

JÁRMŰSZERKEZETEK PONTATLAN GYÁRTÁSÁBÓL ÉBREDŐ SZERELÉSI FESZÜLTSEGEK SZÁMÍTÁSA*

MICHELBERGER PÁL**

A MŰSZAKI TUD. DOKTORA

[Beérkezett 1970. szeptember 10-én]

A jármű-vázszerkezetek szerelési feszültségeinek, illetve előírt igénybevételi szint mellett a megengedhető gyártási pontatlanság mértékének számításához a statikai modell egyszerűsítésével előnyösen használhatók differenciaegyenletek. A megengedhető gyártási résméretre egyszerű zárt képletek vezethetők le. Szabálytalan szerkezeteken, melyeket az egyszerűsített modell már nem helyettesít kielégítő pontossággal, célszerű a kinematikai terheléseket mátrixszámítás segítségével elemezni. Ennél felhasználható a kompatibilitási egyenlet együtthatómátrixának egyébként is rendelkezésre álló inverze. A technológiai utasításban előírandó résméretet (megengedhető gyártási pontatlanságot) ilyenkor egyetlen skaláris egyenlőtlenség (határesetben egyenlőség) helyett mátrixegyenlőtlenségből határozhatjuk meg.

I. Bevezetés

Az 1960-as évek elején gyártott alváz as autóbuszokon sorozatosan jelentek rendszertelen törések és repedések. A részletesebb vizsgálatokból a törések egy része kimutathatóan túlterhelésre volt visszavezethető, nagyobb részük azonban a járműre ható terhelésekkel közvetlenül nem volt magyarázható. A további elemzések kimutatták, hogy ezek a meghibásodások a pontatlan gyártásból az összeszerelés folyamán keletkező igénybevételekkel magyarázhatók. Az adott technológiai feltételek mellett gondatlan összeszerelésnél a jármű statikus terheléséből származó igénybevétellel egyező nagyságrendű szerelési igénybevételek keletkezhetnek. A vizsgálatok során a járművet első lépésben igen egyszerűen modelleztük, amennyiben az alvázat és a felépítményt egyaránt egy-egy állandó merevségű gerendával helyettesítettük, a karosszéria keresztartóit végtelen merevnek tekintettük, és a keresztartóosztást egyenletesnek tételeztük fel. Az egyszerű modell lehetővé tette a problémának differenciaegyenletekkel történő számítását, és sikerült egyszerű, zárt képlettel ismert szerelési pontatlanság esetében az igénybevétel-eloszlást meghatározni [1]. Mivel gyártás közben nem lehetséges a pontatlanságok ál-

* A cikk témáját személyes beszélgetés során Dr. SZABÓ János, az MTA levelező tagja vetette fel. A szerző ez úton is köszönetet mond az érdekes probléma felvetéséért és az értékes megjegyzésekért.

** Prof. Dr. Michelberger Pál, Budapest XI., Egri J. u. 19–21.

landó figyelemmel kísérése, célszerűen ezeket a pontatlanságokat valószínűségi változóknak kell tekinteni. Feltételezve, hogy az egyes összerősítési pontokban mérhető méreteltérések páronként független valószínűségi változók, továbbá feltételezve, hogy külön-külön jó közelítéssel normális eloszlást követnek, a modellre vonatkozó egyszerűsítéseket megtartva, a valószínűség-számítási probléma is differenciaegyenletekkel tárgyalható, és zárt képletből meghatározható az igénybevétel várható értéke és szórása, valamint eloszlásfüggvénye is [2].

Az időközben elvégzett mérések és számítások kimutatták, hogy alváz-as autóbuszokon a karosszéria keresztartói nem tekinthetők végtelen merevnek, hanem rugalmasnak. Ez a körülmény a problémára vonatkozó alapösszefüggéseket azonban nem érintette, mindössze a jelenséget leíró differenciaegyenlet-rendszer másodrendű helyett negyedrendűre adódott, a szerkezet merevségi viszonyainak elemzésével azonban ez a differenciaegyenlet-rendszer is másodrendűre volt visszavezethető [3].

