

A FESZÍTETT BETÉT BETONBAN VALÓ LEHORGONYZÓDÁSÁNAK ELMÉLETE

Bevezetés

Előrefeszített tartóknál a feszítőerőt általában az acél és beton közötti felületi kapcsolat adja át. E szerkezeteknél nemcsak az ismert helyen támadó feszítőerő mint terhelés hatására keletkező kezdeti feszültségek megállapítása okoz nehézséget, hanem maga a feszítőerő átadódásának, vagyis a beton és feszített betét közötti kapcsolati nyírófeszültségek eloszlásának megismerése is.

A beton és vasbetét közötti kapcsolat kérdése közönséges vasbeton-szerkezeteknél is sok vita tárgyát képezi még. Előrefeszített tartóknál a probléma még kényesebb, mivel ha kerüljük lehorgonyzóelemek alkalmazását, az acélbetét csak a betonnal való felületi kapcsolat útján tudja betölteni aktív szerepét.

A beton és acélbetét közötti kapcsolat jellemzői számos tényezőtől függenek. (Ilyenek az acél felületi viszonyai, átmérője, megfeszítésének mértéke, a beton szilárdsága, mérete, zsugorodása, lassú alakváltozása, általában a beton készítése és a feszített huzalok elengedése után eltelt idő, kengyelek esetleges feszítése stb.) Egy-egy tényező hatásának alapos felderítése mindmennyi, nagyrészt különálló elméleti és kísérleti kutatás tárgya lehet. Többre vonatkozóan sok értékes eredmény is gyűlt már össze a szakirodalomban.

A feszített betétről a betonra felületi kapcsolat útján való erőátadás *általános törvényszerűségei* azonban még nem tisztázottak, a kapcsolat *jellegét* a kutatók még nem fedték fel teljesen. Ezt a *Feszített betonszerkezetek* c. szakkönyv is tükrözi. A mű első fejezete megjegyzi, hogy „Az acélhuzalokkal kapcsolatban a tapadás körülményeit kell tisztázni...” [8], később az erőátadódásról közölt felfogás ismertetése alatt [17] azt a megjegyzést találjuk, hogy „A közölt elmélet helyességével kapcsolatban a vita még tart”. Előrefeszített tartók méretezésének tárgyalásakor [21] viszont a „Tapadó feszültségek” c. pontban a mű megadja „A hazai szabványos acélhuzalok B 400 és B 560 betonokra vonatkozó valószínű erőátadási hosszát (fél centiméter pontossággal) és átlagos tapadófeszültségeinek hozzávetőleges értékeit...” Az *Acta Technica* szerkesztősége a kérdéssel foglalkozó tanulmány közlésekor [16] a témával kapcsolatos vita indítására intézett felhívást.

Az elmondott néhány példa, a megoldás szükségességének több más jele, az épületelem- és vasúti keresztaljgyártó ipar szükséglete indokolttá teszi

a feszített betonban lejátszódó erőátadódás kérdésének újból való felvetését, a közzétett tanulmányok összefoglalását és elemzését, új elméleti-kísérleti kutatások végzése mellett.

Jelölések

Rugalmassági és súrlódási jellemzők :

E [kg/cm ²]	— a betét rugalmassági tényezője
E_b [kg/cm ²]	— a beton rugalmassági tényezője
$n = \frac{E}{E_b}$	— a rugalmassági tényezők viszonya
m	— a betét <i>Poisson</i> -féle száma
m_b	— a beton <i>Poisson</i> -féle száma
f	— a beton és acél közötti súrlódási tényező

Keresztmetszeti jellemzők :

F [cm ²]	— a betét keresztmetszeti területe
F_b [cm ²]	— a beton keresztmetszeti területe
$\mu = \frac{F}{F_b}$	— a keresztmetszeti területek viszonya
d [cm]	— a körkeresztmetszetű betét átmérője
k [cm]	— a körkeresztmetszetű betét kerülete

A merevségek viszonyára jellemző tényező :

$$\nu = 1 + n\mu$$

Feszítőerő, igénybevételek és fajlagos igénybevételek :

R [kg]	— a feszítőerő (a betétben ható erő a feszítés ráengedése előtt)
P_v [kg]	— a betét valamely keresztmetszetében ható erő a feszítés ráengedése után
P_b [kg]	— a beton valamely keresztmetszetében ható erő a feszítés ráengedése után
P_{v_0} [kg]	— a betét el nem mozduló keresztmetszetében ható erő a feszítés ráengedése után
P_0 [kg]	— a nem teljes erőátadásra jellemző erő
t [kg/cm]	— a betétről a betonra valamely keresztmetszetenél egységnyi hosszszon átadódó kapcsolati erő

Feszültségek :

σ_e [kg/cm ²]	— a feszültség a betétben feszítéskor
σ_v [kg/cm ²]	— a betét valamely keresztmetszetében ható feszültség a feszítés ráengedése után
σ_b [kg/cm ²]	— a beton valamely keresztmetszetében ható feszültség a feszítés ráengedése után
σ_r [kg/cm ²]	— a betét felületére ható radiális feszültség valamely keresztmetszetben
τ [kg/cm ²]	— a betét felületén valamely keresztmetszetenél fellépő kapcsolati nyírófeszültség

Alakváltozási jellemzők, mozgások :

ϵ_e	— a betét nyúlása feszítéskor
ϵ_v	— a betét nyúlása valamely keresztmetszetenél a feszítés ráengedése után a feszítés előtti állapothoz képest
ϵ_b	— a beton összenyomódása valamely keresztmetszetenél a feszítés ráengedése után
ϵ_0	— a nem teljes erőátadásra jellemző alakváltozás
w_e [cm]	— a betét valamely keresztmetszetének elmozdulása feszítéskor
w_v [cm]	— a betét valamely keresztmetszetének elmozdulása a feszítés ráengedése után a feszítés előtti állapothoz képest

w_b [cm]	— a beton valamely keresztmetszetének elmozdulása a feszítés ráengedése után
Δw [cm]	— a beton és betét valamely bebetonozáskor közös keresztmetszetének viszonylagos elmozdulása a feszítés ráengedése után
Δw_L [cm]	— a szabad végen levő beton és betétkeresztmetszet relatív elmozdulása a feszítés ráengedése után

Abszcisszák és jellemző hosszúságok :

z [cm]	— a keresztmetszet távolsága az erőátadási hossz belső végétől
z [cm]	— a keresztmetszet távolsága a tartó szabad végétől
L [cm]	— az erőátadási hossz
L [cm]	— a lehorgonyzási hossz
l [cm]	— a tartó fél hossza (v. egyik végén befogott tartó hossza)
z_q [cm]	— lineáris szakaszokból álló kapcsolati függvény szerint a lineáris és konstans szakasz határának távolsága az erőátadási hossz belső végétől

A kapcsolati függvények paraméterei :

η [cm ² /kg]	— a hatványfüggvény szerinti összefüggésben a relatív elmozdulás együtthatójának reciproka
β	— a hatványfüggvény szerinti összefüggésben a kitevő tényezője
t_0 [kg/cm]	— a lineáris szakaszokból álló kapcsolati függvény szerint a minimális egységnyi hosszra eső kapcsolati erő
q [kg/cm]	— a lineáris szakaszokból álló kapcsolati függvény szerint a maximális kapcsolati erő
λ [cm ² /kg]	— a lineáris kapcsolatot ábrázoló egyenes hajlásszögének cotangense
Δw_q [cm]	— az a legkisebb relatív elmozdulás, melyhez a lineáris szakaszokból álló kapcsolati függvény szerint maximális kapcsolati erő (q) tartozik
κ [cm ² /kg]	— a szabad végen ható kapcsolati erőre vonatkozó feltételt kielégítő kapcsolati függvény csökkenő ágát ábrázoló egyenes hajlásszögének cotangense (abszolút értékben)

1. A lehorgonyzódás jelensége és általános törvényszerűségei

A feszített szerkezetek egyik fő csoportjába tartozó tartóknál a feszítőerőnek a betétről a betonra való átadása külön e célra szolgáló berendezés nélkül, a beton és acél közötti felületi kötés útján történik. Ezeket a szerkezeteket szokták „tapadóbetétes” előrefeszített szerkezetnek, a jelenséget pedig *erőátadódásnak*, *lehorgonyzódásnak* vagy *önlehorgonyzódásnak* nevezni.

A feszített szerkezet betonjának megszilárdulása után a betét végének ideiglenes rögzítését megszüntetjük (ezt röviden a feszítés *ráengedésének* fogjuk nevezni), ekkor a betét igyekszik eredeti alakját felvenni. Ennek ellenállnak a beton és betét érintkezési felületén fellépő kapcsolati erők, amelyek közvetítésével a betonra nyomás jut.

11. A beton és betét közötti kapcsolat összetevői

A beton és betét közötti kapcsolat a közöséges vasbetonszerkezeteknek is lényeges problémája. Feltárására számos kísérlet és elvi következtetés szolgált. Az eredmények a feszített betét lehorgonyzódásának vizsgálatakor is használhatók.

A kutatások nagyrésze prizmatikus betontestbe központosan beágyazott betét *kihúzására* vonatkozott. A kapcsolati erők fellépésének fizikai magyarázatát, s az átadódó erő eloszlását vizsgálták elsősorban.

A kutatások alapján a beton és betét közötti kapcsolat összetevőit röviden a következőképpen foglalhatjuk össze.

a) *A cementgél és acél közötti adhézió.* Ezt a kapcsolatot szokták *tulajdonképpeni tapadásnak* nevezni. Az adhézió intenzitása elsősorban a cementgél kémiai tulajdonságaitól függ. [A felületi egyenetlenségek itt tulajdonképpen nem a tapadás fajlagos értékét, hanem a névleges (sima) felületet növelik.]

b) *Szilárdságtani jellegű hatás.* Több szerző mechanikai hatásnak nevezi. Ez a hatás a vasbetét esetleges felületi egyenetlenségeinek cementpép által való kitöltésével jön létre. A beton így keletkező kitüremlései homloklapjakkal a betét felületén levő kis üregek falának támaszkodnak, az itt fellépő nyomás és talpfelületükön ható nyírás segítségével erőátadásra képesek. Ez a hatás betonnal körülzárt vasbetét esetén akkor is fellép, ha a betét felületére *nyomás nem hat*. Ezt a hatást fokozhatjuk a betét felületének periodikus kiképzésével. Minthogy az említett betondudorok szerepe itt jelentős, e hatást lényegesen fokozza a beton szilárdságának növelése.

c) *Súrlódás.* A súrlódás az említett szilárdságtani hatás mintegy „mikroszkópikus” formában való megjelenése. Ahhoz, hogy a sima felület molekuláris részecskéi „egymásba akadjanak”, az elcsúszni akaró felületekre merőleges nyomást kell kifejteni. E nyomás fokozásával a súrlódási erő növekszik. — Az elmozdulni akaró felületre gyakorolt nyomás vasbeton esetében a zsugorodás következtében fellépő szorítóhatás, továbbá a betét benyomása vagy feszítés ráengedése esetén a *Poisson*-hatásból származó befeszülés következtében lép fel.

A beton és vasbetét közötti kapcsolati erőnek az említett összetevők közötti megoszlása még nem teljesen ismeretes. Az eddigi kutatások eredményei még arra sem világítottak rá teljesen, hogy a különböző hatások mennyire lépnek fel egyidejűleg, vagy hogyan követik egymást.

K. V. MIHAJLOV [10] kutatásai szerint a tulajdonképpeni tapadás mindössze 5—7 kg/cm² szilárdságot nyújt. Ez a hatás az erőátadás kezdeti stádiumában valószínűleg minden esetben fellép, de megszűnik, amint eredetileg egymással érintkező részecskék egymástól elválnak, s az erőátadás szerepét a másik két hatás veszi át. A szilárdságtani hatás és a súrlódás egymástól élesen el nem különíthető: Az érintkezési felületen fellépő keresztirányú nyomás a szilárdságtani hatást is növeli, mert hatására a betétet körülvevő betonrészecskék kétirányú feszültségállapotba jutnak, s a súrlódás a szilárdságtani hatással együtt is fellép. — A két hatás közül sima felület esetén a súrlódás, durvánál (periodikus profil esetén) a szilárdságtani hatás dominál.

12. Egyensúlyi és kinematikai feltételek

Függetlenül attól, hogy a külön-külön lineárisan rugalmasnak tekintett beton és betét között milyen a kapcsolat, a sík keresztmetszetek megmaradásának feltételezésével egy betéttel centrikusan feszített rúd esetére az egyensúlyi I. [19] (1) (2) és kinematikai I. [19] (3) feltételekből a

$$\frac{d^2}{dz^2} \Delta w(z) = \frac{\nu}{EF} t(z) \quad (1)$$

differenciálegyenlet írható fel (I. [19] (4)).

(Itt $\Delta w(z) = w_e(z) - w_v(z) + w_b(z)$.)

2. Egyensúlyi-kinematikai egyenletek megoldása különböző fizikai összefüggések alapján

A lehorgonyzódás jelenségének leírásával foglalkozó elméletek lényegében a fizikai összefüggések felvételében térnek el egymástól.

A problémával foglalkozó művek egyik vagy másik feltevésből kiindulva, nyújtottak egy-egy megoldást, a kérdésre vonatkozó másirányú elméleti kutatások áttekintése nélkül.

E pontban csoportosítjuk és rövid értékelés mellett összefoglaljuk a különböző feltevések alapján álló elméleteket.

21. A lehorgonyzódásra jellemző összefüggések felvétele empirikus formában

A betétben ható erő változását kifejező (1) differenciálegyenlet megoldható, ha a szereplő két változóra még egy összefüggést írunk fel. Ilyen összefüggés hiányában bármelyik változóra felvehető tetszőleges függvény, s a többi ismeretlen ebből adódik.

Így D. WATSTEIN és D. E. PARSONS (l. [7]) nem feszített betét és beton közötti kapcsolatra vonatkozó feltevéséhez hasonlóan M. RITTER és P. LARDY [13] a betétben ható erőt a hely függvényében

$$P_v(z) = R \left[1 - \left(1 - \frac{z}{L} \right)^3 \right] \quad (2)$$

formában írják fel.

Ebből az egyensúlyi és kinematikai feltételek segítségével az erőátadódás jellemzőinek függvényei felépíthetők.

M. RITTER és P. LARDY feltételezik, hogy a szabad végen mindig a „tapadási szilárdság” lép fel. Ebből a betétben ható erőre vonatkozó (2) feltevés esetén az következik, hogy a lehorgonyzási hossz — adott maximális kapcsolati erő mellett, — a feszítőerővel arányos.

A (2) összefüggés szerinti görbe a lehorgonyzási hossz ismeretében a kísérleti eredményekhez simítható, a képlet azonban még a maximális kapcsolati erő ismeretében sem használható jól a lehorgonyzási hossz számítására, s így e becslésszerű számítás helyett célszerűbb annak közvetlen megbeszélése.

E. G. RATC, M. M. HOLMJANSZKIJ és V. M. KOLNER [22] a tartó végén fellépő relatív elmozdulásnak a feszítőerő függvényében való változására felírt empirikus összefüggésből indul ki:

$$\Delta w_L = A \left(e^{\frac{\frac{R}{vF} - \frac{R_0}{vF}}{k}} - 1 \right),$$

ahol A és k kísérleti adatokból meghatározandó állandók, R_0 pedig az a feszítőerő-érték, amelynél kisebb mértékű feszítés esetén $\Delta w_L = 0$.

Ha az alapfeltevésekből kiindulva a relatív elmozdulás és a kapcsolati erő z szerinti változásából a kapcsolati erő és relatív elmozdulás közötti összefüggés alapján álló elmélettel való összehasonlítás céljából z -t kiküszöböljük, olyan kapcsolati függvényt kapunk, amely abban az esetben tesz lehet véges lehorgonyzási hossz kritériumának, ha $R_0 \neq 0$.

Az elmélet tehát abban az esetben vezet véges lehorgonyzási hosszra, ha elfogadható, hogy a feszítőerő ráengedésének kezdetekor a tartó végén relatív elmozdulás nem lép fel.

22. Az erőátadódás problémájának megoldása a matematikai rugalmasságtan összefüggései alapján

Kialakult a feltevés, hogy a beton és betét közötti kapcsolat olyan, mint homogén rugalmas anyag részecskéinek összefüggése. A feszítés révén az anyag acélt képviselő része kezdeti deformációt szenved, s az ennek megfelelő sajátfeszültség-állapot a rugalmasságtan feltevései szerint számítható.

a) Sz. J. FRAJFELD [2] foglalkozott a beton zsugorodásából származó feszültségekkel, s a vizsgálatot a problémával matematikailag rokon feszítés esetére is kiterjesztette.

Feltevései a következők voltak :

A beton rugalmas és végtelen kiterjedésű féltérlet alkot.

