

AZ EGYENES ALKOTÓJÚ CSIGAHAJTÓPÁROK GEOMETRIÁJÁNAK HAZAI KUTATÁSI EREDMÉNYEI

ERNEY GYÖRGY

[Beérkezett 1968. március 1-én]

Az egyenes alkotójú csigahajtópárok — csigák és csigakerekek — geometriájával és azzal összefüggő technológiájával több hazai kutató foglalkozott. Ezeknek munkája részben szervesen kapcsolódik egymáshoz, részben gyakorlatilag egyidejűleg és egymástól függetlenül folyt. Az eddig végzett kutatómunka egymással helyesen kapcsolódó csigahajtópárok megmunkálását teszi lehetővé. Mivel e téren még igen sok tennivaló van, tudományos és gyakorlati szempontból is igen hasznos volna a kutatók munkáját összefogni a problémák sikeres megoldása érdekében.

Jelölések

- d_{01} a csiga osztóhengerátmérője;
 e a szerszám élcsúcsának távolsága a csiga tengelyvonalától;
 f a szerszám élcsúcsának távolsága a csiga osztóhengeralkotójától;
 g a szerszám élcsúcsának távolsága a szerszámközépvonaltól;
 m a csiga modulja (a tengelysíokban);
 q a csiga átmérőhányadosa;
 r_a a csiga alaphengersugara;
 r_{01} a csiga osztóhengersugara;
 r_t a csiga torokhengersugara;
 r'_t a csiga torokhengersugara $m = 1$ mm esetében;
 s a szerszám vastagsági mérete (fogvastagsága) a szerszámközépvonalon;
 s' a szerszám vastagsági mérete a szerszámközépvonalon $m = 1$ mm esetében;
 s_{1ax} a csiga fogvastagsága az osztóhengeralkotóján;
 t_{ax} a csiga axiális osztása;
 t_n a csiga normálosztása;
 z_1 a csiga fogszáma;
 H a csiga emelkedése;
 α_0 a fogazat alapprofilszöge (normálmetszetben);
 α_{0h} az evolvens fogazat homlok-alapprofilszöge;
 α_{ax} axiális profilszög (profilszög a csiga tengelymetszetében az osztóhengeren);
 β_a az evolvens fogazat alaphengeri foghajlásszöge;
 β_{01} a csiga osztóhengeri foghajlásszöge;
 γ_a az evolvens fogazat alaphengeri emelkedési szöge;
 γ_{01} a csiga osztóhengeri emelkedési szöge;
 γ_s a csigát megmunkáló szerszám döntési szöge;
 ψ alkotószög;
 ξ a csiga osztóhengeralkotóján átmenő tengelysík és az ugyanezen osztóhengeralkotón átmenő, a torokhengert érintő (tehát a csiga egyenes alkotóját is tartalmazó) sík által bezárt szög;
 φ segédkszög a homloksíkban (a csiga osztóhengeri fogárokszélességének a homloksíkra való vetülete által kiadódó körív felének megfelelő középponti szög).

I. Bevezetés

A hengeres csigahajtások fogzatának elméletével és geometriájával hazánkban behatóan először néhai SZENICZEI foglalkozott [7, 8], aki a fogaskerekek szerteágazó tudományának sok más területe mellett e területet is tisztázni igyekezett a hazai szakemberek előtt. Ennek során részletesen foglalkozott a csiga fogfelületének egyenes alkotójával és annak viszonylagos helyzetével a csiga tengelyvonalához képest. Megállapította, hogy az egyenes alkotójú csiga fogfelülete olyan csavarfelület, amelyet három adat egyértelműen meghatároz. Ez a három adat:

Az egyenes alkotó merőleges távolsága a csiga tengelyvonalától: ez a *torokhenger sugara*, r_t ;

az egyenes alkotó és a csiga homloksíkja (forgássíkja) által bezárt hegyesség: ezt nevezzük *alkotószögnek* és ψ betűvel jelöljük; és

a csiga *menetemelkedésének*, vagy röviden emelkedésének H -val jelölt *magassága*.

