

ÚJ ALGORITMUS GÁZ- ÉS FOLYADÉKHÁLÓZATOK SZÁMÍTÁSÁRA

SINGER DÉNES* ÉS KOLTAI TAMÁS**

[Beérkezett, 1973. február 19-én.]

Az algoritmus a hálózati egyenletek csomóponti alakjából indul ki és az egyenletek megoldásához a Newton-Raphson módszert használja. A Jakobi-féle mátrix ehhez szükséges inverziója helyett az invertált mátrixot a hálózat egyes ágainak lépésről-lépésre való hozzáadásával, közvetlenül állítja elő. A tanulmány röviden leírja az algoritmus felhasználásával szerkesztett programot és annak értékelését adja.

1. Bevezetés

A nemlineáris villamos hálózatoktól eltérően a gáz- és folyadékhálózatok számításánál a Newton-Raphson és az ebből kifejlesztett módszerek csak a legutóbbi időben kezdenek a mind ez ideig általánosan használt H. CROSS módszerrel szemben polgárjogot nyerni [1], [2], [3], [4]. Ennek magyarázata, hogy ezen utóbbi módszer divergenciára való hajlamosságát és munkaigényességét ellensúlyozza egyszerűsége és kicsiny memóriaszükséglete.

A Newton-Raphson típusú módszerek használatát elsősorban ezek kisebb érzékenysége indokolja az iteráció induló értékeinek helyes megválasztásával szemben. A hálózati egyenletek vektoriálisan

$$F(x) = 0 \quad (1)$$

alakba írhatók. Ha x_0 a becsült induló értékek vektora, a Newton-Raphson módszer az x megoldás vektor első közelítéseként

$$x_1 = x_0 - H^{-1} F(x_0) \quad (2)$$

adódik. Az x $(i+1)$ -edik közelítése

$$x_{(i+1)} = x_i - H_i^{-1} F_i. \quad (3)$$

H_i az F_i vektorfüggvény Jakobi-féle mátrixa. Ennek H_{jk} eleme

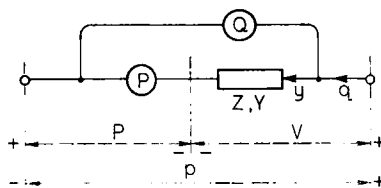
$$H_{jk} = \frac{\partial F_j}{\partial x_k}, \quad j, k = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

* Dr. Singer Dénes, 1021 Budapest, Furulya u. 5.

** Koltai Tamás, 1055 Budapest, Néphadsereg u. 22.

A Cross-féle algoritmus lényegében véve a (3) egyszerűsítéseként fogható fel, amennyiben a H mátrix nemdiagonális elemeit figyelmen kívül hagyjuk. Vagyis ennél

$$H_{jk} = \begin{cases} \partial F_j / \partial x_k & \text{for } j = k \\ 0 & \text{for } j \neq k \end{cases} \quad (5)$$



1. ábra

Ezen elhanyagolás következménye az utóbbi módszer nagyobb érzékenysége az x_0 induló értékek helyes megválasztásával szemben.

A (3) algoritmus előnyeit minden esetre azon munkatöbblettel kell megvásárolni, amit éppen a nemdiagonális H -mátrix invertálása jelent. A Newton–Raphson-módszerből lezármaztatott módszerek éppen ezen hátrányt igyekeznek megkerülni [5].

A továbbiakban leírt speciálisan gáz- és folyadékhálózatok számítására kidolgozott algoritmus is hasonló célokat követ. Ezenkívül számot vet a hálózat topológiai struktúrája és a H mátrix szerkezete között fennálló összefüggéssel, ami lehetőséget nyújt a H^{-1} mátrix viszonylag egyszerű módon való előállítására.

2. A hálózati egyenletek

A hálózat passzív elemeit, vagyis a csöveket, szelepeket, stb. illetően azon feltételezésből indulunk ki, hogy ezek p nyomás esései és q térfogatáramai között

$$p = k q^m \quad (6)$$

típusú összefüggések állanak fenn, ahol k és m a kérdéses ágra jellemző állandók. Az általánosság kedvéért tételezzük továbbá fel, hogy minden ágba ideális nyomás, ill. áramforrások is működnek, melyek nyomásai legyenek P , ill. Q (1. ábra).

