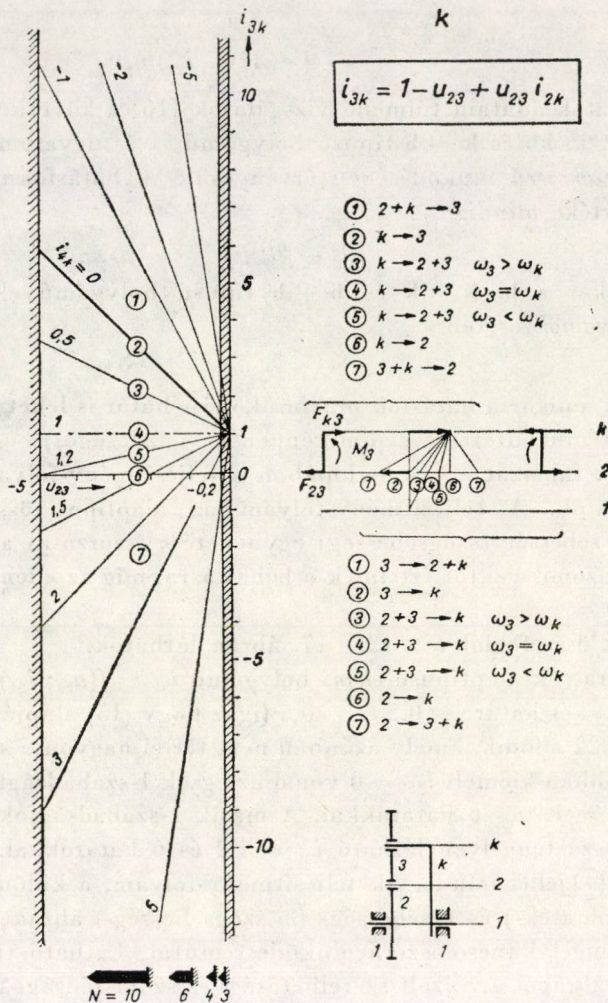
is előfordulhat, amikor a hatásfok már működési határ is lehet (pl. $\eta_b < 50\%$ már bolygómű működtetésre semmiképpen se gazdaságos).

Az I.–V. táblázat egyik oszlopában a teljesítmény-folyamok szám- és betűjelei láthatók. A teljesítmény-folyam az alaptípus összetartozó erő (nyomaték) és sebesség (szögsebesség) egybevetése (szorzata) alapján állapítható meg. Az azonos vektor értelmek a behajtásra, míg az ellenkezők a kihajtásra utalnak.

A leírtak összefoglalva a 12.–17. ábrán láthatók.

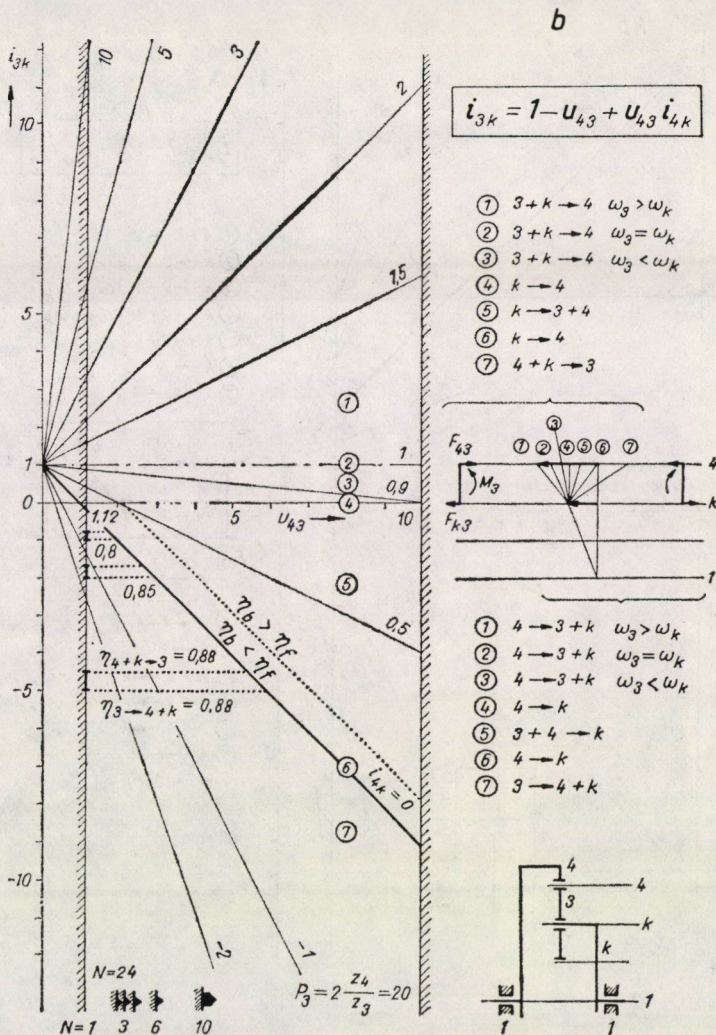
A 12. ábra a k alaptípusú elemi bolygómű $i_{3k} = f(u_{23}; i_{2k})$ nomogramját mutatja. Az u_{23} két határa $-0,2$ és $-0,5$ (igaz hogy (15) alapján P_2 meg = 20-ból $u_{23} = -0,222$ adódik, amely azonban nem tér el nagyon a szokásos $-0,2$ -től). A vastagabban kiemelt $i_{2k} = 0$ vonal az egyik 1-szabadságfokú működést mutatja be $i_{3k} = 1,2$ és 6 határokkal. A másik 1-szabadságfokú működés az $i_{3k} = 0$ abszcissza tengelyen látható $i_{2k} = 1,2$ és 6 határokkal. Látható még az ábrán (4)–(7) jellel mindegyik teljesítmény-folyam, a külön is megrajzolt F erő- (M nyomaték-) és v sebesség- (ω szögsebesség-) ábrákkal. Az $i_{2k} = 1$ üzemállapot tengelykapcsolószerű működést mutat. Látható továbbá vastag nyilakkal a 8. ábrából átrajzolt szerelhetőségi és szomszédsági feltétel néhány $N = \text{konst-ra}$.

