

EGYENES TENGELYŰ RÚD CSAVARÁSA

1. *Általános megjegyzések. Alapfeltételek.* A csavarás problémájának megoldása az elemi csavarási elmélet alapján, mint ismert, csak oly tömör vagy üreges rúdra alkalmazható, amelynek keresztmetszetei a csavarás során síkok maradnak (pl. kör vagy körgyűrű, állandó keresztmetszetű egyenes tengelyű rúd esete). Minden más esetben a csavaró igénybevétel a keresztmetszetek öblösödésével jár, így a rugalmasságtani szigorú megoldás rendszeren nagy matematikai apparátust igényel s a feszültségek igen körülményes eloszlását eredményezi. A csavarás általában zárt alakban csak különleges esetekben, vagy csak egy-egy választott pontra oldható meg. Az ismert rugalmasságtani elgondolások (a *Prandtl*-módszer, a membrán-analógia, a szappanhéj kísérleti megoldás, a hidrodinamikai hasonlat), a plasztikus tartományban a *Náday*-féle homokhegy-hasonlat segítik elő a csavaró igénybevétel értékelésének útját.

Ezekhez az elgondolásokhoz igyekeznek az alábbiakban röviden vázolt *kinematikai hasonlat* a csavarás közelítő megoldására kiegészítést nyújtani. A tárgyalásaink kiinduló feltételei s alapösszefüggései legyenek a következők.

a) A rúd egyenes tengelyű, állandó keresztmetszetű.

b) A keresztmetszet kerülete kívülről konvex folytonos körbe, a keresztmetszet tömör, belső üreget nem tartalmaz. Az elmondottak üreges rudakra is — bizonyos megszorítások mellett — átvihetők. Súlypontja (S) és csavarási középpontja (S_c) közt lényeges eltérés nincs, ill. azt nem vesszük figyelembe. Ezt a feltételt megengedhetőnek véljük azért, mert a csavarás-feladat a mérnökgyakorlatban kísérő feladatként jelentkezik oly módon, hogy a rúd valamely keresztmetszetének igénybevételeit a keresztmetszet kitüntetett pontjára (s ez rendszeren a rúd tengelypontja, a súlypont) vonatkoztatjuk (*1. ábra*) s a csavaró igénybevételt (M_c) egy excentrikusan működő, de a keresztmetszet síkjában fekvő nyíró erő (T) okozza.

$$M_c = Te \quad (1)$$

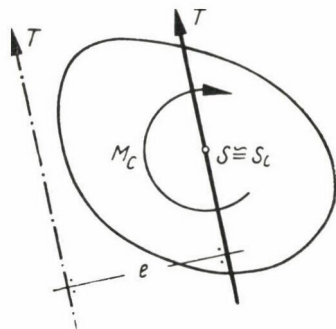
a keresztmetszet tehát — normál igénybevételtől (N , M) eltekintve — nyíró és csavaró igénybevételt szenved. Emez igénybevételeket egymástól elkülönítve tárgyaljuk.

c) A csavaró igénybevételt tiszta csavarásnak tekintjük, amellyel tehát a keresztmetszet síkjába eső nyírófeszültségek (τ) tartanak egyensúlyt, azaz (2. ábra)

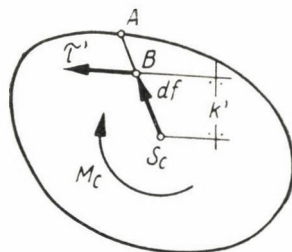
$$M_c = \int_F \bar{r} \times \bar{\tau}' df = \int_F \tau' k' df \quad (2)$$

és

$$\int_F \bar{\tau}' df = 0 \quad (3)$$



1. ábra



2. ábra

d) A vizsgálatokat a rugalmas tartományban végezzük, azaz a

$$\tau = G \gamma \quad (4)$$

és

$$\vartheta_0 = \frac{M_c}{G J_c} \quad (5)$$

ill.

$$M_c = G J_c \vartheta_0 \quad (5a)$$

összefüggések érvényesek (3. ábra), amelyekben G a nyírési v. csavarási modulus

$$G = E \frac{1}{2(1 + \nu)}, \quad (6)$$

E a rugalmassági modulus, γ a fajlagos torzulás, ϑ_0 a fajlagos elcsavarodás, M_c a csavaró nyomaték, J_c a vizsgált keresztmetszet jellemző másodrendű nyomatéka, az ún. csavaró másodrendű v. csavarási inercianyomaték. Az ismeretettől elv a plasztikus tartományra is átvihető.

