

PÁCOLT HÚSOK FÉNY OKOZTA ELHALVÁNYODÁSI FOLYAMATÁNAK MATEMATIKAI VIZSGÁLATA I

FÉNYES TAMÁS, KÖRMENDY LÁSZLÓ¹ és ZUKÁL ENDRE¹

Bevezetés

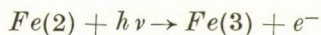
Pácolt húsek fény okozta elszíntelenedése ismert jelenség. A fogyasztóközönség megszokta a pácolt húskészítmények élénk rózsaszínét, és a szín elhalványodását, elbarnulását minőségi hibának tekinti. Ez a hiba eléggé gyakori.

A vizsgálatok során kimutatták [1], hogy az elhalványodáskor a húsek piros színét adó nitrozomioglobint, illetve főtt húsekben a nitrozomiokromogén bomlik el. A nitrozomioglobint, illetve a nitrozomiokromogén molekula színt adó magjában két vegyértékű vasatom van. Ezt a vasatomot a levegő oxigénje, vagy más — a húsekben levő — oxidáló vegyület fény hatására 3 vegyértékűvé oxidálja. A 3 vegyértékű vasat tartalmazó színes vegyület — metmioglobint ill. metmiokromogén — már nem piros, hanem barna árnyalatú.

A fény okozta elbarnulási folyamat elleni védekezés leghatásosabb módja többek között a fény kizárása, a sötét csomagolás lenne. A vevő azonban látni akarja a készítményt, ezért a csomagolást nem lehet úgy választani, hogy az önmagában is megakadályozza a barnulást, vagy — ami ugyanaz — a húsek eredeti színének elhalványodását. Ezért különféle vegyszerekkel igyekeznek gátolni a fény hatását. A megfelelő szerv kiválasztásához, az egyes alkalmazott anyagok hatásában mutatkozó ellentmondások felderítéséhez ismerni kellene a fény okozta elszíntelenítés folyamatának lépéseit, a reakciómechanizmust. Erre pedig meglepően kevés az adat [2, 3].

Közleményünkben a feltételezhető legegyszerűbb reakciómechanizmusra épülő modellt mutatjuk be. A modell gyakorlati igazolása további laboratóriumi vizsgálatokat igényel.

Az alapvető reakció a következő:



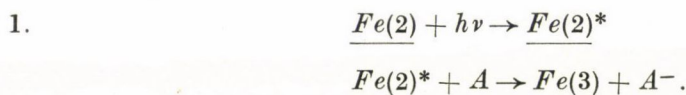
ahol $\text{Fe}(2)$ -vel a két vegyértékű vasat tartalmazó piros színező anyagot,
 $\text{Fe}(3)$ -al a 3 vegyértékű vasat tartalmazó elhalvány barna színező anyagot,
 e^- -vel a vasatom oxidálódásánál felszabaduló elektront jelöltük.
 $h\nu$ a fénykvantum.

A folyamathoz kell valamilyen elektronfelvevő anyag (pl. oxigén és víz) is. A továbbiakban ezt az anyagot A -val, az elektron felvétele után A^- -val fogjuk jelölni.

¹ Országos Húsipari Kutató Intézet.

Az irodalmi adatok [3] alapján a folyamat feltehetően fénykvantumok hatására megy végbe, legalábbis lényegesen gyorsul. A fénykvantumot a reakcióban résztvevő anyagok valamelyike elnyeli, gerjesztett állapotba jut és aktiválódik. Az aktivált anyagot a továbbiakban csillaggal fogjuk jelölni. A gerjesztett anyag atomja találkozik a másik reagáló partnerrel, és így jön létre az oxidációs reakció.

Az elmondott folyamatra 3 egyszerű eset lehetséges. Ezek a következők:



Ebben az esetben tehát a fénykvantum a hús színező anyagának vasatomját aktiválja, és az aktív vasatom reagál az elektronátvevő vegyülettel.

A reakció egyenleteknek megfelelő *reakció sebességi* egyenletek a következők:

$$\begin{aligned} \frac{d[\underline{Fe(2)^*}]}{dt} &= k_1[\underline{Fe(2)}] I \\ \frac{d[\underline{Fe(3)}]}{dt} &= k_2[\underline{Fe(2)^*}] [A] , \end{aligned}$$

ahol I a fény erőssége,

k_1, k_2 a koncentrációtól és fényerősségtől független reakció sebességi állandók,

t az idő

[]-el a zárójelben levő molekulafajták koncentrációját jelöltük.