A 13. ábra a b alaptípusú elemi bolygómű $i_{3k} = f(u_{43}; i_{4k})$ nomogramját mutatja. Az u_{43} két határa $1,12$ (fogakadás) és 10 a (17)-ből. A vastagabban kiemelt $i_{4k} = 0$ vonal az egyik 1-szabadságfokú működést mutatja be $i_{3k} = 0,12$ és 9 határokkal. A másik 1-szabadságfokú működés az $i_{3k} = 0$ abszcissza tengelyen látható $i_{4k} = 0,106$ és $0,9$ határokkal. Látható továbbá az ábrán (4)–(7) jellel mindegyik teljesítmény-folyam, a külön is megrajzolt F erő- (M nyomaték-) és v sebesség- (ω szögsebesség-) ábrákkal. Az $i_{4k} = 1$ üzemállapot tengelykapcsolószerű működést mutat. $\eta_f = 90\%$ -os fogaskerékszerű működési hatásfokkal látható néhány $\eta_b < \eta_f$ izo-bolygóműhatásfok egyenese olyan teljesítmény-folyamokra, amelyeknél „rosszabb” a hatásfok. Látható végül vastag nyilakkal a 9. ábrából átrajzolt szerelhetőségi és szomszédsági feltétel néhány $N = \text{konst-ra}$.



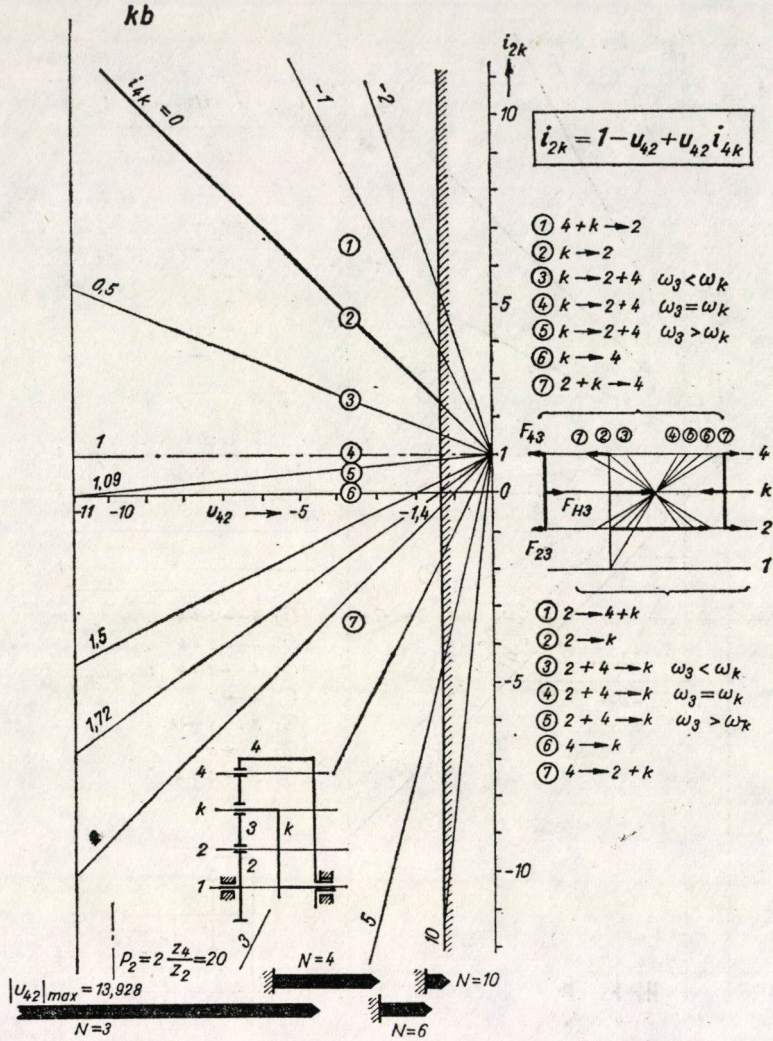
12 ábra.

