GUMIBALLONOK STABILITÁSA

DULÁCSKA ENDRE*

[Beérkezett: 1971. szept. 20-án]

A dolgozat a stabilitásvesztésnek egy olyan különleges esetével foglalkozik, amelynél az tiszta húzás mellett következik be. Ez a nagy nyúlóképességű gumiból készült, felfújható ballonok esete. A jelenség oka az, hogy a nagy alakváltozás miatt a keresztmetszetek csökkenése már erősen befolyásolja az anyag nyúlását. A jelenséget példaképpen a dolgozat a gömbalakú ballonon mutatja be.

1. Bevezetés

A stabilitásvesztés jelensége általában nyomott szerkezeteknél szokott előfordulni. Jelen dolgozatunkban egy olyan különleges esetet vizsgálunk, amelynél a stabilitásvesztés tiszta húzás állapotában következik be.

Ez a különleges eset a belső túlnyomással felfújt gumiballonok pl. meteorológiai ballonok esete. A gumi ugyanis olyan nagy alakváltozó képességgel rendelkezik, hogy erre a klasszikus rugalmasságtan kis alakváltozást feltételező összefüggései már nem érvényesek. Emiatt az erő-alakváltozás diagram a nagyobb nyúlásoknál már görbe alakú. Ez a körülmény a belső túlnyomással terhelt ballonok alakváltozását a következő módon befolyásolja. Kezdetben a ballon alakváltozása növekvő nyomásérték mellett növekszik, a nyomásérték azonban egy bizonyos kritikus értéknél nem tud magasabbra emelkedni. E kritikus érték elérése után a ballon fokozott tágulása mellett a ballon csak csökkenő nyomás mellett van egyensúlyban. Ha a nyomást állandó értéken tartjuk, a ballon korlátlanul tágul, amíg a ballon nyúlása a szakadási határt el nem éri és tönkre nem megy.

2. A gumi tulajdonságai

A kísérletek tanulságai alapján a húzott lágygumit terhelő σ feszültség és az ε fajlagos alakváltozás között a terhelés kezdő szakaszán egyenes arányosság áll fenn. Ez azt jelenti, hogy a gumi $E = \sigma/\varepsilon$ rugalmassági tényezője

* Dr. Dulácska Endre, Budapest XII., Ráth György u. 64.

kezdetben állandó. Ez az arányosság körülbelül az $\varepsilon = 2 \sim 3$ értékig marad meg. Ilyen nagy nyúlásnál a keresztmetszet már jelentősen lecsökken. Így annak ellenére, hogy a nyúlás a feszültséggel arányos, az erővel mégsem lesz arányos. Egy-, két-, háromszoros nyúláshoz nem egy-, két-, háromszoros, hanem ennél kisebb erő tartozik.

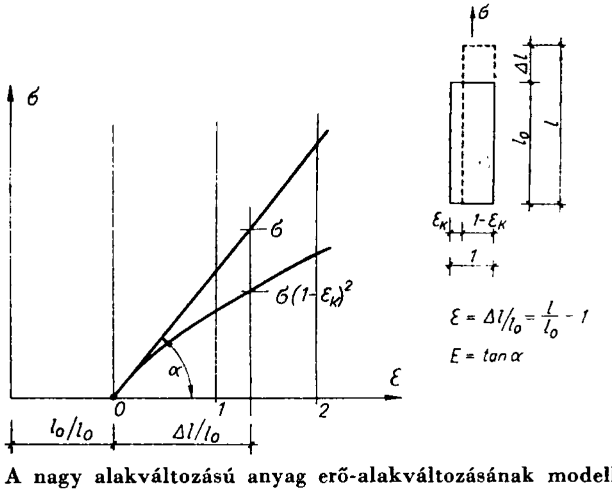
Ha egy gumiszálat húzunk, akkor annak eredeti l_0 hossza Δl értékkel megváltozik. E közben az egységnyi keresztirányú méret ε_k értékkel csökken. A megnyúlt állapotban az eredetileg egységnyi keresztmetszet területe a következő:

$$F = (1 - \varepsilon_k)^2 = (1 - \nu\varepsilon)^2. \tag{1}$$

A σ feszültséggel terhelt eredetileg egységnyi keresztmetszetű húzott elem a következő erőt tudja felvenni:

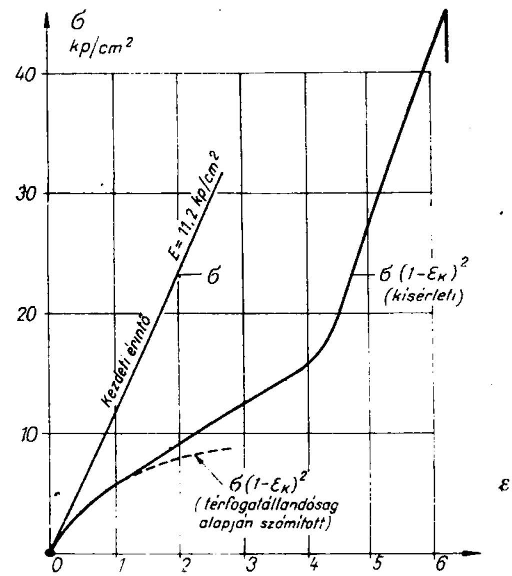
$$P = \sigma F = \sigma(1 - \varepsilon_k)^2 = \sigma(1 - \nu\varepsilon)^2. \tag{2}$$

Ebben az összefüggésben ismernünk kell a keresztirányú ε_k alakváltozást. Nagy alakváltozásról lévén szó, a Poisson-féle szám, illetve annak ν reciproka már nem használható. A kísérletek azt mutatták, hogy a húzott gumielem térfogata $\varepsilon = 1$ értékig valamelyest csökken, ezen túl pedig valamelyest növekszik [1]. E csökkenés, illetve növekedés azonban olyan kicsiny, hogy a húzott gumiszál $\varepsilon \leq 2$ értékig térfogatállandónak tekinthető. Ha a σ feszültség és az ε fajlagos nyúlás között az 1. ábrán bemutatott α hajlásszögű egyenes arányosság áll fenn, akkor az eredeti keresztmetszet egységnyi keresztmetszeti területére jutó erő és a fajlagos nyúlás közötti összefüggést az ábra görbe vonala mutatja be.



1. ábra. A nagy alakváltozású anyag erő-alakváltozásának modellje.

A 2. ábrán feltüntettük egy húzott lágygumi szálon szerző által végzett kísérletek eredményét. Az ábrán látható az ε fajlagos nyúlás és kísérleti $\sigma(1 - \varepsilon_k)^2$ fajlagos erő összefüggése, a gumi E rugalmassági tényezőjét adó kezdeti egyenes érintő, valamint a térfogatállandóság feltétele szerint az E rugalmassági tényezővel számított görbevonalú nyúlás és erő összefüggés. Látható a 2. ábrából, hogy az $\varepsilon \lesssim 2$ érték eléréséig a térfogatállandóság alap-



2. *ábra.* Lágygumi erő-alakváltozás összefüggése.

ján számított eredmény elég jól megközelíti a kísérleti eredményt. Hasonló egyezéseket kapunk, ha a BACH-BAUMANN [1] által végzett kísérletek eredményeit hasonlítjuk össze a térfogatállandóság alapján számított eredményekkel.

Ha a kritikus nyomásérték $\varepsilon \lesssim 2$ érték mellett következik be, akkor a keresztirányú alakváltozást kielégítő pontossággal határozhatjuk meg a térfogatállandóság alapján.

3. Gömbalakú gumiballonok

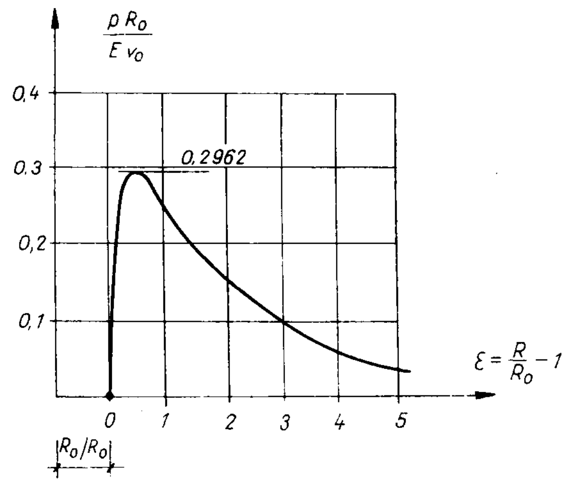
A stabilitásvesztés jelenségét, illetve a kritikus nyomás meghatározását a legegyszerűbb alak, a gömb esetében mutatjuk be.

Legyen P a ballon belső felületére nehezedő túlnyomás, σ a ballon falában keletkező húzófeszültség, v a ballon változó falvastagsága, v_0 a ballon eredeti falvastagsága, R a ballon változó görbületi sugara, R_0 a ballon eredeti görbületi sugara, E a rugalmassági tényező, és ε a fajlagos nyúlás, $d\varphi$ pedig az eredetileg egységnyi ívhosszhoz tartozó középponti szög.

Gömbnél a nyomás és a belső erő összefüggése a következő ismert képlettel írható le:

$$p = \frac{2n}{R}. \tag{3}$$

Az n erő kifejezhető mint a σ feszültség és a ballonvastagság szorzata, azaz $n = v\sigma$.



3. ábra. Gömbalakú gumiballon nyomás-tágulás összefüggése.