A fogaskerék műhelyrajzáról nemrég készített szabványunk [13] 4.3 szakasza ötféle típusú csigát különböztet meg, aszerint, hogy a csiga fogfelületét meghatározó egyenes alkotó hol és hogyan helyezkedik el a csiga tengelyéhez képest. E tekintetben egy lépéssel tovább megy a csigahajtásokról szóló német szabványnál [14] és a csigahajtások alapprofiljáról ez idő szerint munkában levő nemzetközi ISO-tervezetnél, amelyek csak négyfajta csigáról tesznek említést.

Azt a csigatípust, amelynek egyenes alkotója a tengelysíkban van, *archimedesi csigának* nevezzük; ezt a DIN és az ISO egyaránt *ZA* csigának nevezi.

Ha az egyenes alkotó a csiga alaphengerének érintősíkjába esik és az alaphengeri csavarvonal érintője, kapjuk az *evolvenscsigát*, amit a DIN *ZE* csigának, az ISO (az „involut” szó alapján) *ZI* csigának nevez.

Ha a csiga *fogárkának közepén* húzódó osztóhengeri csavarvonalra merőleges síkban helyezkedik el az egyenes alkotó, kapjuk az ún. *konvolut csigának* azt a típusát, amelyet a DIN és az ISO egyaránt *ZN* csigának nevez. Ilyen csigát állíthatunk elő pl. döntött késsel való esztergálással, ezért ezt DRAHOS [2] *döntött késsel konvolut csigának* nevezi.

A DIN és az ISO nem emlékezik meg a konvolut csigának arról a másik típusáról, amelyet döntött villás alakú késsel lehetne elkészíteni, és amelynek egyenes alkotója ilyenképpen a csiga *fogának közepén* húzódó osztóhengeri csavarvonalra merőleges síkban helyezkedik el. Ezt DRAHOS röviden *ütőkéses konvolut csigának* nevezi, mivel ez a csigatípus az egyenes profilú ütőkéssel fogazott csigakerékkel kifogástalanul kapcsolódik. A többi csigatípushoz hasonló jelölést keresve ezt a csigatípust *ZT* csigának nevezhetjük.

Végül azt a csigát, amelyen az egyenes alkotót a megmunkáló szerszám

fogazás közben javarészből elmunkálja, tehát az egyenes alkotó csak a fogazószerszám palástján található meg, a DIN és az ISO egyaránt *ZK* csigának nevezi. Ez a csigafajta tehát szigorúan véve nem tartozik az egyenes alkotójú csigák sorába.

A továbbiakban egyszerűség kedvéért elsősorban a *ZA*, *ZI*, *ZN*, *ZT* és *ZK* csiga elnevezéseket fogjuk alkalmazni.

Az egyenes alkotójú csigafajták fogfelületeinek geometriai alakját SZŐKE [11] szerint az I. táblázat alapján osztályozhatjuk.

I. táblázat

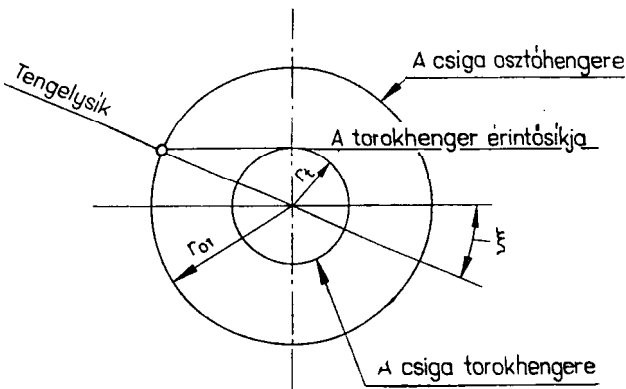
Csiga betűjele	Síkbafejtethegység szerint	Homlokmetzset profilja	Csavarfelület neve
<i>ZA</i>	Torz (nem fejtethő síkba)	Archimedesi spirális	Zárt
<i>ZI</i>	Síkbafejtethető	Csúcsos körevolvens	Nyitott
<i>ZN</i>	Torz (nem fejtethő síkba)	Hurkolt körevolvens	Nyitott
<i>ZT</i>			

II. Az alkotószög

A ψ alkotószög meghatározására SZENICZEI a könyvében [8; 41. old.] egyenletet közöl, amely a ma szokásos jelölésekkel:

$$\tan \psi = \frac{\tan \alpha_0}{\cos \gamma_{01} \cdot \cos \xi} \tag{1}$$

- ahol α_0 a fogazat alaprofilszöge,
- γ_{01} a csiga osztóhengeri emelkedési szöge, és
- ξ a csiga osztóhengeralkotóján átmenő tengelysík és az ugyanezen osztóhengeralkotón átmenő, a torokhengert érintő (tehát a csiga egyenes alkotóját is tartalmazó) sík által bezárt szög (1. ábra).