e) A keresztmetszet kerületi pontjában (A) fellépő érintőleges τ feszültség és az $A S_c$ helyzetvektor belső pontjában (B) fellépő τ' feszültség egymással párhuzamos s a feszültségváltozás a kerületi pont (A) és a csavarás tengelye (S_c) közt lineáris (2. és 4. ábra), azaz

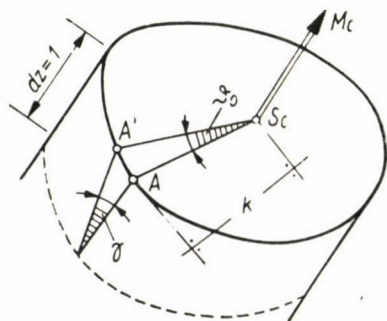
$$\tau' = \frac{k'}{k} \tau. \quad (7)$$

Az A ponti τ feszültség — a hajlítás alapképletéhez hasonlóan — a vizsgált pontra vonatkozó csavarási keresztmetszeti modulus (K_c) segítségével

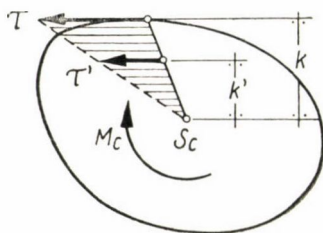
$$\tau = \frac{M_c}{K_c} \quad (8)$$

képletből nyerhető, azaz általában

$$M_c = K_c \tau \quad (8a)$$



3. ábra



4. ábra

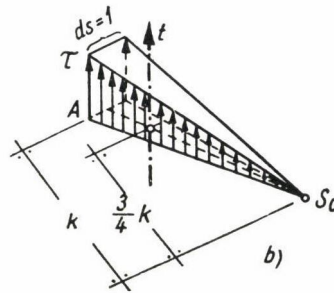
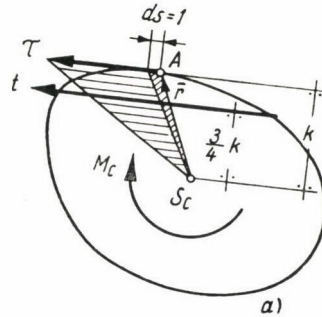
2. τ -feszültségek számítása. Az előbbi pontban vázolt feltevések felhasználásával a τ -feszültségek számításához, ill. a keresztmetszetre s a vizsgált pontra jellemző csavarási keresztmetszeti modulus (K_c) számításához azt az anyagi pont kinematikájából ismert s a csavarás okozta feszültségek megállapításához plauzibilisnek látszó összefüggést alkalmazzuk, hogy a helyzetvektor által egyenlő időközökben súrolt területek egyenlők, azaz a területsebesség állandó (Kepler-törvény). Ezt a törvényt, mint kinematikai hasonlatot, a csavarás okozta τ feszültségekre átvítve, azt mondhatjuk, hogy a kerület egységnyi darabjához tartozó területen működő τ -feszültségek eredőjének nagysága, az ún. területfeszültség (t) állandó, azaz amíg a helyzetvektor végpontja a kerületen ívegységnyi utat tesz meg, a súrolt területen fellépő feszültségek eredőjének nagysága nem változik. A területfeszültség iránya az ívelem érintőjének irányával egyezik meg.

A területfeszültség vagy fajlagos csúsztató erő (t) az 5. ábra jelöléseivel

$$t = \frac{1}{3} \tau k \quad (9)$$

képlet alapján határozható meg. A „ t ” erőt az 5b ábra szerint ábrázolhatjuk, azaz úgy, hogy a keresztmetszeti τ feszültségeket a $ds = 1$ ívelemhez tartozó szektorterület minden pontjában a keresztmetszetre merőlegesen rakjuk fel. A kapott gúla köbtartalma a fajlagos csúsztató erővel, a területfeszültséggel

egyenlő. A területfeszültség helye a csavarás tengelyétől $\frac{3}{4}k$ távolságban van (a gúla súlyponti távolsága $\frac{3}{4}k$).



5. ábra

A csavaró nyomaték (2) képletnek megfelelően

$$M_c = \int_F \frac{3}{4} k t ds = \frac{3}{2} t \int_F \frac{1}{2} k ds = \frac{3}{2} t \int_F df = \frac{3}{2} t F \quad (10)$$

minthogy a t állandó területfeszültség kiemelhető és

$$\int_F df = F$$

a keresztmetszet területe. A (9) alatti összefüggést behelyettesítve

$$M_c = \frac{3}{2} \frac{1}{3} \tau k F = \frac{Fk}{2} \tau = K_c \tau \quad (11)$$

ahol a csavarási keresztmetszeti modulus

$$K_c = \frac{Fk}{2} \quad (12)$$

Számítsuk ki K_c értékét néhány ismert keresztmetszetre :

a) *Körkeresztmetszet* :

$$K_c = r^2 \pi \cdot \frac{r}{2} = \frac{1}{2} r^3 \pi = \frac{1}{16} d^3 \pi = \frac{1}{5,09} d^3 = 0,25 Fd$$

b) *Ellipszis keresztmetszet* (a és b kis és nagy tengelyek) :

$$\min K_c = \frac{ab}{4} \cdot \frac{a}{4} \pi = \frac{1}{16} a^2 b \pi = \frac{1}{5,09} a^2 b$$