A 14. ábra a kb alaptípusú — leggyakrabban használt — egyszerű bolygómű $i_{2k} = f(u_{42}; i_{4k})$ nomogramját mutatja. Az u_{42} két határa $-1,4$ és -11 (igaz, hogy (18) és (19) a megadottaktól kissé eltérő határt ad, az eltérés azonban nem lényeges). A vastagabban kiemelt $i_{4k} = 0$ vonal az egyik 1-szabadságfokú működést mutatja be $i_{2k} = 2,4$ és 12 (nincs feltüntetve) határokkal. A másik 1-szabadságfokú működés az $i_{2k} = 0$ abszcissa tengelyen látható $i_{4k} = 1,09$ és $1,72$ határokkal. MAGIDOVICS [24], POPPINGA [5] és e tanulmány szerzőjének [13] egymástól független vizsgálatai egybehangzóan $|u_{42}| = 3$ esetre mutatják ki a kb típusú egyszerű bolygómű legkisebb méreteit. A 14. ábrán látható még ①—⑦ jellel mindegyik teljesítmény-folyam, a külön



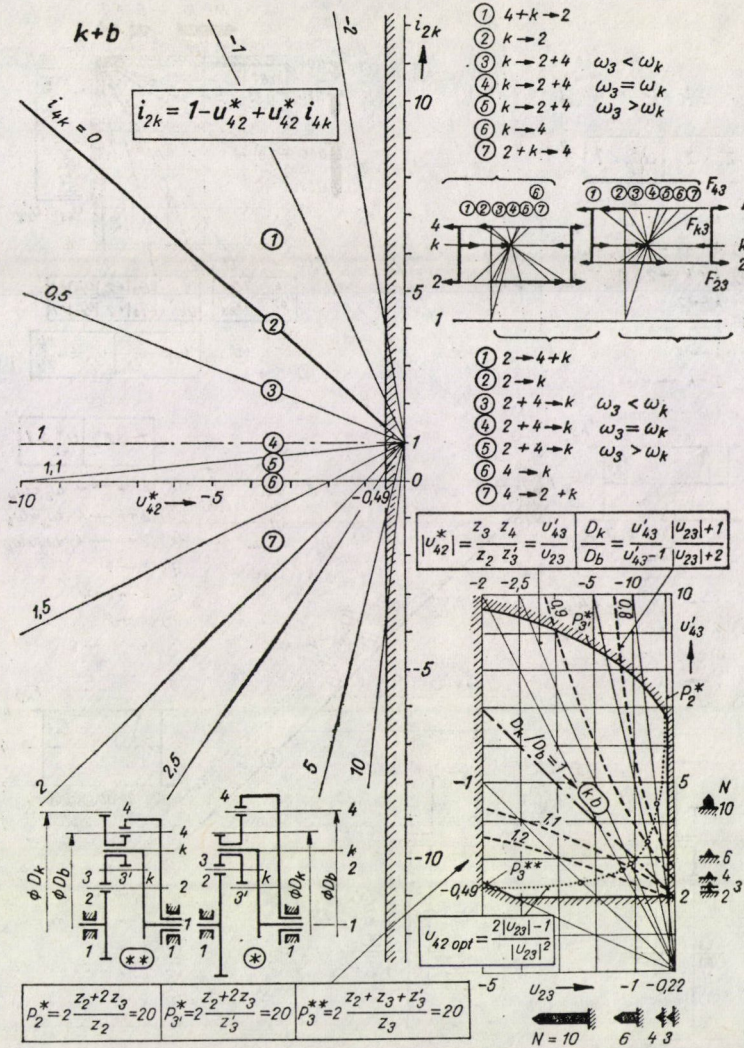
is megrajzolt F erő- (M nyomaték-) és v sebesség- (ω szögsebesség-) ábrákkal. Az $i_{4k} = 1$ üzemállapot tengelykapcsolószerű működést mutat. Látható továbbá vastag nyilakkal a 10. ábrából átrajzolt egytengelyűségi, szerelhető-ségi és szomszédsági feltétel néhány $N = \text{konst-ra}$.