Az 1. ábrán alkalmazott előjelkonvenció alapján a hálózat egyes ágaira vonatkozólag

$$p + P = k [q + Q]^m \quad (7)$$

típusú egyenletek írhatók fel. A

$$p + P = V_i \quad q + Q = J \quad (8)$$

jelöléssel a (7) a

$$V = k J^m \quad (9)$$

alakot veszi fel, mely formálisan azonos a passzív ágelem (6) egyenletével.

A (9) alapján felírható a hálózat primitív admittancia mátrixa $\mathbf{Y}$. Az ág admittancia definíciószerűleg

$$\mathbf{Y} = \mathbf{J}/\mathbf{V}. \quad (10)$$

A (9)-et $\mathbf{J}$ -re explicit alakba írva

$$\mathbf{J} = k^{-1/m} \mathbf{V}^{1/m} \quad (11)$$

az $\mathbf{Y}$ közvetlenül adódik

$$\mathbf{Y} = k^{-1/m} \mathbf{V}^{(1/m-1)} \quad (12)$$

Az $\mathbf{Y}$ admittancia ebben az esetben, mint látható a $\mathbf{V}$ függvénye. Az egyes ágakra vonatkozó (12) kifejezéseket egyetlen diagonális mátrixban egyesítve, a hálózat $\mathbf{Y}(\mathbf{V})$ primitív admittanciamátrixa adódik.

A hálózat topológiai viszonyait jellemezzük az $\mathbf{A}$ ág-csomópont mátrixszal. A csomóponti áramokra vonatkozó alaptétel így az

$$\mathbf{A}^t \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (13)$$

alakba írható; lásd ehhez pl. a [6]-ot.

A hálózat (9) ágegyenleteit az $\mathbf{Y}(\mathbf{v})$ primitív admittancia mátrix segítségével az

$$\mathbf{J} = \mathbf{Y}(\mathbf{V}) \cdot \mathbf{V} \quad (14)$$

alakba írva, a (8) figyelembevételével a

$$\mathbf{q} + \mathbf{Q} - \mathbf{Y}(\mathbf{V}) [\mathbf{p} + \mathbf{P}] = \mathbf{0} \quad (15)$$

kifejezés adódik. A (15)-öt $\mathbf{A}^t$ -vel végigszorozva, a (13) figyelembevételével a következő egyenletet nyerjük:

$$\mathbf{A}^t \{ \mathbf{Y}(\mathbf{V}) [\mathbf{p} + \mathbf{P}] - \mathbf{Q} \} = \mathbf{0} \quad (16)$$

A $\mathbf{p}$ ágnyomás és $\mathbf{Q}$ ágforrásáram helyett vezessük be változóként a $\mathbf{p}'$ csomóponti nyomásokat, ill. $\mathbf{Q}'$ csomóponti forrásáramokat. Mivel

$$\mathbf{p} = \mathbf{A} \mathbf{p}', \quad (17)$$

$$\mathbf{Q}' = \mathbf{A}^t \mathbf{Q}, \quad (17')$$

a (16) kifejezés a következőképpen írható:

$$\mathbf{F}(\mathbf{p}') = \mathbf{A}^t \mathbf{Y}(\mathbf{V}) [\mathbf{A} \mathbf{p}' + \mathbf{P}] - \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (18)$$

Itt az $\mathbf{Y}(\mathbf{V})$ nemlineáris admittancia mátrix, mivel a $\mathbf{V}$ a

$$\mathbf{V} = \mathbf{A} \mathbf{p}' + \mathbf{P} \quad (19)$$

kifejezésből folyik, szintén a $\mathbf{p}'$ függvénye.