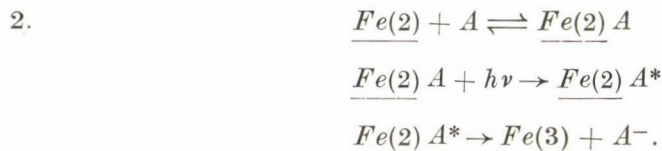
Az ilyen, két folyamatból összetett sebességi egyenletek a végtermékre nézve komplikált differenciálegyenletet adnak. Egyszerűsödik a megoldás, ha valamelyik reakció sebessége nagyon kicsi a másik reakció sebességéhez képest. Akkor ugyanis a reakció tekintélyes részében a lassú folyamat szabja meg az egész folyamat sebességét.

Feltételezhetjük, hogy

$$k_1 \ll k_2$$

akkor írható, hogy

$$\frac{d[\underline{Fe(3)}]}{dt} = k_1[\underline{Fe(2)}] I .$$



E szerint a feltevés szerint tehát először addíciós vegyület keletkezik, amelyik a kiinduló anyagokkal egyensúlyban van. Ezt a közbeeső vegyületet aktiválja a fény, és aktivált vegyület már úgy bomlik szét, hogy a végtermékek keletkeznek.

Az addíciós vegyület keletkezésére a tömeghatás törvénye érvényes:

$$\frac{[Fe(2)A]}{[Fe(2)][A]} = K,$$

ahol K a reakció-egyensúlyi állandó.

A másik két reakció sebességi egyenlete a következő:

$$\frac{d[Fe(2)A^*]}{dt} = k_3[Fe(2)A]I$$

$$\frac{d[Fe(3)]}{dt} = k_4[Fe(2)A^*].$$

Az aktivált molekula szétbomlását gyorsnak tekinthetjük az aktiválási reakcióhoz képest, tehát írhatjuk, hogy:

$$\frac{d[Fe(3)]}{dt} = k_3[Fe(2)A]I = k_3K[Fe(2)][A]I.$$

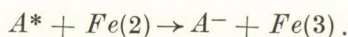
Az A mennyisége oly nagy (valószínűleg pótlódik), hogy annak koncentrációját állandónak tekinthetjük. Így az eredő reakció egyenletet a következőképp írhatjuk fel:

$$\frac{d[Fe(3)]}{dt} = k_5[Fe(2)]I,$$

ahol

$$k_5 = k_3K[A].$$

Az egyenlet formailag egyezik az első feltevésben nyert végső egyenlettel, csak a sebességi állandó jelentése más.



Ennél a feltevésnél az elektron-átvevő partnert aktiválja a fény, és az aktív partner reagál az izomfestékekkel. A folyamatoknak megfelelő reakció sebességi egyenletek a következők:

$$\frac{d[A^*]}{dt} = k_6[A]I$$

$$\frac{d[Fe(3)]}{dt} = k_7[A^*]Fe(2).$$

Itt a kétlépcsős reakció nem egyszerűsíthető, mert ha feltételezzük, hogy:

$$k_6 \ll k_7$$

úgy a következő sebességi egyenletet nyerjük:

$$\frac{d[Fe(3)]}{dt} = k_8[A]I = k_8I,$$

ahol $k_8 = k_6[A]$.

Ez azonban a tapasztalatnak ellentmond, mert az előzetes kísérletek szerint a reakció sebessége *függ* az izomfesték koncentrációjától.

A két részfolyamat együttes figyelembevételével adódó komplikált sebességi egyenlet taglalásától a közleményben eltekintünk.