A 15. ábra a $k + b$ alaptípusú kettős bolygókerékes bolygómű $i_{2k} = f(u_{42}^*; i_{4k})$ nomogramját mutatja. Az u_{42}^* két határa (némi önkényességgel) $-0,444$ és -10 . E határok anonban némileg bővíthetők. Nagyon fontos a kiegészítő $u_{43}^* = f(u_{23})$ diagram, amelyen $u_{42}^* = \text{konst}$ vonalak, továbbá $D_b/D_k = \text{konst}$ görbék láthatók. Itt D_b a gyűrűkerék osztókörátmérője, D_k pedig



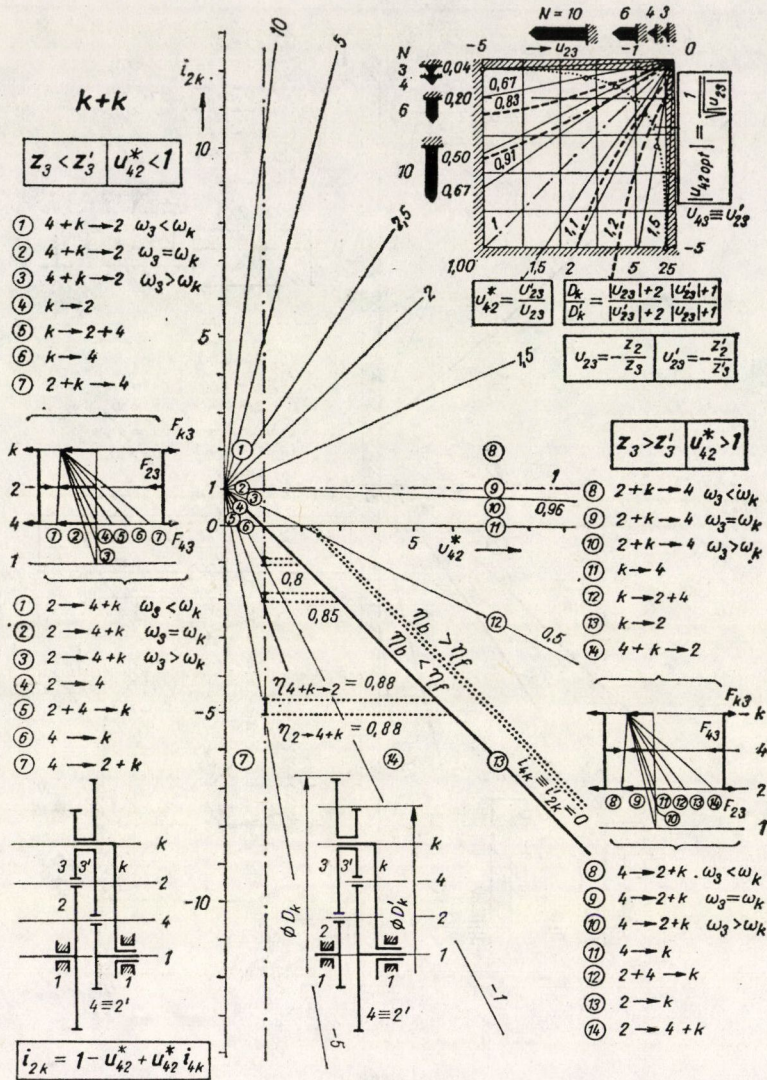
14. ábra

a külső-külső kapcsolódás bolygókerék-osztóköre által súrolt gyűrű külső átmérője. A D_b/D_k -görbék $k + b$ bolygómű arányaira adnak útmutatást. A $D_b/D_k = 1$ már nem $k + b$ bolygómű. E segéd diagramon látható még az u_{42}^* opt-görbe, amelyet a Magidovics-féle képlet [24] alapján lehetett berajzolni, és a már ismertetett $r'_3 = \delta r_2$ összefüggésből $\delta = 1$ mértani helyét mutatja. Bizonyítható [15], hogy adott u_{42}^* -re $\delta = 1$ esetén kapjuk a legkisebb méretű bolygóművet. A segéd diagram határait $u_{23} = -0,222$ és -5 , $u'_{43} = 2$ ($N \geq 2$) és 10 adja, továbbá a (24)–(26) részletes vizsgálatából P_3^* - és P_3^{**} -görbék. Az abszcisszán és az ordinátán láthatók a 12. és 13. ábrákból átrajzolt vastag