(a legnagyobb τ értékhez).

$$\max K_c = \frac{ab}{4} \frac{b}{4} \pi = \frac{1}{16} ab^2 \pi = \frac{1}{5,09} ab^2$$

(a legkisebb τ értékhez)

Az a) és b) alatti értékek a pontos értékekkel megegyezőek.

c) *Szabályos sokszögek* esetében a kapott τ érték az oldal közepén fel-lépő maximális τ -nál kisebb s az oldalak mentén állandó nagyságúnak felté-telezett. A sokszögpontban a valóságban zérus nagyságú a τ feszültség.

A (12) képlet szerint általában :

$$K_c = 0,25 Fd = \frac{Fd}{4} \quad (13)$$

ahol d a beírt kör átmérője. A pontos τ_{\max} értékekhez tartozó keresztmetszeti tényezők szorzói 8, 6 és 4 szög esetén sorra 0,223, 0,217 és 0,208. A közelítés természetesen annál kedvezőbb, minél nagyobb az oldalak száma. Az elméleti értékkel jó egyezést kapunk, ha a (13) képlet szerinti értéket $\sqrt{d/D}$ viszony-számmal szorozzuk, ahol D a körülírt kör átmérője.

d) a, b oldalélű derékszögű *négyszög* esetében ($a < b$) :

$$\min K_c = F \frac{a}{4} = 0,25 F a$$

$$\max K_c = F \frac{b}{4} = 0,25 F b.$$

A pontos elméleti és kísérleti eredmények szerint az osztó : négyzet esetében 4, 8, keskeny ($b \gg a$) négyzsög esetében 3 s így az általános képlet négyszögre

$$K_c = \frac{Fk}{2\eta} \quad (14)$$

szerint módosul, ahol $\eta = 0,75 + 0,45 \frac{a}{b}$ (15)
értékűre vehető.

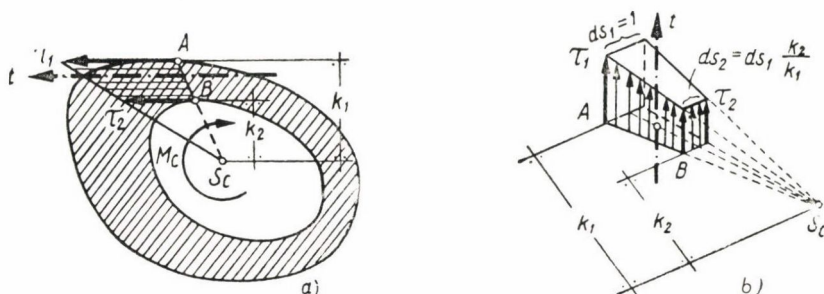
$$\text{Ha } b \gg a, \quad J_c = \frac{1}{3} a^2 b \quad (14a)$$

K_c ismeretében a τ feszültség a (8) képlet szerint

$$\tau = \frac{M}{K_c}$$

állapítható meg.

A fenti gondolatmenetet átvihetjük *üreges egyenes tengelyű rudak (vastag falú csövek)* csavarására is. A feltételeinket kiegészítjük még a megszorítással, hogy az üreg egyetlen, végigmenő, kerülete kívülről domború, a csavarás tengelyére vonatkozó tetszőleges helyzetvektoron fekvő kerületi



6. ábra

A és B pontok érintője párhuzamos s így az ezeken működő τ_1 és τ_2 feszültségek érintőlegesek (6. ábra). A 6. ábra jelöléseivel a konstans területfeszültség

$$t = t_1 - t_2 = \frac{1}{3} \tau_1 k_1 - \frac{1}{3} \tau_2 k_2 \frac{k_2}{k_1} \quad (16)$$

és minthogy

$$\tau_2 = \tau_1 \frac{k_2}{k_1} \quad (17)$$

a külső kerület ds_1 íveleméhez tartozó szektorterület által reprezentált elemi csavaró nyomaték

$$dM_c = \frac{3}{4} t_1 k_1 ds_1 - \frac{3}{4} t_2 k_2 ds_2$$

az üreges keresztmetszet által felvehető csavarónyomaték

$$\begin{aligned} M_c &= \int dM_c = \int_{F_1} \frac{3}{4} t_1 k_1 ds_1 - \int_{F_2} \frac{3}{4} t_2 k_2 ds_2 = \\ &= \frac{3}{2} t_1 \int_{F_1} \frac{1}{2} k_1 ds_1 - \frac{3}{2} t_2 \int_{F_2} \frac{1}{2} k_2 ds_2 = \frac{3}{2} t_1 F_1 - \frac{3}{2} t_2 F_2 \end{aligned} \quad (18)$$