1. ábra. A ξ szög a csiga homloksíkjában

Az ábrából következik, hogy $\sin \xi = r_t/r_{01}$.

Az (1) egyenlet azon alapul, hogy közvetlen összefüggés áll fenn a ψ alkotószög és a csiga tengelysíkjában az osztóhengeren kiadódó α_{ax} axiális profilszög között, amely utóbbit a

$$\tan \alpha_{ax} = \frac{\tan \alpha_0}{\cos \gamma_{01}}$$

egyenletből kaphatunk. Az (1) egyenletből következik, hogy a ψ alkotószög nagyobb a 20° -ra szabványosított α_0 alapprofilszögnél. Ez a *ZA* (archimedesi) csiga és a *ZI* (evolvens) csiga esetében helyes eredményt ad.

A *ZA* (archimedesi) csiga esetében ugyanis $r_t = 0$, tehát $\sin \xi = r_t/r_{01} = 0$, és így az alkotószög az (1) egyenlet alapján:

$$\tan \psi = \frac{\tan \alpha_0}{\cos \gamma_{01}} = \tan \alpha_{ax},$$

tehát a kés egyenes forgácsolólét a tengelysíkra átszámított α_{ax} axiális profilszögre kell beállítani, ami magától értetődően helyes.

A *ZI* (evolvens) csiga esetében pedig, minthogy az ferdefogú evolvens fogazatú hengereskeréknek fogható fel, a torokhenger a csiga alaphengerével azonos, tehát $r_t = r_a$, így $\sin \xi = r_t/r_{01} = r_{a1}/r_{01} = \cos \alpha_{0h}$, vagyis a ξ szög az α_{0h} homlok-alapprofilszög kiegészítő szöge. Ezért $\cos \xi = \sin \alpha_{0h}$, és mivel a β_{01} osztóhengeri foghajlásszög a γ_{01} osztóhengeri emelkedési szög kiegészítő szöge, az (1) egyenletből

$$\tan \psi = \frac{\tan \alpha_0}{\sin \beta_{01} \cdot \sin \alpha_{0h}}$$

Ferdefogú hengereskerékre

$$\tan \alpha_{0h} = \frac{\sin \alpha_{0h}}{\cos \alpha_{0h}} = \frac{\tan \alpha_0}{\cos \beta_0},$$

ahonnan

$$\frac{\tan \alpha_0}{\sin \alpha_{0h}} = \frac{\cos \beta_0}{\cos \alpha_{0h}}$$

Ezt betéve a $\tan \psi$ előbbi egyenletébe

$$\tan \psi = \frac{\cos \beta_{01}}{\sin \beta_{01} \cdot \cos \alpha_{0h}} = \frac{1}{\tan \beta_{01} \cdot \cos \alpha_{0h}},$$

és mivel ferdefogú hengereskerékre $\tan \beta_0 \cdot \cos \alpha_{0h} = \tan \beta_a$, végeredményben

$$\tan \psi = \frac{1}{\tan \beta_a} = \tan \gamma_a, \text{ vagyis } \psi = \gamma_a.$$

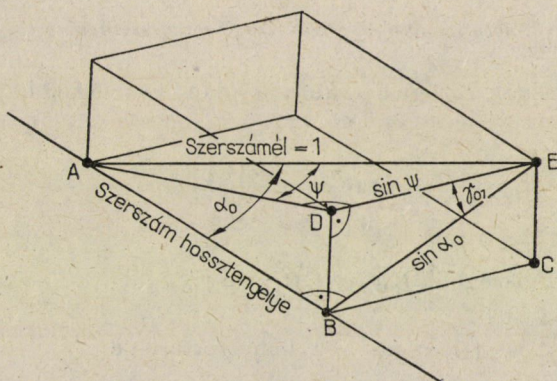
Az alkotó tehát a γ_a emelkedési szögű (β_a foghajlásszögű) csavarvonal érintője, ami valóban fennáll.