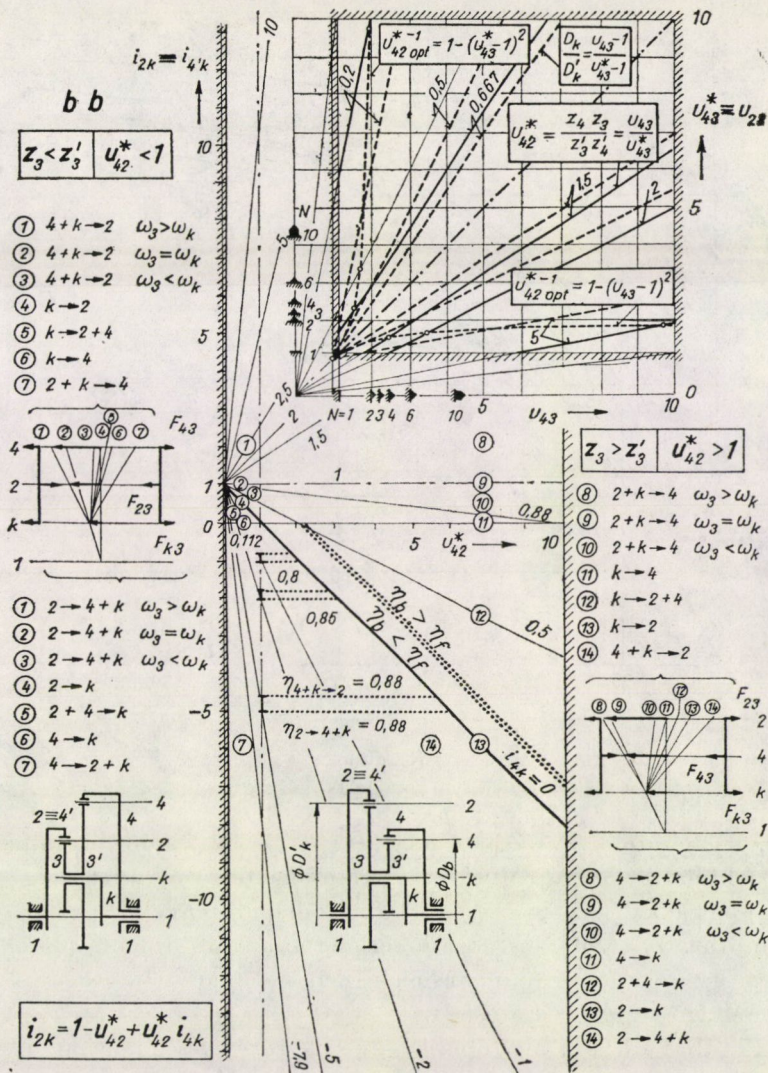
15. ábra

nyilak, mint a szerelhetőségi és szomszédsági feltételek határai néhány $N =$ konst-ra. A 15. ábrán a vastagabban kiemelt $i_{4k} = 0$ vonal az egyik 1-szabadságfokú működést mutatja be $i_{2k} = 1,444$ és 11 határokkal. A másik 1-szabadságfokú működés az $i_{2k} = 0$ abszcissa tengelyen látható $i_{4k} = 1,1$ és 3,26 (nincs feltüntetve) határokkal. Látható még ①—⑦ jellel mindegyik teljesítmény-folyam, a külön is megrajzolt F erő- (M nyomaték-) és v sebesség- (ω szögsebesség-) ábrákkal. Az $i_{4k} = 1$ üzemállapot tengelykapcsolószzerű működést mutat.