3. A hálózati egyenletek megoldásának algoritmus

A (18) kifejezés hálózati egyenletünk csomóponti alakja. Ennek megoldására alkalmazzuk a (4) alatti Newton—Raphson-algoritmust. Állítsuk elő ehhez első sorban az $F(p')$ függvény $\mathbf{H}$ Jakoby-féle mátrixát. Ennek jk indexű elemét a (18) differenciálásával nyerhetjük [7]

$$\frac{\partial F_j}{\partial p'_k} = (A \cdot j)^t \left[\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial p'_k} V + \mathbf{Y}(V) \frac{\partial V}{\partial p'_k} \right], \quad (20)$$

ahol $A \cdot j$ az $\mathbf{A}$ ágcsomópont mátrix j -edik oszlopát jelenti. A $\partial V / \partial p'_k$ vektor j -edik eleme a (19) szerint:

$$\frac{\partial V_j}{\partial p'_k} = \frac{\partial [\mathbf{A} p']_j}{\partial p'_k} = \frac{\partial (\mathbf{A}_j \cdot p')}{\partial p'_k} = a_{jk}. \quad (21)$$

Itt $\mathbf{A}_j \cdot$ az $\mathbf{A}$ mátrix j -edik sora és a_{jk} ezen sor k -adik eleme. Az egész $\partial V / \partial p'_k$ vektor tehát az $\mathbf{A}$ mátrix k -adik oszlopával $\mathbf{A}_k$ -val egyenlő:

$$\frac{\partial V}{\partial p'_k} = \mathbf{A} \cdot k. \quad (22)$$

A (20) kifejezésben szereplő másik differenciálhányados a (21)-re való tekintettel a következőképpen írható:

$$\frac{\partial \mathbf{Y}(v)}{\partial p_k} = \sum_{j=1}^b \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial V_j} \frac{\partial V_j}{\partial p'_k} = \sum_{j=1}^b \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial V_j} a_{jk}, \quad (23)$$

ahol b az ágak száma. Az egyenletben előforduló $\partial \mathbf{Y} / \partial V_j$ differenciálhányados kifejezhető a hálózat ágainak (15) egyenleteivel. Az $\mathbf{Y}$ mátrix $\mathbf{Y}_{jk}$ eleme

$$Y_{jk}(V_k) = \frac{J_j}{V_k}; \quad V_l = 0, \quad l \neq k. \quad (24)$$

A $\partial \mathbf{Y} / \partial V_j$ mátrix elemei így a j -edik oszlopot kivéve nullák. Ha $\mathbf{Y}_{\cdot k}$ -val jelöljük, az $\mathbf{Y}$ primitív admittancia mátrix k -adik oszlopát a (23) helyett ezt írhatjuk:

$$\frac{\partial \mathbf{Y}(V)}{\partial p'_k} = \left[a_{1k} \left(\frac{\partial \mathbf{Y}_{\cdot 1}}{\partial V_1} \right), a_{2k} \left(\frac{\partial \mathbf{Y}_{\cdot 2}}{\partial V_2} \right) \dots a_{bk} \left(\frac{\partial \mathbf{Y}_{\cdot b}}{\partial V_b} \right) \right] \quad (25)$$

A (24)-et V_k szerint deriválhatjuk

$$\frac{\partial Y_{jk}}{\partial V_k} = \frac{\partial (J_j / V_k)}{\partial V_k} = \frac{\partial J_j / \partial V_k}{V_k} - \frac{J_j}{V_k^2}. \quad (26)$$

A $\partial I_j / \partial V_k$ differenciálhányados nyilvánvalóan felfogható, mint egy differenciális admittancia; vedd össze a (24)-gyel. Ha ezt $\bar{Y}_{jk}$ -val jelöljük a (26)-ot a következőképpen írhatjuk

$$\frac{\partial Y_{jk}(V_k)}{\partial V_k} = \frac{\bar{Y}_{jk} - Y_{jk}}{V_k}. \quad (27)$$

A (20) kifejezés jobboldali zárójelében szereplő első tag a (25) és (27) alapján így írható:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{Y}(V)}{\partial \mathbf{p}'_k} V &= \left[a_{1k} \left(\frac{\partial Y_{.1}}{\partial V_1} \right), a_{2k} \left(\frac{\partial Y_{.2}}{\partial V_2} \right) \dots a_{bk} \left(\frac{\partial Y_{.b}}{\partial V_b} \right) \right] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_b \end{bmatrix} = \\ &= \sum_{j=1}^b a_{jk} [Y_{.j} - Y_{.j}] = [\bar{\mathbf{Y}} - \mathbf{Y}] A_{.k} \end{aligned} \quad (28)$$

A (22)-nek és (28)-nak a (20)-ba való helyettesítésével a $\mathbf{H}$ mátrix jk elemére a következő kifejezés adódik:

$$\frac{\partial F_j}{\partial p'_k} = (A_{.j})^t [(\bar{\mathbf{Y}} - \mathbf{Y}) A_{.k} + \mathbf{Y} A_{.k}] = (A_{.j})^t \bar{\mathbf{Y}} A_{.k}. \quad (29)$$

Az egész mátrix így a

$$\frac{\partial F}{\partial \mathbf{p}'} \mathbf{A}^t \bar{\mathbf{Y}} \mathbf{A} \quad (30)$$

alakba írható.