A beton és betét között fellépő nyírófeszültségek jó közelítéssel a betét szabad végére ható, a feszítőerővel azonos nagyságú nyomóerőből számított tengelyirányú normálfeszültségek változásából nyerhetők.

Ezek alapján a *Boussinesq*-féle probléma megoldásából kiindulva a kapcsolati erőre a következő összefüggést vezeteli le :

$$t(z) = \frac{16}{3} \frac{n R z}{d^2 \left[\frac{2}{3} \left(1 + \frac{4 z^2}{d^2} \right) + n \right]^2}.$$

Sz. J. FRAJFELD kifejti, hogy eme feltevés szerint a nyírófeszültségek a szabad végen fellépő zérus értékből kiindulva rohamosan nőnek maximális értékűre, majd gyorsan csillapodnak, de elméletileg csak a végtelenben csökkennek zérusra. Kimutatja, hogy az így számított nyírófeszültségek oly nagyok, amekkorák a tapasztalat szerint már nem jöhetnek létre, s még ezeknél kisebb értékek mellett is a beton és betét közötti *számottevő relatív elmozdulással* kell számolni.

b) SZMODITS KÁZMÉR [18] az erőátadódás törvényszerűségeit a matematikai rugalmasságtan összefüggéseivel vizsgálja. Derékszögű négyszögű betonkeresztmetszetben egysorban egyenletesen elosztott betétekkel készült feszített tartó esetére a két anyagot rugalmasnak tekinti és felteszi, hogy a betéteknek a szélső szálaktól való távolsága végtelennek tekinthető, az összes betét helyettesíthető egyetlen ideális betéttel, továbbá feltételezi, hogy a kompatibilitási feltételek a betét és beton határfelületére is érvényesek. Az elméletileg végtelen hosszúságban fellépő feszültségváltozást gyakorlatilag addig veszi figyelembe, amíg az a gyakorlat szempontjából elég kis értékre nem csökken.

A végtelen kiterjedésű félsíkon belül ható koncentrált erőből számított feszültségekre vonatkozó *Melan*-féle összefüggés felhasználásával levezeti, hogy a vasfeszültség (mint a szabad végtől való távolság függvénye) szinguláris maggal bíró másodfajú *Fredholm*-típusú integrálegyenlet megoldása

Eljárásának illusztrálására az integrálegyenletet egy konkrét esetre numerikusan megoldja.

A tanulmányban közölt eredmény szerinti csuszátófeszültség nagyon nagyra adódik ahhoz, hogy a feltételezett „tökéletes tapadás” fennálljon.

A szabad végtől számított első 3 cm hossz τ átlagos értéke 625 kg/cm^2 , a 3—6 cm szakaszon is 73 kg/cm^2 . Eszerint τ még 625 kg/cm^2 -nél magasabb értéket is felvesz, amekkora még nem volt tapasztalható, s az ennél jóval kisebb maximális észlelt nyírófeszültséggel viszont számottevő relatív elmozdulás járt együtt (l. pl. [11]).

Ez az elmélet csak a rugalmassági állandók ismeretét tételezi fel, s nem vesz fel olyan paramétert, amely az erőátadódás (gyakorlati) hosszának tapasztalt nagymértékű ingadozására utalna.

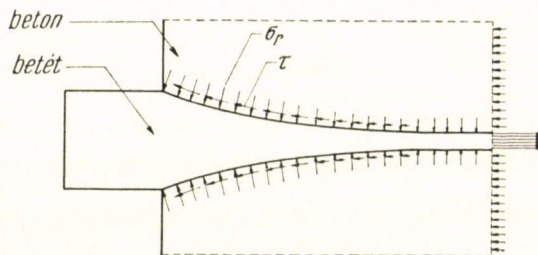
Sz. J. FRAJFELD és SZMODITS KÁZMÉR által nyújtott megoldások elméleti értékességük mellett felhasználhatók annak alátámasztására, hogy a formálisan szigorú rugalmasságtani megoldás helyett célszerűbb olyan eljárás, amely számol a plasztikus deformációból és elcsúszásból adódó relatív elmozdulással is.

23. A betét felületén fellépő radiális nyomásból származó súrlódás elvén alapuló elmélet

Feszítéskor az acél átmérője csökken. A feszítőerő ráengedésekor a betét igyekszik megrövidülni s keresztmetszetét növelni. Így az acél nyomást gyakorol a palástját körülölelő betonra.

Ez a radiális nyomás (l. 1. ábrán σ_r) a betét felületén tengelyirányú súrlódási erők fellépését teszi lehetővé. Súrlódást okozhat még a beton zsugorodása következtében előálló szorító hatás, valamint a feszített tartó végének egy szakaszán fellépő keresztirányú nyomás.

Több szerző az erőátadódás fő formájának a betét megvastagodásával előálló radiális nyomás okozta súrlódást tekinti. Ennek alapján több elméletet dolgoztak ki a feszített betét lehorgonyzódására.



1. ábra

231. A radiális nyomás meghatározására vonatkozó számítások és alkalmazásuk

E. HOYER [4] — feltéve, hogy az acél és beton külön-külön követi a Hooke-törvényt, — végtelen kiterjedésű beton esetre felírja azt a radiális nyomást, amelyet a feszítőerő ráengedésekor a betét valamely keresztmetszetben a betonra kifejt:

$$\sigma_r = \frac{1}{m} \frac{m_b}{n} \frac{1}{m_b + 1} \frac{1}{1 - \frac{\sigma_e}{mE}} (\sigma_e - \sigma_v).$$

Az egységnyi hosszra eső súrlódási erő

$$t = f \sigma_r d \pi.$$

Az egyensúlyból következik, hogy

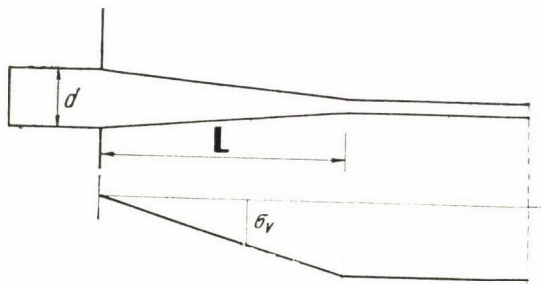
$$\frac{d\sigma_v}{dz} = -f \frac{4}{d} \frac{1}{m n} \frac{m_b}{m_b + 1} \frac{1}{1 - \frac{\sigma_e}{m E}} (\sigma_e - \sigma_v). \quad (3)$$

Bevezetve az

$$A = - \frac{4 f}{d m n} \frac{m_b}{m_b + 1} \frac{1}{1 - \frac{\sigma_e}{m E}}$$

jelölést a (3) differenciálegyenlet így alakul:

$$\frac{d\sigma_v}{dz} = A(\sigma_e - \sigma_v) \quad (4)$$



2. ábra

Sz. A. DMITRIJEV [1] és J. R. JANNEY [6] A kifejezése utolsó tényezőjének nevezőjében szereplő $\frac{\sigma_e}{m E}$ értéket elhanyagolja, így A helyébe

$$A^* = - \frac{4 f}{d m n} \frac{m_b}{m_b + 1} \quad (5)$$

kerül. Sz. A. DMITRIJEV a beton zsugorodásából származó egyenletes nyomást is figyelembe veszi, s az így nyert megoldást használja fel a feszített betét kihúzásának vizsgálatára.

E. HOYER a (4) differenciálegyenlet megoldásától eltekint. (E. FRIEDRICHHEL írt cikkében [5] utal arra, hogy a megoldás exponenciális függvényt ad.) Közelítésképpen felteszi, hogy a betétben a feszültség a szabad végtől kezdve lineárisan nő maximális értékig, s a feszítőerő véges hosszon lehorogonyzódik (2. ábra). Így természetesen a betétben fellépő feszültségek, az erőátadás és mozgások rendszerét nem építi fel következetesen, de a kiszámított súrlódási erők összegével egyenlővé téve a feszítőerőt, a lehorogonyzási hossz közelítő értékét kifejezi. (Ezt a kifejezést átveszi M. Roš [14] is.)

232. *A radiális nyomásból származó súrlódás alapján álló elmélet vizsgálata*

Vizsgáljuk meg, hogy az említett feltevések alapján a (4) differenciálegyenlet megoldása milyen eredményre vezet.

A betétben maradó feszültségre a

$$\sigma_v = C e^{-Az} + \sigma_e$$

összefüggést nyerjük. A tartó szabad végére felírt

$$z = L; \sigma_v = 0$$

feltételből meghatározott integrálási állandó behelyettesítésével Sz. A. DMITRIJEV és J. R. JANNEY eredményéhez hasonlóan

$$P_v = R[1 - e^{A(L-z)}]$$

összefüggést kapjuk. Ebből az összefüggésből kiolvasható, hogy a kiindulási feltételek nem vezetnek véges lehorgonyzási hosszra.

Hogy teljes képet kapjunk a radiális nyomásból származó súrlódás alapján álló elméletről, számítsuk ki az erőátadódásra jellemző többi mennyiség változását is.

Az egységnyi hosszra eső kapcsolati erő a betétben ható erő differenciálásával a következőképpen adódik:

$$t = -R A e^{A(L-z)}. \quad (6)$$

Ha a beton hosszirányú összenyomódásától eltekintünk, a relatív elmozdulás [19] (3) szerint

$$\Delta w = \frac{R}{E F A} e^{AL}(1 - e^{-Az}) \quad (7)$$

alakban áll elő.

Használjuk fel az így nyert eredményeket a radiális nyomás által előidézett súrlódás elvén alapuló elméletnek a beton és betét közötti elmozdulás és a kapcsolati erő közötti összefüggés alapján álló elmélettel (l. 24. és 3. pont) való összehasonlítására.

A (6) és (7) egybevetésével a kapcsolati erő és a relatív elmozdulás összefüggése a következőképpen írható fel:

$$t = A^2 E F \Delta w - R A e^{AL}.$$

Ezt az összefüggést a 3a. ábra szerinti egyenes ábrázolja. Vizsgáljuk meg, hogy függ ez össze Y. GUYON [3] feltevése szerinti rugalmas kapcsolat esetével. (L. 324. pont.).

Mint ahogy Y. GUYON szerint az erőátadódás hossza elméletileg végtelen, célszerű bevezetni a

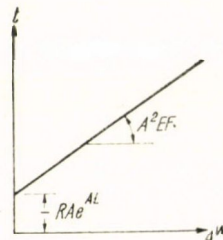
$$z = L - z$$

abszcisszát. A betétben ható erőre

$$P_v = R(1 - e^{Az})$$

a kapcsolati erőre

$$t = R A e^{Az}$$



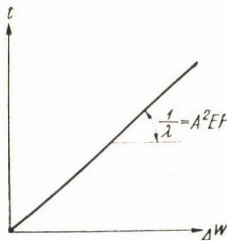
3a. ábra

a relatív elmozdulásra pedig a

$$\Delta w = w_e - w_v = -\frac{R}{E F A} e^{Ax}$$

összefüggést kapjuk.

A kapcsolati erő a relatív elmozdulással ez esetben a következőképpen fejezhető ki (l. 3b ábra):



3b. ábra

Itt a relatív elmozdulás

$$t = A^2 E F \Delta w.$$

$$\frac{1}{\lambda} = E F A^2$$

együtthatója Y. GUYON 333. pontban ismertetett elméletében szereplő együtthatóval azonosítható, ha A értékének Sz. A. DMITRIJEV és J. R. JANNEY szerinti közelítő kifejezését (5) vesszük figyelembe.

Y. GUYON által „rugalmas” kapcsolat esetére felírt összefüggések

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{4 \pi f^2}{(1 + m_b)^2} \frac{m_b^2 E_b}{m^2 n}$$

behelyettesítése esetén teljesen azonosak az itt ismertettekkel.

(Érdeemes megjegyezni, hogy Y. GUYONTÓL és MOHAY KÁLMÁNTÓL [11]

átvett $\frac{1}{\lambda}$ értékekből az E. HOYER által felvett rugalmassági állandókkal számított

f súrlódási tényezők 0,09 és 0,39 értékek között változnak, s E. HOYER és M. ROŠ az f tényezőre 0,1—0,45 értékeket adnak meg.)

Az elvégzett összehasonlítás, kiváltképpen Y. GUYON elméletével való egybevetés arra utal, hogy *nincs különös ellentét a radiális nyomásból származó súrlódás, valamint a kapcsolati erő és relatív elmozdulás közötti összefüggés alapján álló elmélet szerinti számítás között*, s így a súrlódás — más tényezőkkel együtt — a relatív elmozdulás alapján figyelembevehető.

24. A relatív elmozdulás és a kapcsolati erő közötti összefüggés alapján álló elmélet

A feszített betét lehorgonyzódásának kutatása során olyan elméletek is kialakultak, amelyek a relatív elmozdulás és kapcsolati erő közötti összefüggést valamilyen konkrét függvénykapcsolattal fejezték ki.

A relatív elmozdulás és kapcsolati erő közötti összefüggés alapján álló elméletünket külön, a 3. pontban fejtjük ki. Felírjuk általános $t = \psi(\Delta w)$ összefüggés esetében a kapcsolatra jellemző mennyiségeket és kitérünk a tapasztalatnak megfelelő konkrét összefüggésekre. Az ismert művekben felvett összefüggéseket mint általános elméletünk alapján felírt egyik megoldás speciális eseteit tárgyaljuk. E fejezetben csupán az elmélet elvi alapjairól fogunk szólni.

Röviden megvilágítjuk azt a feltevésünket, hogy az erőátadódásra jellemző mennyiségeket az (1) differenciálegyenletből a kapcsolati erő és relatív elmozdulás közötti összefüggés alapján határozhatjuk meg.

A feszített betét ideiglenes rögzítésének megszüntetése után a feszített rúd középső keresztmetszete helyben marad, a többi pedig ehhez kíván közeledni. Ennek állnak ellen a kapcsolati erők.

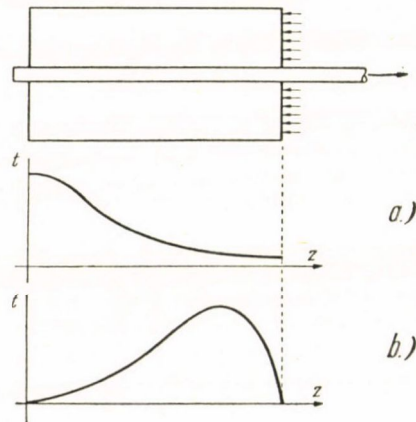
a) Az erőátadódás első fázisában egymással eredetileg érintkező acél- és betétrészecskék nem válnak el egymástól, azokat molekuláris jellegű erők összetartják. A feszítőerő csekély mértékű ráengedésekor azonban tapasztalható már relatív elmozdulás a beton és betét között. Az erőátadódás hatására a sík keresztmetszet eltorzul. Figyelembe véve a beton alakváltozási tulajdonságait, a torzulásnak gyakorlatilag a betét kis környezetére való korlátozása indokolható.

b) Az erőátadódásba bekapcsolódó szilárdságtani jellegű hatás esetére közvetlenül belátható a kapcsolati erő és relatív elmozdulás közötti összefüggés. A relatív elmozdulás ez esetben legegyszerűbben az anyag kis dudorainak mint konzoloknak deformációjaként fogható fel.

c) Súrlódás esetében a relatív elmozdulás és kapcsolati erő közötti összefüggés kérdésére a 232. pontban kitértünk. Kimutattuk, hogy adott feszítőerő mellett az összefüggés nagyon egyszerű formában adható meg, s bizonyos esetben az összefüggés a feszítőerőtől is független. A keresztmetszet eltorzulása természetesen a szilárdságtani jellegű és súrlódási kapcsolattal is együtt jár.

A leírt jelenségekből arra is következtethetünk, hogy az erőátadódás kezdetben erősen nő a relatív elmozdulással, majd amikor egy-egy kis érintkezési felületen esetleg már jelentős plasztikus deformáció lép fel, az erőátadódás már alig növekszik, majd egyes beton-dudorok lenyíródása vagy szétmorzsolódása után a relatív elmozdulás növekedése mellett a kapcsolati erő csökken.

Kihúzókérdések esetén a kapcsolati erőnek a betonprizma hossza mentén való változására vonatkozóan több feltevés alakult ki. Többek közül E. MÖRSCH [12] C. BACH kísérletei alapján tett feltevését (4a ábra) és a R. SALIGER [15] szerinti nyírófeszültség- (kapcsolati erő) eloszlást említjük meg (4b ábra). E. MÖRSCH feltevése abból indul ki, hogy ahol a húzás a betétben nagyobb, ott az a betonból kilazul, legfőképpen a *Poisson*-hatás miatt, s a kapcsolati erő csökken. Egyes kísérletek ezt a feltevést alátámasztották. Eszerint nagy elmozdulásokhoz — a terhelt véghez közel — kis kapcsolati erő tartozik. Feszített betét lehorgonyzása esetén azonban a betét a betonba befeszül, s a betétben az erő ott a legnagyobb, ahol a viszonylagos elmozdulás is maximális (tehát a szabad végen).