A 3-as feltevést elvetjük, az első és második feltevésből pedig az alábbi azonos alakú reakció egyenlet adódik:

$$\frac{d[Fe(3)]}{dt} = k[Fe(2)]I.$$

Amennyi 3 vegyértékű vasat tartalmazó izomfesték keletkezik, annyi fogy el a két vegyértékű vasat tartalmazó izomfestékből. Írható tehát, hogy

$$\frac{d[Fe(3)]}{dt} = -\frac{d[Fe(2)]}{dt}.$$

Egyszerűsítés végett a $[Fe(2)]$ helyébe c -t írva, az egyenlet a következőképpen alakul:

$$\frac{dc}{dt} = -kcI.$$

A gyakorlati mérések számára az egyenletet újabb egyenlettel kell kiegészíteni. Ha ugyanis a kísérletet olyan vékony húsréteggel tudnánk elvégezni, amelyben az I állandó, úgy a reagáló anyagok töménységének időről-időre való meghatározásából a sebességi állandót meg lehetne mérni, illetve a feltételezett mechanizmust igazolni lehetne. Gyakorlatilag azonban mérhető mennyiségű izomfestéket csak olyan vastag rétegből nyerhetünk, amelyik átlátszatlan. A réteg vizsgálatával csak átlagos izomfesték koncentrációt tudunk mérni, több olyan réteget átlagolva, amelyben a fényerősség különböző. Ezért a fényintenzitásnak az egyes rétegekben való csökkenését is figyelembe kell venni.

A fényerősség változását a Lambert-törvény alapján adhatjuk meg:

$$\frac{dI}{dx} = -\beta I.$$

Feltételezhetjük, hogy:

$$\beta = \beta_1 + \gamma_1[Fe(2)] + \gamma_2[Fe(3)],$$

ahol I a fényerősség,

x a hely koordináta,

β a fényelnyelési együttható,

γ_1 a $Fe(2)$ tartalmazó izomfesték fajlagos fényelnyelési együtthatója,

γ_2 a $Fe(3)$ tartalmazó izomfesték fajlagos fényelnyelési együtthatója.

β_1 a többi anyag fényelnyelési együtthatója.

Az együtthatók a reakciót kiváltó hullámhosszon értendők. A fényelnyelési együtthatók három tagjának nagysága többnyire összemérhető. Speciális esetekben (nagyon világos hús szintelenedésének vizsgálatánál) a koncentrációtól függő tagok elhanyagolhatók, ha pedig pl. hígított vér elsíntelenedését vizsgáljuk, valamilyen szintelen kötőanyaggal gátolva a vér-

festék vándorlását, úgy elő tudjuk állítani azt a speciális határesetet, amikor a γ_1 mellett a másik két tagot lehet elhanyagolni.

A vastag rétegekben tehát az izomfesték koncentrációja helytől és az időtől függ, és elemezni csak az átlagos izomfesték töménységet tudjuk. Az átlagos töménység a következő:

$$\bar{c} = \frac{\int_0^l c dx}{l},$$

ahol l a vizsgált anyag rétegvastagsága.

A mérési eredményeknek a feltételezett reakció-mechanizmussal való egyeztetéséhez a $c(x, t)$ függvényt kell ismernünk. A függvényhez a következő differenciálegyenletrendszer megoldása juttat:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -kcI,$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -[\beta_1 + \gamma_1 c + \gamma_2(c_0 - c)]I.$$

Az előírt kezdeti feltétel és peremfeltétel a következő:

$$c(x, 0) = c_0,$$

$$I(0, t) = I_0.$$

1. §. A probléma megoldása

Az egyszerűbb írásmód kedvéért vezessük be az

$$(1) \quad a = \beta_1 + \gamma_2 c_0 \quad b = \gamma_1 - \gamma_2$$

állandókat, úgy a szóbanforgó parciális differenciálegyenletrendszer az alábbi alakot veszi fel:

$$(2) \quad \begin{aligned} \frac{\partial c(x, t)}{\partial t} &= -kc(x, t)I(x, t), \\ \frac{\partial I(x, t)}{\partial x} &= -(a + bc(x, t))I(x, t). \end{aligned} \quad (0 \leq x < \infty; 0 \leq t < \infty)$$

Ehhez az alábbi kezdeti és peremfeltételt csatoljuk:

$$(3) \quad c(x, 0) = c_0, \quad I(0, t) = I_0.$$

Az alábbiakban meghatározzuk (2)-nek a (3) feltételeket kielégítő megoldását.