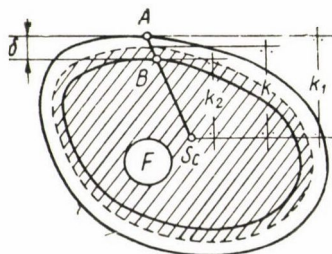
s végül a (16) s (17) alattiakat behelyettesítve s rendezve

$$M_c = \frac{F_1 k_1}{2} \tau_1 - \frac{F_2 k_2}{2} \cdot \tau_2 \frac{k_2}{k_1} = \frac{F_1 k_1}{2} \left[1 - \frac{F_2}{F_1} \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 \right] \tau_1 = K_{c1} \tau_1 \quad (19)$$

$$\text{ahol } K_{c1} = \alpha \frac{F_1 k_1}{2} \quad (20)$$

$$\alpha = 1 - \frac{F_2}{F_1} \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 \quad (21)$$

és F_1 jelenti a teljes keresztmetszeti területet, F_2 az üreg területét.



7. ábra

Vékonyfalú csövek esetében a 7. ábra jelöléseivel

$$k_1 = k + \frac{\delta}{2} \quad k_2 = k - \frac{\delta}{2};$$

az F_2/F_1 területek viszonya $(k_2/k_1)^2$ -viszonyszámmal arányos, és

$$\frac{F_1 k_1}{2} = \frac{Fk}{2} \left(1 + \frac{\delta}{2k} \right)^3; \quad \frac{F_2}{F_1} \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 = \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^4 = \left(\frac{k - \frac{\delta}{2}}{k + \frac{\delta}{2}} \right)^4 = \left(\frac{1 - \frac{\delta}{2k}}{1 + \frac{\delta}{2k}} \right)^4$$

$$\text{azaz } \frac{F_1 k_1}{2} \cong \frac{Fk}{2} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\delta}{k} \right) \left(\frac{1 - \frac{\delta}{2k}}{1 + \frac{\delta}{2k}} \right)^4 \cong 1 - 4 \frac{\delta}{k}$$

$$\alpha = 1 - 1 + 4 \frac{\delta}{k} = 4 \frac{\delta}{k}; \quad \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\delta}{k} \right)^4 \frac{\delta}{k} \cong 4 \frac{\delta}{k}$$

s így végül

$$K_c = \frac{Fk}{2} 4 \frac{\delta}{k} = 2 F \delta \quad (22)$$

ahol F az átlagos (a 7. ábrán vonalkázott) terület, δ a vizsgált metszet falvastagsága (Bredt-formula). A csőfalban fellépő τ feszültség egyenletesen megoszló.

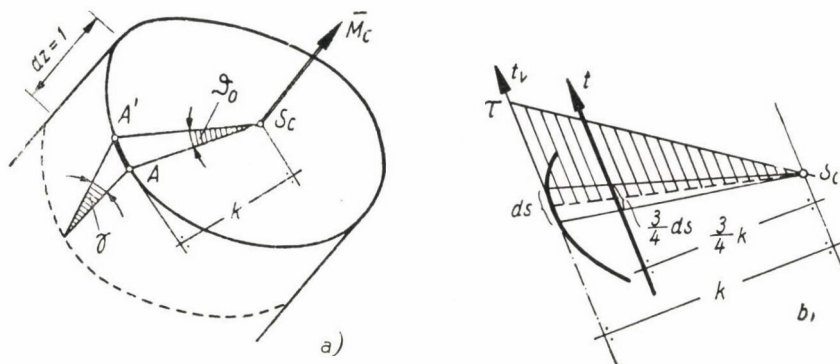
Vastagfalú körgyűrű esetében, ha r_1 a külső, r_2 a belső kör sugara, a

$$K_{c1} = \frac{r_1^3 \pi}{2} - \frac{r_2^3 \pi}{2} - \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_1^3 \pi}{2} \left[1 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^4 \right] \quad (23)$$

vékonyfalú körgyűrű esetében, ha r az átlagos sugár, δ a falvastagság

$$K_c = 2 F \delta = 2 r^2 \pi \delta = 2 r \pi \delta r = F' r \quad (24)$$

ahol $F' = 2 r \pi \delta$ a cső keresztmetszeti területe.