A számításban alkalmazott feltevéseket (páronkénti függetlenség, normális eloszlás) üzemi mérésekkel jó közelítéssel igazoltuk [4], így a gyártó vállalat számára zárt képletet vezettünk le, amellyel a technológusok a megkövetelendő gyártási pontosságot (mérettolerancia-mezőt) — a merevségi adatok ismeretében — számíthatják.

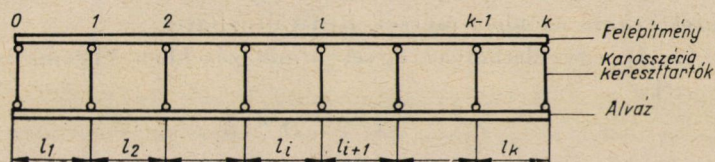
Mind e mellett a modell szabályosságára vonatkozó feltevések nem mindig teljesülnek kellő pontossággal, és így — bár a számítás eredményeit nagyságrendileg ez nem befolyásolja — szükségesnek mutatkozik szabálytalan szerkezet szerelési pontatlanságából származó igénybevételek számításának kidolgozása is.

Az alábbiakban ezért az autóbust helyettesítő modellnél megengedjük, hogy az alváz-hossztartó és a karosszéria merevsége azok hossza mentén változzék, a keresztartók kiosztása ne legyen szükségképpen egyenletes, megengedjük továbbá, hogy az egyes szerkezeti elemek teherbírása azok hossza mentén ugyancsak változó legyen. Továbbra is fenntartjuk azonban a mérési eredményekre építve, hogy a pontatlanságok jó közelítéssel normális eloszlással írhatók le és páronként függetlenek. Az egyes összerősítési pontokban a pontatlanság eloszlás-függvénye (várható értéke és szórása) természetesen különböző lehet.

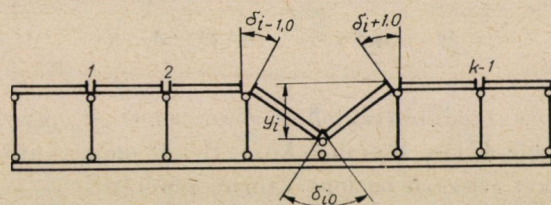
2. Adott méreteltérésű alváz (fenékváz) és felépítmény összeépítése

A teljes járműszerkezetet az 1. ábrán látható egyszerűsített síkbeli modelljével helyettesítjük. Az ábrán az alsó gerenda az alváz (fenékváz) hosszartóját, a felső gerenda pedig a karosszériát helyettesíti, a két gerendát össze-

kötő rudak a karosszéria keresztartóit jelképezik, melyek alvázás járműn rugalmasnak, fenékvázás járműnél jó közelítéssel merevnek tekinthetők. A feladatot erőmódszerrel oldjuk meg, melyhez a törzstartót a felépítmény megfelelő számú átmetszésével alakítjuk ki. A 2. ábrán az autóbust helyettesítő modell törzstartóját tüntettük fel, egyúttal bejelöltük az i -edik keresztartón mutatkozó, adott y_i méretpontatlanságot, valamint az ebből ($\dots \delta_{i,0} \dots$)



1. ábra



Határozatlansági fok: $n = k - 1$

2. ábra

keletkező mozgásokat is. Az adott méretpontatlanságból keletkező mozgások értéke (feltételezve, hogy y_i, l_i -hez képest kicsiny) a következő:

$$\delta_{i-1,0} = y_i \cdot \left(-\frac{1}{l_i} \right),$$

$$\delta_{i,0} = y_i \left(\frac{1}{l_i} + \frac{1}{l_{i+1}} \right),$$

$$\delta_{i+1,0} = y_i \left(-\frac{1}{l_{i+1}} \right),$$

$$\delta_{j,0} = 0, \text{ ha } j \neq i - 1, i, i + 1.$$

Az egyes $\delta_{j,0}$ értékekből képezett oszlopvektort \mathbf{d}_1 -vel jelölve, a kompatibilitási feltételeket leíró egyenlet

$$\mathbf{D}\mathbf{x}_1 + \mathbf{d}_1 = \mathbf{0}, \tag{1}$$

ahol

$$\mathbf{D} = \int \text{mm}^* \frac{ds}{JE}$$

Ebben a kifejezésben m az egyes átmetszésekben működő egységnyi terheléspárokból keletkező igénybevételek (hajlítónyomatékok) oszlopvektora, természetesen a tartó ívhosszának, s -nek a függvénye. Amennyiben a deformációk számításakor a hajlítónyomatékon kívül más belső erők (derék- és nyíróerők, csavarónyomatékok) hatását is figyelembe kell venni, a D mátrix értelemszerűen módosítandó. A módosítás a mátrix jellegét (szalagszerű felépítés) nem érinti, az egyes egységtényezők értéke, és az egy sorban szereplő egységtényezők száma azonban mérsékelten változhatnak.