Fejezzük ki (2)-ből az $I(x, t)$ függvényt, úgy kapjuk, hogy

$$(4) \quad I = + \frac{1}{kc} \frac{\partial c}{\partial t}.$$

Vezessük be $c(x, t)$ helyére az

$$(5) \quad u = \log \frac{c_0}{c}$$

összefüggéssel definiált új függvényt, így (4) és (5) alapján

$$(6) \quad I = \frac{1}{k} \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}, \quad \frac{\partial I}{\partial x} = \frac{1}{k} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x \partial t}.$$

(6)-ot (2) második egyenletébe helyettesítve adódik, hogy

$$(7) \quad \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x \partial t} = -a \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} - bc_0 e^{-u(x, t)} \frac{\partial u(x, t)}{\partial t},$$

ahol figyelembevettük, hogy (5)-ből $C = C_0 e^{-u}$.

Integráljuk most (7) egyenletet t szerint, úgy kapjuk, hogy

$$(8) \quad \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + au(x, t) bc_0 e^{-u(x, t)} = f(x),$$

ahol $f(x)$ az x változó egyelőre tetszőleges folytonos függvénye.

(8) az $u(x, t)$ függvényre nézve már közönséges, nemlineáris differenciálegyenlet, amely a t változót mint paramétert tartalmazza.

(8) megoldását adott $f(x)$ esetén általában nem tudjuk zárt alakban felírni. Azonban, ha (8)-ba $t = 0$ értéket helyettesítünk és figyelembe vesszük, hogy (3) kezdeti feltétele és (5) alapján

$$u(x, 0) = \log \frac{c_0}{c(x, 0)} = \log \frac{c_0}{c_0} = \log 1 = 0,$$

és

$$e^{-u(x, 0)} = 1,$$

nyerjük, hogy

$$f(x) = -bc_0,$$

ami azt jelenti, hogy (8)-egyenlet az egyszerű, szeparálással megoldható

$$(9) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + au - bc_0 e^{-u} + bc_0 = 0$$

differenciálegyenletre redukálódik. Az egyenlet megoldásához ismernünk kell $u(x, t)$ függvényt az $x = 0$ tengely mentén vagy ami ezzel ekvivalens, a $c(0, t)$ függvényt, más szóval kifejezve a $c(x, t)$ függvény peremen felvett értékeit.

Helyettesítünk (2) első egyenletébe $x = 0$ értéket, vegyük tekintetbe (3) feltételeket, úgy

$$\frac{\partial c(0, t)}{\partial t} = -kI_0 c(0, t),$$

amiből

$$c(0, t) = c_0 e^{-kI_0 t}$$

ami kémiaiilag is plauzibilis. Továbbá

$$(10) \quad u(0, t) = \log \frac{c_0}{c(0, t)} = \log \frac{c_0}{c_0 e^{-kI_0 t}} = kI_0 t.$$

Ezekután (9)-et szeparálva (10) és (5) figyelembevételével adódik, hogy

$$(11) \quad \int_{\log \frac{c_0}{c(x, t)}}^{kI_0 t} \frac{du}{bc_0(1 - e^{-u}) + au} = x.$$

Ezzel megoldottuk (2) differenciálegyenletrendszer $c(x, t)$ -re. A kapott megoldás implicit alakú, belőle az ismeretlen $c(x, t)$ függvényt expliciten nem lehet kifejezni, már csak azért sem, mert (11) zárt alakban nem integrálható. (11) integrált numerikus módszerekkel — esetleg elektronikus számológép igénybevételével — lehet kiértékelni és így egyszersmind explicit numerikus összefüggéseket a koncentráció eloszlására meghatározni.

Numerikus megoldásokkal e cikk keretében nem foglalkozunk. A dolgozat fő célja a folyamatot leíró leegyszerűsített matematikai modell megszerkesztése és a probléma matematikai megoldásának ismertetése. Sajnos a húsokra jellemző k , β_1 , γ_1 , γ_2 anyagi állandók számszerű értékei amúgysem ismeretesek, ami további nehézséget okoz (11) numerikus kiértékelése szempontjából. Az Országos Húsipari Kutatóintézet tervbevette, hogy laboratóriumi mérésekkel megállapítja a húsookban lezajló fényelnyelési folyamatokra jellemző β_1 , γ_1 , γ_2 állandók numerikus adatait. A k állandó az elszíntelenedés sebességére jellemző szám épp a kapott megoldás alapján határozandó meg, a laboratóriumi mérésekből nyert adatok figyelembevételével. A numerikus számítások előkészítése céljából célszerű (11)-et

$$(12) \quad \int_{\log \frac{c_0}{c(x, t)}}^{kI_0 t} \frac{du}{1 - e^{-u} + \varepsilon u} = bc_0 x$$

alakban írni, ahol

$$\varepsilon = \frac{a}{bc_0} = \frac{\beta_1 + \gamma_2 c_0}{(\gamma_1 - \gamma_2) c_0}.$$