8. ábra

3. ϑ_0 fajlagos elcsavarodás számítása. ϑ_0 , ill. J_c csavarási inercianyomaték megállapítása céljából a csavaró nyomaték saját külső-belső munkájának egyenlőségéből indulunk ki (8. ábra).

M_c csavaró nyomaték külső saját munkája :

$$L_k = \frac{1}{2} M_c \vartheta_0 = \frac{1}{2} M_c \frac{M_c}{GJ_c} = \frac{M_c^2}{2GJ_c} \quad (25)$$

A belső feszültségek elemi munkája ds ívelemen a 8. ábra jelöléseivel

$$dL_b = \frac{1}{2} \gamma t_v ds = \frac{1}{2} \frac{\tau}{G} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \tau k ds$$

$$dL_b = \frac{1}{8} \cdot \frac{\tau^2}{G} k ds \quad (26)$$

ahol $AA' = \frac{1}{2} \gamma \cdot 1 : t_v$ útja ϑ_0 elfordulás alatt és $t_v = \frac{3}{4} t = \frac{1}{4} \tau k$ a terület feszültség ds menti komponense.

Mint hogy

$$\tau = 2 \frac{M_c}{Fk} \quad \tau^2 = \frac{4 M_c^2}{F^2 k^2}$$

$$dL_b = \frac{1}{2} \frac{M_c^2}{F^2 G} \frac{ds}{k} \quad (26a)$$

s végül

$$L_b = \int dL_b = \frac{1}{2} \frac{M_c^2}{F^2 G} \int \frac{ds}{k} \quad (27)$$

a (25) és (26) egyenlősége alapján

$$J_c = \frac{F^2}{\int \frac{ds}{k}} \quad (28)$$

a) *Körkeresztmetszet*: $F^2 = r^2 \pi^2$; $\int \frac{ds}{k} = \frac{1}{r} \int ds = 2\pi$

$$J_c = \frac{r^4 \pi}{2} = \frac{d^4 \pi}{32}$$

b) *Ellipszis keresztmetszet*: $F^2 = \frac{a^2 b^2 \pi^2}{16}$;

$$\int_0^{2\pi} \frac{ds}{k} = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) \pi = \frac{a^2 + b^2}{ab} \pi$$

$$J_c = \frac{a^3 b^3}{a^2 + b^2} \frac{\pi}{16} = \frac{a^3 b^3}{5,09 (a^2 + b^2)} \quad (29)$$

c) *Szabályos sokszög* (oldalhossz: a ; beírt kör sugara:

$$r = \frac{d}{2}; \text{ oldalak száma: } n; \text{ kerület: } na = K; \text{ terület: } F)$$

$$\int \frac{ds}{k} = n \int \frac{ds}{r} = \frac{n \cdot a}{r} = \frac{K}{r}; \quad F = \frac{nar}{2} = \frac{Kr}{2}$$

$$J_c = \frac{F^2 r}{K} = \frac{F^2 r}{n \cdot a} = \frac{nar^3}{4} = \mathbf{0,250 nar^3} \quad (30)$$

pl. *nyolcszög esetén*:

$$J_c = 2ar^3 \quad (2,08 ar^3)$$

hatszög esetén:

$$J_c = 1,5 ar^3 \quad (1,596 ar^3)$$

négyszög esetén:

$$J_c = 1,0 ar^3 = 0,125 a^4 \quad (0,141 a^4)$$

háromszög esetén:

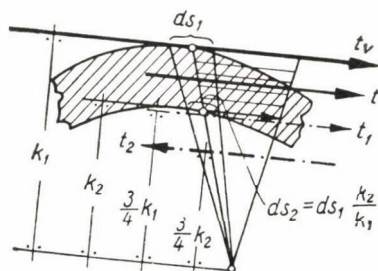
$$J_c = 0,75 ar^3 = 0,018 a^4 \quad (0,0217 a^4).$$

A zárójeles értékek a pontos értékek. Az eltérés sokszögek esetében nem jelentős, négyszög és háromszög esetében lényegesebb (20%)

d) *Négyszög*: $F = ab$; $F^2 = a^2b^2$;

$$\int \frac{ds}{k} = 2 \int_a \frac{ds}{b/2} + 2 \int_b \frac{ds}{a/2} = 4 \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) = \frac{a^2 + b^2}{ab}$$

$$J_c = \frac{a^3 b^3}{4(a^2 + b^2)}. \quad (31)$$



9. ábra

Az elméleti és kísérleti eredmények szerint a csavarási inercianyomaték az oldalviszonyok függvénye, így ha $a = b$ az osztó 7,11, azaz a 4 helyébe a nevezőben 3,56 s általában 3,6 kerül; ha $b \gg a$, akkor az osztó 3 s így az általánosan érvényes képlet négyszögre az alábbi

$$J_c = \frac{1}{\eta'} \frac{a^3 b^3}{4(a^2 + b^2)} \quad (32)$$

$$\text{ahol } \eta' = 0,75 + 0,15 \frac{a}{b}. \quad (33)$$

$$\text{Ha } b \gg a, \text{ a pontos képlet } J_c = \frac{1}{3} a^3 b. \quad (32a)$$

Az elcsavarodási szög, ill. a fajlagos elcsavarodás J_c ismeretében az (5) szerint

$$\vartheta_0 = \frac{M_c}{G J_c}$$

számítható.