4. ábra

Egyes kísérletek kihúzás esetén is a R. SALIGER által feltételezett feszültségeloszlásra utalnak. Eszerint a kapcsolati nyírófeszültség a relatív elmozdulás növekedésével nagyobb lesz, s csak a szabad felület közelében csökken.

Feszített tartó lehorgonyzódása esetén olyan elmozdulások, melyek mellett a kapcsolat tönkremegy, nem szoktak fellépni. Ezért feltehető, hogy a kapcsolati erő a relatív elmozdulás nem csökkenő függvénye.

A relatív elmozdulással monoton növekvő erőátadódás ellen szól a nyírófeszültségekre vonatkozó reciprocitási tétel. Eszerint a kapcsolati erő a beton homloklapjánál zérus. M. Roš [14] és szerző kísérletei is azt igazolják, hogy a kapcsolati erő a homloklapfelületnél felvett zérus értékétől kiindulva a legtöbb esetben rohamosan nő, nagyon rövid szakaszon éri el maximális értékét.

A relatív elmozdulás és kapcsolati erő közötti összefüggés a valóságban egyazon feszített rúd esetén is változik. Adott keresztmetszetekben a feszítőerővel, vagy különböző feszítőerők esetén a keresztmetszet abszcisszájával mint paraméterekkel felvett összefüggések némileg eltérnek egymástól. Eltérést okoz, hogy a beton inhomogén, a betét felülete egyenetlen, ezenkívül a helyi feszültségállapot hatása, a súrlódás és relatív elmozdulás közötti összefüggésnek a feszítőerővel való változása és ama szakasz hosszának ingadozása, amelyn a kapcsolati erő a szabad vég felé csökken.

Az eltérést Y. GUYON [3] is feltárta, s nem találta *egy* speciális összefüggés alapján álló elmélet felállítására akadályának. Kísérleteink eredménye alapján kitűnt a kapcsolati összefüggésnek a feszítés mértékétől és a keresztmetszet helyétől való függése, de a választott kiértékelési eljárás az egységes összefüggés feltételezését indokolta. Különösen rövid lehorgonyzási hossz esetén azonban szigorúbb vizsgálatra van szükség (l. 323. pont).

242. A kapcsolati függvény

Mindezek alapján az erőátadódás jellemzőinek vizsgálatakor abból indultunk ki, hogy a betét és beton közötti kapcsolati erő csak a relatív elmozdulástól függ a

$$t = \psi(\Delta w) \quad (8)$$

függvénykapcsolatnak megfelelően.

A ψ függvényt *kapcsolati függvénynek*, a relatív elmozdulás és kapcsolati erőre vonatkozó tapasztalati értékpárokat *kapcsolati összefüggésnek* fogjuk nevezni.

3. Feszített betét lehorgonyzódásának a relatív elmozdulás és kapcsolati erő közötti összefüggés alapján álló elmélete

31. Az erőátadásra jellemző mennyiségek meghatározása általános kapcsolati függvény esetén

Ha az általános kapcsolati függvény (8) kifejezését az (1) differenciálegyenletbe helyettesítjük, a relatív elmozdulásra a következő differenciálegyenletet nyerjük:

$$\frac{d^2}{dz^2} \Delta w = \frac{\nu}{EF} \psi(\Delta w). \quad (9)$$

A kapott hiányos másodrendű differenciálegyenletnek $(\Delta w)_{z=0} = 0$, és $\left(\frac{d}{dz} \Delta w\right)_{z=0} = \varepsilon_0$ kezdeti feltételek kielégítő megoldása

$$z = \int_0^{\Delta w} \frac{d_{\Delta w}}{\sqrt{\frac{2\nu}{EF} \int_0^{\Delta w} \psi(\Delta w) d_{\Delta w} + \varepsilon_0^2}}. \quad (10)$$

Az egyensúlyi és kinematikai egyenletek felhasználásával

$$\frac{d}{dz} \Delta w = \varepsilon_e - \nu \varepsilon_v = \sqrt{\frac{2\nu}{EF} \int_0^{\Delta w} \psi(\Delta w) d_{\Delta w} + \varepsilon_0^2},$$

ebből pedig a betét nyúlása, ill. a betétben ható erő felírható:

$$P_v = EF \varepsilon_v = \frac{R}{\nu} - \sqrt{\frac{2EF}{\nu} \int_0^{\Delta w} \psi(\Delta w) d_{\Delta w} + \varepsilon_0^2}.$$

A betonkeresztmetszetre ható erő ettől csak előjelben tér el.

A tartó végén, azaz $z = L$ helyen

$$P_v = 0; \Delta w = \Delta w_L,$$

s az előbbi kifejezés a feszítőerő és a tartó végén fellépő viszonylagos elmozdulás összefüggésének meghatározására használható fel:

$$R = \sqrt{2EF\nu \int_0^{\Delta w_L} \psi(\Delta w) d_{\Delta w} + \varepsilon_0^2}. \quad (11)$$

Az erőátadási hossz és a tartó végén fellépő relatív elmozdulás közötti kapcsolatra jutunk, ha a (10) egyenletben az integrálás felső határának Δw_L értéket választjuk:

$$L = \int_0^{\Delta w_L} \frac{d_{\Delta w}}{\sqrt{\frac{2\nu}{EF} \int_0^{\Delta w} \psi(\Delta w) d_{\Delta w} + \varepsilon_0^2}}. \quad (12)$$

A $\psi(\Delta w)$ függvény egyes konkrét eseteiben az elmélet alkalmazásakor esetleg szükséges $\Delta w = \Delta w(z)$ összefüggést a (10) függvény átalakításával kapjuk. Ennek első differenciálhányadosából számítható a betétben és betonban fellépő alakváltozás, feszültség, ill. erő, a második derivált pedig a kapcsolati erővel lesz arányos.

Az erőátadási hossz (L) értékét a feszítőerő függvényében annak figyelembevételével kapjuk meg legegyszerűbben, hogy

$$P_v = 0, \text{ ha } z = L.$$

Fentiek alapján, ismert $\psi(\Delta w)$ függvény esetében az erőátadódásra, a betét és beton kapcsolatára jellemző mennyiségek meghatározhatók.

Mint kimutatható, teljes erőátadódás esetén ε_0 értéke zérus (l. [19]). Ha a rendelkezésre álló hosszon a lehorgonyzódás nem játszódhatik le, az erőátadási hossz a tartó fele lesz és ε_0 most már az ismert $L = l$ felhasználásával a (11)-ből meghatározható:

$$\varepsilon_0 = \sqrt{R^2 - 2EF\nu \int_0^{AwL} \psi(Aw) dAw}. \quad (13)$$

Az erőátadódásra jellemző mennyiségekre levezetett valamennyi összefüggésben tehát $\varepsilon_0 = 0$ értéket kell helyettesíteni, amennyiben a lehorgonyzási hossz a számítás szerint a tartó felénél kisebbre adódik, s az erőátadódás teljes, ha pedig a lehorgonyzási hossz a tartó felét eléri, az összefüggések ε_0 (13)-beli kifejezésének helyettesítése esetén és a $L = l$ egyenlőség figyelembevételével maradnak érvényben, s az erőátadódás ekkor teljes már nem lehet.

Képleteinkben többször az alakváltozási jellemzőről át fogunk térni a

$$P_0 = EF \varepsilon_0$$

erőre, ez tehát az az erő, amellyel nem teljes erőátadódás esetén az erőátadási hossz belső végén a veszteségek és a beton rugalmas összenyomódásának figyelembevétele nélkül is csökken a feszítőerő.

32. A kapcsolati összefüggés közelítése számításra alkalmas függvényekkel

A tapasztalati görbékhez számos függvénygörbe simítható, amelyeknek segítségével az erőátadódásra jellemző mennyiségek változását matematikai formába tudjuk önteni.

A sok számításba vehető, s a véges lehorgonyzási hossz lehetősége

$$\left[\frac{d\psi(Aw)}{dAw} \right]_{Aw=0} = \infty$$

kritériumának eleget tevő (l. [19]) függvény közül kettőt választottunk ki. A 321. pontban felvett hatványfüggvény egyszerűsége miatt alkalmazható jól. A 322. pontban tárgyalt lineáris szakaszokból összetett kapcsolati függvény szintén elég egyszerűen kezelhető, előnye még az, hogy a benne szereplő paraméterek fizikailag jól értelmezhetők, segítségükkel a feszített betét lehorgonyzódása jól szemléltethető.

Amennyiben az összefüggésben szereplő paramétereket szemi-empirikus úton a kísérleti adatokból nyerjük, mindkét függvény alapján jól leírhatók a lehorgonyzódásra jellemző mennyiségek.

321. A kapcsolati összefüggés közelítése hatványfüggvénnyel

Vizsgáljuk a feszített tartót abban a leggyakoribb esetben, ha a tartó hossza elegendő ahhoz, hogy legfeljebb felén a lehorgonyzódás lejátszódjék, azaz

$$\varepsilon_0 = 0$$

és legyen

$$t = \psi(Aw) = \frac{1}{\eta} Aw^{2\beta-1}. \quad (14)$$

(Megjegyezzük, hogy a (9) differenciálegyenlet (12) integráljában előírt kvadratúra elemi úton e kapcsolati függvény esetén nem végezhető el, ha $\varepsilon_0 \neq 0$.)

A (14) kapcsolati függvényben η és β a kapcsolat tulajdonságainak megfelelő paraméterek, ($[\eta] = [\text{cm}^2/\text{kg}]$, s a jobboldalon szereplő relatív elmozdulás számértékét kell $2\beta-1$ -ik hatványra emelni.)

A kapcsolati függvény 241. alapján felvett nem csökkenő volta β alsó, a véges lehorgonyzási hossz lehetőségének kritériuma pedig felső korlátját szabja meg:

$$0.5 < \beta < 1.$$

A függvényt az 5. ábra görbéje ábrázolja.

Határozzuk meg először, hogyan változik a (14) törvényszerűségnek megfelelően a lehorgonyzási hossz mentén a relatív elmozdulás.

Helyettesítsük be a (14) függvényt a (10) egyenletbe és végezzük el a kvadratúrát:

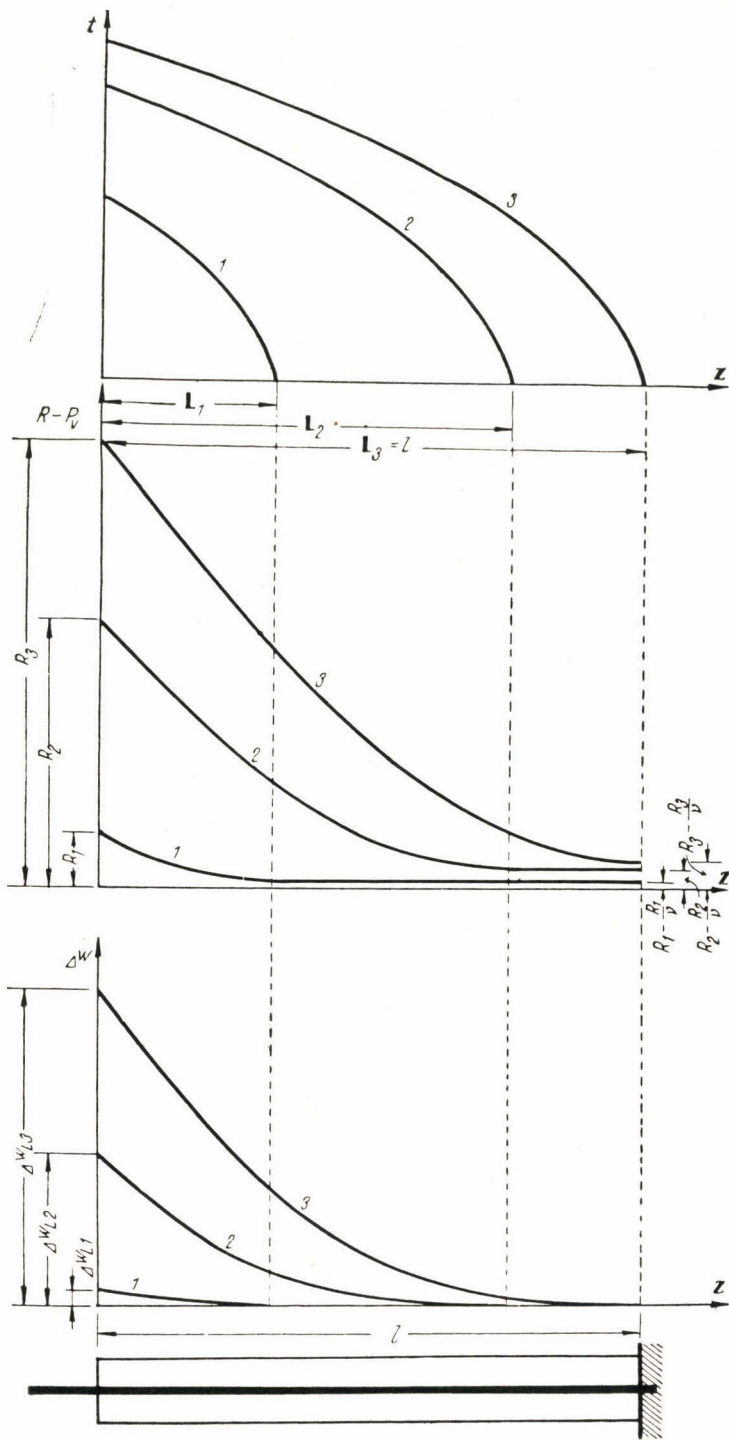
$$z = \sqrt{\frac{EF}{2\nu}} \eta \int_{\Delta w=0}^{\Delta w} \frac{d_{\Delta w}}{\sqrt{\int_0^{\Delta w} \Delta w^{2\beta-1} d_{\Delta w}}} = \frac{\sqrt{\frac{EF}{\nu}} \eta \beta}{1-\beta} \Delta w^{1-\beta}.$$

Az így kapott függvényből kifejezzük Δw értékét, s ez a

$$\Delta w = \left(\frac{1-\beta}{\sqrt{\frac{EF}{\nu}} \eta \beta} z \right)^{\frac{1}{1-\beta}}$$

összefüggésre vezet (l. 6. ábra). Ennek deriválásával R ismeretében megkaphatjuk a betétben ható erő nagyságát a lehorgonyzási hossz belső végétől való távolság függvényében. (A 6. ábrán a jobb szemléltetés érdekében $R - P_v$ változását tüntettük fel.)

$$P_v = \frac{R}{\nu} - \frac{EF}{\nu} \left(\frac{1-\beta}{\sqrt{\frac{EF}{\nu}} \eta \beta} z \right)^{\frac{1}{1-\beta}} \frac{1}{1-\beta} z^{\frac{\beta}{1-\beta}}. \quad (15)$$



6. ábra

A P_v erő z szerinti újabb differenciálása az egységnyi hosszra eső kapcsolati erőre a

$$t = \frac{\beta}{(1-\beta)^2} \frac{EF}{\nu} \left(\frac{1-\beta}{\sqrt{\frac{EF}{\nu} \eta \beta}} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} z^{\frac{2\beta-1}{1-\beta}}$$

képletet adja.