A Newton—Raphson-algoritmus a nemlineáris hálózat csomóponti egyenletére alkalmazva tehát a következő alakot nyeri; lásd a (3)-at

$$\mathbf{p}'_{(i+1)} = \mathbf{p}'_i - [\mathbf{A}^t \bar{\mathbf{Y}} \mathbf{A}]_i^{-1} F_i \quad (31)$$

ahol F_i a (18) hálózati egyenlet baloldalát jelenti.

A (31) kifejezés ebben az alakjában nem volna gazdaságos, mivel minden egyes iterációs ciklusban az $\mathbf{A}^t \bar{\mathbf{Y}} \mathbf{A}$ mátrix invertálását igényli.

Mint látható, az $\mathbf{A}^t \bar{\mathbf{Y}} \mathbf{A}$ mátrixszorzat formálisan azonos a lineáris hálózat nodális admittancia mátrixával

$$\mathbf{Y}_N = \mathbf{A}^t \mathbf{Y} \mathbf{A} \quad (32)$$

azzal a különbséggel, hogy ebben az $\mathbf{Y}$ primitív admittancia mátrix helyett az $\bar{\mathbf{Y}}$ differenciális admittancia mátrix szerepel. A (31)-et a következőképpen írhatjuk

$$\Delta \mathbf{p}'_i = - [\bar{\mathbf{A}}^t \mathbf{Y} \mathbf{A}]^{-1} F_i, \quad (33)$$

ahol

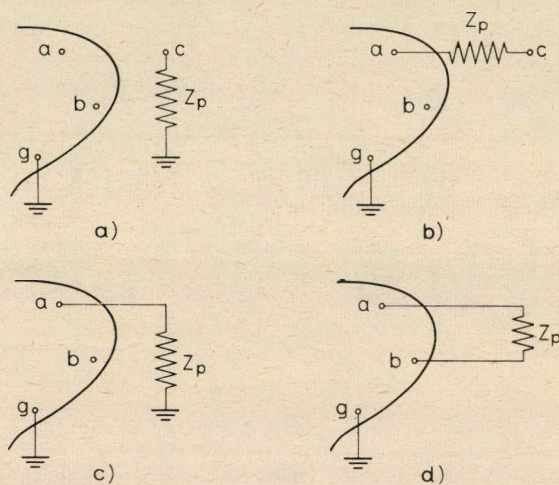
$$\Delta \mathbf{p}'_i = \mathbf{p}'_{(i+1)} - \mathbf{p}'_i \quad (33')$$

jelölést vezettünk be.

A (33) egyenletre úgy tekinthetünk, mint egy a nemlineáris hálózattal topológiailag azonos *lineáris* hálózat csomóponti egyenletére, melynél az F_i forrásfüggvény hatására egy Δp_i csomóponti feszültség keletkezik.

A lineáris hálózat csomóponti admittancia-mátrixának inverze előállítható az inverzió tényleges végrehajtása nélkül diakoptikai megfontolások alapján is [8].

A módszer lényege abban áll, hogy egy részhálózattól kiindulva, melynek csomóponti impedancia mátrixa $\mathbf{Z}_N = \mathbf{Y}_N^{-1}$ ismert, kiszámítjuk az egy ág hozzáadásával nyerhető *kibővített* részhálózat $\mathbf{Z}_N$ mátrixát. A kiinduló részhálózat lehet egyetlen ág is, melynek $\mathbf{Z}_N$ -je egyszerűen az *ágadmittancia* reciprok értékével egyenlő. Itt első lépésben egy második ág hozzáadásával



2. ábra

nyerhető kétágú hálózat $\mathbf{Z}_N$ mátrixát számítjuk. Ezután újabb ág hozzáadásával a három ágból álló hálózat $\mathbf{Z}_N$ -jét számítjuk és így tovább, míg az utolsó ághoz el nem jutunk. Az ágak hozzáadásának sorrendje tetszőleges lehet. A módszer előnye, hogy viszonylag könnyen programozható algoritmust ad.