A térfogatállandóság tétele alapján felírható a következő egyenlet:

$$v_0 R_0^2 (d\varphi)^2 = v R^2 (d\varphi)^2. \tag{4}$$

Innen

$$v = v_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^2.$$

Így

$$n = \sigma v_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^2. \tag{5}$$

A sugár változásából az $\varepsilon = (R/R_0 - 1)$ geometriai és az $\varepsilon = \sigma/E$ alakváltozási összefüggések segítségével kifejezhetjük a σ feszültség értékét:

$$\sigma = \frac{E}{R_0}(R - R_0). \tag{6}$$

A (6) összefüggést az (5)-be, majd ezt a (3)-ba helyettesítve, némi átalakítással a gömb belső túlnyomásának és alakváltozásának összefüggése a következőként adódik:

$$p = \frac{2Ev_0}{R_0}\left(\frac{R_0^2}{R^2} - \frac{R_0^3}{R^3}\right). \tag{7}$$

A 3. ábrán a (7) képlet eredményét ábrázoló diagram világosan mutatja, hogy a gumiballon belső túlnyomása kritikus felső határral bír.

A szélsőérték számítással meghatározható kritikus nyomás értéke:

$$p_{\mathrm{crit}} = 0{,}2962\,\frac{Ev_0}{R_0}, \tag{8}$$

amely $\varepsilon = 0{,}5$, azaz $R = 1{,}5\, R_0$ értéknél következik be.

4. Következtetések

a) Ha egy ballon feltöltésénél a kritikus nyomás értékét túllépjük, akkor a ballon alakváltozása a kritikus ponton túlszalad. Ezután a ballon nagyságát tetszés szerint a *nyomásértékkel* beszabályozhatjuk.

Ha a nyomásértéket állandónak tartjuk, akkor a nyúlások úgy megnövekednek, hogy a ballon tönkremegy, mert egyensúlyi helyzete csak állandóan csökkenő nyomás mellett lehetséges.

b) Egy, a kritikus nyomásértékhez tartozó alakváltozáson túl felfújt ballont külső hatással nyomjunk úgy össze, hogy nagysága a kritikus alakváltozásnál kisebb legyen. Ilyen esetben az összenyomás során a ballonban a nyomás értéke megnövekszik. Mivel a gázok nyomástörvénye értelmében a gáz nyomásának és térfogatának szorzata állandó, a megnövekedett nyomás nagyobb lesz a kritikus nyomásnál. Így a ballon elengedés után újra visszatér a kritikuson túli állapotba.

c) Ha két egyforma méretű és vastagságú ballont oly módon összekapcsolunk, hogy a túlnyomást biztosító gázanyag közlekedni tud a két ballon között, furcsa jelenség következik be. Nyomjuk össze külső erőhatással az egyik ballont annyira, hogy mérete a kritikus alakváltozáshoz tartozó méretnél kisebb legyen. Ha e mellett a másik ballonban a nyomásérték nem növekszik az első ballon kritikus nyomásértékénél magasabbra, akkor többé a nyomás növelésével semmi módon nem tudjuk az összenyomott ballont újra felfújni. Ez esetben a nyomás növekedésére a másik ballon korlátlanul kezd tágulni, majd tönkremegy anélkül, hogy az első ballon túljutna a kritikus nyomásértéken.

d) A *c)* alpontban tárgyalt jelenség különösen akkor fordul elő, ha különböző méretű ballonokat kapcsolunk össze. Ez esetben a ballonok már eredetileg is csak a következő módon fújhatók fel. Először a kisebb méretű ballont a kritikus nyomáson túli értékre felfújják, majd elzárják. Ezután a nagyobb méretű ballont is felfújják a kritikus nyomáson túli értékre, és csak ezek után létesítenek újra kapcsolatot a két ballon között. Ilyen módszerrel mindkét ballon túljutott a kritikus nyomásértéken, és egyenlő nyomás esetén egyensúlyban is marad.

IRODALOM

1. BACH, C.—BAUMANN, R.: Elastizität und Festigkeit. V. Springer, Berlin 1924.

Stability of Rubber Balloons. A particular instance for the loss of stability is dealt with, taking place by applying pure tension. This is the case of inflatable balloons made from rubber of high elongation capacity. The phenomenon may be explained by the fact that due to the large deformation, the reduction of the cross sections strongly affects the extension of the material. The phenomenon is presented, as an example, on a balloon of spherical shape.

Stabilität von Gummiballons. Es wird ein bei der Anwendung von reinem Zug eintretender Sonderfall eines Stabilitätsverlustes behandelt. Dies ist der Fall bei aus Gummi von hoher Dehnungsfähigkeit hergestellten aufblasbaren Ballons. Die Erscheinung kann dadurch erklärt werden, dass infolge der starken Formänderung die Verminderung der Querschnitte die Dehnung des Materials stark beeinflusst. Die Erscheinung wird im Aufsatz beispielsweise auf einem kugelförmigen Ballon dargestellt.