

# A KAPACITÍV KISÜLÉSEK FELÉPÜLÉSÉRŐL

BITÓ JÁNOS\*

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

és

ANTAL KÁLMÁN\*\*

[Beérkezett: 1971. dec. 20]

Áttekintjük és rendszerezük a kapacitív kisülések felépülésénél lejátszódó kisülési folyamatokat. Bemutatjuk az eddig alkalmazott, elterjedtebb független-részecskés és statisztikus leírásokat, utalva az ezeknél felhasznált közelítések érvényességi körére és korlátaira. A felépülési modellek és átütési kritériumok kritikai értékelésén keresztül jellemezzük e módszerek alkalmazhatóságát és finomításuk lehetőségeit.

A külsőelektródos (kapacitív) kisüléseknél az átütés szigetelőfalú kisülési edényben, az edény falaira kívülről felhelyezett fém elektródok között jön létre. Felépülését első ízben JOSHI és munkatársai [1, 2, 3, 4, 5], majd HARRIES és ENGEL [6, 7] tanulmányozták, s több közelítő modellt állítottak fel. Nemesgázok esetében először BHATAWDEKAR [8] végzett kutatásokat, amelyek eredményeit felhasználva BAKKAL és LOEB [9, 10] folytatta a kapacitív kisülések részletesebb tanulmányozását.

A kapacitív kisülések közvetlen gyakorlati alkalmazhatósága az elmúlt években egyre világosabbá vált. Átütésre jellemző paramétereik meghatározásával például lehetőség nyílik a néhány torr nyomású nemesgáz—Hg keverékben a  $10^{-4}$  torr körüli parciális nyomással jelenlevő szennyezők gyors, közvetlen kimutatására [11, 59].

## I. Külsőelektródos kisülések átütést megelőző folyamatai periodikus külső tér esetén

### 1.1. Általános áttekintés

Az időben váltakozó periodikus elektromos terek hatására végbemenő ionizációs jelenségek több fontosabb vonásban különböznek az időben állandó terek esetében fellépő ionizációs folyamatoktól:

— Mivel az elektromos tér periodikusan változtatja irányát, a töltéshordozók nem feltétlenül jutnak el az elektródokra vagy a falakra. Így a kisebb felületi rekombináció miatt az átütéshez szükséges energiával rendelkező, megfelelő számú töltéshordozó (kritikus töltéshordozó koncentráció) kisebb térerősségnél is kialakulhat. A periodikus tér egyben esetenként másodlagosá

\* Dr. Bitó János, Budapest XII., Korompai u. 22/a.

\*\* Antal Kálmán, Budapest XX., Vécsei úti ltp. 4. ép.

teheti a felületi töltéshordozó rekombinációt és generációt eredményező jelenségeket.

— A töltéshordozók, gerjesztett atomok és fotonok felületi kölcsönhatásából származó szekunder töltéshordozók csak abban az esetben járulnak hozzá az ionizációs folyamatokhoz, ha keletkezésük a tér valamely kedvező, pillanatnyi irányával egybeesik.

— Periodikus külső tér esetén, szigetelő falú kisülési edényben, belső fémelektrodok nélkül is kialakulhat a lavinafolyamat, amely öfenntartó kisüléshez vezethet. A töltéshordozók drift mozgása miatt a falak között az elektromos tér periodicitását nem követő sztatikus terek alakulhatnak ki, s ezek erősen befolyásolhatják az ionizációs folyamatokat. Ezen sztatikus tér nem egyenértékű az egyenáramú kisüléseknél kialakuló tértöltési terekkel. Az átütési jelenségeket az említett sztatikus tér és a periodikus külső tér szuperpozíciója szabja meg. Emiatt a kialakuló kapacitív kisülés periodicitása nem feltétlenül esik egybe az alkalmazott külső térével.

Átütési kritériumként azt a kritikus térerősséget adhatjuk meg, amelynél a kisülés áram-feszültség karakterisztikájának kezdeti szakaszán az első  $dI/dV \rightarrow \infty$  jelentkezik, ahol  $I$  — a kisülési áram;  $V$  — pedig a kisülés teljes potenciálése.

Az  $E_k$  kritikus átütési térerősséget, valamint a kisülés  $j$  áramsűrűségét az alábbi paraméterek határozzák meg:

— A  $p$  gáznyomás, s az ennek megfelelő, elektronokra vonatkozó  $\lambda_e$  közepes szabad úthossz, valamint az elektronok és gázmolekulák közötti  $\nu_e$  ütközési frekvencia, amely a  $\nu_e = \nu_r/\lambda_e$  összefüggéssel jellemezhető, ahol  $\nu_r$  az elektronok random (rendszeretlen, v. termikus) sebessége.

— Az alkalmazott  $E$  elektromos tér  $\omega$  frekvenciája vagy  $\lambda$  hullámhossza. A periodikus külső teret az

$$E = E_0 \sin \omega t = E_0 \sin \frac{2\pi c}{\lambda} t$$

alakban adjuk meg, ahol  $t$  az idő és  $c$  a fénysebesség.

— A kisülési edény méretei, egyszerűbb esetben a térirányba eső  $d$  edényhossz, valamint az  $r$  sugár.

— A kisülési edény falainak kisülési szempontból számításba jövő tulajdonságai (pl. adszorpciós képessége).

## 1.2. Az átütést megelőző folyamatok csoportosítása

Az átütési jelenségek és ionizációs folyamatok csoportosítását az áttekintésben megadott

$$\lambda_e, \nu_e — d, r, \omega$$

paraméterek alapján végezhetjük el.

Laboratóriumi kisülékes rendszereknél — általában néhány cm-es karakterisztikus méretű kisülési edények esetén — a fenti paraméterek felhasználásával az alábbi jellegzetes ionizációs jelenségsoportokat különböztethetjük meg:

$$A - \lambda_e \gg d, r.$$

Igen kis nyomásoknál, ahol  $\lambda_e \gg d, r$ , nyilvánvalóan a felületi jelenségek szabják meg az ionizációs folyamatokat, hiszen ez esetben a térfogati jelenségek — statisztikus értelemben — elhanyagolhatók a fali folyamatokhoz képest. Az átütési mechanizmust a felületeken lejátszódó kölcsönhatási jelenségek szabják meg. Ez esetben az alkalmazott külső tér frekvenciájának figyelembevétele nem jelenti a csoportosítás érdemleges finomítását.

$$B - \lambda_e < d, r.$$

Közepes vagy nagy nyomáson, ahol  $v_e < d, r$ , már indokolt a külső tér frekvenciája szerinti felbontás.

$$B.1 - \omega < v_e$$

Abban az esetben, ha az  $\omega < v_e$ , azaz „alacsony” frekvenciánál (viszonyítási alapként az elektron—gáz ütközéseket jellemző frekvencia szolgál), a külső elektromos tér minden félperiódusában nagyszámú térfogati ütközés következik be. Az elektronok felhőszerűen követik a tér fázisváltozásait, mozgásuk leírására a drift sebességgel képzett mozgékonyág alkalmas.

A frekvencia nagyságától függően további két jelenségsoport választható szét:

$$B.1.1 - \omega > v_d/d$$

Ha az  $\omega$  frekvencia elég nagy, azaz az

$$\omega > v_d/d$$

reláció áll fenn, akkor az elektrongáz rezgéseinek amplitúdója kisebb a kisülési edény méreteinél, ami azt eredményezi, hogy a töltéshordozó generálás döntően térfogati jelenség, a veszteségek viszont a falak felé irányuló diffúziós mozgások eredményeként lépnek fel.

$$B.1.2 - \omega \ll v_d/d$$

Ha az  $\omega$  frekvencia viszonylag kicsiny, azaz az

$$\omega \ll v_d/d$$

egyenlőtlenség áll fenn, akkor az elektrongáz rezgéseinek amplitúdója meg egyezik a kisülési edény méreteivel, vagy annál nagyobb, ami azt eredményezi,

hogy a drift-konceptió érvényesülésével az elektrongáz minden félperiódusban kölcsönhatásba lép a falakkal. Ekkor az ionizációs mechanizmusban alapvető szerepet játszanak a fali kölcsönhatások, sőt a külső periodikus tér hatása mellett egy, a fali feltöltődésből származó sztatikus térrel is számolnunk kell.