Az I_0 , c_0 mennyiségek szintén laboratóriumi mérésekkel meghatározhatók. A $c(x, t)$ koncentrációt nem lehet mérni, hanem csupán egy $x = l$ vastagságú húsban levő átlagos koncentrációt, mint az idő függvényét:

$$(13) \quad \bar{c}(l, t) = \frac{\int_0^l c(x, t) dx}{l}.$$

Megmutatjuk, hogy az átlagos koncentrációra egy igen egyszerű összefüggés vezethető le. Uí. mivel

$$u = \log \frac{c_0}{c}, \quad c = c_0 e^{-u},$$

úgy (9)-et felhasználva egyszerű helyettesítéssel nyerjük, hogy

$$\bar{c}(l, t) = \frac{1}{l} \int_0^l c(x, t) dx = \frac{c_0}{l} \int_{\log \frac{c_0}{c(l, t)}}^{kl_0 t} \frac{e^{-u} du}{au + bc_0(1 - e^{-u})}.$$

A kapott kifejezést alakítsuk át a következőképpen

$$\bar{c}(l, t) = \frac{1}{bl} \int_{\log \frac{c_0}{c(l, t)}}^{kl_0 t} \frac{a + bc_0 e^{-u}}{au + bc_0(1 - e^{-u})} du - \frac{a}{bl} \int_{\log \frac{c_0}{c(l, t)}}^{kl_0 t} \frac{du}{au + bc_0(1 - e^{-u})}.$$

A kapott első integrál egyszerűen kiszámítható, a kapott második integrál pedig nem más, mint (11) összefüggés az $x = l$ helyen.

Így tehát

$$(14) \quad \begin{aligned} \bar{c}(l, t) &= \frac{1}{l} \log [au + bc_0(1 - e^{-u})] \Big|_{u=\log \frac{c_0}{c(l, t)}}^{u=kl_0 t} - \frac{a}{b} = \\ &= \frac{1}{bl} \log \frac{ak I_0 t + bc_0(1 - e^{-kl_0 t})}{a \log \frac{c_0}{c(l, t)} + b[c_0 - c(l, t)]} - \frac{a}{b}. \end{aligned}$$

(14) formula egyszerű összefüggést állapít meg az átlagos koncentráció és az $x = l$ helyen fellépő koncentráció között. (14) összefüggés nagy gyakorlati előnye, hogy az átlagos koncentráció számításához nincs szükség további numerikus integrálásra, elegendő hozzá az (11) integrál numerikus vizsgálatát az $x = l$ helyen elvégezni.

A mérési eredmények a $\bar{c}(l, t)$ átlagos koncentrációt adják meg. Amennyiben az elméletileg számított (14) átlagos koncentráció és a mért átlagos koncentráció összehasonlítása során sikerül a k mennyiségre — esetleg a többi anyagi állandóra is — olyan numerikus értéket találni, hogy az említett átlagos koncentrációk között kicsiny eltérés mutatkozik, úgy eredeti matematikai modellünket igazoltnak tekinthetjük. Az elméleti és a mért értékek közötti illeszkedés jóságát matematikai statisztikai módszerekkel kívánjuk értékelni. Ekkor a közölt vizsgálatok egyszersmind a reakciókinetikai szempontból igen fontos k állandó meghatározásához is segítséget nyújtanak. Amennyiben az utólagos mérések kiinduló modellünket nem támasztják alá, úgy az összetettebb modell matematikai vizsgálata is szükségessé válhat.

A húsban fellépő fényerősséget a koncentráció ismeretében (4) kifejezés alapján numerikus differenciálás segítségével lehet kiszámolni. Megjegyezzük azonban, hogy húsipari szempontból a fényerősség ismeretének nincs különösebb jelentősége.

2. §. Speciális esetek vizsgálata

Mivel $\beta_1, \gamma_1, \gamma_2$ fényelnyelési koeficiensek numerikus értékei nem ismertek, érdemes néhány speciális esettel külön foglalkozni.