Válasszunk kiindulópontként egy olyan részhálózatot (ágot), melynek egyik csomópontja a bázispont, azaz az a pont, melyre a hálózati nyomásokat vonatkoztatjuk. Egy ág hozzáadásánál négy eset lehetséges:

1. eset: Az új ág egyik végpontja a g bázispont, míg a másik egy olyan c csomópont, mely a kiinduló hálózatban nem szerepel (2a. ábra);

2. eset: Az új ág egyik végpontja a kiinduló hálózat egyik a csomópontjával azonos, míg a másik egy ebben nem szereplő c csomópont (2b. ábra);

3. eset: Az új ág egyik végpontja a g bázispont, míg a másik a kiinduló hálózat a csomópontja (2c. ábra);

4. eset: Az új ág mindkét csomópontja a kiinduló hálózat egy-egy csomópontjával azonos, (a és b csomópontok), melyek közül egyik| sem azonos a bázisponttal (2d. ábra).

Meg lehet mutatni, hogy mind a négy esetben az új hálózat csomópont egyenlete a következő alakban írható:

$$\begin{bmatrix} p' \\ p_p' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_0 \\ q_p \end{bmatrix}. \quad (34)$$

e_0 és e_p kiinduló hálózatot, ill. az új ág csomóponti nyomásainak vektora; Q_0 a kiinduló hálózat áramainak forrásvektora, q_p az új ág árama. A hipermátrix elemei közül $\mathbf{Z}_{11}$ a kiinduló hálózat csomópont impedancia mátrixa, egy $n \times n$ dimenziós mátrix; n a csomópontok száma. $\mathbf{Z}_{12}$ $n \times 1$ dimenziós mátrix (oszlopvektor), $\mathbf{Z}_{21}$ $1 \times n$ dimenziós mátrix (sorvektor), $\mathbf{Z}_{22}$ 1×1 dimenziós (skalár).

A $\mathbf{Z}_{12}$, $\mathbf{Z}_{21}$, $\mathbf{Z}_{22}$ részmátrixok kifejezhetők a $\mathbf{Z}_{11}$ és az új ág $\mathbf{Z}_p$ impedanciája, valamint a kiinduló hálózat és az új ág kapcsolatát kifejező $\mathbf{A}_k$ topológiai mátrix segítségével;

$$\mathbf{Z}_{12} = \mathbf{Z}_{11} \mathbf{A}_k, \quad (35)$$

$$\mathbf{Z}_{21} = \mathbf{A}_k^t \mathbf{Z}_{11},$$

$$\mathbf{Z}_{22} = \mathbf{A}_k^t \mathbf{Z}_{11} \mathbf{A}_k + \mathbf{Z}_p.$$

Az $\mathbf{A}_k$ hasonlóan az előzőekben szereplő $\mathbf{A}$ ágcsomópont mátrixhoz az eredeti hálózat csomópontjai és az új ág között fejez ki kapcsolatot az 1, -1 és 0 elemek segítségével.

Az új ág kapcsolódásánál lehetséges négy esetnek különböző $\mathbf{Z}_{12}$, $\mathbf{Z}_{21}$, $\mathbf{Z}_{22}$ kifejezések felelnek meg.

1. eset $\mathbf{Z}_{12} = \mathbf{Z}_{21}^t = 0$; $\mathbf{Z}_{22} = \mathbf{Z}_p$;
2. eset $\mathbf{Z}_{12} = \mathbf{Z}_{21}^t = \mathbf{Z}_a$; $\mathbf{Z}_{22} = \mathbf{Z}_{aa} + \mathbf{Z}_p$;
3. eset $\mathbf{Z}_{12} = \mathbf{Z}_{21}^t = \mathbf{Z}_a$; $\mathbf{Z}_{22} = \mathbf{Z}_{aa} + \mathbf{Z}_p$;
4. eset $\mathbf{Z}_{12} = \mathbf{Z}_{21}^t = \mathbf{Z}_a - \mathbf{Z}_b$; $\mathbf{Z}_{22} = \mathbf{Z}_{aa} + \mathbf{Z}_{bb} - 2 \mathbf{Z}_{ab} + \mathbf{Z}_p$.