### B.2 — $\omega \gtrsim \nu_e$

Általános megjegyzésként megállapítható, hogy az  $\omega \gtrsim \nu_e$  eset a leírás-mód szempontjából az A esethez hasonlóan kezelhető, azzal a különbséggel, hogy az edényméreték helyett a szabad úthossz tekinthető karakterisztikus méretként. Indokolt azonban a frekvencia szerinti további felbontás:

#### B.2.1 — $\omega \sim \nu_e$

Abban az esetben, ha  $\omega \sim \nu_e$ , a kisülési feltételek igen széles skálája lehetséges, ez azonban a tárgyalt kisülési mechanizmusokat érdemben nem befolyásolja.

#### B.2.2 — $\omega \gtr \nu_e$

Abban az esetben, ha  $\omega \gtr \nu_e$ , azaz magas frekvenciáknál, minden egyes gáztatomokkal történő ütközés között az elektronok nagyszámú kisamplitúdójú rezgéseket végeznek. Ekkor az egész elektrongáz kvázistacionáris, azaz drift-mozgást nem végez. Kvázistacioner állapotát csak a diffúzió zavarja.

### B.3 — $\omega \gg \nu_e$

Abban az esetben, amikor  $\omega \gg \nu_e$ , azaz igen magas frekvenciánál, az elektronok viselkedését nem közvetlenül a külső tér szabja meg, hanem a keletkező elektromágneses rezgések elektromos és mágneses tere. A keletkező elektromágneses hullámok amplitúdóját és térbeli eloszlását a frekvencia és a kisülési geometria mellett a kialakuló rezgési módus szabja meg, ugyanúgy, mint az üregrezonátorokban és mikrohullámú térvonalakban.

A fenti csoportosításban összefoglalt effektusokat és azok jellegét, természetesen minden további külső elektromos vagy mágneses tér erősen módosíthatja. Ez mind a kisülés megindulásánál, mind pedig annak fenntartásánál jelentkezik.

## 2. Az átütést megelőző folyamatok elméleti leírása

Az átütést megelőző folyamatok elemzése kétféle módszerrel végezhető el. Az egyik esetben a háromfolyadékos modellből (elektron, ion, semleges atom) kiindulva, a mozgásegyenlet és a részecskék viselkedésére jellemző további összefüggések vizsgálatával, a megfelelő peremfeltételek és kezdeti feltételek figyelembevételével adhatunk meg leírást. A másik esetben a transzportegyen-

letek statisztikus módszerekkel történő elemzésével lehet következtetéseket levonni a periodikus külső tér esetén fellépő, átütést megelőző folyamatokra vonatkozóan.

A most következőkben mindkét esetben megadjuk a kiindulásként szolgáló alapösszefüggéseket, és utalunk azok egyes, az előzőekben bemutatott ionizációs jelenségsoportoknál való alkalmazhatóságára.

### 2.1. *Függetlenrészecskés leírás*

Kiindulási alapként a mozgásegyenlet szolgál, amelyet az elektronokra és az egyszerűen töltött pozitív ionokra, egydimenziós esetre korlátozódva, a következő formában írhatunk fel:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m\nu \frac{dx}{dt} = eE_0 \sin(\omega t + \chi), \quad (1)$$

ahol  $m$  — a részecskék tömege,  
 $x$  — az elmozdulás,  
 $t$  — az idő,  
 $\nu$  — a töltött részecskék semleges gázatomokkal való ütközési frekvenciája,  
 $e$  — a részecskék töltése,  
 $E_0$  — a periodikus külső elektromos térerősség amplitúdója,  
 $\omega$  — a külső tér frekvenciája,  
 $\chi$  — a  $t = 0$  időpillanatban a külső tér fázisszöge.

Az (1) mozgásegyenlet bal oldalán szereplő második tag a részecskék ütközési folyamatai során bekövetkező impulzusváltozást jelzi. Az itt megadott  $\nu$  a szokásos módon a

$$\nu = \frac{1}{\tau} \quad (2)$$

összefüggéssel jellemezhető, ahol  $\tau$  a részecskék két ütközése között eltelt időt adja.

Az (1) mozgásegyenletet integrálva, a részecskék sebességét a következő általános alakban adhatjuk meg:

$$v = \frac{dx}{dt} = b_1 \omega \sin(\omega t + \chi) + b_2 \omega \cos(\omega t + \chi) + c_1 e^{-\nu t}, \quad (3)$$

ahol

$$b_1 = \frac{ve E_0}{m\omega(\omega^2 + \nu^2)}; \quad b_2 = \frac{eE_0}{m(\omega^2 + \nu^2)},$$

$c_1$  az integrálásból származó tetszőleges konstans. Bevezetve az ütközések következtében fellépő fáziseltolódást

$$\varphi = \arctg \frac{\nu}{\omega} \quad (4)$$

a sebességre kapott (3) kifejezés a következő egyszerűbb alakban írható fel:

$$v = A\omega \cos(\omega t + \chi + \varphi) + c_1 e^{-rt}, \quad (5)$$

ahol

$$A = - \frac{eE_0}{m\omega(\omega^2 + \nu^2)^{1/2}}.$$

A kapott kifejezés elemzését a korábban megadott ionizációs jelenségcsoportok figyelembevételével végezzük.

$$A - \lambda \gg d, r$$

Igen kis nyomáson, amikor a szabad úthosszak összevethetők a kisülési edény méreteivel, a részecskék közötti ütközéseket gyakorlatilag elhanyagolhatjuk. Ily módon a (5) képletben a  $\nu = 0$  formális behelyettesítést elvégezve, s figyelembe véve a

$$v|_{t=0} = v_0$$

kezdeti feltételt, a részecskék sebességére a

$$v = v_0 + \frac{eE_0}{m\omega} [\cos \chi - \cos(\omega t + \chi)] \quad (6)$$

kifejezés adódik. A (6) képlet további integrálásával, s az

$$x|_{t=0} = x_0$$

peremfeltétel felhasználásával, a részecskék koordinátája az alábbi kifejezéssel jellemezhető:

$$x = x_0 + \left( v_0 + \frac{eE_0}{m\omega} \cos \chi \right) t + \frac{eE_0}{m\omega^2} [\sin \chi - \sin(\omega t + \chi)]. \quad (7)$$

Mint látható, a részecskék sebessége a kezdeti sebességtől, valamint a külső térnek a bekapcsolás pillanatában vett fázisszögétől függő állandó sebességösszetevőből és egy harmonikus komponensből tevődik össze. Utalunk arra is, hogy a harmonikus összetevő fázisa  $90^\circ$ -kal elmarad a külső tér fázisától, s így a külső tértől való energiafelvétel szempontjából reaktívnak tekinthető. A harmonikus összetevőt figyelmen kívül hagyva, a külső tértől felvett energia akkor maximális, ha a bekapcsolás pillanatában a fázisszög nullával egyenlő. A külső tér frekvenciájának növelésével az energianyereség egyre csökken.

Összefoglalva, kis nyomásoknál, mint az a (6) és (7) képletekből is kitűnik, a részecskék mozgását, a külső tértől való energiafelvételt döntően a kezdeti és peremfeltételek befolyásolják, így a már említett „fali” jellemzőkön kívül jelentős szerepet kapnak az átütési kritériumok felállításánál.

$B - \lambda < d, r$

Közepes, vagy nagy nyomásoknál, amikor a szabad úthosszak kisebbek a kisülési edény méreteinél, azaz  $\lambda < d, r$ , nemcsak a falakon lejátszódó jelenségek hatása csökken, hanem a kezdeti és peremfeltételek is módosulnak. Ez esetben ugyanis már a kollektív jelenségek dominálnak, s a függetlenrészecske-leírás a feladat megoldását csak bizonyos közelítésekkel adja meg. Itt a  $v$  sebesség már nem kapcsolható össze az egyes individuális részecskék sebességével, hanem egy megadott csoportra vonatkozik. Ennek tükröződnie kell a kezdeti és peremfeltételek megválasztásánál.

Továbbra is követve az átütési folyamatok korábban megadott csoportosítását, elemezzük az (1) mozgásegyenlet megoldását.