Az (1) egyenletről az egyes átmetszésekben ébredő ismeretlen belső erők értéke

$$x_1 = D^{-1} \cdot d_1,$$

és a tartószerkezet igénybevétele

$$M = m^* x_1 = m^* D^{-1} d_1. \quad (2)$$

Ha pl. mérési eredményekből sorban adott $y_0, y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_k$ értéke, akkor ezekből d_2 egy lépésben közvetlenül számítható. A számításhoz az egyes y_i értékeket célszerű oszlopvektorba rendezni.

$$y = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_i \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix}.$$

A tartó geometriai adataival pedig célszerű L téglalap-mátrixot felépíteni. (A mátrix szalag struktúrájú, soronként 3 zérustól különböző elemmel.)

$$L = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{l_1} \right) \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} \right) \left(\frac{1}{l_2} \right) & 0 \dots & \dots 0 \\ 0 \dots & \left(-\frac{1}{l_2} \right) \left(\frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \right) \left(-\frac{1}{l_3} \right) & 0 \dots & \dots 0 \\ & \vdots & & \\ 0 \dots & \dots 0 & \left(\frac{1}{l_{i-1}} \right) \left(\frac{1}{l_{i-1}} + \frac{1}{l_i} \right) \left(-\frac{1}{l_i} \right) & \dots 0 \\ & & \vdots & \\ 0 \dots & \dots 0 & \left(-\frac{1}{l_{k-1}} \right) \left(\frac{1}{l_{k-1}} + \frac{1}{l_k} \right) \left(-\frac{1}{l_k} \right) & \dots 0 \end{bmatrix}$$

L és y segítségével a méretpontatlanságból származó (kinematikai terhelésből adódó) terhelési tényezők oszlopvektora:

$$d_2 = Ly. \quad (3)$$

A tartószerkezet igénybevétele pedig értelemszerűen a

$$Dx_2 + d_2 = 0 \quad (4)$$

egyenletheől számítva

$$M = m^* x_2 = -m^* D^{-1} d_2. \quad (5)$$

Könnyen belátható, hogy ha $y_0 = y_1 = y_2 = \dots = y_i = \dots = y_k = \text{konstans}$, akkor $\delta_{i,0} = 0$ és M (konstans) $= 0$ vagyis kinematikai terhelés nem adódik.

3. Adott eloszlású méretpontatlanság hatása

Ha y_i valószínűségi változó és eloszlása normálisnak tekinthető, akkor az egyes összeszerelési pontokban a méretpontatlanság várható értéke ($\bar{y}_0, \bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_i, \dots, \bar{y}_k$)-kal jelölhető, a szórás mértéke pedig legyen

$$\tilde{y}_0, \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_i, \dots, \tilde{y}_k.$$

A méretpontatlanság várható értékéből a kinematikai terhelésekből származó egységtényezők oszlopvektora a (3) képlet értelemszerű használatával számítható, vagyis

$$\bar{d} = L \cdot \bar{y}. \quad (6)$$

A méretpontatlanságok várható értékéből számított igénybevétel teljesen hasonlóan adódik az adott (fix) méretpontatlanságból számított igénybevételhez (5), vagyis

$$D\bar{x} + \bar{d} = 0, \quad (7)$$

és ebből

$$\bar{x} = -D^{-1} \bar{d}, \quad (7a)$$

továbbá a tartószerkezet igénybevételének várható értéke

$$\bar{M}(s) = -m^* D^{-1} \bar{d}. \quad (8)$$

Az egyes méretpontatlanságok szórásából felépíthető a szórások kinematikai terheléséhez tartozó terhelési tényezők $\tilde{\mathbf{D}}$ téglalaplammátrixa:

$$\tilde{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \delta_{1,0}(\tilde{y}_0) & \delta_{1,0}(\tilde{y}_1) & \dots & \delta_{1,0}(\tilde{y}_k) \\ \delta_{2,0}(\tilde{y}_0) & \delta_{2,0}(\tilde{y}_1) & \dots & \delta_{2,0}(\tilde{y}_k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n,0}(\tilde{y}_0) & \delta_{n,0}(\tilde{y}_1) & \dots & \delta_{n,0}(\tilde{y}_k) \end{bmatrix}$$

Ez a pontatlanságok szórásából képzett téglalaplammátrix az előzőekben már bevezetett geometriai méreteket tartalmazó \mathbf{L} téglalaplammátrix és az \tilde{y}_i szórásértékekkel felépített $\tilde{\mathbf{Y}}$ diagonális mátrix szorzatával állítható elő:

$$\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{L}\tilde{\mathbf{Y}}, \quad (9)$$

ahol

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \langle \tilde{y}_0, \tilde{y}_1, \dots, \tilde{y}_i, \dots, \tilde{y}_k \rangle.$$

Az egyes méretpontatlanságok szórásaihoz tartozó kompatibilitási egyenletek egyetlen mátrixegyenletbe vonhatók össze, amelynek alakja

$$\mathbf{D}\mathbf{Z} + \tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{0}. \quad (10)$$

Ebből

$$\mathbf{Z} = -\mathbf{D}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{D}}. \quad (10a)$$

\mathbf{Z} segítségével külön-külön meghatározható az egyes (pontonként) független $0, 1, \dots, i, \dots, k$ helyek méreteltéréseinek szórásából a szerkezet igénybevételek egyenkénti szórása \mathbf{M} , vagyis

$$\mathbf{M}^* = \mathbf{m}^* \mathbf{D}^{-1} \mathbf{D},$$

ahol

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_1 \\ \tilde{\mathbf{M}}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{M}}_i \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{M}}_k \end{bmatrix}$$

(Megjegyezzük, hogy a dolgozatban eddig használt jelöléstől eltérően a nagybetűs jelölés (\mathbf{M}) nem téglalaplammátrixot, hanem oszlopvektort jelent.)

Az oszlopvektor $\tilde{\mathbf{M}}_i$ eleme megadja az i -edik helyen mérhető méreteltérés szórásának hatására keletkező igénybevétel-szórás s függvényében, feltételezve, hogy a többi összeerősítési pontban ugyanekkor a méreteltérés szórása zérus nagyságú, vagyis a két összeerősítendő elem az i -edik összeerősítési pont kivételével minden további kapcsolati helyen pontos méretre készül.

A teljes igénybevétel szórása, vagyis a méretpontatlanságok egyidejű figyelembevételével számított igénybevétel szórása a részszorások négyzetösszegéből vont négyzetgyökkel határozható meg:

$$\tilde{M} = \sqrt{\tilde{M}_1^2 + \tilde{M}_2^2 + \dots + \tilde{M}_i^2 + \dots + \tilde{M}_k^2} = \sqrt{\mathbf{M}^* \mathbf{M}}, \quad (12)$$

vagy röviden

$$\tilde{M}(s) = |\mathbf{M}(s)|. \quad (12')$$

Ezzel az egyes méretpontatlanságok eloszlását ismerve (vagyis normális eloszlásnál, a várható értékek és szórások ismeretében) előállítható a járműszerkezet igénybevételének eloszlásfüggvénye is, vagy ami azt teljes mértékben jellemzi, a teljes igénybevétel várható értéke és szórása a mindenkor s koordináta függvényében.