Vastagfalú csőre kifejtve a fentebb elmondottakat a 6., 8. és 9. ábra szerinti jelölésekkel a következők írhatók fel:

$$t_{v2} = \frac{3}{4} \tau_2 \frac{k_2}{k_1} = \frac{3}{4} \frac{1}{3} \tau_2 k_2 \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 = \frac{1}{4} \tau_1 k_2 \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^3$$

$$t_v = t_{v1} - t_{v2} = \frac{1}{4} \tau_1 k_1 - \frac{1}{4} \tau_1 k_2 \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^3 = \frac{1}{4} \tau_1 k_1 \left[1 - \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^4 \right] = \frac{1}{4} \tau_1 k_1 \beta \quad (34)$$

$$dL_b = \frac{1}{2} \gamma t_v ds_1 = \frac{1}{8} \frac{\tau_1^2}{G} k_1 \beta = \frac{M_c^2}{2F_1^2 G} \frac{ds_1}{k_1} \frac{\beta}{\alpha^2} \quad (35)$$

$$L_b = \int dL_b = \frac{M_c^2}{2F_1^2 G} \cdot \frac{\beta}{\alpha^2} \int \frac{ds_1}{k_1} \quad (36)$$

s végül az $L_k = L_b$ alapján

$$J_c = \frac{\alpha^2}{\beta} \frac{F_1^2}{\int \frac{ds_1}{k_1}} \sim \alpha \frac{F_1^2}{\int \frac{ds_1}{k_1}} \quad (37)$$

ahol

$$\alpha = 1 - \frac{F_2}{F_1} \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 \sim 1 - \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^4 \sim 1 - \left(\frac{F_2}{F_1} \right)^2$$

$$\beta = 1 - \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^4 \sim 1 - \left(\frac{F_2}{F_1} \right)^2 \quad (38)$$

Körgyűrű esetén

$$\alpha = \beta = 1 - \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^4 ; \int \frac{ds_1}{k_1} = 2\pi$$

$$J_c = \frac{r_1^4 \pi}{2} \alpha \quad (39)$$

Vékonyfalú cső esetében a 7. ábra szerinti jelölésekkel, minthogy

$$\alpha = \beta = 1 - \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^4 = 4 \frac{\delta}{k}$$

$$F_1^2 = F^2 \left(1 + \frac{\delta}{2k} \right)^4 \cong F^2 \left(1 + 2 \frac{\delta}{k} \right)$$

$$\int \frac{ds_1}{k_1} = \int \frac{ds \cdot k_1}{k_1 k} = \int \frac{ds}{k} ;$$

$$J_c = \frac{F_1^2}{\int \frac{ds_1}{k_1}} = 4 \frac{\delta}{k} \frac{F^2 \cdot \left(1 + 2 \frac{\delta}{k} \right)}{\int \frac{ds}{k}} = \frac{4 F^2 \delta}{k \int \frac{ds}{k}} = \frac{4 F^2 \delta}{\int ds}$$

azaz

$$J_c = \frac{4 F^2 \delta}{K} \quad (40)$$

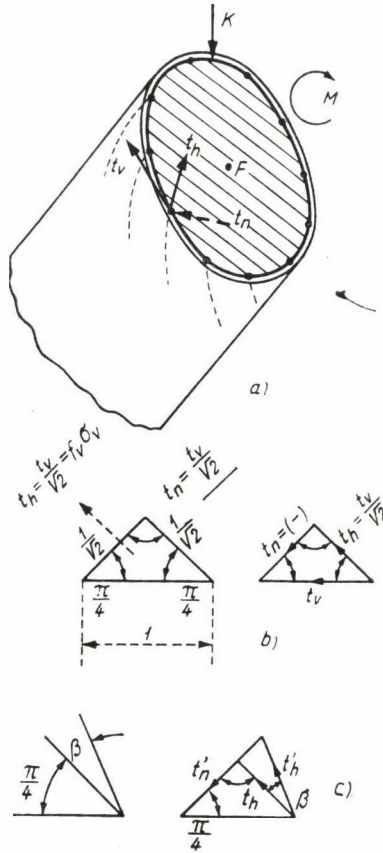
ahol az átlagos csőkerület: $K = \int ds$ és δ az átlagos falvastagság.