$B.1 - \omega < v$

Ha a külső tér frekvenciája alacsonyabb az ütközési frekvenciánál,  $\omega < v$ , a (4) képlettel jellemezhető járulékos fázisszög határértékben tart  $\pi/2$ -hez, ami azt jelenti, hogy a részecskék csoportba tömörülve, felhőszerűen követik a külső tér fázisát. A

$$v|_{t=0} = v_0$$

kezdeti feltételt is figyelembe véve, valamint a (4) képlet által meghatározott  $\varphi$  szög helyett a

$$\psi = \arctg \frac{\omega}{v}$$

fázisszögre áttérve, a részecskék sebessége a

$$v = \frac{eE_0}{m \sqrt{v^2 + \omega^2}} \sin(\omega t + \chi - \psi) + \left[ v_0 - \frac{eE_0}{m \sqrt{v^2 + \omega^2}} \sin(\chi - \psi) \right] e^{-\nu t} \quad (8)$$

kifejezéssel adható meg. Itt már a periodikus tag csaknem teljes mértékben aktív (a külső tér fázisától csak egy  $\psi$  szöggel tér el, amely az  $\omega/v$  viszony csökkenésével nullához tart). Ez egy igen érdekes paradoxon, hogy az ütközési frekvencia növekedésével a külső tértől felvett energia váltakozóáramú kisüléseknél növekszik, míg az egyenáramú kisüléseknél a töltött részecskék és a gázatomok közötti rugalmas ütközések egyértelműen veszteséget jelentenek. A (8) kifejezésben álló második, nem periodikus tag, a külső tér periódusa által meghatározott karakterisztikus időtől és az ütközési frekvenciától függően, exponenciálisan nullához tart. Fizikailag ez azt jelenti, hogy a random mozgás az ütközési frekvencia növekedtével egyre inkább irányított, drift mozgásba megy át. Minél kisebb az  $\omega/v$  viszony, annál jobb közelítésben tekinthetünk el a kezdeti feltételektől, azaz a térirányú harmonikus mozgás mellett a ran-

dom mozgástól és a külső tér kezdeti fázisszögétől függő egyenesvonalú sebességösszetevőtől.

A (8) képletben a második tagot figyelmen kívül hagyva, az integrálás elvégzése után a részecskecsoport koordinátája az

$$x = \frac{eE_0}{m\omega\sqrt{v^2 + \omega^2}} \cos(\omega t + \chi + \psi) + x_0 \quad (9)$$

képlettel adható meg. Mint arra már utaltunk, ez egy  $x_0$  (a  $t = 0$  időpillanatban vett koordináta) pont körüli harmonikus mozgást jellemez. A rezgés amplitúdója egyenesen arányos a külső tér erősségével, s fordítva arányos az ütközési frekvencia és a külső tér frekvenciájának szorzatával.

A korábban megadott csoportosításban, a rezgések amplitúdójának és a kisülési edény méreteinek összehasonlítása alapján végzett további felbontás nem csupán az átütési kritériumok felállításánál figyelembe veendő csoportosítást jelent, hanem az átütést követő kisülés jellemzésénél is szerepet játszik. A B.1.2 pontban közölt esetben ugyanis a váltakozó külső térerősség mellett a mozgásegyenlet felírásánál figyelembe kell venni a falakon felhalmozódott töltés által kialakított sztatikus tereket is. Így a kapott megoldáshoz (8) első közelítésben egy kvázistacioner összetevő is járul. Ez az összetevő azért tekinthető kvázistacionernek, mert nagysága csak egy fél perióduson belül állandó, ugyanis az ellenkező fél periódusban a falon felhalmozódó töltések teljeségben vagy részben semlegesítődnek az odaérkező ellentétes polaritású részecskék által. Erre, a speciálisan csak szigetelő falú kisülési edényekben lejátszódó jelenségre, a későbbiekben még részletesebben visszatérünk.

Igen kis frekvenciáknál és nagy kisülési edényméreteknél (a viszonyítás az ütközési frekvenciához és a szabad úthosszakhoz történik) még egy igen elterjedt [12, 13] tárgyalásmód az egyenáramú analógia bevezetése.

Ismeretes ugyanis, hogy az áramsűrűség

$$j = env \quad (10)$$

kifejezéssel adható meg, ahol

- $n$  — a töltött részecskék koncentrációja,
- $v$  — a töltött részecskék drift sebessége,

s az egységnyi térfogatban a külső tértől felvett teljesítmény pedig

$$P = jE \quad (11)$$

képlet alapján számítható. A sebességet a (8) képletből (az exponenciálisan csökkenő tagot elhanyagolva, s a külső tér kezdeti fázisát zérónak véve) be-



helyettesítve, ez a teljesítmény a következő lesz:

$$P_{\sim} = \frac{ne^2 E_0^2}{2m} \frac{\cos \psi \cdot \cos 2\omega t}{\sqrt{v^2 + \omega^2}} \quad (12)$$

Ezt a kifejezést egy periódusra átlagolva azt kapjuk, hogy

$$\bar{P}_{\sim} = \frac{ne^2 E_0^2}{2m} \frac{v}{v^2 + \omega^2} \quad (13)$$

Ugyanakkor egyenáramú esetben, figyelembe véve a Langevin-féle mozgékonyosságra [14] kapott elemi kifejezést, az egységnyi térfogatban disszipált teljesítmény az alábbi formában írható fel:

$$\bar{P} = \frac{ne^2 E^2}{mv} \quad (14)$$

A (13) és (14) képlet egybevetésével megadható egy  $E_{\text{eff}}^{\sim}$  egyenáramú térerősség, amelynek hatása megfelel az  $E_{\text{eff}}^{\sim} = E_0 / \sqrt{2}$  váltakozóáramú térerősségnek:

$$E_{\text{eff}}^{\sim 2} = E_{\text{eff}}^2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2}, \quad (15)$$

ahol  $\tau$  — a két ütközés között eltelt idő.

Az így nyert  $E_{\text{eff}}^{\sim}$  egyenáramú térerősséget figyelembe véve, s a jelenségeket az egyenáramú leírásmód alapján értelmezve, sok esetben viszonylag egyszerűbben, az egyenáramú esetben részletesen elemzett módon nyerhetünk a kísérletekkel jó egyezést mutató eredményeket.

Visszatérve az átütési folyamatok elemzéséhez, megállapíthatjuk, hogy függetlenrészecskés leírásmód alkalmazásával a fenti feltételek mellett már eleve csak közelítő eredményeket várhatunk. Az átütési kritérium meghatározásához, a részecskék sebességére kapott kifejezés felhasználásával, s a lejátszódó egyéb elemi folyamatok (pl. különböző rugalmatlan ütközések) figyelembevételével felállított energiamérleg elemzése nyújt segítséget.

**B.2** —  $\omega \gg v$

**B.2.1** —  $\omega \sim v$

Ha a külső tér frekvenciája és az ütközési frekvencia azonos nagyságrendű,  $\omega \sim v$ , a részecskék sebességét megadó (8) képletben elhanyagolásokat nem tehetünk. Ez esetben az ütközés okozta fáziseltolódás  $\pi/4$  körüli érték (ha  $\omega = v$ , akkor  $q = \pi/4$ ), s így minden esetben számítanunk kell egy aktív és egy reaktív áramösszetevőre.

Átütési kritérium felállításához a töltött részecskék mozgásának tanulmányozását a két ütközés közötti időszakra kell korlátozni, azaz az edény-méreték helyett a szabad úthosszat kell karakterisztikus méretként tekinteni. Ezzel ugyan a fal hatásoktól első közelítésben eltekinthetünk, azonban újabb problémaként merül fel a kezdeti feltételek helyes megadása.

Itt meg kell jegyezni, hogy amennyiben az ütközési frekvencia pontosan megegyezik a külső tér  $f$  frekvenciájával, egy olyan rezonanciaállapot lép fel, amelynél a külső tértől való energiafelvétel megszűnik.

### B.2.2 — $\omega > \nu$

Ha a külső tér frekvenciája nagyobb, mint az ütközési frekvencia,  $\omega > \nu$ , ugyanúgy mint az előző pontban megmutattuk, a kisülési edény karakterisztikus méreteiről át kell térnünk a két ütközés között megtett útra. A töltött részecskék sebességét és koordinátáit leíró egyenletek, figyelembe véve, hogy csupán két ütközés közötti mozgás leírására korlátozódunk, megegyeznek az *A.* alatt tárgyalt (6) és (7) egyenletekkel. Ha a kezdeti feltételek megadásánál a  $v_0$  sebességet a random mozgás térirányú komponensének tekintjük, s feltételezzük, hogy a tér okozta perturbáció kicsiny, azaz a külső tér hatására keletkező drift sebességösszetevő elhanyagolható a random sebesség mellett, akkor az ütközések után kialakuló térirányú random sebesség-komponens statisztikusan nullának tekinthető ( $v_0 = 0$ ). Ugyanilyen statisztikus megfontolások alapján az egyes ütközések pillanatában, a külső tér kezdeti fázisszögének közepes értéke ugyancsak nullának vehető. Ez a kép, amely bizonyos mértékig kombinációja a függetlenrészecskés és statisztikus elképzeléseknek, természetesen csak igen durva közelítést nyújt. Azonban, mint majd látni fogjuk az átütési jelenségek diszkussziójánál, az ilyen alapon felállított átütési kritériummal is a kísérleti eredményekkel közeli megegyező átütési feszültség-értékek adódnak.