Itt a következő jelölést vezettük be: $\mathbf{Z}_a$, $\mathbf{Z}_b$ a $\mathbf{Z}_{11}$ mátrix a , ill. b csomópontjának megfelelő oszlopvektorok, $\mathbf{Z}_{aa}$ a $\mathbf{Z}_{22}$ mátrix a sorának és a oszlopának megfelelő elem; $\mathbf{Z}_{bb}$ a $\mathbf{Z}_{22}$ b sorának és oszlopának megfelelő elem; $\mathbf{Z}_{ab}$ a $\mathbf{Z}_{22}$ a sorának és b oszlopának megfelelő elem.

Esetünkben a lineáris hálózat $\mathbf{Y}_N$ csomópont admittancia mátrixa helyébe a nem-lineáris hálózat

$$\bar{\mathbf{Y}}_N = \mathbf{A}^t \bar{\mathbf{Y}} \mathbf{A} \quad (37)$$

differenciális csomóponti admittancia mátrixa lép. Ennek megfelelően a (34), (35) és (36) egyenletekbe a megfelelő $\bar{\mathbf{Z}}_{jk}$

$$\bar{\mathbf{Z}}_{jk} = \bar{\mathbf{Y}}_{jk}^{-1}; j, k = 1, 2 \quad (38)$$

csomóponti impedancia mátrixok helyettesítendőik.

A (33) helyébe így a

$$\Delta p'_i = \bar{Z}_{Ni} - F \quad (39)$$

egyenletet írhatjuk, ahol a $\bar{Z}_{Ni}$ előállítására szolgáló rekurziós algoritmus:

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{Ni}^{(l+1)} &= \begin{bmatrix} \bar{Z}_{11}^{(l+1)} \bar{Z}_{12}^{(l+1)} \\ \bar{Z}_{21}^{(l+1)} \bar{Z}_{22}^{(l+1)} \end{bmatrix}; \quad l = 1, 2, \dots (b - b_1) \\ &\quad \bar{Z}_{11}^{(l+1)} [\bar{Z}_{Ni}^{(l)}]^t; \\ \bar{Z}_{12}^{(l+1)} &= [\bar{Z}_{21}^{(l+1)}]^t = 0; \quad \bar{Z}_{22}^{(l+1)} = \bar{Z}_p^{(l+1)} \quad \text{if. 1.)} \\ \bar{Z}_{12}^{(l+1)} &= [\bar{Z}_{21}^{(l+1)}]^t = \bar{Z}_a^{(l+1)}; \quad \bar{Z}_{22}^{(l+1)} = \bar{Z}_{aa}^{(l+1)} + \bar{Z}_p^{(l+1)} \quad \text{if. 2.)} \\ \bar{Z}_{12}^{(l+1)} &= [\bar{Z}_{21}^{(l+1)}]^t = \bar{Z}_a^{(l+1)}; \quad \bar{Z}_{22}^{(l+1)} = \bar{Z}_{aa}^{(l+1)} + \bar{Z}_p^{(l+1)} \quad \text{if. 3.)} \\ \bar{Z}_{12}^{(l+1)} &= [\bar{Z}_{21}^{(l+1)}]^t = \bar{Z}_a^{(l+1)} - \bar{Z}_b^{(l+1)} \quad \text{if. 4.)} \\ \bar{Z}_{22}^{(l+1)} &= \bar{Z}_{aa}^{(l+1)} + \bar{Z}_{bb}^{(l+1)} - 2\bar{Z}_{ab}^{(l+1)} + \bar{Z}_p^{(l+1)} \\ \bar{Z}_{Ni} &= \bar{Z}_{Ni}^{(b-b_1)} \end{aligned}$$

ahol l a $\bar{Z}_{Ni}$ előállításánál a lépés sorszáma, b a teljes hálózat ágainak száma, b_1 azon hálózat ágainak száma, melynek $\bar{Z}_{Ni}$ mátrixa már eleve rendelkezésre állt (amennyiben nem egyetlen ágból indulunk el), i az iteráció sorszáma a nemlineáris egyenlet megoldásánál. Mint látható, az algoritmus két egymásba beskatulyázott ciklussal dolgozik: az l -ciklusban számítja a $\bar{Z}_{Ni}$ -t, az i -ciklusban újabb e'_i közelítéseket szolgáltat.