I.

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 0.$$

Ekkor (2) második egyenletében $a = \beta_1$, $b = 0$. Ez azt a kémiai lehetőséget fejezi ki, hogy a fény abszorbeálódása a koncentráció csökkenéstől függetlennek tekinthető. Ekkor (2) két közönséges differenciálegyenletté esik szét, melyeket egyszerűen megoldva (3) figyelembevételével kapjuk, hogy

$$(16) \quad \begin{aligned} c(x, t) &= c_0 \exp[-kI_0 t e^{-\beta_1 x}], \\ I(x, t) &= I_0 e^{-\beta_1 x}. \end{aligned}$$

A fényerősség nyilvánvalóan az időtől független.

Számítsuk ki (13) alapján az l vastagságban fellépő átlagos koncentrációt is.

$$\bar{c}(l, t) = \frac{c_0}{l} \int_0^l \exp[-kI_0 t e^{-\beta_1 x}] dx.$$

Bevezetve a

$$v = -kI_0 t e^{-\beta_1 x}$$

helyettesítést, adódik, hogy

$$(17) \quad \int_0^l \exp[-kI_0 t e^{-\beta_1 x}] dx = -\frac{1}{\beta_1} \int_{-kI_0 t}^{-kI_0 t e^{-\beta_1 l}} \frac{e^v}{v} dv.$$

Hozzuk be az ún. exponenciális integrált:

$$\text{Ei}(y) = \int_{-\infty}^y \frac{e^z}{z} dz; \quad -\infty \leq y < 0,$$

akkor (17) jobboldala

$$(18) \quad -\frac{1}{\beta_1} [\text{Ei}(-kI_0 t e^{-\beta_1 l}) - \text{Ei}(-kI_0 t)]$$

alakban is írható, így az átlagos koncentráció

$$(19) \quad \bar{c}(l, t) = \frac{c_0}{\beta_1 l} [\text{Ei}(-kI_0 t) - \text{Ei}(-kI_0 t e^{-\beta_1 l})].$$

(19) formula praktikusán igen jól alkalmazható, tekintettel arra, hogy az exponenciális integrálra számos jól használható táblázat van.

Másik speciális esetként azt az esetet tárgyaljuk, mikor

$$\text{II.} \quad \beta_1 = \gamma_2 = 0.$$

Ez azt a kémiai lehetőséget fejezi ki, hogy az anyag fényabszorpciós együtthatója arányos a mindenkori koncentrációval, vagyis a bevilágított anyag a fény hatására átlátszóvá válik. Ez természetesen hűsoknál nem fordulhat elő, mert a hűsok a rájuk eső fényt állandóan elnyelik már aránylag vékony rétegben. Mégis célszerűnek tartjuk II. eset részletes vizsgálatát, mert egyrészt ekkor egyszerű végső formulákra jutunk, másrészt pedig ez az eset a kémia, illetve biológia egyéb problémáiban fellép (lásd a Bevezetést).

Mivel most $a = 0$, $b = \gamma_1$ (11) integrál:

$$(20) \quad \frac{1}{\gamma_1 c_0} \int_{\log \frac{c_0}{c}}^{kI_0 t} \frac{du}{1 - e^{-u}} = x.$$

(20) integrál elemi függvények segítségével kifejezhető, integrálva lesz:

$$(21) \quad [u + \log(1 - e^{-u})] \Big|_{\log \frac{c_0}{c}}^{kI_0 t} = kI_0 t - \log \frac{c_0}{c} + \log(1 - e^{-kI_0 t}) - \\ - \log\left(1 - \frac{c}{c_0}\right) = kI_0 t + \log(1 - e^{-kI_0 t}) - \log\left(\frac{c_0}{c} - 1\right) = \gamma_1 c_0 x,$$

amiből $c(x, t)$ rövid számolással:

$$(22) \quad c(x, t) = c_0 \frac{e^{\gamma_1 c_0 x}}{e^{\gamma_1 c_0 x} + e^{kI_0 t} - 1},$$

és (4) alapján a differenciálást elvégezve kapjuk, hogy

$$(23) \quad I(x, t) = I_0 \frac{e^{kI_0 t}}{e^{\gamma_1 c_0 x} + e^{kI_0 t} - 1}.$$

Az átlagos koncentráció

$$(24) \quad \bar{c}(l, t) = \frac{c_0}{c} \int_0^l \frac{e^{\gamma_1 c_0 x}}{e^{\gamma_1 c_0 x} + e^{kI_0 t} - 1} dx = \frac{1}{l \gamma_1} \log(e^{\gamma_1 c_0 x} + e^{kI_0 t} - 1) \Big|_{x=0}^{x=l} = \\ = \frac{1}{l \gamma_1} \log(e^{\gamma_1 c_0 l} + e^{kI_0 t} - 1) - \frac{kI_0 t}{l \gamma_1}.$$

(Beérkezett: 1963. szeptember 4.)