### B.3 = $\omega \gg \nu$

Abban az esetben, amikor a külső tér frekvenciája jóval magasabb, mint az ütközési frekvencia,  $\omega \gg \nu$ , mint arra már az átütést megelőző folyamatok csoportosításánál is utaltunk, csupán a mozgásegyenletekre támaszkodva, nem kaphatunk helyes képet. A mozgásegyenletekhez feltétlenül hozzá kell kapcsolni a Maxwell-féle egyenleteket, ily módon figyelembe véve a külső tér-erősség mellett a kialakuló belső elektromos és mágneses tereket.

## 2.2. Statisztikus leírás

A töltött részecskék külső elektromos és mágneses térben való mozgásának jellemzéséhez, az  $f(t, \vec{r}, \vec{v})$  eloszlási függvény meghatározására szolgáló

kinetikus egyenlet az alábbi formában írható fel

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \nabla_r f + \frac{e}{m} \left( \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \vec{H}] \right) \nabla_v f + S = 0, \quad (16)$$

ahol

- $f$  – az eloszlási függvény,
- $t$  – az idő,
- $r$  – a helykoordináták,
- $e$  – az elemi töltés,
- $m$  – a részecskék tömege,
- $\vec{E}$  – a külső télerősség,
- $\vec{H}$  – a mágneses télerősség,
- $c$  – a fénysebesség,
- $S$  – az ütközési integrál.

Az egyenletben külső erőként csupán a Lorentz-féle erőt vesszük figyelembe. Az  $f$  eloszlási függvény ismeretében számíthatók a következő makroparaméterek:

$$n = \int f d\vec{v}; \quad \vec{j} = e \int \vec{v} f d\vec{v}; \quad K = \frac{1}{n} \int \frac{mv^2}{2} f d\vec{v}, \quad (17)$$

ahol

- $n$  – a koncentráció,
- $\vec{j}$  – az áramsűrűség,
- $K$  – a részecskék kinetikus energiája.

Tételezzük fel, hogy a vizsgált plazmára külső mágneses tér nem hat ( $H = 0$ ), s a térbeli inhomogenitás iránya egybeesik a külső elektromos tér irányával (egydimenziós közelítés). Ez esetben az eloszlási függvény sorbafejthető a Legendre-féle polinom,  $P_k(\cos \alpha)$ , szerint, ahol  $\alpha$  az  $\vec{E}$  és  $\vec{v}$  vektorok által bezárt szög:

$$f(t, \vec{r}, \vec{v}) = \sum_{k=0}^{\infty} P_k(\cos \alpha) f_k(t, \vec{r}, \vec{v}). \quad (18)$$

Behelyettesítve a (18) sorbafejtést a (16) egyenletbe, majd beszorozva  $P_{k'}(\cos \alpha)$ -val, elvégezve az integrálást a szögek szerint, továbbá felhasználva a következő kifejezést

$$\vec{E} \nabla_r f = E \cos \alpha \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{E \sin^2 \alpha}{v} \frac{\partial f}{\partial(\cos \alpha)}, \quad (19)$$

kapunk egy kapcsolt egyenletrendszert az  $f_0, f_1, f_2, \dots$  komponensekre

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{v}{3} \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{eE}{3mv^2} \frac{\partial}{\partial v} (v^2 f_1) + S_0 &= 0, \\ \frac{\partial f_1}{\partial t} + v \left( \frac{\partial f_0}{\partial x} + \frac{2}{5} \frac{\partial f_2}{\partial x} \right) + \frac{eE}{m} \left\{ \frac{\partial f_0}{\partial v} + \frac{2}{5v^3} \frac{\partial}{\partial v} (v^3 f_2) \right\} + S_1 &= 0, \end{aligned} \quad (20)$$

és

$$\frac{\partial f_2}{\partial t} + v \left( \frac{2}{3} \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{3}{7} \frac{\partial f_3}{\partial x} \right) + \frac{eE}{m} \left\{ \frac{2}{3} v \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{f_1}{v} \right) + \frac{3}{7v^4} \frac{\partial}{\partial v} (v^4 f_3) \right\} + S_2 = 0, \quad (20')$$

ahol az ütközési integrál  $k$ -adik komponensét a következő képlet alapján határozhatjuk meg:

$$S_k = \frac{2k+1}{4\pi} \int P_k(\cos \alpha) d\Omega. \quad (21)$$

Itt meg kell jegyezni, hogy a kinetikus egyenlet egzakt megoldása csak két esetben, külső erők hiányában, vagy potenciális erők jelenlétében adható meg. A Boltzmann-féle egyenlet többfajta közelítő megoldása közül a kisülésfizikában a leginkább elterjedt a fentiekben bemutatott sorbafejtési módszer. A Boltzmann-féle egyenlet ilyen formában történő megoldását LORENTZ [15] adta meg első ízben a  $\partial f/\partial t$  mennyiséget nullának feltételezve. Ezért a megoldást gyakran Lorentz-féle közelítésnek is nevezik.

Az átütési jelenségek vizsgálatánál fontos szerepet játszik az ütközési integrál helyes megadása. Az ütközési integrál legáltalánosabb kifejtését, csak a rugalmas kölcsönhatásokat figyelembe véve, MORSE [16] és DAVIDOV [17] adta meg. A rugalmatlan kölcsönhatásokat is figyelembe vevő ütközési integrállal csak kevés szerző foglalkozott [18] és [19]. Ez esetben ugyanis a Boltzmann-féle egyenlet elemzése rendkívül nehézkessé válik, s csak numerikus módszerekkel végezhető el. A rugalmatlan kölcsönhatásokat is figyelembe vevő ütközési integrál felhasználásával kizárólag He esetében ismeretes a teljes megoldás [20] egy viszonylag szűk  $E/p$  tartományban. Azonban az ily módon meghatározott eloszlási függvény pontossága (egyezés a kísérletileg mért adatokkal) az esetek többségében nem teszi indokolttá a nehezen kezelhető numerikus adatok alkalmazását.

Az átütési jelenségek tanulmányozásánál jóval elterjedtebb módszer az, amikor az ütközési integrálban mindössze a rugalmas kölcsönhatásokat veszik figyelembe [21–23] és [24–26], s az így meghatározott eloszlási függvény segítségével képzett átlagmennyiségekre állítanak fel különböző, a rugalmatlan kölcsönhatásokat is figyelembe vevő makroszkopikus mérlegegyenleteket.

Visszatérve a (20) és (20') végtelen számú kapcsolt egyenletekből álló egyenletrendszerre, nyilvánvaló, hogy csak akkor kapunk könnyen kezelhető megoldási módszert, ha mindössze az első néhány közelítésre korlátozódunk.