Az eljárásnál bizonyos hátrányt jelent, hogy minden iterációs lépésnél úgy az Y primitív admittancia mátrix, mint a $\bar{Z} = \bar{Y}^{-1}$ differenciális impedancia mátrix elemeit újra kell számítani (kivéve a lineáris elemeknél). Esetünkben azonban ez nem jelent komoly nehézséget, mivel az ágegyenletek (7) alakja miatt az $\bar{Y}$ elemei az Y -ből könnyen nyerhetők.

A differenciális ágadmittancia a (11) deriválásával nyerhető

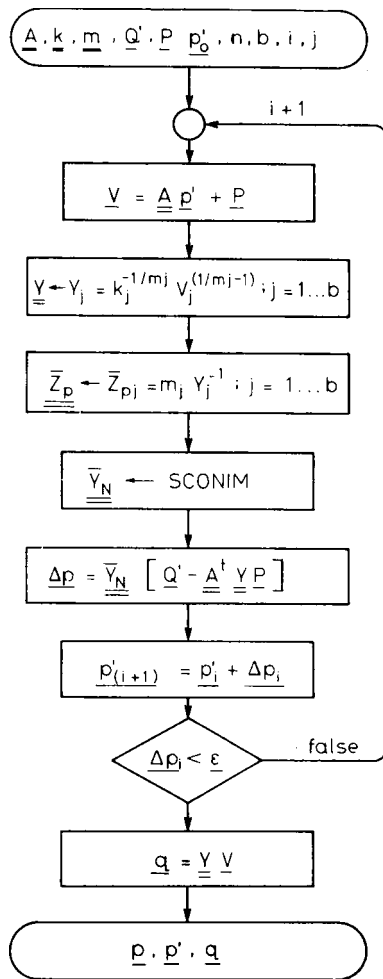
$$\bar{Y} = \frac{\partial J}{\partial V} = \frac{1}{m} k^{-1/m} V^{(1/m-1)} = \frac{1}{m} Y, \quad (41)$$

vagyis az $\bar{Y}$ az Y -től $(1/m)$ konstanssal való egyszerű szorzással adódik.

4. Néhány szó a kidolgozott programról*

Az ismertetett algoritmus képezi alapját a NEST 12 (CDC 3300 FORTRAN) programnak. A programséma a 3. ábrán látható. Bemenő adatok a hálózatelemek k és m állandói, a Q' csomóponti áramok vektora, valamint az ág-

* A program végső alakjában Stiglmajer Mária munkája.



3. ábra

forrásnyomások P vektora. Meg kell továbbá adni a csomóponti nyomások becsült értékeit, ill. ezek p'_0 vektorát.

A Jakoby-féle mátrix előállítására szolgáló (40) algoritmus külön eljárásként van a programba beépítve (SCONIM-eljárás). A program kimenő adatai a p' csomóponti nyomások és a q ágáramok. Ez utóbbiak a (11) kifejezés alapján kerülnek kiszámításra.

5. Záró megjegyzések

Az eljárás konvergenciájára vonatkozólag azonos kritériumok érvényesek, mint az eredeti Newton—Raphson-eljárásnál. Az eljárás konvergál, amennyiben

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial F_j(p')}{\partial p'_k} \bigg|_{p' = p'_0} < 1; \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (42)$$

ahol $F_j(p')$ a (18) vektorfüggvény j -edik komponensét jelenti; p_0 a p' vektor becsült induló értékeit jelenti. A konvergencia biztosítva van, amennyiben a becsült p'_0 értékekre a (42) egyenlőtlenség kielégítést nyer.

Az eredeti Newton — Raphson-módszer alkalmazásánál a hálózati egyenlet csomóponti alakjának megoldásához szükséges lépések száma közelítőleg n^3 -nel viszont itt b^2 -tel arányos; n és b a csomópontok, ill. az ágak száma. Mivel:

$$c = b - n + l$$

ahol c a független hurkok száma, az új algoritmust elsősorban akkor célszerű alkalmazni, midőn:

$$b^2 < n^3$$

vagyis, midőn a hálózat hurkainak száma a csomópontok számához viszonyítva kicsiny. Ebben a vonatkozásban tehát a módszer hasonló előnyöket biztosít, mint a hálózati egyenletek hurokalakja. A hurokmódszerrel szemben viszont azzal az előnnyel rendelkezik, hogy a konvergencia és a számítási idő szempontjából lényeges p'_0 induló értékek általában könnyebben megbecsülhetők, mint az előbbinél szükséges q_0 ágáram értékek.