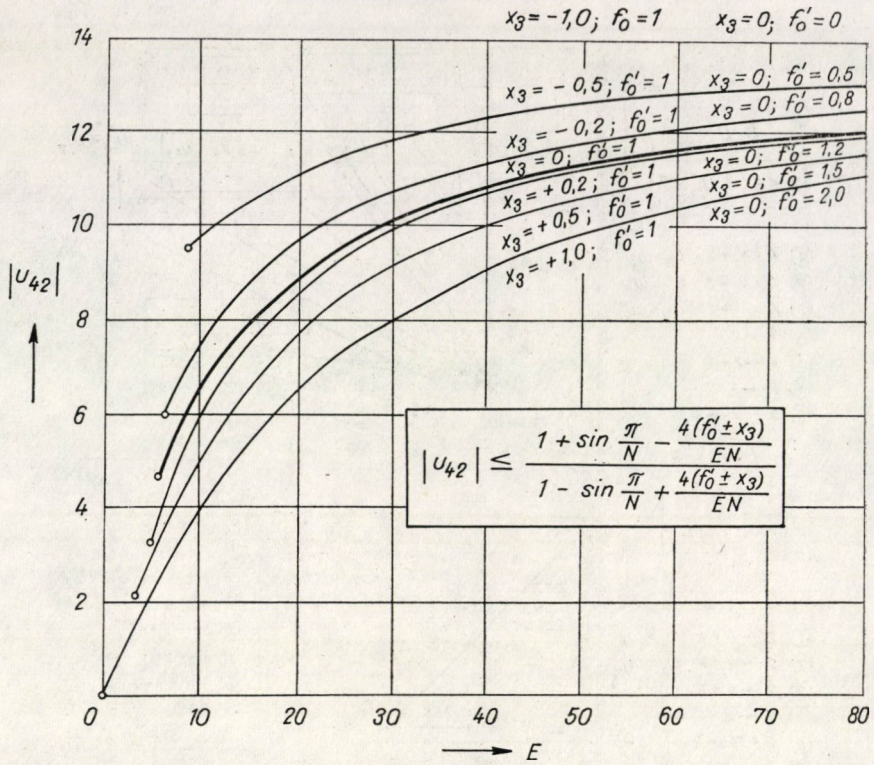
16. ábra

A 16. ábra a $k+k$ alaptípusú *kettős bolygókeres* bolygómű $i_{2k} = f(u_{42}^*; i_{4k})$ nomogramját mutatja ($i_{4k} \equiv i'_{2k}$). Az u_{42}^* két határa az $u_{23} = f(u_{23})$ segéddiagram $-0,2$ és $-0,5$ határaiból 25 és $0,04$, amelyek az i_{2k} -nomogramban már nem voltak feltüntetethetők. A segéddiagramban látható még néhány $u_{42}^* = \text{konst}$ egyenes és $D_k/D'_k = \text{konst}$ görbe. Itt D_k az egyik, D'_k a másik külső-külső kapcsolódású fogaskerékpár bolygókerék-osztóköre által súrolt gyűrű külső átmérője. A D_k/D'_k -görbék a $k+k$ bolygómű arányaira adnak útmutatást. A $D_k/D'_k = 1$ már nem $k+k$ bolygómű (hanem tulajdonképpen



17. ábra

k típusú), és $u_{42}^* = 1$ -gyel együtt elválasztó vonalat jelent. E segéddiagramon látható továbbá az $u_{42 opt}^*$ -görbe, amelyet a Magidovics-féle képlet [24] alapján lehetett berajzolni, amelyből a legkisebb méretű bolygómuvek szerkeszthetők. Az abszcisszán és az ordinátán a 12. ábrából átrajzolt vastag nyilak láthatók, mint a szerelhetőségi és szomszédsági feltételek határai néhány $N = konst.$ -ra. A 16. ábra a vastagabban kiemelt $i_{4k} \equiv i_{2k} = 0$ vonal az egyik 1-szabadságfokú működést mutatja be (határok berajzolása nélkül). A másik 1-szabadságfokú működés az $i_{2k} = 0$ abszcissza tengelyen látható $i_{4k} = 0,96$ és 24 (be



18. ábra

nem rajzolt) határokkal. Látható még ④—⑭ jellel mindegyik teljesítmény-folyam, a külön is megrajzolt F erő- (M nyomaték-) és v sebesség- (ω szögsebesség-) ábrákkal. Az $i_{4k} \equiv i'_{2k} = 1$ üzemállapot tengelykapcsolószerű működést mutat. $\eta_f = 90\%$ -os fogaskerékszerű működési hatásfokkal látható néhány $\eta_b < \eta_f$ izo-bolygóműhatásfok egyenese olyan teljesítmény-folyamra, amelyeknél „rosszabb” a hatásfok.

A 17. ábra a $b + b$ alaptípusú *kettős bolygókerékes* bolygómű $i_{2k} \equiv i'_{4k} = f(u_{42}^*; i_{4k})$ nomogramját mutatja. Az u_{24}^* két határa az $u_{23} \equiv u_{43}^* = f(u_{43})$ segéddiagram 1,12 és 10 határaitól 0,112 és 8,92. A segéddiagramban látható még néhány $u_{42}^* = \text{konst}$ egyenes és $D_b/D'_b = \text{konst}$ görbe. Itt D_b és D'_b a két gyűrűkerék osztókörének átmérője. A D_b/D'_b -görbék a $b + b$ bolygómű arányaira adnak útmutatást. A $D_b/D'_b = 1$ már nem $b + b$ bolygómű, (hanem tulajdonképpen b típusú), és $u_{42}^* = 1$ -gyel együtt elválasztó vonalat jelent. E segéddiagramban látható továbbá az $u_{42}^* \text{opt}$ -görbe, amelyet a Magidovics-féle képlet [24] alapján lehetett berajzolni, amelyből a legkisebb méretű bolygóművek szerkeszthetők. Az abszcisszán és az ordinátán a 13. ábrából átrajzolt vastag nyilak láthatók, mint a szerelhetőségi és szomszédsági feltételek határai néhány $N = \text{konst}$ -ra. A 17. ábra a vastagabban kiemelt $i_{4k} = 0$