Ahhoz, hogy az eloszlási függvényre megadott sorfejtésből csak a nulladik és az első tagot vehessük figyelembe, teljesülni kell a következő két feltételnek:

$$\left| \frac{\partial f_0}{\partial v} \right| \gg \frac{1}{v^3} \left| \frac{\partial}{\partial v} (v^3 f_2) \right|. \quad (22)$$

és

$$\left| \frac{\partial f_0}{\partial x} \right| \gg \left| \frac{\partial f_2}{\partial x} \right|. \quad (23)$$

— Homogén plazma esetében,  $df/dx = 0$ , stacioner feltételek mellett, figyelembe véve, hogy

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} = i\omega f_1; \quad \frac{\partial f_2}{\partial t} \sim i\omega f_2,$$

valamint az  $f_2$  mennyiséget elhanyagolva, azt kapjuk, hogy

$$f_1 = \frac{eE}{m(i\omega + \nu)} \frac{\partial f_0}{\partial v}, \quad (24)$$

és

$$|f_2| \sim \left| \frac{eE}{m(i\omega + \nu)} \nu \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{f_1}{v} \right) \right| \sim \left| \frac{e^2 E^2}{m^2(i\omega + \nu)^2} \nu \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{1}{v} \frac{\partial f_0}{\partial v} \right) \right|. \quad (25)$$

Az  $S$  ütközési integrál momentumait a becslés leegyszerűsítésére az alábbi közéletésben vettük figyelembe

$$S_1 = \nu f_1, \quad S_2 \sim \nu f_2, \quad (26)$$

ahol  $\nu$  — az ütközési frekvencia. A (24) és (25) képletek alapján a (22) egyenlőtlenség az

$$\left| \frac{e^2 E^2}{m^2(\omega^2 + \nu^2)} \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left( v^2 \frac{\partial f_0}{\partial v} \right) \right| \ll f_0 \quad (27)$$

alakot ölti. Ha a (27) egyenlőtlenségben az elektronok közepes sebességét

$$\bar{v} \sim \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

tekintjük, ahol  $T$  — az elektronhőmérséklet,  $k$  — a Boltzmann-féle állandó, s figyelembe vesszük, hogy

$$\frac{\partial f_0}{\partial v} \sim \frac{f_0}{\bar{v}},$$

akkor annak a feltétele, hogy az eloszlási függvény sorfejtésében a nulladik és az első tagra korlátozódjunk, az alábbi makro- és mikroparamétereket össze-

kapcsoló egyenlőtlenség alapján határozható meg:

$$\frac{e^2 E^2}{mkT(\omega^2 + \nu^2)} \ll 1. \quad (28)$$

Ez a feltétel az alkalmazott külső térerősség nagyságának szab korlátot.

— Térbeli inhomogenitások esetén első közelítésben az egyszerűség kedvéért a külső elektromos teret elhanyagolva, a (20) egyenletek közül a másodiktól azt kapjuk, hogy

$$(i\omega + \nu)f_2 \sim v \frac{\partial f_1}{\partial x}. \quad (29)$$

A (29) képletet figyelembe véve, s áttérve a középerterekre, a (24) egyenlőtlenség a következő alakban írható fel:

$$\frac{\bar{v}}{\sqrt{\omega^2 + \nu^2}} \left| \frac{\partial f_1}{\partial x^2} \right| \ll \left| \frac{\partial f_0}{\partial x} \right|. \quad (30)$$

— Nem stacioner folyamatokra az előzőkhöz hasonló megfontolások alapján még egy feltételt írhatunk fel:

$$\left| \frac{\partial f_0}{\partial t} \right| \ll \sqrt{\omega^2 + \nu^2} f_0. \quad (31)$$

Ennek alapján eldönthető, hogy az  $f$  kiszámításánál megállhatunk-e az első két tagnál.

A fentiekben bemutatott közelítő értékelésből is világosan kitűnik, hogy az eloszlási függvénynek a bemutatott módon történő sorbafejtésével, s az  $f_1$ -nél magasabb rendű tagok elhagyásával is igen általánosan alkalmazható egyenletrendszerhez jutunk.

Az eloszlási függvény meghatározására tehát az alábbi két kapcsolt differenciálegyenlet szolgálhat,

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{v}{3} \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{eE}{3m\nu^2} \frac{\partial}{\partial v} (\nu^2 f_1) + S_0 = 0, \quad (32)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + v \frac{\partial f_0}{\partial x} + \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v} + S_1 = 0,$$

s a megoldás

$$f(t, x, v) = f_0(t, x, v) + \frac{u_d}{v} f_1(t, x, v) \quad (33)$$

alakban írható fel, ahol  $u_d/v = \cos \alpha$ .

Az eredményként kapott eloszlási függvény két részből tevődik össze, egy szimmetrikus tagból és a külső elektromos tér hatására kialakuló aszimmetrikus tagból. A második tag jellemzi a töltött részecskék irányított, drift mozgását. Ez könnyen belátható, ha felírjuk a közepes térirányú sebességösszetevőt (drift sebességet)

$$\bar{u}_d = \int_0^\infty \int_0^\pi v \cos \alpha (f_0 + f_1 \cos \alpha) 2\pi v^2 \sin \alpha d\alpha dv, \quad (34)$$

elvégezve a szögek szerinti integrálást, azt kapjuk hogy

$$\bar{u}_d = \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty f_1 v^3 dv. \quad (35)$$

Egyszerűbb esetekben, feltételezve, hogy a külső tér okozta perturbáció kicsiny, az eloszlási függvény  $f_0$  szimmetrikus tagját a Maxwell — Boltzmann-féle eloszlási függvénnyel helyettesíthetjük. Ekkor a két kapcsolt egyenlet egymástól függetlenné válik, s a másodikból közvetlenül meghatározható az aszimmetrikus  $f_1$  tag. Az így kapott  $f_1$ -et az első egyenletbe visszahelyettesítve, megkaphatjuk a szimmetrikus tag következő közelítését. Ezt a sorozatos közelítés módszerét alkalmazva, elérhető a kívánt pontosság. Meg kell jegyezni azonban, hogy általános esetben, matematikailag nem bizonyított ezen megoldás konvergenciája.

Az itt bemutatott módszer segítségével tehát elemezhető a részecskék közepes random sebessége és a térirányú összetevő, amelyet a függetlenrészecskés leírásmódnál a mozgásegyenletek különböző fizikai megfontolások útján történő felírása alapján határoztuk meg.

A továbblépés abban áll, hogy itt már az egyenletekben figyelembe vehetők a szabad úthosszak (vagy ütközési frekvenciák) sebesség, illetve energiafüggései, míg a függetlenrészecskés leírásnál e paramétereknek csak valamely más módszerrel meghatározott átlagos értékei szerepelnek.

Visszatérve az átütést megelőző folyamatok csoportosítására, megállapítható hogy:

$$A - \lambda \geq d, r$$

Abban az esetben, amikor a szabad úthosszak a kisülési edény karakterisztikus méreteivel összevethetők, vagy annál nagyobbak,  $\lambda \geq d, r$ , a statisztikus leírásmód alkalmazása nem indokolt. A részecskék mozgása gyakorlatilag egymástól független, azaz a részecskék és a falak közötti kölcsönhatás dominál a részecskék egymás közötti kölcsönhatásai mellett.

$$B - \lambda < d, r$$

Amennyiben teljesül az a feltétel, hogy  $\lambda < d, r$ , a statisztikus leírás alkalmazása célravezetőbb mint az egy elektronra, vagy elektroncsoportra felírt mozgásegyenlet elemzése. Ebben az esetben, mint arra már utaltunk, az

eloszlási függvény különböző közelítésben megadott szimmetrikus és aszimmetrikus összetevőivel meghatározott közepes random, illetve drift sebességek már magukba foglalják a szabad úthosszak (ütközési frekvenciák) sebességfüggését.

Az átütési jelenségek statisztikus elemzésekor nem indokolt a  $B$  pontban megadott, az ütközési frekvencia és a külső tér frekvenciájának viszonyától függő osztályozás, ugyanis azok a fizikai megfontolások, amelyek ezt a függetlenrészecskés leírásnál szükségessé tették, már az alapul szolgáló kinetikus egyenlet felírásakor általános formában szerepelnek. Az  $\omega/\nu$  viszony figyelembe vétele ez esetben csupán az általános megoldás sorbafejtéssel történő leegyszerűsítésekor játszik szerepet.

### 3. Átütési kritériumok

A kisüléseknél kritikus átütési feszültségnek (vagy kritikus átütési térerősségnek) nevezzük a  $V-A$  karakterisztika azon feszültségértékét, amelynél az első áramugrás jelentkezik. Más szavakkal ez azt jelenti, hogy a kisülési térben jelenlevő kezdeti töltéshordozók a külső tér hatására olyan energiát vesznek fel, hogy újabb töltött részecskéket váltanak ki a semleges gázatomokból. Ez a folyamat lavinaszerűen zajlik le, s áramugrás formájában érzékelhető a  $V-A$  karakterisztikán.

Egyenáramú esetben az átütés leírását első ízben TOWNSEND [27] adta meg, a töltéshordozók keletkezését és rekombinációját figyelembe vevő részecskemérleg alapján. Egyenletrendszerében az ionizációs, rekombinációs és felületi jelenségeket az egyes gázokra és felületekre jellemző, a kiindulási modell segítségével közvetlenül nem meghatározható tényezőkkel adja meg.