Vékonyfalú körgyűrű esetében, ha az átlagos sugár r , a csővastagság δ ,

$$J_c = \frac{4 \cdot r^4 \pi^2 \cdot \delta}{2 r \pi} = 2 r^3 \pi \delta = 2 F r \delta = F' r^2 = K_c r \quad (41)$$

ahol

$$F' = 2 r \pi \delta, \quad K_c = 2 F \delta.$$



10. ábra

4. A vasbetonrúd csavarási vasalásának számítása. Az előzőekben ismertett alap gondolatok figyelembevételével a vasbetonrúdban alkalmazott csavarási vasalás számítása, a számítás alapképletei igen egyszerű módon állíthatók elő.

A vasbetonrúdban kétféle vasalás elrendezés jöhet szóba :

a) *csavarvonalkenygyeles-vasalás*, amikor a csavarvonal alakban — rendszeren a főhúzófeszültségek irányában — kialakított vasbetétek veszik fel a betonban a húzásokat, míg a nyomásokat maga a beton viseli.

b) *rúdtengelymenti vasalás* és reá merőlegesen elhelyezett *kengyelek*, az ún. *kengyelezett hosszvasalás*. Ez esetben a húzófeszültségeket a hosszvasbetétek és kengyelek együttesen veszik fel.

Vasbetonrudak csavarási vasalásának megállapításához feltételezzük, hogy e rugalmas elmélet alapján számított τ feszültségekből keletkező húzóerőket — a keresztmetszet megrepedése után — egyedül a vasalás tartozik felvenni, e nyomásokat azonban a beton maga képes elviselni. Megjegyzem, ha a plasztikus alakváltozások s az ezekkel járó törési feszültségek felléptét megengedjük, s a vasalást ennek alapján határozzuk meg, a szükséges vasmenyiség, de természetesen a rúd teherbírása is nagyobb.

a) *Csavarvonal-kengyeles-vasalás*. Legyen a csavarási vasalás a főhúzófeszültségek irányába eső, 45° -os elrendezésű; a rúdtengelyre merőleges keresztmetszetben a csavarvonalas húzott vasbetétek döféspontjain átmenő kerület nagysága K , a közbezárt terület F , a vasbetétek súlyvonalára redukált csúsztatóerő egységnyi ívelemre vonatkoztatva t_v (10a. ábra), az egységnyi ívhosszra eső vasbetét mennyisége, a vasbetét tengelyére merőleges keresztmetszeti terület f_v . Ekkor az egységnyi ívhosszra eső 45° -os főhúzóerő

$$t_h = \frac{t_v}{\sqrt{2}}$$

s főnyomóerő t_n (10b ábra).

Ezekkel a jelölésekkel az egységnyi ívhosszra eső csúsztató erő és az f_v vasbetétmennyiség között az összefüggés

$$t_v = t_h \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2} f_v \cdot \sigma_v \quad (42)$$

a teljes K területre jutó vasmenyiség által felvett csúsztató erő

$$K t_v = \sqrt{2} K f_v \cdot \sigma_v = \sqrt{2} F_v \sigma_v \quad (43)$$

ahol F_v az átmetszett vasbetétek teljes területe. Ebből

$$t_v = \frac{\sqrt{2} F_v \sigma_v}{K} \quad (42a)$$

a (10) alatti egyenlőség alapján

$$M_c = \frac{3}{2} t F = \frac{3}{2} \frac{4}{3} t_v F = 2 t_v F \quad (44)$$

minthogy $t_v = \frac{3}{4} t$ ill. $t = \frac{4}{3} t_v$

végül (42a)-t behelyettesítve

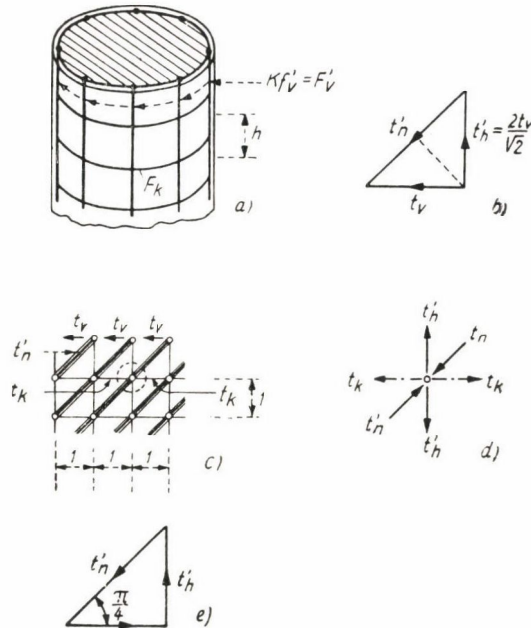
$$M_c = \frac{2 \sqrt{2} F_v \sigma_v F}{K} \quad (44a)$$