vonala az egyik 1-szabadságfokú működést mutatja be 0,88 és 7,9 határokkal. A másik 1-szabadságfokú működés az $i_{2k} \equiv i'_{4k} = 0$ abszcissa tengelyen látható 0,88 és $-7,9$ határokkal. Látható még $\textcircled{1} - \textcircled{44}$ jellel mindegyik teljesítmény-folyam, a külön is megrajzolt F erő- (M nyomaték) és v sebesség- (ω szögsebesség-) ábrákkal. Az $i_{4k} = 1$ üzemállapotot a tengelykapcsolószzerű működés jellemzi. $\eta_f = 90\%$ -os fogaskerékszerű működési hatásokkal látható néhány $\eta_b < \eta_f$ izo-bolygóműhatások egyenes olyan teljesítmény-folyamokra, amelyeknél „rosszabb” a hatások.

Mivel mindegyik alaptípus esetén mód van *kompensált* fogazat megvalósítására [14, 25–27], az (5)–(7) képletek kiegészíthetők $f = f'_0 m$ fejmagasságképletben szereplő f'_0 fejmagasságtényezővel és x_3 profileltolási tényezővel is:

$$\begin{aligned}
 \text{k:} \quad |u_{23}| &\geq \frac{1 - \sin \frac{\pi}{N} + \frac{2(f'_0 \pm x_3)}{EN}}{\sin \frac{\pi}{N} - \frac{2(f'_0 \pm x_3)}{EN}}; \\
 \text{b:} \quad u_{43} &\geq \frac{1 - \sin \frac{\pi}{N} + \frac{2(f'_0 \pm x_3)}{EN}}{\sin \frac{\pi}{N} - \frac{2(f'_0 \pm x_3)}{EN}}; \\
 \text{kb:} \quad |u_{42}| &\leq \frac{1 + \sin \frac{\pi}{N} - \frac{4(f'_0 \pm x_3)}{EN}}{1 - \sin \frac{\pi}{N} - \frac{4(f'_0 \pm x_3)}{EN}}. \quad (30)
 \end{aligned}$$

A 18. ábra (30) alapján a kb alaptípusra és $N = 3$ db bolygókerékre mutatja az $x_3 = 0$ és $f'_0 = 1$ adatokhoz tartozó vastag vonalhoz képest a változások jellegét [14]. Érdekes, hogy az $|u_{42}|_{\max}$ változatlan, csak az E_{\min} változik $|u_{42}|_{\min}$ -mal, amely E_{\min} viszont a modul és fogszámválasztás lehetőségét változtatja meg.

IRODALOM

1. KLEIN, H.: Planeten-Umlaufgetriebe. C. Hanser, München 1962.
2. KUDRJAVCEV, V. N.: Planetarnüe peredacsi. Izd. Masinosztroenie, Moszkva 1968.
3. LOOMAN, J.: Zahnradgetriebe. Springer Verl. Berlin/Heidelberg/New York 1970.
4. MÜLLER, H. W.: Die Umlaufgetriebe. Springer Verl. Berlin/Heidelberg/New York 1971.
5. POPPINGA, R.: Stirnrad-Planetengetriebe. Franckh'sche Verl. Stuttgart 1949.
6. RUDENKO, N. F.: Planetarnüe peredacsi. Masgiz, Moszkva 1947.
7. STRAUCH, H.: Theorie und Praxis der Planetengetriebe. Krauskopf Verl. Mainz 1970.
8. WOLF, A.: Die Grundgesetze der Umlaufgetriebe. Vieweg u. S. Verl. Braunschweig 1959.
9. ARTOBOLVSKIJ, I. I.: Teorija mehanizmov. Izd. Nauka, Moszkva 1965.
10. KOZSEVNIKOV, Sz. N.: Teorija mehanizmov i masin. Izd. Masinosztroenie, Moszkva 1969.
11. TERPLÁN Z.: Mechanizmusok. 2. kiad. Tankönyvkiadó. Budapest 1962.