A lehorgonyzási hossz R függvényében a (15) képletből határozható meg, ha abba a

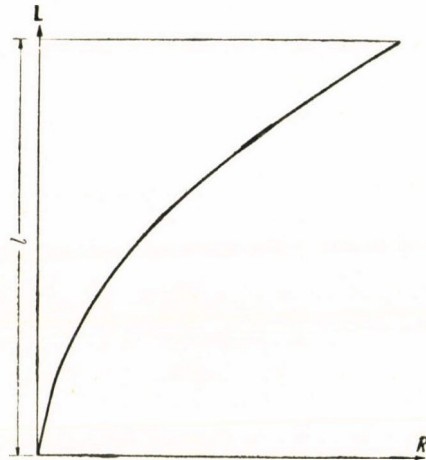
$$z = L; P_v = 0$$

összetartozó értékeket helyettesítjük (7a ábra):

$$L = \frac{\sqrt{\frac{EF}{\nu} \eta \beta}}{1-\beta} \left(\sqrt{\frac{\eta \beta}{EF \nu}} R \right)^{\frac{1-\beta}{\beta}}$$

Ugyanezt az értéket a (12) integrál megoldásával a tartó végén fellépő viszonylagos elmozdulással is kifejezhetjük:

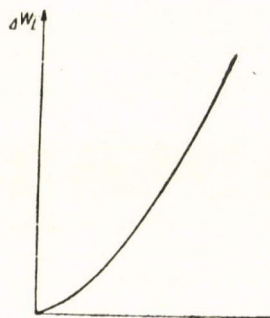
$$L = \frac{\sqrt{\frac{EF}{\nu} \eta \beta}}{1-\beta} \Delta w_L^{1-\beta}$$



7a. ábra

A (11) összefüggésben kijelölt műveletek elvégzése után a feszítőerő és a tartó végén fellépő relatív elmozdulás között kapunk összefüggést (7b. ábra):

$$R = \sqrt{\frac{EF \nu}{\eta \beta}} \Delta w_L^{\beta} \quad (16)$$



7b. ábra

Eme összefüggések érvényesek, amíg a lehorgonyzási hossz a tartó felét el nem éri, azaz

$$\Delta w_L \leq \left(l \frac{1 - \beta}{\sqrt{\frac{EF}{v} \eta \beta}} \right)^{\frac{1}{1-\beta}}$$

és

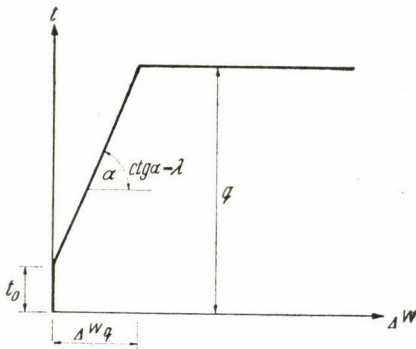
$$R < \sqrt{\frac{EF}{\eta \beta} v} \left(l \frac{1 - \beta}{\sqrt{\frac{EF}{v} \eta \beta}} \right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}$$

Ezzel a lehorgonyzásra jellemző mennyiségek közötti legfontosabb összefüggéseket meghatároztuk. A képletek alkalmazására a mérési eredmények kiértékelési módszerének kidolgozásakor (3321. pont) térünk ki.

322. Lineáris szakaszokból álló kapcsolati függvény

Ha a kapcsolati összefüggést egyenes vonalakkal ábrázolható függvény-nyel helyettesítjük, mint említettük, jól kezelhető és értelmezhető paramétere-
ket nyerünk, s a lehorgonyzódás jelensége igen szemléltethetően írható le.

A kapcsolati függvény legyen a következő (8. ábra):



8. ábra

Ha

$$\Delta w = 0; \quad t = 0,$$

$$0 < \Delta w < \Delta w_q; \quad t = t_0 + \frac{\Delta w}{\lambda},$$

$$\Delta w \geq \Delta w_q; \quad t = q.$$

Azt az esetet, amikor a maximális (konstans) kapcsolati erő (q) fellép, a kapcsolat folyásának lehet nevezni.

3221. Az erőátadódásra jellemző összefüggések levezetése

A lineáris szakaszokból álló kapcsolati függvény alapján az erőátadódás összes előforduló esetét le akarjuk írni. Az így nyert összefüggésekből kívánunk levezetni ezenkívül a szakirodalomból ismert egyes elméleteket. Ezért ki fogunk térni arra az esetre is, amelyben a tartó hossza nem elegendő a feszítő-erő lehorgonyzódására, azaz az általános összefüggések levezetésekor ε_0 értékét nem hagyjuk figyelmen kívül.

Mínthogy a kapcsolati függvény nem írható fel egyetlen analitikus kifejezéssel, az összefüggéseket két részben állítjuk elő.

Azon a szakaszon, amelyen a lineáris kapcsolat érvényesül (első szakasz) 1, a konstans kapcsolati erő szakaszán (második — plasztikus — szakasz)) 2 indexszel jelöljük e pontban szükség esetén a különböző jellemző mennyiségeket.

A lineáris összefüggés alapján fejezzük ki a jellemző mennyiségek változását, ha a feszítőerő nem éri el azt az értéket, mely mellett a plasztikus szakasz kialakul. Ugyanezek az összefüggések érvényesek nagyobb feszítőerő esetén az első szakaszon. Eme esetekre érvényes kifejezésekben itt indexet nem alkalmazunk.

Helyettesítsük be a lineáris összefüggést a (10) egyenletbe :

$$z = \int_0^{\Delta w} \frac{d_{\Delta w}}{\sqrt{\frac{2\nu}{EF} \int_0^{\Delta w} \left(t_0 + \frac{\Delta w}{\lambda}\right) d_{\Delta w} + \varepsilon_0^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} \int_0^{\frac{\Delta w}{\lambda}} \frac{d_{\Delta w}}{\sqrt{(\Delta w + t_0\lambda)^2 - (t_0\lambda)^2 + \frac{EF\lambda}{\nu} \varepsilon_0^2}}.$$

Innen

$$z = \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} \left[\operatorname{arch} \frac{\Delta w + t_0\lambda}{\sqrt{(t_0\lambda)^2 - \frac{EF\lambda}{\nu} \varepsilon_0^2}} - \operatorname{arch} \frac{t_0\lambda}{\sqrt{(t_0\lambda)^2 - \frac{EF\lambda}{\nu} \varepsilon_0^2}} \right],$$

ha

$$\varepsilon_0 \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} < t_0\lambda;$$

(17)

$$z = \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} \left[\operatorname{arsh} \frac{\Delta w + t_0\lambda}{\sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu} \varepsilon_0^2 - (t_0\lambda)^2}} - \operatorname{arsh} \frac{t_0\lambda}{\sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu} \varepsilon_0^2 - (t_0\lambda)^2}} \right],$$

ha

$$\varepsilon_0 \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} > t_0\lambda.$$

E függvény rendezésével kapjuk meg a relatív elmozdulás értékét a lineáris kapcsolat esetén (P_0 -ra áttérve) :

$$\Delta w = t_0\lambda \left(\operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}}} - 1 \right) + \sqrt{\frac{P_0}{EF\nu}} \operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}}}. \quad (18)$$

A második szakaszra áttérve az integrált két részből írhatjuk fel:

$$z = \int_0^{\Delta w q} \frac{d_{\Delta w}}{\sqrt{\frac{2\nu}{EF} \int_0^{\Delta w_1} \left(t_0 + \frac{\Delta w}{\lambda}\right) d_{\Delta w} + \varepsilon_0^2}} + \\ + \int_{\Delta w q}^{\Delta w 2} \frac{d_{\Delta w}}{\sqrt{\frac{2\nu}{EF} \left[\int_0^{\Delta w q} \left(t_0 + \frac{\Delta w}{\lambda}\right) d_{\Delta w} + \frac{2\nu}{EF} \int_{\Delta w q}^{\Delta w 2} q d_{\Delta w} + \varepsilon_0^2 \right]}}.$$

Legyen z_q az az abszcissza, melynél $\Delta w = \Delta w_q$, ahol tehát a konstans erőátadódás szakasza kezdődik. Ennek az értékét megkaphatjuk a lineáris szakaszra felírt z értékből a

$$\Delta w_1 = \Delta w_q = (q - t_0)\lambda$$

helyettesítéssel. Áttérve ε_0 -ról P_0 -ra:

$$z_q = \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} \left[\operatorname{arch} \frac{q}{t_0} - \operatorname{arch} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{P_0^2}{t_0^2 EF \lambda \nu}}} \right], \text{ ha } \frac{P_0^2}{t_0^2 EF \lambda \nu} < 1, \quad (19)$$

$$z_q = \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} \left[\operatorname{arsh} \frac{q}{t_0} - \operatorname{arsh} \frac{1}{\sqrt{\frac{P_0^2}{t_0^2 EF \lambda \nu} - 1}} \right], \text{ ha } \frac{P_0^2}{t_0^2 EF \lambda \nu} > 1,$$

vagy egységes implicit alakban:

$$t_0 \operatorname{ch} \frac{z_q}{\sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}}} + \frac{P_0}{\sqrt{EF\lambda\nu}} \operatorname{sh} \frac{z_q}{\sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}}} = q.$$

Helyettesítsük a második szakaszra felírt z kifejezésének első tagját az így meghatározott z_q értékkel, a második tagban kijelölt integrálást pedig végezzük el:

$$z = z_q + \frac{\sqrt{EF\lambda}}{q\lambda} \left(\sqrt{2\lambda q \Delta w_2 - [(q - t_0)\lambda]^2 + P_0^2 \frac{\lambda}{EF\lambda}} - \sqrt{\lambda^2(q^2 - t_0^2) + P_0^2 \frac{\lambda}{EF\nu}} \right).$$

Ennek a kifejezésnek rendezésével kapjuk meg a relatív elmozdulás második (plasztikus) szakaszban érvényes kifejezését:

$$\Delta w_2 = \frac{\nu q}{2EF} (z - z_q)^2 + \sqrt{\frac{1}{EF} \left[\nu \lambda (q^2 - t_0^2) + \frac{P_0^2}{EF} \right]} (z - z_q) + \lambda (q - t_0).$$

A relatív elmozdulások erőátadási hossz mentén való változásának első deriváltja meghatározza a betétben ható erő csökkenését, így az első szakaszon a betétben az erő

$$P_v = \frac{R}{\nu} - t_0 \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} \operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}}} - \frac{P_0}{\nu} \operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}}}, \quad (20)$$

a második szakaszon

$$P_{v2} = \frac{R}{\nu} - \left[q(z - z_q) + \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu} (q^2 - t_0^2) + \frac{P_0^2}{\nu^2}} \right]. \quad (21)$$

A (20), ill. (21) kifejezések újabb deriváltjai az egységnyi hosszra eső kapcsolati erőt adják.

Az első szakaszon

$$t = t_0 \operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}}} + \frac{P_0}{\sqrt{EF\lambda\nu}} \operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}}} \quad (22)$$

a másodikon pedig természetesen

$$t_2 = q.$$

Szükségünk lesz a tartó végén fellépő relatív elmozdulás és a feszítőerő közötti összefüggésre. A (11) által kijelölt műveleteket elvégezzük, s a lineáris kapcsolatú szakaszra az

$$\frac{1}{\Delta w_L} \frac{R^2 - P_0^2}{EF\nu} = \frac{\Delta w_L}{\lambda} + 2t_0 \quad (23)$$

kifejezés adódik. Ezt Δw_L -re rendezve a tartó végén fellépő relatív elmozdulást kapjuk a feszítőerő függvényében akkor, ha a második szakasz még nem alakult ki

$$\Delta w_L = t_0 \lambda \left(\sqrt{\frac{R^2 - P_0^2}{t_0^2 EF \lambda \nu}} + 1 - 1 \right).$$

Ugyanezt a számítást arra az esetre is elvégezzük, ha a kapcsolat már folyik, s ez az

$$\frac{R^2 - P_0^2}{EF\nu} = 2q \Delta w_L - \lambda (q - t_0)^2$$

ill.

$$\Delta w_L = \frac{t_0^2 \lambda}{2q} \left[\frac{R^2 - P_0^2}{t_0^2 EF \lambda \nu} + \left(\frac{q}{t_0} - 1 \right)^2 \right]$$

kifejezésekre vezet.

Abban az esetben, ha mindvégig a lineáris függvény érvényes, az erőátadási hossz a (20) összefüggésből $P_v = 0$, $z = L$ helyettesítéssel és átalakítással (vagy (17)-ből (23) figyelembevételével)

$$L = \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} \left[\operatorname{arch} \sqrt{1 + \frac{\frac{R^2}{t_0^2 EF \lambda \nu}}{1 - \frac{P_0^2}{t_0^2 EF \lambda \nu}}} - \operatorname{arch} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{P_0^2}{t_0^2 EF \lambda \nu}}} \right],$$

ha

$$\frac{P_0^2}{t_0^2 EF \lambda \nu} < 1,$$

$$L = \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} \left[\operatorname{arsh} \sqrt{\frac{\frac{R^2}{t_0^2 EF \lambda \nu}}{\frac{P_0^2}{t_0^2 EF \lambda \nu} - 1}} - 1 - \operatorname{arsh} \frac{1}{\sqrt{\frac{P_0^2}{t_0^2 EF \lambda \nu} - 1}} \right],$$

ha

$$\frac{P_0^2}{t_0^2 EF \lambda \nu} > 1.$$

Ha a kapcsolat folyása már fellépett, akkor

$$L = z_q + \frac{t_0}{q} \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} \left[\frac{R}{t_0 \sqrt{EF\lambda\nu}} - \sqrt{\frac{P_0^2}{t_0^2 EF \lambda \nu} + \left(\frac{q}{t_0}\right)^2 - 1} \right].$$

E kifejezésben szereplő z_q -t a (19) képlet adja.

Az L erőátadási hossz fenti kifejezései alkalmasak a lehorgonyzási hosszak meghatározására $P_0 = 0$ esetén, s miután a lehorgonyzási hossz elérte a tartó felét, ezeknek segítségével tudjuk kiszámítani P_0 értékét.

A lineáris kapcsolat szakaszán adódó P_0 ezenkívül (20)-ból is kifejezhető, mindjárt $L = l$ behelyettesítésével:

$$P_0 = \frac{R - t_0 \sqrt{EF\lambda\nu} \operatorname{sh} \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} \frac{l}{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}}}}{l}. \quad (24)$$

3222. A lehorgonyzódás jelenségének leírása lineáris szakaszokból álló kapcsolati függvény feltételezésével nyert összefüggések alapján

Kísérjük végig a feszített rúd belső erőire s a mozgásokra lineáris szakaszokból álló kapcsolati függvény alapján kifejtett összefüggéseket a feszítőerő betonra való ráengedésének különböző fokozataiban (vagy különböző mértékű feszítés esetén).

Összefüggéseink felírásakor figyelembe vesszük, hogy az erőátadódás teljes lesz mindaddig, amíg az ehhez szükséges lehorgonyzási hossz a tartó felét el nem éri.

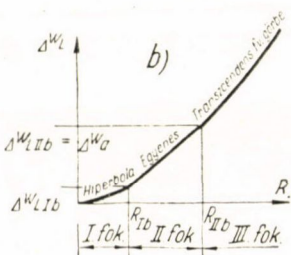
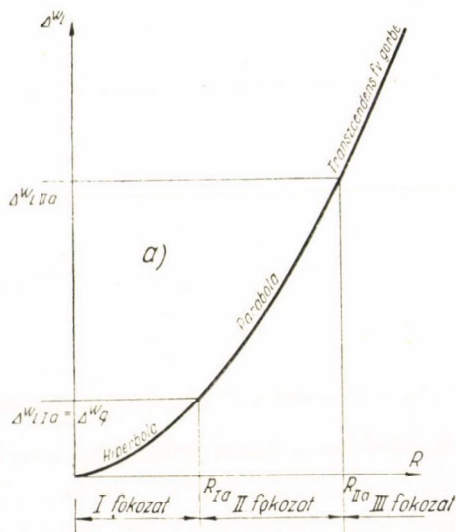
Feltétlenül lesz olyan — akár esetleg nagyon kicsiny — feszítőerő, amely mellett a tartó végén fellépő relatív elmozdulás sem éri el azt az értéket (Δw_q), amelyhez a maximális kapcsolati erő (q) tartozik, s a lehorgonyzási hossz legfeljebb éppen a tartó fele. Ezt az állapotot a feszítőerő ráengedése *I. fokozatának* fogjuk nevezni.

E feszítőerő ráengedésekor a legtöbb esetben előbb éri el a kapcsolati erő a feltevés szerinti maximális (q) értékét, mint a lehorgonyzási hossz (L) a tartó felét (l). Ez a *IIa fokozat* (*a* eset).

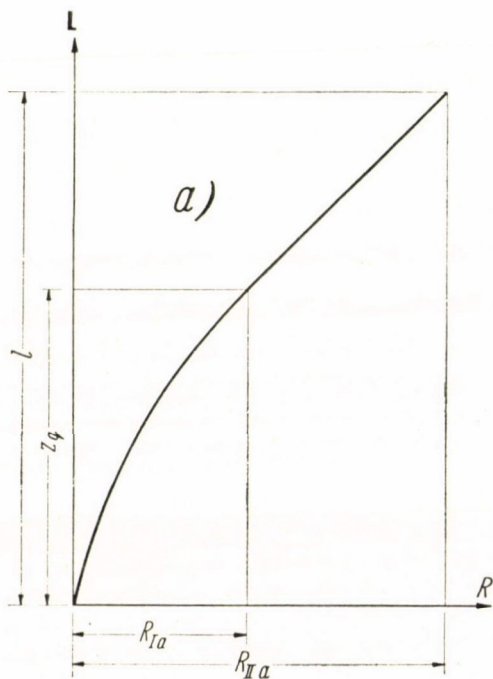
Az összefüggéseket arra az esetre is felírhatjuk, ha a kapcsolat még nem folyik, midőn a lehorgonyzási hossz már a tartó felét elérte. Ezt nevezük *IIb. fokozatnak* (*b* eset).

A *III. fokozat* összefüggései azt az esetet tüntetik fel, amelyben a kapcsolat folyik, s az erőátadódás is az egész tartó mentén játszódik le akár a *IIa*, akár a *IIb* esetén át jutottunk el a *III. fokozatba*.