IRODALOM

- [1] WATTS, B. M.: „Oxidative rancidity and discoloration in meat”. *Advances in Food Research* **5** (1954) 1—21.
- [2] WALSH, K. A.—ROSE D.: „Factors effecting the oxidation of nitricoxide myoglobin”. *Journal of Agriculture and Food Chemistry* **4** (1956) 35—38.
- [3] HORNSEY, H. C.: „The colour of cooked cured pork”. *Journal of the Science of Food and Agriculture* **8** (1957) 547—551.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБЕСЦВЕЧИВАНИЯ МАРИНОВАННОГО МЯСА ПОД ВЛИЯНИЕМ СВЕТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Т. FÉNYES, К. KÖRMENDY и Е. ZUKÁL

Резюме

Данная работа содержит математическое исследование обесцвечивания мяса под влиянием света. Составленная математическая модель принимает во внимание абсорбцию световых лучей в мясе. В итоге получается система дифференциальных уравнений в частных производных и находится решение в неявной форме. В работе отсутствуют численные результаты, так как для указанных в работе видов мяса в настоящее время не известны абсорбционные константы. Только после определения последних становится возможным нахождение численных результатов и проверка математической модели на практике.

В конце работы обсуждаются некоторые частные вопросы.

Эти вычисления приводят к простым практически удобным формулам.

DIE UNTERSUCHUNG DES DURCH LICHT VERURSACHTEN VERBLASSUNGSVORGANGES BEI PÖKELFLEISCH

Т. FÉNYES, L. KÖRMENDY und E. ZUKÁL

Zusammenfassung

Bei der Verblässung von Pökelfleisch wird das dem Pökelfleisch die lebhaft rote Farbe verleihende Nitrosomyoglobin, beziehungsweise bei gekochten Waren das Nitrosomyochromogen oxydiert. Als erster Schritt der Oxydation wird das in dem Molekül befindliche zweiwertige Eisenatom durch Lichteinwirkung in dreiwertiges oxydiert, falls im Fleisch eine Elektronen aufnehmende Substanz (z. B. Oxygen) vorhanden ist.

Die vereinfachte Gleichung der Reaktion ist:

$$\frac{dc}{dt} = -kcI$$

in der c die Konzentration der zweiwertige Eisenatome enthaltenden Molekülen,

t die Zeit,

I die Lichtstärke und

k die Reaktionsgeschwindigkeitskonstante bedeutet.

Die Reaktion kann nur in begrenzt dicken Scheiben studiert werden, in denen I nicht konstant ist.

Angenommen, dass die Veränderung des I -s dem Lambertschen Gesetz folgt, so ist die Gleichung:

$$\frac{dI}{dx} = -\beta I$$

in der $\beta = \beta_1 + \gamma_1 c + \gamma_2 (c_0 - c)$
 x der in Richtung des Lichtes axial gemessene Koordinationswert,
 γ_1 der spezifische Lichtabsorptionskoeffizient der zweiwertiges
 Eisen enthaltenden Molekülen,
 γ_2 der spezifische Lichtabsorptionskoeffizient der dreiwertiges Eisen
 enthaltenden Molekülen,
 β_1 der Lichtabsorptionskoeffizient der anderen Substanzen,
 c_0 c im Zeitpunkt von $t = 0$ bedeutet.

Also hängt c und I so von t als auch von x ab.

Der Zusammenhang muss die Differentialgleichungen

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -kcI$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -[\beta_1 + \gamma_1 c + \gamma_2 (c_0 - c)] I$$

wie auch die Anfangsbedingung

$$c(x, 0) = c_0$$

und die Randbedingung

$$I(0, t) = I_0$$

befriedigen.