A váltakozóáramú kisülések átütési kritériumának felállításánál, az áttekintésben felsorolt különbségek (pl. egyes esetekben a fali hatások másodlagos volta) miatt nem indokolt az egyenáramú kisülések analógiájára első lépésben kontinuitási egyenletet (részecskemérleget) felírni, s az ott szereplő ionizációs, rekombinációs stb. állandókat külön, az egyenáramú esettől eltérő módon meghatározni, hanem energetikai megfontolásokból célszerű kiindulni. A Townsend-féle modellnél az állandók bevezetését többek között kísérleti úton történő meghatározhatóságuk indokolta. Váltakozóáramú esetben még megfelelő időfelbontás biztosítása mellett is csak ezen paraméterek egyes kombinációi mérhetők.

Az átütési kritérium energetikai megfontolások útján történő meghatározásánál akkor beszélünk átütésről, ha az egyes részecskék vagy részecskescsoportok energiája eléri az ionizálандó gáz, gőz vagy ezek keverékére jellemző ionizációs potenciálnak megfelelő energiát. Attól függően, hogy függetlenrészecskés vagy statisztikus leírást végzünk, az ionizációs küszöb lépcsős



függvénnyel, illetve az ionizációs hatáskeresztmetszet számított, vagy kísérleti úton meghatározott energiafüggésének approximációjával adható meg.

Az energetikai koncepció alapján felállított átütési kritériumoknál a módszer jellegéből következően csak az alsó határértékével lehet jellemezni a kritikus átütési feszültséget.

Igen nagy nyomásoknál egy harmadik, lényegében az itt bemutatott két közelítés kombinációjának tekinthető diffúziós átütési modelltípus is elkülöníthető. Ennek lényege az, hogy minden egyes töltött részecskének mielőtt rekombinálna (térfogatban vagy felületeken), legalább egy újabb töltött részecskét kell létrehoznia.

A továbbiakban bemutatunk néhány, az irodalmi hivatkozásokban gyakran szereplő átütési kritériumot, 1.2. pontban megadott ionizációs jelenségsoportok szerint rendszerezve.

$$A - \lambda \geq d, r$$

Abban az esetben, amikor a szabad úthosszak összemérhetők a kisülési edény méreteivel, vagy meghaladják azokat,  $\lambda \geq d, r$ , a kritikus átütési feszültséget (vagy térerősséget) elsősorban a kisülési edény falainak anyaga határozza meg. A töltött részecskék a külső elektromos tér hatására felgyorsulva, meghatározott kinetikus energiára szert téve érnek a falakhoz. Amennyiben a becsapódás pillanatában sebességük egy bizonyos kritikus értéket meghalad, a falból újabb részecskéket váltanak ki. Az ily módon keletkező újabb részecske a tér megfelelő irányánál felgyorsulva további töltött részecskét hoz létre. Ezt az egyszerű sokszorozási mechanizmust véve alapul BACKMARK és BENGSTON [28], GILL és von ENGEL [29], HATCH és WILLIAMS [30] és többen mások [31—38] közel azonos átütési kritériumot állítottak fel.

Kiindulási alapként a részecskék sebességét és koordinátáját megadó (6) és (7) egyenlet szolgál. Ahhoz, hogy a  $t = 0$  időpillanatban az egyik falról ( $x_0 = 0$ ) elinduló elektron a másik falról legalább egy újabb elektront szabadítson fel, két feltételnek kell teljesülni:

— az elektronoknak az alkalmazott tér egy félperiódusa alatt el kell érni a  $d$  távolságra levő szemközti falat, azaz  $\omega t = \pi$ ;

— a becsapódás pillanatában sebességének meg kell haladni egy  $v_{\text{krit}}$  értéket, amelynél a szekunder emissziót jellemző  $\gamma \geq 1$  ( $\gamma$  a keletkező szekunder elektronok és a becsapódó elektronok számának viszonya).

Figyelembe véve ezeket a feltételeket, és elvégezve a megfelelő behelyettesítéseket a (6) és (7) egyenletekbe, az átütéshez szükséges  $E_0$  kritikus átütési térerősség és az alkalmazott külső tér  $t = 0$  pillanatban vett  $\chi$  fáziszögének meghatározására szolgáló egyenletek a következő alakban írhatók fel:

$$v = v_0 + \frac{2e E_0}{m\omega} \cos \chi \geq v_{\text{krit}}, \quad |\gamma \geq 1\text{-nél}| \quad (36)$$

és

$$\omega d = \left( v_0 + \frac{eE_0}{m\omega} \cos \chi \right) \pi + \frac{2eE_0}{m\omega} \sin \chi. \quad (37)$$

Az egyenletek részletekbe menő elemzésével nem foglalkozunk, csak azt jegyezzük meg, hogy megoldásként két kritikus térerősség-érték adódik, amelyek közül átütési kritériumként általában a kisebbet szokták megadni. Az így kapott értékeknek kísérleti eredményekkel való összevetését mind a külső elektródos, mind pedig a belül elhelyezett fém elektródok között kialakuló kisülésnél több szerző elvégezte [29, 30]. A kísérleti úton kapott eredmények a két kritikus térerősség által meghatározott sávban helyezkedtek el, a  $\gamma$  értékének helyes, visszakorrigálással történő megválasztásakor. A  $\gamma$  értékének közvetlen meghatározása rendkívül nehéz, mivel nagyságát a felület pillanatnyi állapota nagymértékben befolyásolja. A szekunder jelenségek részletes elemzésével nem kívánunk foglalkozni, ezzel kapcsolatban igen széles körű áttekintést ad a [39] értekezés.

$B - \lambda < d, r$

Közepes vagy nagy nyomáson, ahol  $\lambda < d, r$ , az ütközési frekvencia és a külső tér frekvenciájának viszonyától függően számos közelítő átütési kritérium ismeretes.

$B.1 - \omega < \nu$

$B.1.1 - \omega < \nu_d/d$

A  $B.1.1$  feltételeket kielégítő körülmények között, a HOLSTEIN [40] által felállított diffúziós elmélet tekinthető a legáltalánosabbnak. A kiindulásként szolgáló átütési kritérium úgy fogalmazható meg, hogy minden egyes szabad elektronnak, a kisülésből történő kilépése előtt legalább egy újabb szabad elektront kell létrehoznia. Más szavakkal ez azt jelenti, hogy az új szabad elektronok ionizáció útján történő keletkezésének sebessége megegyezik, vagy nagyobb az elektronok diffúzió útján történő eltávozásának sebességével.

Ez a feltétel a következő részecskemérleg segítségével adható meg

$$\frac{\partial n_c}{\partial t} = Q + \nu_i n_c - D_e \frac{\partial^2 n_c}{\partial x^2}, \quad (38)$$

ahol

$D_e$  — az elektronok diffúziós tényezője,

$\nu_i$  — az ionizációt eredményező ütközések száma,

$Q$  — valamely állandó külső ionizációs forrás által egységnyi idő alatt létrehozott elektron-ion párok száma.

Az ionizációs folyamatot lassúnak feltételezve ( $\partial n_e / \partial t = 0$ ), továbbá a feladatot két, egymástól  $d$  távolságra levő végtelen síklap között az

$$n_e|_{x=\pm d/2} = 0$$

határfeltétellel megoldva, az elektronkoncentrációra az alábbi kifejezés adódik:

$$n_e = \frac{\frac{4}{\pi} Q \cos \frac{\pi x}{d}}{D_e \left( \frac{\pi}{d} \right)^2 \nu_i} \quad (39)$$

Az elektronkoncentráció a külső ionizációs forrástól függetlenül végtelen nagyságú lehet (létrejön az átütés), amennyiben az alábbi feltétel teljesül:

$$D_e \left( \frac{\pi}{d} \right)^2 = \nu_i. \quad (40)$$

Az ionizációt eredményező ütközések számát az egyenáramú esetre felírt Townsend-féle modell analógiájára a

$$\nu_i = \alpha v_d \quad (41)$$

képlettel fejezhetjük ki,

ahol

$\alpha$  — az első Townsend-féle ionizációs tényező,  
 $v_d$  pedig a (8) formula által meghatározott drift sebesség.