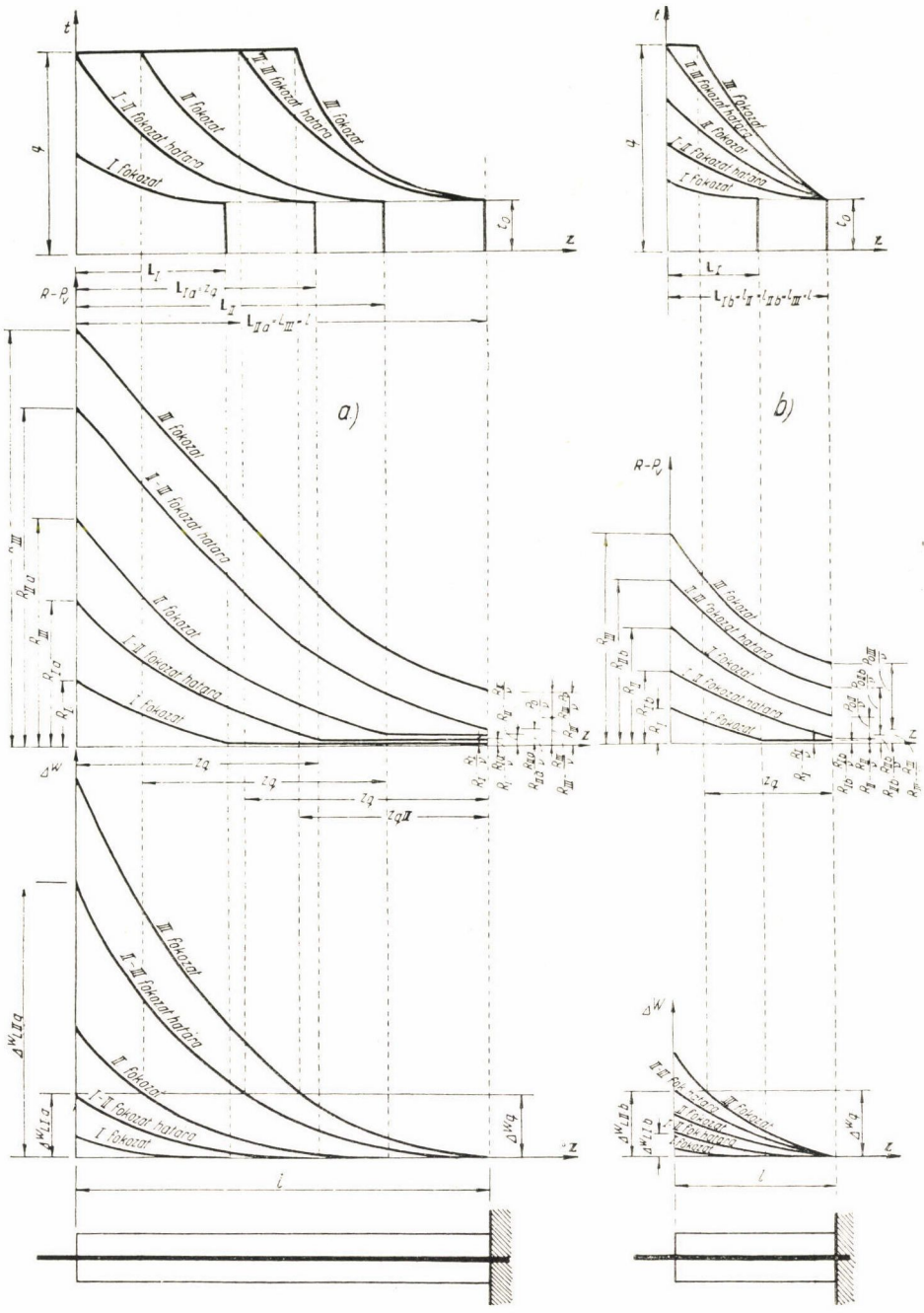
Az itt összefoglalt képletek helyes értelmezése érdekében hangsúlyozzuk, hogy a z abszcissa kezdőpontját mindig a tartó szabad végéhez legközelebb eső zérus relatív elmozdulású pontban, tehát az erőátadási hossz belső végén vesszük fel. Így a koordináta-rendszer kezdőpontja változó (L kiszá-



10a. ábra



10b. ábra



9. ábra
240

I. táblázat.

A lineáris szakaszokból álló kapcsolati függvény alapján levezetett képletek.

jel	A Fokozatok		A lehorgonyzódás jelenségének leírására szolgáló összefüggések			Fokozatok	
	határ:					határ:	jel
I fokozat	$\Delta M_{10} = 0$ $R = 0$		$\Delta M = l_0 \lambda \left(\operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EA}} - 1 \right)$			$\Delta M_{10} = 0$ $R = 0$	I fokozat
	$L < l$ $P_0 = 0$		$P_0 = -\frac{R}{v} - l_0 \frac{\sqrt{EA}}{v} \operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{EA}}$			$L < l$ $P_0 = 0$	
			$t = l_0 \operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EA}}$				
			$L = \frac{\sqrt{EA}}{v} \operatorname{arsh} \frac{R}{\sqrt{EA} v}$				
$\Delta M_{10} = \lambda (q - l_0)$		$\Delta M = l_0 \lambda \left(\sqrt{\frac{R^2}{EA v^2} + 1} - 1 \right)$ (25)			$\Delta M_{10} = l_0 \lambda \left(\operatorname{ch} \frac{l}{\sqrt{EA}} - 1 \right)$		
II fokozat	$P_{10} = l_0 \sqrt{EA} v \sqrt{\left(\frac{q}{l_0} \right)^2 - 1}$	$\Delta M = l_0 \lambda \left(\operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EA}} - 1 \right)$	$\Delta M = \frac{R^2}{2EF} (z - z_0)^2 + \sqrt{\frac{EA}{v}} (q^2 - l_0^2) z_0 + \lambda (q - l_0)$	$\Delta M = l_0 \lambda \left(\frac{\operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EA}} + \frac{R}{\sqrt{EA} v} \operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{EA}}}{\operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EA}}} - 1 \right)$ (28)	$P_{10} = l_0 \sqrt{EA} v \operatorname{sh} \frac{l}{\sqrt{EA}}$	II fokozat	
	$L \leq l$ $P_0 = 0$	$P_{10} = -\frac{R}{v} - l_0 \frac{\sqrt{EA}}{v} \operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{EA}}$	$P_{10} = -\frac{R}{v} \left[q(l - z_0) + \sqrt{\frac{EA}{v}} (q^2 - l_0^2) \right]$	$P_0 = -\frac{R}{v} \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EA}}}{\operatorname{ch} \frac{l}{\sqrt{EA}}} \right) + \frac{l_0 \sqrt{EA}}{v} \operatorname{sh} \frac{l - z}{\sqrt{EA}}$ (29)	$L = l$ $P_0 \neq 0$		
		$t_1 = l_0 \operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EA}}$	$t_2 = q$	$t = \frac{\frac{R}{\sqrt{EA} v} \operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EA}} + l_0 \operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EA}}}{\operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EA}}}$ (30)			
		$z_0 = \sqrt{\frac{EA}{v}} \operatorname{arch} \frac{q}{l_0}$	$L = \sqrt{\frac{EA}{v}} \left[\operatorname{arch} \frac{q}{l_0} + \frac{l_0}{q} \left(\frac{R}{l_0 \sqrt{EA} v} - \sqrt{\left(\frac{q}{l_0} \right)^2 - 1} \right) \right]$	$P_0 = \frac{R - l_0 \sqrt{EA} v \operatorname{ch} \frac{l}{\sqrt{EA}}}{\operatorname{ch} \frac{l}{\sqrt{EA}}}$			
	$\Delta M_{10} = \frac{R^2}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{EA} v} + \sqrt{1 - \left(\frac{q}{l_0} \right)^2} - \operatorname{arch} \frac{q}{l_0} \right] + \lambda (q - l_0)$	$\Delta M = -\frac{l_0^2}{2q} \left[\frac{R^2}{EA v} + \left(\frac{q}{l_0} - 1 \right)^2 \right]$ (27)	$\Delta M = l_0 \lambda \left(\frac{\frac{R}{\sqrt{EA} v} \operatorname{sh} \frac{l}{\sqrt{EA}} + 1}{\operatorname{ch} \frac{l}{\sqrt{EA}}} - 1 \right)$	$\Delta M_{10} = \lambda (q - l_0)$			
	$P_{10} = q \sqrt{EA} v \left[\sqrt{\frac{1}{EA} - \operatorname{arch} \frac{q}{l_0}} + \sqrt{1 - \left(\frac{q}{l_0} \right)^2} \right]$	$\Delta M = l_0 \lambda \left(\operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EA}} - 1 \right) + \frac{R}{\sqrt{EA} v} \operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{EA}}$	$\Delta M = \frac{R^2 v}{2EF} (z - z_0)^2 + \sqrt{\frac{EA}{v}} \left[v \lambda (q^2 - l_0^2) + \frac{R^2}{EF} \right] (z - z_0) + \lambda (q - l_0)$	$P_{10} = \frac{R}{v} - \frac{R}{v} \left[q(l - z_0) + \sqrt{\frac{EA}{v}} (q^2 - l_0^2) + \frac{R^2}{v^2} \right]$	$P_{10} = \sqrt{EA} v \frac{q \operatorname{ch} \frac{l}{\sqrt{EA}} - l_0}{\operatorname{sh} \frac{l}{\sqrt{EA}}}$		
	$L = l$ $P_0 \neq 0$	$P_0 = -\frac{R}{v} - l_0 \frac{\sqrt{EA}}{v} \operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{EA}} - \frac{R}{v} \operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EA}}$	$t_1 = l_0 \operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EA}} + \frac{R}{\sqrt{EA} v} \operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{EA}}$	$t_2 = q$	$L = l$ $P_0 \neq 0$		
$P_0 \text{ és } z_0$ meghatározására		$l_0 \operatorname{ch} \frac{z_0}{\sqrt{EA}} + \frac{R}{\sqrt{EA} v} \operatorname{sh} \frac{z_0}{\sqrt{EA}} = q$					
		$\frac{R}{v} - \left[q(l - z_0) + \sqrt{\frac{EA}{v}} (q^2 - l_0^2) + \frac{R^2}{v^2} \right] = 0$					
		$\Delta M = -\frac{l_0^2}{2q} \left[\frac{R^2}{EA v} + \left(\frac{q}{l_0} - 1 \right)^2 \right]$					

mításával egyszerűen követhető), viszont a képletek némileg egyszerűbbek és egységesebbek, mintha a kezdőpontot a tartó végén, vagy akár közepén vennénk fel.

A betétben ható erő, kapcsolati erő és relatív elmozdulás változását a 9. ábra szemlélteti, a lehorgonyzási hossz és a maximális relatív elmozdulás növekedését a feszítőerő függvényében a 10a ábra mutatja be az a), illetve b) esetre. A 10b ábra a lehorgonyzási hossz változását mutatja az a) esetben.

Az egyes fokozatokban a betétben ható erő, a kapcsolati erő és a relatív elmozdulás változására vonatkozó összefüggéseket és az érvényességi határokat az I. táblázat tünteti fel.

Az I. táblázatban szereplő képleteket az előbbieken levezetett általános összefüggéseknek az egyes definiált fokozatokra való értelemszerű alkalmazásával írtuk fel. Megjegyzendő, hogy az I. és IIa fokozatban a betétben ható erő csak a beton rugalmas összenyomódásának megfelelően csökken

R -ról $\frac{R}{\nu}$ értékre. A IIb és III. fokozatban az erőátadás már nem lesz teljes, azaz a hasznos feszítőerő csökken, s a maximális megmaradó erő a betétben csupán

$$\frac{R - P_0}{\nu}$$

323. A lehorgonyzódás jelenségét leíró összefüggések olyan kapcsolati függvények alapján, amellyel a tartó szabad végén ható kapcsolati erőre vonatkozó, a csúsztatófeszültségek reciprocitásából következő feltétel kielégíthető

3231. A számítás finomításának szükségessége rövid lehorgonyzási hossz esetén

Az ismertetett kapcsolati függvények szerint a kapcsolati erő a relatív elmozdulás növekedésével nem csökken. A csúsztatófeszültségekre vonatkozó reciprocitási tételnek megfelelően azonban, mint kifejtettük, a kapcsolati erő a szabad végén — tehát ott, ahol a relatív elmozdulás maximális — szükségszerűen zérus. Nagyon rövid lehorgonyzási hossz esetén ez a körülmény nem hagyható figyelmen kívül, ezért olyan kapcsolati függvényt keresünk, amely a tartó szabad végéhez zérus nagyságú kapcsolati erőt rendel.

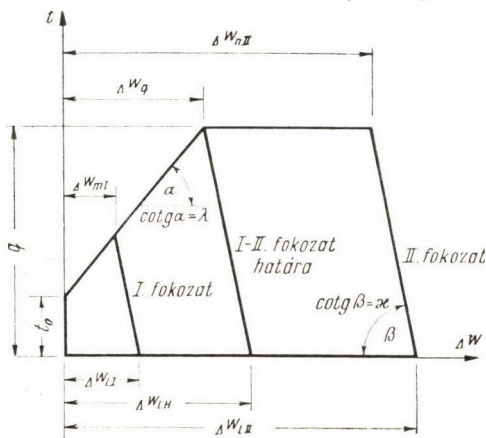
A nem csökkenő jelleg elvetésével egységes kapcsolati függvény használatáról le kell mondanunk. Ha ki akarjuk elégíteni ugyanis az előbb említett feltételt; a kapcsolati függvényben ki kell jelölnünk a tartó végéhez tartozó (maximális) relatív elmozdulást, s ehhez zérus nagyságú kapcsolati erőt kell rendelnünk:

$$t_L = \psi(\Delta w_L(R)) = 0. \quad (26)$$

A tartó végén fellépő relatív elmozdulás a feszítőerő ráengedésével változik, így az egységes kapcsolati függvény helyébe a $\Delta w_L(R)$ változó paramétert is tartalmazó függvény kerül.

Véges lehorgonyzási hossz kritériumának és a (26) feltételnek eleget tevő ψ függvényekkel a (10) összefüggésben kijelölt integrálás elemi úton általában nem végezhető el. A feladat viszonylag egyszerűen megoldható lineáris szakaszokból összetett kapcsolati függvény esetén.

A lineáris szakaszokból álló függvény előnyei az eddigiekben is megmutakoztak. Az elsőfokú és konstans szakaszokból álló kap-



11. ábra

csolati függvény alapján levezetett számos összefüggés a (25) feltételt kielégítő összefüggések levezetésénél is hasznosítható.

Minthogy az előzőekben levezetett összefüggések viszonylag nem túlságosan rövid lehorgonyzási hossz esetén a tapasztalat szerint jól írják le a jelenséget, most amikor a számítás csak rövid lehorgonyzási hosszra való alkalmazhatóság érdekében kívánjuk finomítani, olyan eset tárgyalásától, amelyben a lehorgonyzási hossz eléri a tartó felét, eltekinthetünk. Feltehetjük tehát, hogy $\varepsilon_0 = 0$, és a bevezetett IIb és III. fokozatnak megfelelő esetet nem kell vizsgálnunk.

3232. A lehorgonyzódás jelenségét leíró összefüggések

A kapcsolati függvény legyen a következő (l. II. ábrát):

$$\left. \begin{aligned} t_0 &= t_0 + \frac{\Delta w}{\lambda} & \text{ha } 0 < \Delta w < \Delta w_m \\ t_0 &= \frac{\Delta w_L - \Delta w}{\kappa} & \text{ha } \Delta w_m < \Delta w < \Delta w_L \end{aligned} \right\} \text{I. fokozat}$$

$t_{\max} < q$

ahol $\Delta w_m = \Delta w_L - \kappa \frac{\Delta w_L + \lambda t_0}{\lambda + \kappa}$

$$\left. \begin{aligned} t &= t_0 + \frac{\Delta w}{\lambda} & \text{ha } 0 < \Delta w < \Delta w_q \\ t &= q & \text{ha } \Delta w_q < \Delta w < \Delta w_n \\ t &= \frac{\Delta w_L - \Delta w}{\kappa} & \text{ha } \Delta w_n < \Delta w < \Delta w_L \end{aligned} \right\} \text{II. fokozat}$$

$t_{\max} = q$

ahol $\Delta w_q = \lambda(q - t_0)$; $\Delta w_n = \Delta w_L - \kappa q$.