4. A valószínűségszámítással kapott eredmények felhasználása a jármű méretezéséhez

Normális pontatlanság-eloszlást feltételezve és felvéve azt, hogy a teljes igénybevétel tűréstartományát az igénybevétel várható értéke körül a szórás \pm háromszorosával korlátozzuk (ezzel az előforduló esetek 99,7%-át figyelembe vettük, 3 tized %-os valószínűséggel a számított maximális, illetve minimális igénybevételnél nagyobb, illetve kisebb igénybevételt is megengedve), a méretezés alapösszefüggése az alábbi egyszerű formában adható meg:

$$|M_{\text{meg}}(s)| \geq |\bar{M}(s) \pm 3\tilde{M}(s)|. \quad (13)$$

Itt $M_{\text{meg}}(s)$ a tartószerkezet s koordinátájú pontjában általunk előírt megengedhető igénybevételt (jelen összefüggésben a hajlítónyomatékot) jelenti.

Gyakorlati számításokban az igénybevételt nem célszerű s folytonos függvényeként jelölni. Egyszerűbb számítási eljáráshoz jutunk, ha feltételezzük, hogy az egységterhelésekből keletkező igénybevételek a tartóhossz mentén, szakaszonként állandó értékkel, vagy nagyobb numerikus pontosságra törekedve, szakaszonként lineárisan, esetleg parabolikusan változó függvényekkel közelíthetők meg. A következőkben tételezzük fel, hogy elég sűrű szakaszosztást választva, a szakaszonként lineáris közelítés megengedhető, és a tartó merevsége legalább szakaszonként állandó.

A közelítő lineáris függvényt két adattal, a célszerűen a szakasz elején és szakasz végén felvett függvényértékkel adhatjuk meg. Az egységterhelésekből számított igénybevételeket így az \mathbf{m} oszlopvektor helyett az \mathbf{N} téglalaplómátrixal adhatjuk meg, mely n -szeresen határozatlan szerkezetnél n sor és p

szakasz esetében $2p$ oszlopot tartalmaz [5]. A kompatibilitási egyenlet együtthatómátrixa

$$\mathbf{D} = \mathbf{NRN}^*$$

formában állítható elő, ahol az \mathbf{R} kifejezés 2.2-es blokkokból felépített diagonális hipermatrix, az ún. rugómatrix. Ezek segítségével az igénybevételek most már csak a szakaszhatárokon vizsgálva

$$\|[\mathbf{M}_{\text{meg}}]\| \geq \| \mathbf{N}^*(\mathbf{NRN}^*)^{-1} \bar{\mathbf{d}} \pm 3 \mathbf{N}^*(\mathbf{NRN}^*)^{-1} \tilde{\mathbf{D}} \| \quad (14)$$

(\mathbf{M}_{meg} a fenti összefüggésben $2p$ elemű oszlopvektort jelent. A két vonásos abszolútérték jel arra utal, hogy a vektor abszolút értékekből áll, az egy vonásos abszolútérték jelzés a szórás téglalap-matrixának sorvektoraihoz tartozó normákból képzett, ugyancsak $2p$ elemű oszlopvektort jelent.)

A (14) számú mátrix-egyenlőtlenség (illetve határesetben egyenlőség) d szakasz esetében $2p$ skaláris egyenlőtlenséggel, illetve határesetben egyenlőséggel egyenértékű.

5. Egyöntetű mérettűrés megadása

Az üzemi gyakorlatban a technológiai feltételek kötöttsége miatt a szerkezet egészére vagy annak fő részeire (alváz, karosszéria) általában azonos mérettűrést célszerű előírni. Az egyöntetű mérettűrés előírása lehetővé teszi az előzőekben tárgyalt feladat inverzének a megoldását is, nevezetesen a megengedhető igénybevételt rögzítve előírható a kapcsolódási pontokban megkívánt méretpontosság, azaz méreteltérések tűrésmezeje.

Tételezzük fel, hogy az egyelőre ismeretlen teljes tűrésmező minden összeépítési pontban a cm nagyságú (kivéve a szerelés első lépésében, statikailag határozott módon összekapcsolt pontokban, ahol a méretpontatlanság várható értéke és szórása is zérus) és a szerkezeti elemek méretei várhatólag a tűrésmező közepe tájékán sűrűsödnek, azaz a szerkezeti elemek zömmel névleges mérettel készülnek, és ettől a mérettől legfeljebb $\pm a/2$ cm-rel térhetnek el. Tételezzük fel továbbá, hogy az összes legyártott darabok 99,7%-a az előírt tűrésmezőn belül helyezkedik el, vagyis a teljes tűrésmező a méretszórás hat-szorosával egyenlő.