HOLSTEIN a (40) összefüggéssel jellemzett átütési kritériumot a már korábban tárgyalt egyenáramú analógia bevezetésével fejtette ki. Az ionizációs ütközések számát a (8), (15) és (41) képletek alapján, az ütközési frekvencia mellett mindenhol elhanyagolva a külső tér frekvenciáját, s figyelembe véve, hogy az ütközési frekvencia

$$\nu = \frac{v_r}{\lambda_e},$$

az alábbi alakban kapta meg [40]:

$$\nu_i = \alpha \frac{e}{m} \frac{\lambda_e}{v_r} E, \quad (42)$$

ahol

$v_r$  — a közepes random sebesség,  
 $E$  — a váltakozóáramú külső térerősségnek megfelelő ekvivalens egyenáramú térerősség a (15) alapján.

A  $D_e$  diffúziós tényezőt  $D_e = \lambda_e v_T / 3$ -nak véve, s az elektronok random sebességéről az elektronhőmérsékletre áttérve, az átütési kritérium az alábbi végleges alakot ölti:

$$(pd)^2 = \frac{\pi^2 k T_e}{e \left( \frac{E}{p} \right) \left( \frac{\alpha}{p} \right)} \quad (43)$$

A kifejezésben szereplő  $E/p$ ,  $\alpha/p$  és  $T_e$  értékek az egyenáramú analógiát feltételezve számíthatók, illetve az analógiának [12, 13] megfelelő egyenáramú kiülésben mérhetők.

Az itt megadott átütési kritérium kísérleti ellenőrzése során [41—44] bebizonyosodott, hogy ez az egyszerű modell helyesen adja meg a görbék menetét, azonban az egybeesés mértéke igen erősen függ a közölt paraméterek számítási, illetve mérési módszerétől. Az elméleti értékektől való nagyobb eltérés csak olyan esetben várható, ahol az ambipoláris diffúzió már számottevő szerepet játszik [44, 42], ez esetben ugyanis a kritikus átütési télerősség már nagymértékben függ a kezdeti elektronkoncentrációtól.

#### B.1.2 — $\omega \ll v_d/d$

Az átütést megelőző folyamatok csoportosításában szereplő B.1.2 pontnak megfelelő körülményekre FUCHS és munkatársai egy, a szekunder jelenségeket is figyelembe vevő modellt dolgoztak ki [45—48]. Átütési kritériumként az alábbi empirikus kifejezést adták meg [45]:

$$\gamma_i \left[ e^{\alpha d} \cos \frac{2\pi\tau}{T} - 1 \right] = \gamma_i \left[ e^{\alpha d} \cos \frac{\omega d}{v_d^+} - 1 \right] = 1, \quad (44)$$

ahol

- $\alpha$  — a Townsend-féle primer ionizációs tényező,
- $\gamma$  — a Townsend-féle szekunder ionizációs tényező.
- $\tau$  — az ionok átfutási ideje ( $\tau \ll T$ ),
- $T$  — a külső tér periódusideje,
- $d$  — az elektródok közötti távolság,
- $v_d^+$  — a pozitív ionok drift sebessége.

Ez az átütési kritérium, az egyenáramú esetre felírt Townsend-kritérium formális kiterjesztéseként tekinthető,  $\omega = 0$  esetében átmegy abba. A modell kísérleti eredményekkel való összevetése alapján [46, 49] megállapítható, hogy igen alacsony frekvenciáknál,  $\omega \ll v_d^+/d$  a teljes egyenáramú analógia alkalmazásához képest továbblépést jelent. Ezzel a modellel nem kívánunk részletesebben foglalkozni, hiszen a vele kapcsolatos diszkussziók az egyenáramú átütési kritériumok részletes elemzéséhez vezetnének, s ez nem képezi a jelen dolgozat tárgyát. A fenti kritérium érvényességi körével kapcsolatban mindössze egy megjegyzést kívánunk tenni. A (44)-es kritériumból jól látható,

hogy amennyiben az ionok átfutási ideje a külső tér félperiódusidejével összevethető, a kritérium értelmét veszíti. Ez azzal magyarázható, hogy az említett esetben a pozitív ionok és a falak közötti kölcsönhatás megszűnik, azaz az ionok csak eljutnak a falig, azonban azzal már szekunder emissziót eredményező kölcsönhatásba nem lépnek, s ez esetben az átütési kritérium megadásához már más modellt kell választanunk [26].

## B.2 — $\omega \gg \nu$

A csoportosítás B.2 pontjának megfelelő esetben, vagyis ha  $\omega \gg \nu$ , amint azt már az előzőekben említettük, az átütési kritérium felállításánál eltekinthetünk a falak hatásától, s az edényméreteket helyett áttérhetünk a szabad úthosszra, mint karakterisztikus méretre.

Erre az esetre HALE [50] állított fel egy igen egyszerű, azonban THOMSON kísérleti eredményeit [51] minőségileg jól magyarázó átütési kritériumot.

A kritérium lényege abban áll, hogy az elektronoknak az ütközési frekvencia által megszabott szabad úthossz végére a tértől akkora energiát kell felvenniük, hogy azok rendelkezzenek a semleges gázatomok ionizációjához szükséges energiával.

A kritériumot a (6) és (7) egyenletek alapján a következő formában írhatjuk fel:

$$\frac{eE_0}{m} \frac{T}{2\pi} \left[ \cos 2\pi \frac{\tau}{T} - \cos \frac{2\pi(t - \tau)}{T} \right] = \left( 2 \frac{e}{m} U_i \right)^{1/2}, \quad (45)$$

és

$$\frac{eE_0}{m} \frac{T}{2\pi} \left[ (t - \tau) \cos 2\pi \frac{\tau}{T} - \frac{T}{2\pi} \sin 2\pi \frac{t - \tau}{T} \right] = \lambda_e, \quad (46)$$

ahol

- $T$  — a periódusidő,
- $\tau$  — a szabad elektron megjelenésének pillanata,
- $t$  — a  $\tau$  időpillanattól az elektron ütközéséig eltelt idő.
- $\lambda_e$  — az elektronok szabad úthossza,
- $U_i$  — a semleges gázatomok ionizációs potenciálja.

HALE a (45) és (46) egyenleteket elemezve arra a következtetésre jutott, hogy az  $E_0$  értéke akkor minimális, ha a szabad elektron megjelenésének pillanatában a külső tér fázissszöge 0, illetve  $\pi$ .

Az átütési kritérium alsó határ jellegét figyelembe véve, ez esetben a (45) és (46) egyenlet a következő egyszerűbb alakot ölti:

$$\frac{eE_0}{m\omega} (1 - \cos \omega t) = \left( 2 \frac{e}{m} U_i \right)^{1/2}, \quad (47)$$

és

$$\frac{eE_0}{m\omega} (t - \omega \sin 2\omega t) = \lambda_e. \quad (48)$$

A fenti transzcendens egyenletekből egyértelműen meghatározható az  $E_0$  kritikus átütési térerősség a gáznyomás (a nyomásfüggés a  $\lambda_e$  változásán keresztül jelentkezik) és a külső tér frekvenciájának függvényében. Az egyenletek elemzése alapján megállapítható, hogy mindkét paraméter esetében a kritikus átütési térerősség az egyenáramú Paschen-féle görbékhez hasonlóan, minimum jelleggel bír. Természetesen ez a modell sem veszi figyelembe a szabad úthosszak sebesség-, illetve energiafüggését, s így az elméleti számítások és kísérleti eredmények jó egyezése csak azoknál a gázoknál várható, ahol a szabad úthosszak közel állandóknak tekinthetők. Az átütési kritérium alsó határ jellegét illetően megjegyezzük, hogy a kritikus átütési térerősség csökkenésével egyre kisebb lesz a kísérletileg meghatározott pontok szórása, az átütési feszültség meghatározásánál. Ennek a magyarázata, mint arra már az átütési jelenségek diszkussziójánál is kitértünk, kézenfekvő. Ugyanis minél kisebb az irányított, drift sebességösszetevő a random sebességhez viszonyítva, annál jobb közelítésben tekinthetünk el statisztikus értelemben a részecske előéletétől, azaz a  $v_0$  kezdeti sebességtől, s ezáltal közelebb jutunk az ilyen szempontból idealizált (47) és (48) egyenletekhez.