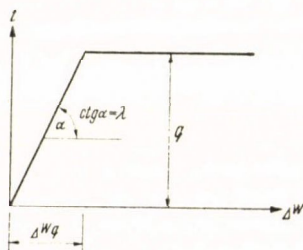
Az egyes fokozatokban a betétben ható erő, a kapcsolati erő és a relatív elmozdulás változására vonatkozó összefüggések, és az érvényességi határok a II. táblázatban találhatóak. Az összefüggéseket a 12. ábra görbéi szemléltetik.

324. A lineáris szakaszokból álló kapcsolat speciális esetei

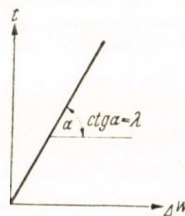
a) Y. GUYON [3] a feszített betét lehorgonyzódására vonatkozóan oly elméletet dolgozott ki, amely a következő kapcsolati függvényt tételezi fel (13a ábra):

Ha $0 < \Delta w < \Delta w_q$; $t = \frac{\Delta w}{\lambda}$
 $\Delta w \geq \Delta w_q$; $t = q$.

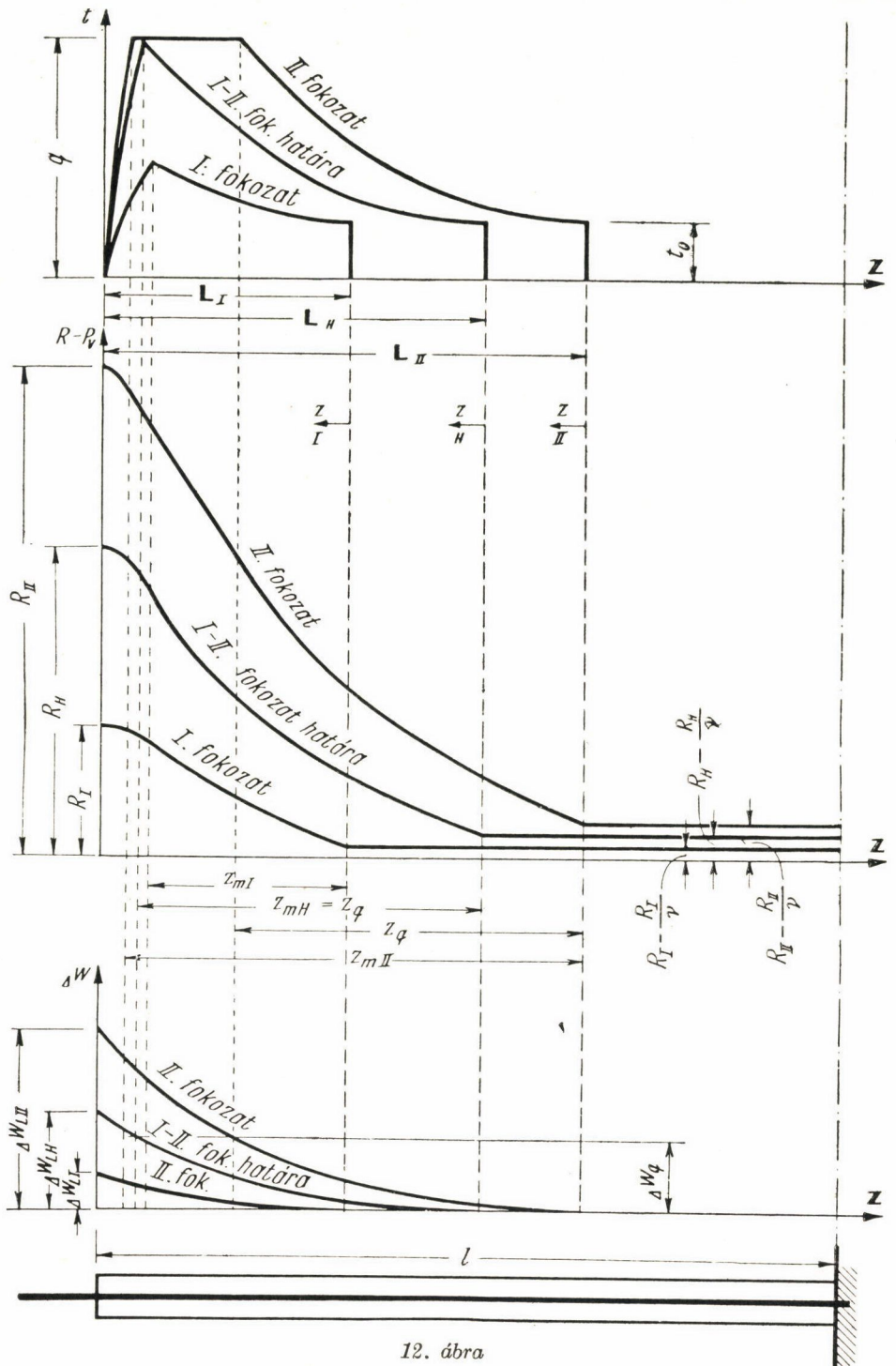
Y. GUYON a $t = \frac{\Delta w}{\lambda}$ arányosság feltételezésével a betétben ható feszültségre felírt differenciálegyenletet oldja meg.



13a ábra



13b ábra



12. ábra

II. táblázat.

Olyan lineáris szakaszokból összetett kapcsolati függvény alapján levezetett összefüggések, amely figyelembe veszi, hogy a szabad végen a kapcsolati erő zérus.

A fokozatok		A lehorgonyzódás jelenségét leíró összefüggések.		
jelle	határai			
I. fokozat	$\Delta W_L = 0$ $R = 0$	$\Delta W_1 = t_0 \lambda \left(\operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EF\lambda}} - 1 \right)$	$\Delta W_2 = \Delta W_L - \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda + \alpha}} (\Delta W_L + \lambda t_0)^2 - \lambda \lambda t_0^2 \sin \left\{ \sqrt{\frac{\lambda}{\alpha}} \operatorname{arch} \frac{\lambda + \alpha (\Delta W_L + t_0 \lambda)}{t_0 \alpha} + \arcsin \frac{\lambda + \alpha (\Delta W_L + t_0 \lambda)}{\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda + \alpha}} (\Delta W_L + \lambda t_0)^2 - \lambda \lambda t_0^2} - \frac{z}{\sqrt{EF\lambda}} \right\}$	
		$P_1 = \frac{R}{v} - t_0 \sqrt{\frac{EF\lambda}{v}} \operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{EF\lambda}}$	$P_2 = \frac{R}{v} - \frac{EF}{v} \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda + \alpha}} \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda + \alpha}} (\Delta W_L + \lambda t_0)^2 - \lambda \lambda t_0^2 \cos \left\{ \sqrt{\frac{\lambda}{\alpha}} \operatorname{arch} \frac{\lambda + \alpha (\Delta W_L + t_0 \lambda)}{t_0 \alpha} + \arcsin \frac{\lambda + \alpha (\Delta W_L + t_0 \lambda)}{\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda + \alpha}} (\Delta W_L + \lambda t_0)^2 - \lambda \lambda t_0^2} - \frac{z}{\sqrt{EF\lambda}} \right\}$	
		$t_1 = t_0 \operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EF\lambda}}$	$t_2 = \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda + \alpha}} (\Delta W_L + \lambda t_0)^2 - \lambda \lambda t_0^2 \sin \left\{ \sqrt{\frac{\lambda}{\alpha}} \operatorname{arch} \frac{\lambda + \alpha (\Delta W_L + t_0 \lambda)}{t_0 \alpha} + \arcsin \frac{\lambda + \alpha (\Delta W_L + t_0 \lambda)}{\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda + \alpha}} (\Delta W_L + \lambda t_0)^2 - \lambda \lambda t_0^2} - \frac{z}{\sqrt{EF\lambda}} \right\}$	
			$z_m = \sqrt{\frac{EF\lambda}{v}} \operatorname{arch} \frac{\Delta W_L + t_0 \lambda}{t_0 (\lambda + \alpha)}$	
			$L = \sqrt{\frac{EF\lambda}{v}} \operatorname{arch} \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda + \alpha}} \sqrt{1 + \frac{R^2}{t_0^2 EF\lambda v}} + \sqrt{\frac{EF\lambda}{v}} \arcsin \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda + \alpha}} \sqrt{1 + \frac{t_0^2 EF\lambda v}{R^2}}$	
		$\Delta W_H = \lambda (q - t_0) q \alpha$		$R = \sqrt{EFv} \sqrt{\frac{1}{\alpha + \lambda} (\Delta W_L + \lambda t_0)^2 - \lambda \lambda t_0^2}$
II. fokozat	$P_H = \sqrt{EF\lambda v} \sqrt{\frac{\alpha + \lambda}{\alpha}} \sqrt{\frac{q - z}{t_0}}$	$\Delta W_1 = t_0 \lambda \left(\operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EF\lambda}} - 1 \right)$	$\Delta W_2 = \Delta W_L - \sqrt{\alpha} \sqrt{2q (\Delta W_L + t_0 \lambda) - q^2 (\lambda + \alpha)} - \lambda \lambda t_0^2 \sin \left\{ \arcsin \frac{q \alpha}{\sqrt{\alpha} \sqrt{2q (\Delta W_L + t_0 \lambda) - q^2 (\lambda + \alpha)} - \lambda \lambda t_0^2} + \frac{z_0 - z}{\sqrt{EF\lambda}} \right\}$	
		$P_1 = \frac{R}{v} - t_0 \sqrt{\frac{EF\lambda}{v}} \operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{EF\lambda}}$	$P_2 = \frac{R}{v} \left(1 - \cos \left\{ \arcsin \frac{q \alpha}{\sqrt{\alpha} \sqrt{2q (\Delta W_L + t_0 \lambda) - q^2 (\lambda + \alpha)} - \lambda \lambda t_0^2} + \frac{z_0 - z}{\sqrt{EF\lambda}} \right\} \right)$	
		$t_1 = t_0 \operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EF\lambda}}$	$t_2 = q$	$t_3 = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{2q (\Delta W_L + \lambda t_0) - q^2 (\lambda + \alpha)} - \lambda \lambda t_0^2 \sin \left\{ \arcsin \frac{q \alpha}{\sqrt{\alpha} \sqrt{2q (\Delta W_L + \lambda t_0) - q^2 (\lambda + \alpha)} - \lambda \lambda t_0^2} + \frac{z_0 - z}{\sqrt{EF\lambda}} \right\}$
			$z_q = \sqrt{\frac{EF\lambda}{v}} \operatorname{arch} \frac{q}{t_0}$	$z_0 = z_q + \sqrt{\frac{EF\lambda}{v} \left[1 - \left(\frac{t_0}{q} \right)^2 \right]} + \frac{2EF}{qv} \left[\Delta W_L - \lambda (q - t_0) - q \alpha \right] - \sqrt{\frac{EF\lambda}{v} \left[1 - \left(\frac{t_0}{q} \right)^2 \right]}$
				$L = \sqrt{\frac{EF\lambda}{v}} \left(\operatorname{arch} \frac{q}{t_0} - \sqrt{1 - \left(\frac{t_0}{q} \right)^2} \right) + \sqrt{\frac{EF\lambda}{v}} \left(\sqrt{\frac{R^2}{q^2 EF\lambda v} - 1} + \arcsin \frac{q \sqrt{EF\lambda v}}{R} \right)$
		$L = l$		$R = \sqrt{EFv} \sqrt{2q (\Delta W_L + \lambda t_0) - q^2 (\lambda + \alpha)} - \lambda \lambda t_0^2$

A beton deformációjának hatásától eltekint ($\nu = 1$), feltételezi, hogy a tartó *végtelen* hosszú, s a lehorgonyzás elméletileg e teljes végtelen hosszban megy végbe. Feltételezése szerint természetesen $t_0 = 0$, s P_0 csak a *végtelen* hossz következtében zérus.

E feltevések figyelembevételével a (20) és (24) kifejezéseink Y. GUYON formuláira vezetnek:

A feltett $\nu = 1$ és $t_0 = 0$ helyettesítéssel a mindvégig lineáris összefüggést követő fokozatban a betétben ható erőre

$$P_\nu = R \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EF\lambda}}}{L} \right)$$

kifejezést kapjuk.

A végtelen hosszra való áttérés érdekében bevezetett $z = L - \mathbf{z}$ transzformációval e képlet a következő alakot ölti:

$$P_\nu = R \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \frac{L - \mathbf{z}}{\sqrt{EF\lambda}}}{L} \right)$$

A határmenet elvégzése a

$$\lim_{L \rightarrow \infty} P_\nu = R \left(1 - e^{-\frac{\mathbf{z}}{\sqrt{EF\lambda}}} \right)$$

kifejezést eredményezi. Ha mindkét oldalon osztunk a betét keresztmetszeti területével, akkor a betétben maradó feszültségre az Y. GUYON által tiszta rugalmas kapcsolatnak nevezett esetre felírt

$$\sigma_\nu = \sigma_e \left(1 - e^{-\frac{\mathbf{z}}{\sqrt{EF\lambda}}} \right) \quad (31)$$

összefüggést kapjuk (l. [3] 244. o.). A kapcsolati erőt Y. GUYON közvetlenül már nem fejt ki, de (31) deriválása, vagy (22) fenti feltételek szerinti átalakítása a

$$t = \frac{R}{\sqrt{EF\lambda}} e^{-\frac{\mathbf{z}}{\sqrt{EF\lambda}}} \quad (32)$$

függvényre vezet, az elmozdulás pedig (18) alapján

$$\Delta w = w_e - w_\nu = \frac{R}{\sqrt{\frac{EF}{\lambda}}} e^{-\frac{\mathbf{z}}{\sqrt{EF\lambda}}} \quad (33)$$

alakban adódik, ill. az alapfeltevés szerint t (32) által adott értékével arányos. (23) vagy (32) alapján meghatározható az az

$$R_q = q \sqrt{EF\lambda}$$

erő, amely Y. GUYON szerint a plasztikus szakasz felléptét előidéző fokozat kezdetét jelenti. Ebből az összefüggésből is kitűnik, hogy $\sqrt{EF\lambda}$ az a hossz, amely mentén Y. GUYON elmélete szerint a teljes feszítőerő lehorgonyzódnék, ha a kapcsolati erő mindvégig megtartaná a szabad végen felvett (maximális) értékét. E hosszúságot ezért Y. GUYON a lehorgonyzódásra jellemző hosszaknak nevezi. A lehorgonyzási hosszt gyakorlatilag $3\sqrt{EF\lambda}$ értékűnek tekinti, mert e távolságon (31) szerint a feszítőerő mintegy 95%-a átadódik.

Y. GUYON elméletében azonos P_v és t érték mellett csatlakoztatja a plasztikus szakaszt a rugalmashoz.

(21) összefüggésünkből Y. GUYON feltételeivel nyerhetjük ama erőre alkotott képletét, amely $(L-z_q)$ hosszú plasztikus szakasz esetén lehorgonyozható:

$$R'_q = R_q + q(L - z_q).$$

Y. GUYON meghatározza a tartó végén fellépő elmozdulás és a lehorgonyzásra jellemző hossz viszonyát rugalmas kapcsolat esetére. Minthogy Δw_L változását felírtuk (33), legegyszerűbben ebből határozhatjuk azt meg $z = 0$; ($z = L$) helyettesítéssel, s a következő arányosságot kapjuk:

$$\Delta w_L = \Delta w_{z=0} = \frac{R}{\sqrt{\frac{EF}{\lambda}}},$$

innen a jellemző hossz

$$\sqrt{EF\lambda} = \frac{\Delta w_L}{\varepsilon_e}. \quad (34)$$

A jobboldali számlálóban könnyen mérhető, a nevezőben ismert mennyiség szerepel.

Abban az esetben, ha végig állandó értékű (q) volna a kapcsolati erő, (ami nem áll elő, mert — akármilyen rövid is esetleg — van rugalmas szakasz), mint Y. GUYON kimutatja,

$$L = \frac{R}{q}$$

volna a lehorgonyzási hossz, és mivel ekkor

$$\Delta w_L = \frac{R}{2EF} \frac{R}{q} = \frac{L\varepsilon_e}{2}$$

a végen a relatív elmozdulás, a lehorgonyzási hossz

$$L = \frac{\Delta w_L}{\varepsilon_e}$$

volna. Y. GUYON ezt azonossá teszi a (34)-ben kifejezett mennyiség kétszeresével, s így a lehorgonyzási hossz gyakorlati értékét a tartó végén mért elmozdulás ε_e nyúlással osztott értékének 2–3-szorosa adja.