Ebben az esetben $\bar{\mathbf{d}}$ és $\tilde{\mathbf{D}}$ az a tűrésmező-szélességből és az 1 cm-es méretpontatlanságból számított $\bar{\mathbf{d}}$, valamint az ugyancsak 1 cm-nek tekintett méretpontatlanság-szórásból számított $\tilde{\mathbf{D}}$ értékekből számítható:

$$\bar{\mathbf{d}} = \frac{a}{2} \bar{\mathbf{d}}'$$

és

$$\tilde{\mathbf{D}} = \frac{a}{6} \tilde{\mathbf{D}}'$$

Ezeket az összefüggéseket értelemszerűen alkalmazva

$$\|M_{\text{meg}}(s)\| \geq \left| -\frac{a}{2} \left[\mathbf{m}^*(s) \mathbf{D}^{-1} \tilde{\mathbf{d}}' \pm \mathbf{m}^*(s) \mathbf{D}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}' \right] \right|, \quad (15)$$

minden s -re, vagy az igénybevételt s folytonos függvénye helyett szakaszonként lineáris igénybevétellel helyettesítve,

$$\|M_{\text{meg}}\| \geq \left| -\frac{a}{2} \left[\mathbf{N}^*(\mathbf{NRN}^*)^{-1} \tilde{\mathbf{d}}' \pm \mathbf{N}^*(\mathbf{NRN}^*)^{-1} \tilde{\mathbf{D}}' \right] \right| = \frac{a}{2} \|M_{\text{mért}}\| \quad (15')$$

minden szakasz elején és végén.

$M_{\text{mért}}$ -val az egyes szakaszhatárookra adódott igénybvételek $2p$ elemű oszlopvektorát jelöltük.

Az egyenlőtlenségek határhelyzetben egyenlőségbe mennek át, és az egyenlőségekből a -ra vonatkozólag $2p$, általában egymástól különböző tűrésmezőérték adódik. Ezen a értékek minimális értéke adja az egész szerkezetre vonatkozólag egyöntetűen betartandó tűrésmező-szélességet.

6. Számpélda

A 3. ábrán feltüntetett egyszerűen határozatlan síkbeli rácsos szerkezet rúderőinek változását vizsgáljuk meg, ha

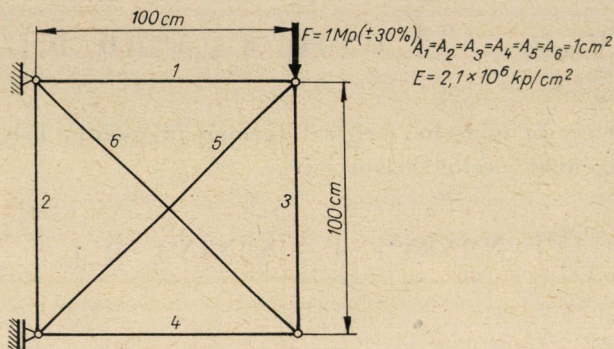
1. a 6. jelű rúd hosszának tűrésmezeje a névleges méret ± 1 mm;
2. az 5. és 6. rúd hosszának tűrésmezeje a névleges méret ± 1 mm;
3. az összes rúd hosszának tűrésmezeje a névleges méret ± 1 mm;
4. A külső terhelőerő tűrésmezeje a névleges terhelés $\pm 30\%$.

A számításokat a dolgozatban vázolt valószínűségszámítási megfontolással végeztük el, tehát feltételeztük, hogy a rudak mérete is és az erő nagysága is normális valószínűségi eloszlást követ, továbbá a rudak mérete, valamint az erő nagysága is páronként egymástól független. A kinematikai terhelések számításakor kihasználtuk azt az előnyt, hogy a rudak méreteltérése a rudak — és így az egész szerkezet — méretéhez képest jelentéktelen, azaz a számításokban feltételeztük, hogy az egyes rudak egymással bezárt szöge a méretpontatlanság ellenére sem változik jelentősen. A számítás eredményeit az I. és II. sz. táblázatban foglaltuk össze.