és a keresett vasmennyiség, σ_{vH} határfeszültség mellett

$$F_{vH} = \frac{M_c K}{2 \sqrt{2} F \sigma_{vH}} \quad (45)$$

Ha a csavarvonal-betét a rúttengellyel $\frac{\pi}{4}$ -től β -val eltérő szöget zár be, a 10c ábra szerint

$$t'_h = \frac{t_h}{\cos \beta} \quad (46)$$



11. ábra

így a (45) képlet helyébe az

$$F_{vH} = \frac{M_c K}{2 \sqrt{2} \cdot \cos \beta F \sigma_{vH}} \quad (45a)$$

kerül.

b) *Hosszvasalás kengyelekkel.* A húzásra igénybe vett hosszirányi vasbetétek önmagukban nem biztosítanak statikai egyensúlyt, az csak kengyelek alkalmazásával érhető el. Így az egymásra merőleges vasalás a húzó igénybevételeket, a beton a nyomásokat hivatott felvenni Ennek az elrendezésnek előnye, hogy bármely csavarónyomaték értelem mellett alkalmazható (11. ábra).

A *hosszbetétek* területét (F'_{vH}) a (45a) képlet segítségével $\cos \beta = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ helyettesítéssel kapjuk (l. 11. ábra)

$$F'_{vH} = \frac{M_c K}{2 F \sigma_{vH}}. \quad (47)$$

A *kengyelek* egységnyi hosszra ($h = 1$) eső keresztmetszeti területe (f_k) által felvehető húzóerő

$$t_k = f_k \sigma_{vH}$$

a 11b—e ábrák tanúsága szerint — egy kiragadott képelt csomópont egyensúlya alapján — t_v esúsztató erővel egyenlő s így a (44) egyenlőség alapján

$$M_c = 2 t_v F = 2 t_k F = 2 f_k \sigma_{vH} F. \quad (48)$$

Ebből

$$f_k = \frac{M_c}{2 F \sigma_{vH}}. \quad (49)$$

Végül „ h ” kengyeltávolság mellett egy kengyel szükséges keresztmetszeti területe

$$F_{kH} = f_{kH} \cdot h$$

az

$$F_{kH} = \frac{M_c h}{2 F \sigma_{vH}} \quad (49a)$$

képletből nyerhető.

Az (5), (6), (28) képletek alapján — a rugalmas tartományban — valamely „ l ” hosszúságú rúd *csavarási ellenállása* az

$$M_c = G I_c \vartheta_0 = 4 E \frac{1}{8(1+\nu)} \cdot \frac{I_c}{l} \vartheta_0 l = 4 E s_c \vartheta \quad (50)$$

alakban írható fel, ahol — figyelembe véve, hogy ν értéke betonnál $1/4$ — $1/6$ -ra vehető, jó gyakorlati közelítéssel —

$$s_c = 0,1 \frac{I_c}{l} \quad (51)$$

a *csavarási merevségi tényezőt* és

$$\vartheta = \vartheta_0 l \quad (52)$$

az „ l ” hosszúságú rúd *csavarási elfordulását* jelenti.

Összefoglalás. A tanulmány egyenes tengelyű állandó keresztmetszetű, zárt, folytonos, kívülről domború kerületű tömör, illetve vastag falú cső keresztmetszetű rudak *nyírófeszültségének* (τ), valamint *fajlagos elcsavarodá-*

sának (ϑ_0) számítására, közelítő képleteket vezet le, az ún. *kinematikai analógia*: területsebesség konstans segítségével. A kinematikai analógia azt mondja ki, hogy a kerület ívegységnyi szektor területén működő τ feszültségek eredőjének nagysága az ún. területfeszültség, fajlagos csúsztató erő (t) konstans (l. 9. képlet).

Tömör rudak τ és ϑ_0 értékeinek számításához szükséges csavarási keresztmetszeti modulus (K_c) és inercianyomaték (I_c) általános képletei a (12) és (28) alattiak.

Vastag falú csövek esetére a (20) és (37), *vékony falú csövek* esetére a (22) és (40) jelű képletek vezethetők le K_c és I_c számítására.

A tárgyalt alapgondolat segítségével a vasbeton rúd *csavarási vasalására* és csavarási merevségére a gyakorlatban is felhasználható képleteket [a (45), (47) és (49), valamint az (50) és (51) képletek] vezet e.