Y. GUYON ezek alapján kidolgozza elméletének alkalmazását a feszített rúd mentén való relatív elmozdulás mérési kísérletek kiértékelésére. (MOHAY KÁLMÁN [11] ugyanezen elvek alapján kidolgozott módszerrel értékelte ki saját kísérleteit.)

b) SCHWERTNER ANTAL [16], [17] a beton és vasbetét közötti kapcsolatra vonatkozó régi kutatásainak alapjait és eredményét használja fel feszített tartók vizsgálatára. A „tökéletes kapcsolat”-nak nevezett esetre a

$$t = \frac{\Delta w}{\lambda}$$

összefüggést teszi fel (13b ábra), tehát azt, hogy a kapcsolati erő mindenütt a relatív elmozdulással arányos. Ez a feltevés a

$$\frac{d^2 t}{dz^2} = \frac{\nu}{E F \lambda} t$$

differenciálegyenletre és annak

$$t = c_1 \operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{\frac{E F \lambda}{\nu}}} + c_2 \operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{\frac{E F \lambda}{\nu}}}$$

megoldására vezet. (E differenciálegyenlet (1)-ből eme elmélet alapfeltevésének alkalmazásával felírható.) Az erőátadási hossz *a feszített vasbetonrúd fele (l)* minden terhelési esetben.

E feltételeknek megfelelően számítsuk ki a lehorgonyzódásra jellemző összefüggéseket. Ezekre úgy jutunk, hogy a 3222. pontban (IIb fokozatra) bevezetett képletekben $t_0 = 0$ helyettesítést elvégezzük.

Így a (28) kifejezés (l. I. táblázat) a

$$\Delta w = \frac{R}{\nu} \frac{1}{\sqrt{\frac{E F}{\nu \lambda}}} \frac{\operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{\frac{E F \lambda}{\nu}}}}{\operatorname{ch} \frac{l}{\sqrt{\frac{E F \lambda}{\nu}}}} \quad (35)$$

alakot veszi fel, a betétben ható erő (29)-ből (l. I. táblázat)

$$P_\nu = \frac{R}{\nu} \left[1 - \frac{\operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{\frac{E F \lambda}{\nu}}}}{\operatorname{ch} \frac{l}{\sqrt{\frac{E F \lambda}{\nu}}}} \right], \quad (36)$$

a kapcsolati erő pedig (30)-ba (I. I. táblázat) $t_0 = 0$ helyettesítéssel, vagy (35)-ből a feltett kapcsolati függvénynek megfelelően

$$t = \frac{R}{\sqrt{EF\lambda\nu}} \frac{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} \frac{z}{l}}{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}}}. \quad (37)$$

SCHWERTNER ANTAL idézett tanulmányában ([16] 341. o. (21), (22) képletek) megadja a betétben ható maximális erő függvényében a betétben ható erőt és a kapcsolati erőt, jelöléseinkkel a következő alakban:

$$P_\nu = P_{\nu 0} \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} \frac{z}{l} - 1}{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} - 1} \right), \quad (38)$$

$$t = \frac{P_{\nu 0}}{\sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}}} \frac{\operatorname{sh} \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} \frac{z}{l}}{\operatorname{ch} \sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}} - 1}. \quad (39)$$

E kifejezésekben szereplő $P_{\nu 0}$ meghatározásához az $R - P_{\nu 0}$ megnyúlásra vezet le képletet ([25] és a következő — közelítőnek nevezett — képlet a 342. oldalon).

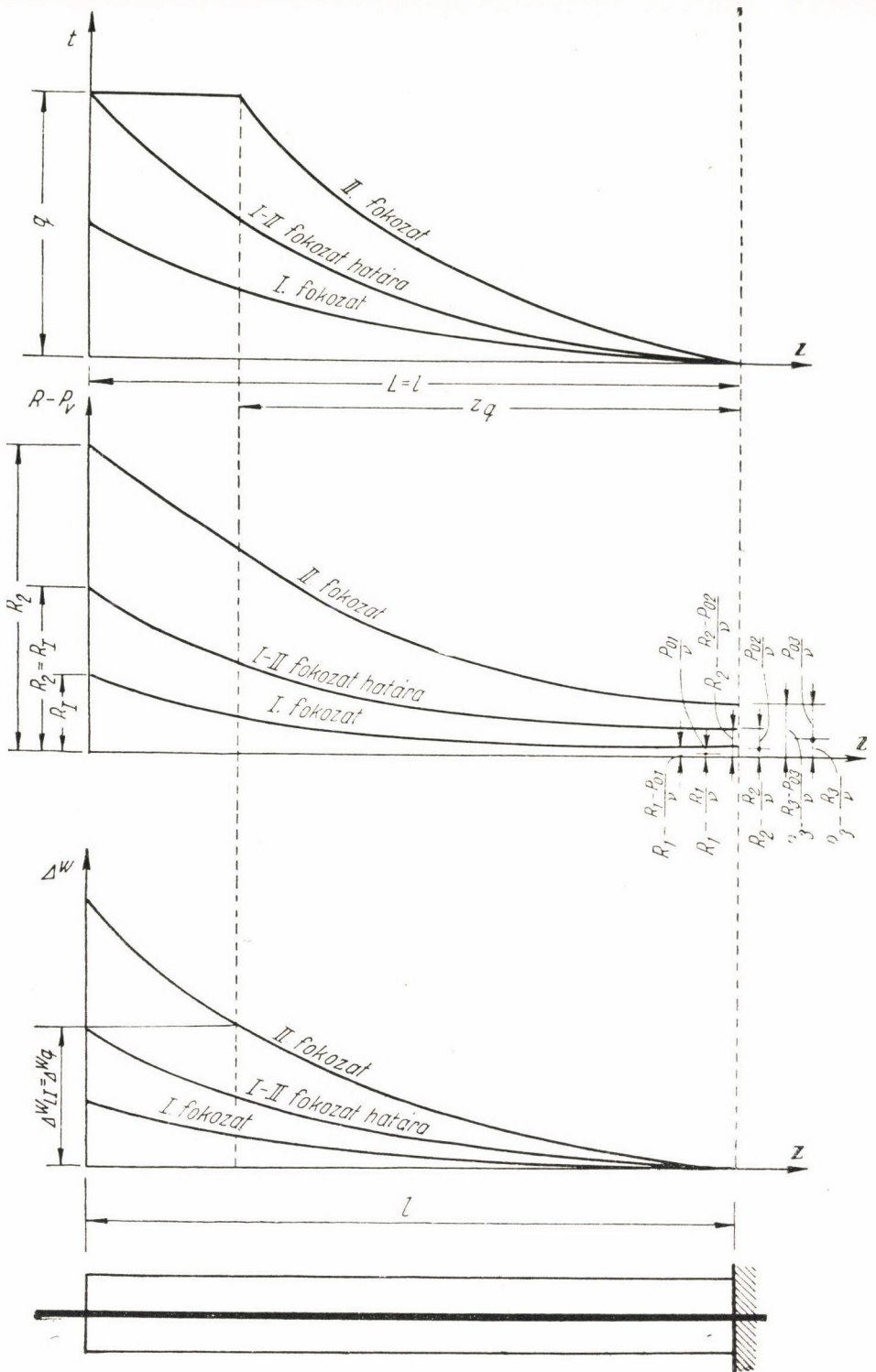
$$R - P_{\nu 0} = \frac{EF}{E_b F_b} P_{\nu 0}, \quad ([16] / 25 /)$$

$$(R - P_{\nu 0})' = \frac{EF}{EF + E_b F_b} R.$$

Mindkettő az

$$\varepsilon_{\nu 0} = \frac{\varepsilon_e}{\nu} \quad (40)$$

összefüggésünket fejezi ki. Ez azt jelentené, hogy az adott feltételezések alapján is csak a beton rugalmas alakváltozásának megfelelően lép fel feszültségcsökkenés a tartó középső keresztmetszetében. Ha $P_{\nu 0}$ -nak így kiszámított értékét íránk be a (38) és (39) képletekbe, az nem vezetne a (36) és (37)-re,



14. ábra

de a (38) alapján (40) figyelembevételével kiszámított Δw értékkel sem volna arányos — mint ahogy ezt SCHWERTNER ANTAL kapcsolati függvénye előírja — a (39) szerinti t .

III. táblázat.

$$A \begin{cases} t = \frac{\Delta w}{\lambda}, & \text{ha } \Delta w < \Delta w_q \\ t = q, & \text{ha } \Delta w \geq \Delta w_q \end{cases} \text{ kapcsolati függvény alapján levezetett képletek (} L=l \text{)}$$

A fokozatok		Az erőátadás jelenségének leírására szolgáló összefüggések	
jele	határai		
I. fokozat	$\Delta w_l = 0$ $R = 0$	$\Delta w = \frac{R}{\nu} \frac{1}{\sqrt{EF\lambda}} \frac{\operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{EFA}}}{\operatorname{ch} \frac{l}{\sqrt{EFA}}}$ $P_v = \frac{R}{\nu} \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EFA}}}{\operatorname{ch} \frac{l}{\sqrt{EFA}}} \right)$ $t = \frac{R}{\sqrt{EFA\nu}} \frac{\operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{EFA}}}{\operatorname{ch} \frac{l}{\sqrt{EFA}}}$	
	$\Delta w_l = \lambda q$	$P_0 = \frac{R}{\operatorname{ch} \frac{l}{\sqrt{EFA}}}$ $\Delta w_l = \frac{R}{\sqrt{EFA\nu}} \operatorname{th} \frac{l}{\sqrt{EFA}}$	
II. fokozat	$R_l = q\sqrt{EF\lambda\nu} \operatorname{cth} \frac{l}{\sqrt{EFA}}$	$\Delta w_l = q\lambda \frac{\operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{EFA}}}{\operatorname{sh} \frac{z_q}{\sqrt{EFA}}}$ $P_{v1} = \frac{R}{\nu} - q \sqrt{\frac{EFA}{\nu}} \frac{\operatorname{ch} \frac{z}{\sqrt{EFA}}}{\operatorname{sh} \frac{z_q}{\sqrt{EFA}}}$ $t_1 = q \frac{\operatorname{sh} \frac{z}{\sqrt{EFA}}}{\operatorname{sh} \frac{z_q}{\sqrt{EFA}}}$	$\Delta w_q = q\lambda + \frac{q\nu}{EF} \left[\sqrt{\frac{EFA}{\nu}} \left(\operatorname{cth} \frac{z_q}{\sqrt{EFA}} \right) (z - z_q) + \frac{(z - z_q)^2}{2} \right]$ $P_{v2} = \frac{R}{\nu} - q \left[\sqrt{\frac{EFA}{\nu}} \operatorname{cth} \frac{z_q}{\sqrt{EFA}} + z - z_q \right]$ $t_2 = q$
		$\frac{z_q}{\sqrt{EFA}} - \operatorname{cth} \frac{z_q}{\sqrt{EFA}} = \frac{l - \frac{R}{\nu}}{\sqrt{EFA}}$ $P_0 = \frac{q \sqrt{\frac{EFA}{\nu}}}{\operatorname{sh} \frac{z_q}{\sqrt{EFA}}}$ $\Delta w_l = q\lambda + \frac{q\nu}{EF} \left[\sqrt{\frac{EFA}{\nu}} \operatorname{cth} \frac{z_q}{\sqrt{EFA}} (l - z_q) + \frac{(l - z_q)^2}{2} \right]$	

A [16] (25) képlet szerinti $R - P_v$ ama értéke, amely SCHWERTNER ANTAL kiindulási feltevéseinek megfelel,

$$R - P_{v0} = R \left(1 - \frac{1}{\nu} + \frac{1}{\nu \operatorname{ch} \frac{l}{\sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}}}} \right). \quad (41)$$

SCHWERTNER ANTAL képlete tehát elmélete szerinti olyan jól közelítő képletnek tekinthető, amely (41) zárójelének utolsó tagját elhanyagolja. Ez a tag, mely a tartó hosszától is függ — azt mutatja, hogy az alapfeltevésül szolgáló kapcsolati függvény esetén akkor is lép fel némi feszültségcsökkenés a középső keresztmetszetben, ha a betont végtelen merevnek tekintjük ($\nu = 1$) — amint ez szükségszerű is (l. [19]).

A szabad végen fellépő relatív elmozdulás és a feszítőerő között e feltevés szerint a

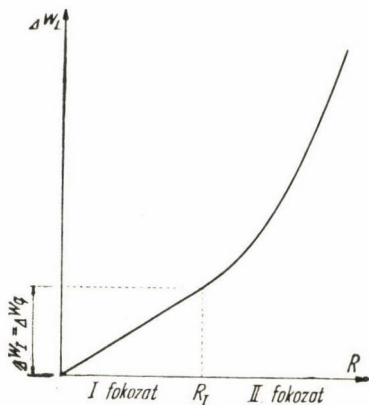
$$\Delta w_L = \frac{R}{\sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}}} \operatorname{th} \frac{l}{\sqrt{\frac{EF\lambda}{\nu}}}$$

arányosságot kifejező összefüggésnek kell fennállnia.

c) A teljesség kedvéért összefoglaljuk azokat az összefüggéseket, amelyek annak feltételezésével nyerhetők, hogy az erőátadási hossz a tartó fele, azaz a SCHWERTNER ANTAL által kidolgozott első fokozathoz egy második csatlakozik, s a kapcsolati függvény a 13a ábra szerinti, mint Y. GUYON kapcsolati függvénye esetén. (Ezek az általános összefüggésekből $t_0 = 0$ helyettesítéssel nyerhetők).

E feltevések alapján nyert összefüggéseket a III. táblázatban állítottuk össze.

A kapcsolati erő, a betétben ható erő csökkenése és a relatív elmozdulás változását a tartó hossza mentén a 14. ábra mutatja be, a tartó végén fellépő relatív elmozdulás a feszítőerő függvényében a 15. ábra szerint változik.



15. ábra

Fentieket összefoglalva megjegyezzük,

hogy Y. GUYON és SCHWERTNER ANTAL elméletei azonkívül, hogy nem vezetnek teljes erőátadódásra, elvileg nem exaktak, s bár a c) alatt ismertetett összefüggések, amelyek szintén teljes erőátadódást fejeznek ki, ezektől lényegesen nem térnek el, a problémának az adott feltevések szerinti exakt megoldását adják.

33. Feszített betét lehorgonyzódására jellemző mennyiségek meghatározása mérési eredmények alapján

Ha a betét és beton közötti kapcsolatra jellemző $t = \psi(\Delta w)$ függvény ismert, a lehorgonyzódásra jellemző mennyiségek az előzőekben kifejtett módon meghatározhatók. Azok a különböző kapcsolati függvények, amelyek megfelelnek az irántuk támasztott általános elvi követelményeknek, a tapasztalat szerint jól írják le a lehorgonyzódásra jellemző mennyiségeket, ha a függvényben szereplő paramétereiket az adott feszített elem esetére elegendő pontossággal meg tudjuk határozni. Mint ezt már Y. GUYON kifejtette, e paraméterek oly nagy szórást mutatnak, hogy közvetlen mérés nélkül még megközelítően sem lehet kiszámítani a lehorgonyzódásra jellemző mennyiségeket. Feladatunk ezért a kapcsolati összefüggést követő függvény egyszerű mérések alapján való előállítására.

331. Kapcsolati összefüggés meghatározására alkalmas kísérleti adatok

Feszített betét lehorgonyzódásának vizsgálatára több kutató, közöttük szerző által végzett különböző kísérletekből a következő közvetlenül mért összefüggések állanak általában rendelkezésünkre:

A feszítőerő ráengedésének különböző fokán:

- a) a betét hosszirányú deformációjának változása a feszített rúd hossza mentén,
- b) a beton hosszirányú deformációjának változása a feszített rúd hossza mentén,
- c) a beton és betét relatív elmozdulásának változása a feszített rúd hossza mentén,
- d) az erőátadási hossz *a)*, *b)* vagy *c)* alapján szemlélettel megállapított értéke,
- e) a beton és betét szabad végének relatív elmozdulása.

Ezenkívül ismertnek tekinthetők mindig a beton és betét keresztmetszeti és szilárdságtani jellemzői.

Az *a)*, *b)*, *c)* mérési eredmények alapján a kapcsolati összefüggés, mint ismeretes, a kapcsolatra vonatkozó minden különösebb elméleti feltevés nélkül, egyszeri grafikus differenciálás és integrálás, ill. kétszeri differenciálás elvégzésével előállítható. (Utóbbi esetben speciális közelítő feltevéssel, az Y. GUYON szerinti arányosság feltételezésével a kétszeri differenciálás kényes műveletét kerülte el MOHAY KÁLMÁN.) A beton, s különösen a betét deformációjának vagy a relatív elmozdulásnak a mérése bonyolult, szinte csak laboratóriumi kísérletek során lehetséges, tömeges vizsgálat céljára alkalmatlan. Ilyen mérés anyagvizsgálati jelleggel való elvégzése esetén az elméletnek különös szerepe nincs, hiszen a lehorgonyzásra jellemző legfőbb mennyiségek közvetlen szemléletből meghatározhatók.