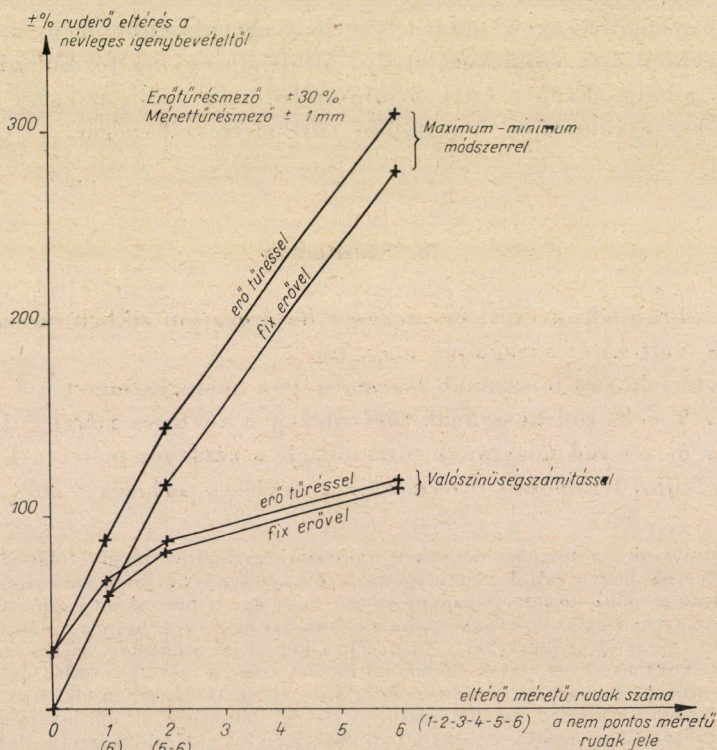
Összehasonlításképpen meghatároztuk a rúderő változását az ún. maximum-minimum módszer alapján is, azaz azzal a gyakorlatban csak igen kis valószínűséggel előforduló feltételezéssel számolva, hogy a rudak hosszmérete kivétel nélkül a tűrésmezők határára esik, éspedig úgy, hogy az ebből származó igénybvételek kedvezőtlenül összegeződjenek (pl. mindkét átló

a tőrésmező felső, ugyanakkor az összes övrúd a tőrésmező alsó határára esik, vagy fordítva). Ugyancsak megvizsgáltuk azt az esetet is, amikor a rúdméreték legkedvezőtlenebb elrendezése mellett a külső terhelés is a tőrésmező határára esik. A maximum-minimum módszerrel végzett vizsgálat eredményeit a III. sz. táblázatban tüntettük fel. (A II. és III. táblázat fejléce az I. táblázat fejlécéből értelmezhető.)

Az egyes számítások végeredményét (a rúderők névleges értékétől történő %-os eltérését) a 4. ábrán tüntettük fel. Meg kell jegyezni, hogy a diagramból csak a kereszttel megjelölt



3. ábra



4. ábra

pontok értelmezhetők, a közbenső vonalakat csak az áttekinthetőség javítása érdekében tűntettük fel.

Nem vizsgáltuk a számpéldában a járulékos terhelésből esetlegesen bekövetkező plasztikus alakváltozás, illetve a nyomott rudak kihajlása következtében bekövetkező igénybevételváltozás következményeit.

A rúderők és azok szórása valószínűségyszámítási megfontolással

1. táblázat

A rúd jele	A névleges rúderő nagysága kp	A 6. rúd méret szórása (1/3 mm) következtében fellépő rúderő szórás kp	Az 5. és 6. rúd méret szórása (1/3 mm) következtében fellépő rúderő szórás kp	Az 1., 2., 3., 4., 5., 6. rúd méret szórása (1/3 mm) következtében fellépő rúderő szórás kp	A külső terhelés szórása (10%) következtében fellépő rúderő szórás kp	A 6. rúdhossz és a külső terhelés egyidejű figyelembevételével számított rúderő szórás kp	Az 5. és 6. rúdhossz, valamint a külső terhelés egyidejű figyelembevételével számított rúderő szórás kp	Az 1., 2., 3., 4., 5., 6. rúdhossz és a külső terhelés egyidejű figyelembevételével számított rúderő szórás kp
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1	+500							
2	+500	98	137	193	50	109	146	199
3	-500							
4	-500							
5	-707							
6	+707	138	194	274	71	154	207	284