A módszer a hálózat számításánál továbbá a következő előnyökkel bír:

a) Mivel a $\bar{Z}_{Ni}$ differenciális csomóponti admittancia mátrixot, gáz- és folyadékhálózatoknál áganként építi fel, automatikusan figyelembe véve az A ágcsomópont mátrix ürességét.

b) Amennyiben a hálózat nem minden ága áll nemlineáris elemekből, nem szükséges minden i ciklusban a $\bar{Z}_{Ni}$ számítását teljesen újra kezdeni. Ebből a célból a $\bar{Z}_{Ni}$ előállítását egy lineáris elemmel kezdjük és ehhez mindaddig lineáris elemeket adunk hozzá, amíg ezek készlete el nem fogyott. Ezután adjuk hozzá a nemlineáris elemeket. Ha b_1 a lineáris elemek száma a $\bar{Z}_{Ni}$ differenciális csomóponti admittancia mátrix $\bar{Z}_{Ni}$ részmátrixa állandó és így az $(i + l)$ -edik iterációs ciklusban újra felhasználható: az l -ciklus itt pusztán $(b - b_1)$ lépésből fog állni; lásd a (40) kifejezést.

c) A módszer abban az esetben is előnyös, ha a már kiszámított nemlineáris hálózatot utólag új ágakkal egészítjük ki, pl. a hálózat fejlesztésnél. Ugyanez a helyzet a hálózat egyes ágai impedanciájának megváltoztatásának pl. a hálózat valamelyik szabályozó szelepének állításánál.

IRODALOM

1. CROSS, H.; Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors 1936. University of Illinois, Bull. p. 286.
2. SINGER, D.—BOGNÁR, G.—CZÓCH, Á.—NÉMETH, I.; Számológép alkalmazása gázhálózatok irányításában. COMPCONTROL 70 Conference, Preprints, Miskolc 1970, július.
3. HAMAM, Y. M.—BRAMELLER, A.; Hybrid Method for the Solution of Piping Networks, *Proc. IEEE* 118 (1971), 1607—1611.
4. SINGER, D.—KOLTAI, T.—BOGNÁR, G.; Újabb módszerek gáz és folyadékhálózatok számítására. *Magyar Kémikusok Lapja*, 6 (1972), 299—305.

5. BROYDEN, G. G.; A Class of Methods for Solving Nonlinear Simultaneous Equations. *Math. of Comp.* **19** (1965), 577—593.
6. KUO, F. F.; Network Analysis and Synthesis. J. Wiley and Sons, New York 1966.
7. BRANIN, F. H.—WANG, H. H.; A Fast Reliable Method for dc Analysis of Non-linear Networks. *Proc. IEEE* **55** (1967), 1819—1826.
8. BROWN, H. E.—PEARSON, C. E.—KIRCHMAYER, L. K.—STAGG, G. W.; Digital Calculation of 3-phase Short Circuits by Matrix Methods. *Trans. AIEE*, P3 (1966), 1277—1282.
9. SCARBOROUGH, I. B.; Numerical Mathematical Analysis, *J. Hopkins, Baltimore* (1962), 219—221.

A New Algorithm for the Calculation of Gas and Fluid Networks. The algorithm starts from the nodal form of the network equations and solve them by the Newton-Raphson method. Instead of inverting the Jacobian, the inverse matrix is set up directly by adding the branches of the network step by step. The paper presents the short description of the programme worked out on the basis of the algorithm above and gives the evaluation of this.

Ein neuer Algorithmus zur Berechnung von Gas- und Flüssigkeitsnetzen. Der Algorithmus benutzt die Knotenpunktform der Netzgleichungen und löst sie mit Hilfe des Newton-Raphson Verfahrens. Anstatt der Inversion der Jacoby-Matrix wird dieser direkt durch schrittweisen Aufbau erzeugt. Im weiteren wird das entsprechende Programmschema kurz erleutert und die Methode bewertet.