332. A kapcsolati függvény paramétereinek meghatározása a tartó végén mért relatív elmozdulásnak a feszítőerő ráengedésével való változásából

A relatív elmozdulásnak a szabad homloklapfelületnél való mérése a legtöbb gyakorlati esetben nagyon egyszerű. Elvégzése a beton és betét közötti kapcsolat kihúzó-kísérletek útján való vizsgálatánál is kézenfekvő volt. Kezdetben csak annak megállapítására törekedtek, hogy milyen kihúzóerő mellett mutat elmozdulást a terheletlen végen felszerelt mérőműszer. Hazánkban először MIHALICH GYŐZŐ [9] és SCHWERTNER ANTAL [16] vizsgálta a kihúzóerő függvényében a terhelt és szabad végen fellépő relatív elmozdulást.

Feszített tartó esetére Y. GUYON javasolta először a kapcsolat vizsgálatát a tartó végén mért egyetlen relatív elmozdulás segítségével. A relatív elmozdulás és kapcsolati erő közötti arányosság feltételezésével a jellemző mennyiségek ennek segítségével meghatározhatók, s az arányos kapcsolat érvényén túl az erőátadási hossz bizonyos korlátait is meg lehet adni (l. 324. pont). Az általánosabb esetben Y. GUYON a többi jellemző mennyiségre nem utal, mérései nem teszik lehetővé a kapcsolati függvény paramétereinek meghatározását.

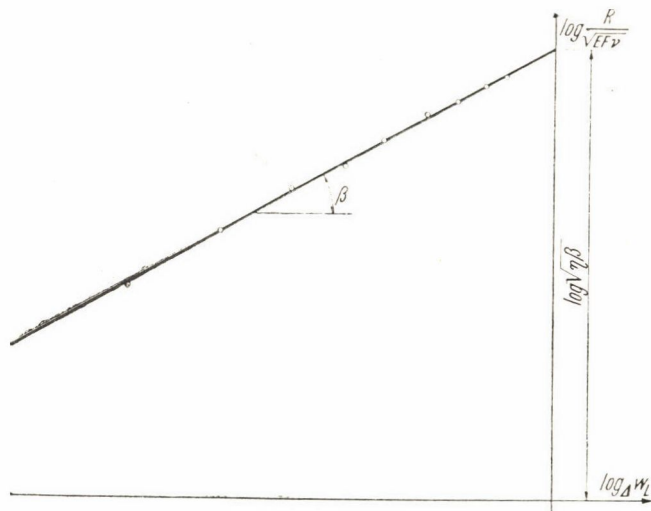
A tartó végén mért relatív elmozdulásnak a feszítőerő ráengedésének változásával való meghatározása laboratóriumban nem okoz nehézséget.

Minthogy a feszítőerőnek a huzalok elvágása útján való ráengedését már igyekeznek kerülni, ipari viszonyok között is megoldható.

Bemutatjuk, hogy a választott matematikai formájú kapcsolati függvények felírásához szükséges valamennyi paramétert meg lehet határozni, ha ismert a tartó végén mért relatív elmozdulásnak a feszítőerő ráengedésével való változása.

3321. Hatványfüggvénnyel való közelítés esete

Ha a kapcsolati összefüggést a (14) hatványfüggvénnyel helyettesítjük, a betonra ráengedett feszítőerő és a tartó végén mért relatív elmozdulás



16. ábra

között a (16) összefüggés adódik. Ha ezt az egyenletet átrendezzük és logaritmáljuk, a logaritmusokban lineáris

$$\log \frac{R}{\sqrt{E F v}} = \beta \log \Delta w_L - \frac{1}{2} \log (\eta \beta)$$

összefüggésre jutunk. A kísérleti eredményt közelítő függvényt tehát az az egyenes adja, amely a kettős logaritmikus koordináta-rendszerben felrakott

$\frac{R}{\sqrt{E F v}} - \Delta w_L$ értékpárokkal kijelölt pontokat legjobban megközelíti (l. 16. ábra). Az egyenes hajlása megadja β értékét, $\sqrt{\eta \beta}$ pedig a kettős logaritmusos beosztású papíron az ordinátatengely metszékeként adódik, s ebből η számítható. A nyert paraméterekkel célszerű először ellenőrzésképpen az $R - \Delta w$ összefüggést rekonstruálni.

A két paraméter ismeretében a kapcsolatra jellemző összes mennyiség a levezetett képletek felhasználásával kiszámítható.

3322. Lineáris szakaszokból álló kapcsolati függvény

A gyakorlati esetekben csekély kivétellel az I. és IIa fokozattal (3222. pont) találkozunk. Az ezekre érvényes (26) és (27) összefüggéseket átalakítjuk, s a lineáris kapcsolat esetére az

$$\frac{R^2}{\Delta w_L E F \nu} = \frac{\Delta w_L}{\lambda} + 2t_0,$$

a maximális kapcsolati erő elérése utáni fokozatra pedig az

$$\frac{R^2}{E F \nu} = 2q \Delta w_L + \lambda(q - t_0)^2$$

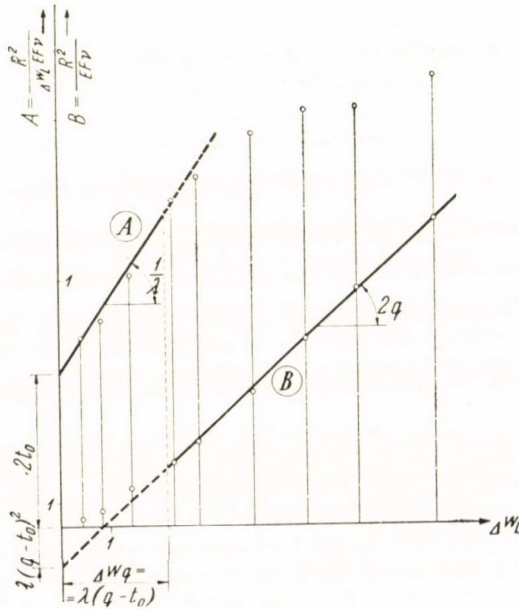
kifejezéseket nyerjük.

Mindkét kifejezés baloldalán szereplő mennyiséget Δw_L függvényében egyenes ábrázolja. Ha tehát Δw_L különböző mért értékeihez a hozzájuk tartozó $A = \frac{R^2}{\Delta w_L E F \nu}$ mennyiségeket rakjuk fel, olyan görbét kapunk, melynek a felvett elméleti összefüggés szerint az ordinátatengelytől kezdődően egy szakaszon egyenesnek kell lennie, ha pedig $B = \frac{R^2}{E F \nu}$ értékének változását ábrázoljuk Δw_L függvényében, olyan görbét kell kapnunk, melynek vége egyenes.

Az összetartozó R és Δw_L mért értékek ismeretében felrakhatjuk tehát Δw_L függvényében az A és B mennyiségeket (17. ábra). A B pontsor végét egyenessel egyenlítjük, s ennek iránytangense megadja q értékének kétszeresét, az ordinátatengelyen mért metszék pedig a $-\lambda(q - t_0)^2$ értéket. Az A pontoknak az ordinátatengelyhez közeli szakaszát kiegyenlítő egyenes iránytangense adja λ paraméter reciprokát, az ordinátatengelyen mért metszék $2t_0$ értékével egyenlő. A két egyenes érvényességi határa az abszcisszatengelyen természetesen

$$\Delta w_q = \lambda(q - t_0).$$

A tapasztalat szerint q értékét meghatározó egyenest igen biztosan be lehet húzni. (A maximális kapcsolati erő (q) ismeretében a lehorgonyzási hossz alsó korlátja meg is adható.) Az $\frac{1}{\lambda}$ hajlású egyenes helyzete a kísér-



17. ábra

leti pontok között sokszor bizonytalanabb, azonban a metszések és Δw_q adta kontroll-lehetőség módot nyújt arra, hogy az esetleg kevésbé biztosan berajzolható $\frac{1}{\lambda}$ hajlású egyenest szükség szerint korrigáljuk.

Megjegyezzük, hogy a 324c pont esetében, azaz ha az erőátadódás a tartó felén megy végbe, s a kapcsolati függvényt Y. GUYON szerint vesszük fel, a λ paraméter az első fokozatban a maximális relatív elmozdulásból transzcendens egyenlet megoldásaként számítható, z_q és q meghatározására pedig transzcendens egyenletrendszer írható fel. Ha előfordul az, hogy t_0 értéke nagyon kicsire adódik lineáris szakaszokból álló kapcsolati függvény szerinti kiértékeléskor, a jellemző mennyiségeket az így számított paraméterekkel határozhatjuk meg.

34. A kapcsolati erő és relatív elmozdulás közötti összefüggés alapján álló elmélet összefoglalása

A beton és betét, mint két rugalmas rendszer feszültségeit, alakváltozási jellemzőit a kapcsolati erő és relatív elmozdulás közötti összefüggéssel kapcsoltuk össze.

A 241. pontban indokoltuk ilyen függvény felvételének lehetőségét. Először általános $t = \psi(\Delta w)$ kapcsolati függvény esetére vezettünk le összefüggéseket, majd a tapasztalatnak megfelelő ilyen függvényeket vettünk fel.

A legtöbb kutató, aki az erőátadódás jelenségét matematikai formába öntötte, véges lehorgonyzási hossz létezését ismerte el, így pl. M. RITTER és P. LARDY, E. HOYER vagy Y. GUYON, aki a relatív elmozdulás és kapcsolati erő közötti egy speciális függvényből indult ki. M. RITTER és P. LARDY elméletnek tulajdonképpen nem nevezhető empirikus formuláján kívül azonban egyik számítás sem vezet a tapasztalattal e téren összhangban álló eredményre, s ez közelítések bevezetését teszi szükségessé.

A véges lehorgonyzási hosszra vezető kapcsolati függvény matematikailag meghatározott kritériuma, (l. 32. pont) megfelel a tapasztalt kapcsolati összefüggéseknek. E kritériumnak megfelelően felvett kapcsolati függvényekkel az erőátadódás jelensége ellentmondás nélkül tárgyalható.

A felvett két függvény a paraméterek helyes megválasztása esetén nem ad egymástól lényegesen eltérő eredményt. Kísérleteink szerint mindkét függvényvel számított összefüggések görbéi jól követik a tapasztalatiakat.

Y. GUYON és SCHWERTNER ANTAL feltevéseivel való összehasonlítást illetően a következőket jegyezzük meg:

Y. GUYON a végtelen hossz feltételezésének alkalmazhatóságát arra alapítja, hogy a gyakorlati lehorgonyzási hosszhoz képest a tartó fele igen nagy. E közelítést illetően SCHWERTNER ANTAL feltevése inkább exakt, hiszen ha — legalábbis az origóból kiindulva — arányosság állna fenn a relatív elmozdulás és kapcsolati erő között, vagy bármilyen más függvény volna érvényes, amely véges lehorgonyzási hossz kritériumának nem tesz eleget, az erőátadódás a tartó felén zajlanék le.

Mind Y. GUYON, mind SCHWERTNER ANTAL elméleti feltevése szerinti esetben a betétben ható erő a tartó közepén a beton rugalmas összenyomódásának megfelelő értéken kívül is csökken. Ha ez így lenne, e jelenség miatt is valamilyen, a feszítőerőtől és a tartó hosszától függő veszteséggel kellene

számolnunk. E „veszteség” ugyan általában nem nagy, de szélső esetben elérheti a más hatásokból számított veszteségek 30—35%-át. Elméletünk szerint ilyen „veszteség” természetesen nem lép fel, a tapasztalat és elmélet között e téren nincs ellentmondás.

Y. GUYONnak gyakorlati tételével, amely szerint a lineáris összefüggést követő szakasz hossza, miután elérte maximális értékét, változatlanul megmarad, csak belsőbb zónába „vándorol”, saját elmélete és a 324c pontban leírt elmélet sem áll pontosan összhangban. Lineáris szakaszokból álló kapcsolati függvényünk azonban, akár csak a 321. pont szerinti hatványfüggvény, Y. GUYON e tapasztalatnak megfelelő tételének nem mond ellent.

Y. GUYON csak „rugalmas” esetben adott módszert a jellemző mennyiségek változásának felírásához szükséges paraméter meghatározására a tartó végén mért relatív elmozdulás alapján. Plasztikus szakasz felleptének feltételezése esetén csak a gyakorlati lehorgonyzási hossz alsó korlátját adta meg. Y. GUYON módszere alapján nem mutatható ki az sem, hogy fellép-e egyáltalán plasztikus szakasz.

Y. GUYON kapcsolati függvényének a SCHWERTNER ANTAL által feltett erőátadási hossza való alkalmazása esetén, mint levezettük, a jelenség ez elmélettel való leírásához szükséges paraméterek meghatározhatók, s ezek ismeretében a gyakorlati lehorgonyzási hosszra is következtetni lehetne, de a paraméterek meghatározása csak transzcendens egyenletek megoldása útján lehetséges. Az általunk felvett véges lehorgonyzási hosszra vezető függvények paramétereinek meghatározása ennél egyszerűbb és biztosabb.

IRODALOM

- [1] ДМИТРИЕВ, С. А.: „Сопротивление скольжению в бетоне предварительно напряженной холоднотянутой арматуры.” *Исследования обычных и предварительно напряженных железобетонных конструкций.* Стройиздат, Москва, 1949.
- [2] ФРАЙФЕЛЬД, С. Е.: *Собственные напряжения в железобетоне.* Стройиздат Наркомстроя, Москва—Ленинград, 1941.
- [3] GUYON, Y.: *Béton précontraint. Étude théorique et expérimentale.* Eyrolles, Paris, 1951.
- [4] HOYER, E.: *Stahlsaitenbeton. Träger und Platten.* Elsner, Berlin—Wien—Leipzig, 1939.
- [5] HOYER, E.—FRIEDRICH, E.: „Beitrag zur Frage der Haftspannung in Eisenbeton Bauteilen.” *Beton und Eisen.* 1939. 6.
- [6] JANNEY, J. R.: „Nature of Bond in Prestressed Concrete.” *Journal of the American Concrete Institute.* 1954.
- [7] KUUSKOSKI, V.: *Über die Haftung zwischen Beton und Stahl.* Valtion Teknillinen Tutkimuslaitos, Helsinki, 1950.
- [8] MAJOR, S.: „A feszített beton.” *Feszített betonszerkezetek. I. kötet.* Szerk. Böröcz I. Közlekedési Kiadó, Budapest, 1952.
- [9] МИХАЙЛИЧ Г. В.: „Hazai cementek zsugorodásának, a gőzölésnek, valamint a beton és beleágyazott acélhuzal közötti felületi kötésnek vizsgálata.” (Akadémiai székfoglaló.) *A Magyar Tudományos Akadémia Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei. II. kötet.* 1952.
- [10] МИХАЙЛОВ, К. В.: „Сцепление арматуры с бетоном.” *Исследования. Железобетонные конструкции.* Госстройиздат, Москва, 1952.
- [11] МОНАУ, К.: „Determination of the Anchoring-Length of High-Tensile Wires.” *Scientific Publications of the Technical University of Architecture, Building, Civil and Transport Engineering. Extracts from the Scientific Works of the Chair No. II. of Bridge Construction.* Budapest, 1957.
- [12] MÖRSCH, E.: *Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung.* Wittwer, Stuttgart, 1912.
- [13] RITTER, M.—LARDY, P.: *Vorgespannter Beton.* Leemann, Zürich, 1950.

- [14] Roš, M. (szerkesztésében) : *Vorgespannter Beton. Empa Bericht 155*. Zürich, 1946.
- [15] SALIGER, R. : *Der Eisenbeton, seine Berechnung und Gestaltung*. Deuticke, Wien, 1923.
- [16] SCHWERTNER, A. : „Versuche zur Bestimmung der Kräfte, welche an der Mantelfläche von einbetonierten Eisen- oder Stahleinlagen übertragen werden.“ *Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae. Tom. II*. Budapest, 1951.
- [17] SCHWERTNER, A. : „A vasbetét.“ *Feszített beton I. kötet*. Szerk. Böröcz I. Közlekedési Kiadó, Budapest, 1952.
- [18] SZMODITS K. : „Tapadófeszültségek az előrefeszített vasbetontartóban.“ *Építéstudományi Intézet. Tudományos Közlemények*. 1955. 7.
- [19] TASSI, G. : „The Possibility of Anchorage on Finite Length in Pretensioned Prestressed Concrete.“ *Scientific Publications of the Technical University of Architecture Building, Civil and Transport Engineering. Extracts from the Scientific Works of the Chair No. II. of Bridge Construction*. Budapest, 1957.
- [20] TASSI G. : *A lehorgonyzódás jelensége feszített betonban*. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1956.
- [21] VAJDA P. : „Előrefeszített tartók méretezése.“ *Feszített beton. I. kötet*. Szerk. Böröcz I. Közlekedési Kiadó, Budapest, 1952.
- [22] РАТЦ, Э. Т.—Холмянский, М. М.—Кольнер, В. М.: „Передача арматурой предварительных напряжений на бетон“ *Бетон и железобетон*. 1958. 1.