A rúderők és azok tűrésmezője (\pm 3-szoros szórás) valószínűségyszámítási megfontolással

2. táblázat

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1	+500							
2	+500	\pm 293	\pm 411	\pm 580	\pm 150	\pm 327	\pm 438	\pm 597
3	-500							
4	-500							
5	-707	\pm 414	\pm 582	\pm 820	\pm 210	\pm 462	\pm 620	\pm 852
6	+707							

A rúderők és azok tűrésmezője maximum-minimum módszerrel számítva

3. táblázat

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1	+500							
2	+500	\pm 293	\pm 586	\pm 1402	\pm 150	\pm 443	\pm 736	\pm 1552
3	-500							
4	-500							
5	-707	\pm 414	\pm 828	\pm 1998	\pm 210	\pm 624	\pm 1038	\pm 2208
6	+707							

IFODALOM

1. MICHELBERGER, P.: Die von Montage-Ungenauigkeiten stammenden Innenkräfte bei dem Zusammenbau von Fahrgestell und Wagenkasten eines Autobusses. *Acta Techn. Hung.*, 44 (1963), 313–328.
2. MICHELBERGER, P.—KÖRMENDY, I.: Auswahl der Fertigungstoleranzen beim Zusammenbau von Wagenkasten und Fahrgestell an Autobussen mit Fahrgestell. *Periodica Polytechnica*, 8 (1964), 248–258.
3. MICHELBERGER, P.: Some Problems on Prestress of Vehicle Structures. *Proceedings of the Second Conference on Dimensioning and Strength Calculations*. Akadémiai Kiadó. Budapest 1965, 93–104.
4. MICHELBERGER, P.: Járműszerkezetek előfeszítésének néhány kérdése. *MTA VI. Oszt. Közl.*, 37 (1966), 193–205.
5. GERBETH, : Matrizenkraftgrößenverfahren zur Berechnung hochgradig statisch unbestimmter Systeme. *IfL Mitteilungen*, Dresden (1964).

Berechnung der durch die Fertigungsungenauigkeiten des Fahrgestells hervorgerufenen Montagespannungen mit Hilfe des Matrizen-Kraftgrößen-Verfahrens. Zur Berechnung der Montagespannungen von Fahrgestellen, bzw, der nach den vorschrittmäßigen Beanspruchungen zulässigen Fertigungsungenauigkeiten können durch Vereinfachung des statischen Modells vorteilhaft Differenzgleichungen verwendet werden. Zur Ermittlung der zulässigen Fertigungstoleranz können einfache geschlossene Formeln abgeleitet werden. Im Fall von unregelmäßigen Konstruktionen die mit genügender Genauigkeit schon nicht mehr durch das vereinfachte Modell ersetzt werden können, ist es zweckmäßig die kinematischen Belastungen mit Hilfe der Matrizenrechnung zu analysieren. Dabei kann die auch ansonsten zur Verfügung stehende Reziproke der Koeffizientenmatrix der Kompatibilitätsgleichung angewendet werden. In solchen Fällen kann die in der technologischen Anweisung vorgeschriebene Fertigungstoleranz (d. h., die zulässige Fertigungsungenauigkeit anstelle einer einzigen skalaren Ungleichheit (im Grenzfall: Gleichheit) aus einer Matrizenungleichheit ermittelt werden.

Calculation of Mounting Stresses Induced by Inaccurate Manufacturing of Vehicle Frameworks with the Aid of the Matrix Force Methods. For the calculation of the mounting stresses of vehicle structures, or in the case of specification of the permissible stress values, by simplifying the static model, difference equations may successfully be applied. For the determination of the permissible fabrication tolerances, simple, closed formulas may be derived. In the case of irregular structures which cannot be simulated with satisfactory accuracy by a simplified model, it is convenient to analyse the kinematic loads with the aid of matrix calculation. Here, the inverse of the coefficient matrix of the compatibility equation being anyway available, might be used. The size tolerance (i.e., the permissible inaccuracy in fabrication) to be prescribed by the technological instructions may, in such cases, be determined from a matrix inequality instead of a single scalar inequality (in the limiting case: equality).