12. TERPLÁN, Z.: Opređenje racional'nuh oblasztej parametrov planetarnüh zubcsatüh peredacs. „Teorija peredacs v masinah.” Izd. Masinosztroenie, Moszkva 1970, 108—120.
13. TERPLÁN, Z.: Wirkungsgrenzen von Umlaufgetrieben. — *Die Maschine*, Internationale Sonderausgabe 1968, 67—74.
14. TERPLÁN, Z.: Eine Weiterentwicklung der geometrischen Dimensionierung von Zahnrad-Planetengetrieben. — 3th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms-Proceedings Vol. C. Paper C—15. Dubrovnik—Kupari 1971, 189—208.
15. TERPLÁN, Z.: Investigation of A+I Type, Compound Planet Pinion Planetary Gear Drives. — *ASME Paper 72—MECH—68*. San Francisco 1972, 1—6.
16. TERPLÁN, Z.: Dimensionierungsfragen der Zahnrad-Planetengetriebe. Akadémiai Kiadó, Budapest 1974.
17. VÖRÖS I.: Gépelemek III. (Fogaskerekek). Tankönyvkiadó. Budapest 1972.
18. SZAMOSVÖLGYI, O.: Bestimmung der Zahnkopffinterferenz bei innenverzahnten Zahnradtriebwerken. *Periodica Politechnica. Engineering*. Budapest 3 (1959), 255—271.
19. ERNEY Gy.: Belső fogazású hengeres kerekek elmélete és tervezése. Mérnöki Továbbképző Intézet. Budapest 1954.
20. TERPLÁN, Z.—SZOTA, Gy.: Zur Frage des Zahnstosses bei der Innenverzahnung. *Nehézipari Műszaki Egyetem Idegen Nyelvű Közl.* Miskolc. 23 (1964), 331—341.
21. TERPLÁN, Z.—SZOTA, Gy.: Kiegészítés a „Belső fogazatú kerekek fogakadásá”-hoz. — *Nehézipari Műszaki Egyetem Magyar Nyelvű Közl.* Miskolc. 13 (1967), 143—148.
22. TERPLÁN, Z.: Wirkungsgrad eines Planetengetriebes mit Doppelantrieb. — *Acta Techn. Hung.* 49 (1964), 207—217.
23. TERPLÁN, Z.: Umlaufgetriebe — ein Grenzgebiet zwischen Mechanismen und Maschinenelementen. *Maschinenbautechnik*, 16 (1967), 384—386.
24. MAGIDOVICS, E. I.: Vübor csiszol zubcev kolepsz planetarnüh mehanizmov. *Sztanki i instrument* 32 (1961) 30—33.
25. TERPLÁN, Z.: Einfache Umlaufgetriebe mit ausgeglichenem Gleiten. *Konstruktion* 18 (1966), 409—413.
26. TERPLÁN Z.—APRÓ F.—BUZCÓ J.: Kiegészítés a fogaskerék-bolygóművek korrigált fogazatához. II. Fogaskerék Konferencia anyaga magyar és német nyelven. GTE. Budapest 1969, 1—10.
27. TERPLÁN, Z.: Von der Lastbarkeit der einfachen Planetengetriebe. — IFTOMM International Symposium on Linkages and Computer Design Methods. Paper C—27. Bukarest 1973, 348—356.

Range Limits for the Basic Types of Planetary Gear Drives with X-zero and Compensated Tothing. The complicated planetary gear drives can always be desintegrated into the combination of *six* basic types; each of them may be used as a gear-drive by itself. Hence, it is worthwhile dealing with the basic types. These have functional relations between the velocity ratio and the gear ratio of the same type. But for a nomogrammatic representation of this function the practically realisable range limits must be known, which may be determined by the conditions of coaxiality, of assembly and of vicinity, by the efficiency, by the limits of the *Poppinga* number. A further problem is for the basic types with compound planet pinion the desintegration of the overall gear ratio into partial gear ratios, as given by the *Magidovich* optimum. The paper summarizes these questions by a new method of treatment for X-zero and for compensated toothings.

Die Bereichsgrenzen der Grundtypen von Zahnrad-Planetengetrieben bei Null- und V-Null-Verzahnung. Die komplizierten, zusammengesetzten Zahnrad-Planetengetriebe können jeweils auf die Kombination von *sechs* Grundtypen zurückgeführt werden. Zugleich ist jede Grundtype auch als selbständiges Getriebe verwendbar. Es lohnt sich mit diesen Grundtypen zu beschäftigen. Die Grundtypen ergeben eine Funktion gleicher Form für den Zusammenhang zwischen der kinematischen Übersetzung und dem Zähnezahlnverhältnis. Bei der nomogramatischen Darstellung dieser Funktion müssen jedoch die praktisch realisierbaren Bereichsgrenzen bekannt sein, welche durch die Koaxialitäts-, Montierbarkeits- und Nachbarschaftsbedingungen, durch den Wirkungsgrad und die *Poppinga*-Zahl gegeben sein können. Ein weiteres Problem ist bei den Grundtypen mit zweistufigem Planetenrad die Aufteilung des allgemeinen Zähnezahlnverhältnisses auf Teilzähnezahlnverhältnisse, welche Aufteilung das *Magidowitsche* Optimum bestimmt. Der Aufsatz faßt diese Fragen in einheitlicher und neuartiger Darstellungsform für Null- und V-Null-Verzahnungen zusammen.