### B.3 — $\omega \gg \nu$

Igen nagy frekvenciák esetében,  $\omega \gg \nu$ , a kisülési tér geometriájának befolyása, valamint a kölesönhatások sokrétűsége miatt nehéz a konkrét feladatokról elvonatkoztatott általános érvényű átütési kritériumok felállítása. A töltött részecskékre két ütközés között a külső téren kívül saját elektromos és mágneses terük is hat. Ez esetben a koncentráció növekedése már nem egy gyors lavinaszerű folyamat — nem jellemezhető meredek ugrásfüggvénnyel —, hanem a külső tér több periódusa alatt fokozatosan megy végbe, ily módon az általunk meghatározott átütési kritérium helyett egy kritikus felépülési időt [52, 53] kell figyelembe venni. E felépülési időnek a külső tér függvényében való változását legáltalánosabban MARGENAU és HARTMAN [52, 53], valamint POSIN [54] elemezte, a nagyfrekvenciás plazma statisztikus leírásából kiindulva. Az átütési kritériumok ilyen jellegű elméleti értelmezésével és kísérleti vizsgálatával a hullámvezetőkben kialakuló plazmák esetében több közlemény is foglalkozik [55—58].

A leíráshoz tett feltételezések, valamint a kísérleti körülmények erősen eltérőek, ami az eredmények összegző értékelését kizárja.

### IRODALOM

1. JOSHI, S. S.—DESMUKH, G. S.: *Nature*, **147** (1941), 806.
2. JOSHI, S. S.—DEO, P. G.: *Nature*, **151** (1943), 561.
3. JOSHI, S. S.—DEO, P. G.: *Nature*, **153** (1944), 434.
4. DEO, P. G.: *Proc. Indian Acad. Sci.*, **A19** (1944), 117.
5. JOSHI, S. S.: *Nature*, **154** (1944), 147.

6. HARRIES, W. L.—VON ENGEL, A.: *Proc. Phys. Soc.*, (London), **A222** (1954), 490.
7. HARRIES, W. L.—VON ENGEL, A.: *Proc. Phys. Soc.* (London) **B64** (1951), 951.
8. BHATAWDEKAR, M. G.: Doctoral dissertation, University of Rajputana Jaipur, Rajasthan, India (1957).
9. LOEB, L. B.—EL-BAKKAL, J. M.: *Fifth International Conference on Ionization Phenomena in Gases*, München, I., (1961), 734.
10. EL-BAKKAL, J. M.—LOEB, L. B.: *J. of Applied Phys.*, **133** N° 4 (1962), 1567.
11. GÁCS I.—SZIGETI GY.—ROTTER L.—SZABÓ J.: Magyar Szabadalom, N° **134** 181.
12. TOWNSEND, J. S.—GILL, E. W. B.: *Phil. Mag.*, **26** (1938) 290.
13. BROWN, S. C.: *Proc. Instn. Radio Engres.*, **39** (1951), 1493.
14. LANGEVIN, P.: *Ann. Chim. Phys.*, **8** (1905), 238.
15. LORENTZ, G. A.: Teorija elektronov, GTTI, M.-L., (1934).
16. MORSE, P. M.—ALLIS, W. P.—LAMAR: *L. Phys. Rev.*, **48** (1935), 412.
17. DAVIDOV, B. I.: *ZSETF*, **6** (1936), 463.
18. DAVIDOV, B. I.: *ZSETF*, **7** (1937), 1064.
19. DRUYVESTEYN, M.: *Physica*, **3** (1936), 65.
20. SMITH, J. A.: *Physica*, **3** (1937), 543.
21. DRUYVESTEYN, M.: *Physica*, **10** (1930), 69.
22. CRAVATH, A. M.: *Phys. Rev.*, **46** (1934), 332.
23. LANDAU, L. D.: *Sov. Phys.*, **10** (1936), 154.
24. ORNSTEIN, L. S.—BRINKMAN, H.—HAMADA, T.: *Proc. Acad., Amsterdam*, **39** (1936), 315.
25. ALLEN, H. W.: *Phys. Rev.*, **52** (1937), 707.
26. BITÓ, J. F.—ANTAL, K. G.: *Acta Physica Hung.*, **30/1** (1970), 23.
27. TOWNSEND, J. S.: Theory of Ionization of Gases by Collosion, Oxford 1915.
28. ALFVÉN, H.—COHN-PETERS, J. J. (Quoting results of BACKMARK, N. E.—BENGSTON, V.): *Ark. Mat. Astr. Fys.*, **31** (1944).
29. GILL, E. W.—VON ENGEL, A.: *Proc. Roy. Soc.*, **A192** (1948), 446.
30. HATCH, A. J.—WILLIAMS, H. B.: *J. Appl. Phys.*, **25** (1954), 417.
31. KREBS, K.—MEERBACH, H.: *Ann. Phys.*, **15** (1955), 189.
32. HIBER, E. L.—OZAKI, H. T.—KLEIDER, A.: *Ninth Gaseous Electronics Conference*, Pittsburgh.
33. KOSEL, F.—KREBS, K.: *Z. Phys.*, **139** (1954), 189.
34. HATCH, A. J.—WILLIAMS, H. B.: *Phys. Rev.*, **89** (1953), 339.
35. HATCH, A. J.—WILLIAMS, H. B.: *Phys. Rev.*, **100** (1955), 1228.
36. TAMAGAWA, H.: *E. T. J.*, Tokyo, **3** (1957), 42.
37. HATCH, A. J.—WILLIAMS, H. B.: *Phys. Rev.*, **79** (1958), 681.
38. HOOVER, C. W.—SMITHERS, R. K.: *Phys. Rev.*, **98** (1955), 1149.
39. BOLLA, I.: Doktori értekezés (1971).
40. HOLSTEIN, T.: *Phys. Rev.*, **70** (1946), 367.
41. COOPER, R. J.: *Instn. Elect. Engres.*, **94/III**, (1947), 315.
42. POSIN, D. Q.: *Phys. Rev.*, **73** (1948), 496.
43. FRANCIS, G. D.: Phil. Thesis, University of Oxford (1951).
44. PROWSE, W. A.—LANE, P. E.: *Appl. Sci. Res.*, Hague, **B5** (1955), 127.
45. FUCHS, W.: *Z. Phys.*, **103** (1936), 709.
46. FUCHS, W.: *Appl. Sci. Res.*, Hague, **B5** (1955).
47. FUCHS, W.—GRAF, L.—MUES, G.—MÜLLER, H. G.: *Z. Phys.*, **145** (1956), 1.
48. FUCHS, W.: *Proceedings of the Third International Conference on Ionization Phenomena in Gases*, Venice (1957).
49. VLAARDINGERBROEK, M. T.: *Appl. Sci. Res.*, Hague, **B5** (1955), 139.
50. HALE, D. H.: *Phys. Rev.*, **73** (1948), 1046.
51. THOMSON, J. J.: *Phil. Mag.*, **23**, (1937), 1.
52. MARGENAU, H.—HARTMAN, I. M.: *Phys. Rev.*, **73** (1948), 297, 309, 316, 326.
53. MARGENAU, H.—HARTMAN, I. M.: *Phys. Rev.*, **74** (1948), 706.
54. POSIN, D. Q.: *Phys. Rev.*, **73** (1948), 498.
55. HERLIN, M. A.—BROWN, S. C.: *Phys. Rev.*, **74** (1948), 291, 910, 1650.
56. McDONALD, A. D.—BROWN, S. C.: *Phys. Rev.*, **75** (1948), 411, 1324.
57. McDONALD, A. D.—BROWN, S. C.: *Phys. Rev.*, **76** (1949), 1634.
58. BROWN, S. C.—McDONALD, A. D.: *Phys. Rev.*, **76** (1949), 1629.
59. ANTAL, K. G.: Doktori értekezés (1971).

**On the Building-up of Capacitive Discharges.** The phenomena in the building-up of capacitive discharges are reviewed and classified. The better known descriptions based on the theory of independent particles and statistics used so far are shown, pointing out the range of validity and the limitations of the approximations used. By critical evaluation of the models and the breakdown criteria, the field of application of these methods and the possibilities for refinements are characterized.

**Über den Aufbau von kapazitiven Entladungen.** Im Aufsatz werden die Vorgänge bei der Ausbildung von kapazitiven Entladungen überblickt und systematisiert. Die bisher angewendeten, verbreiteteren Beschreibungen mit Hilfe von unabhängigen Teilchen und Statistik werden, unter Hinweis auf den Geltungsbereich und die Anwendungsgrenzen der benützten Näherungen, besprochen. Durch Auswertung der Modelle für die Ausbildung und der Durchschlagskriterien werden der Anwendungsbereich dieser Methoden und die Möglichkeiten für ihre Verfeinerung charakterisiert.