Konvolut csigák esetében azonban az (1) egyenlet nem érvényes, mint arra VARGA ISTVÁN tanulmányában [12] rámutatott. A ψ alkotószög helyes értékét, amelyet KÖNIGER már 1938-ban publikált [3], VARGA a döntött kés egyenes forgácsolóélének hosszegységével felrajzolt egyszerű térbeli ábrájával igen szemléletesen kapja meg (2. ábra). Az EBD háromszögből

$$\sin \psi = \sin \alpha_0 \cdot \cos \gamma_{01}. \quad (2)$$

Az ábrán az ABC pontok által meghatározott sík párhuzamos a csiga tengelysíkjával, az ADE sík a torokhenger érintősíkja, és az ABE sík a döntött szerszám homloksíkja (homloksíkjának felülete). A világos ábrához egyéb magyarázat felesleges.

Megjegyzendő, hogy az egységnyi szerszámélel felrajzolt térbeli ábrát már SZENICZEI is alkalmazta [8; 46. old., 49. ábra], de a konvolut csigákra vonatkozó, említett következtetés nem jutott el.



2. ábra. Konvolut csigák szögeinek összefüggése

Gyakorlatilag VARGÁVAL egyidejűleg azonos eredményre jutott — bár más gondolatmenettel — DRAHOS ISTVÁN is [2]. VARGA a technológus szemével, DRAHOS a géométer szemszögéből oldotta meg a feladatot: mindketten világosan és egyszerű módon.

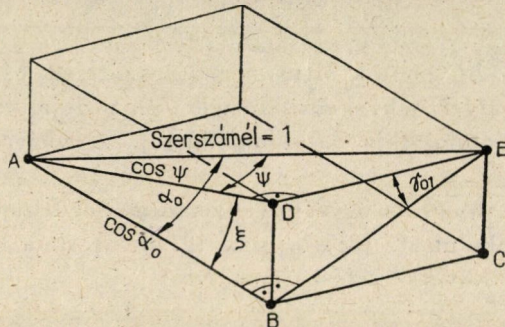
Érdekesen alakul egyébként a konvolut csigák alkotószögének kérdése, ha a 2. ábrába bejelöljük a tengelysík és a torokhenger érintősíkja által bezárt ξ szöget (3. ábra). A csiga homloksíkjában (forgássíkjában) ugyanis az ABD háromszögből

$$\cos \psi = \frac{\cos \alpha_0}{\cos \xi}, \quad (3)$$

és a (2) egyenletet a (3) egyenlettel elosztva

$$\tan \psi = \frac{\sin \alpha_0 \cdot \cos \gamma_{01} \cdot \cos \xi}{\cos \alpha_0} = \tan \alpha_0 \cdot \cos \gamma_{01} \cdot \cos \xi. \quad (4)$$

Látható, hogy a ZA és ZI (archimedesi és evolvens) csiga (1) egyenletétől a (4) egyenlet annyiban tér el, hogy a $(\cos \gamma_{01} \cdot \cos \xi)$ tag itt nem osztóként, hanem szorzóként szerepel.



3. ábra. Konvolut csigák szögeinek összefüggése

A konvolut csigák ξ szöge a 3. ábra alapján egyszerűen kapható. Az ABD háromszögből

$$\tan \xi = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}},$$

ahol az EBD háromszögből $\overline{BD} = \overline{EB} \cdot \sin \gamma_{01}$.

$\overline{EB} = \sin \alpha_0$ és $\overline{AB} = \cos \alpha_0$ -t behelyettesítve

$$\tan \xi = \frac{\sin \alpha_0 \cdot \sin \gamma_{01}}{\cos \alpha_0} = \tan \alpha_0 \cdot \sin \gamma_{01}. \quad (5)$$

A (4) egyenletből

$$\cos \xi = \frac{\tan \psi}{\tan \alpha_0 \cdot \cos \gamma_{01}} \quad (6)$$

és az (5) és (6) egyenletet összeszorozva

$$\sin \xi = \tan \psi \cdot \tan \gamma_{01}. \quad (7)$$

Ezen egyenletek némelyikét egyébként már MAGYAR is közölte [5].

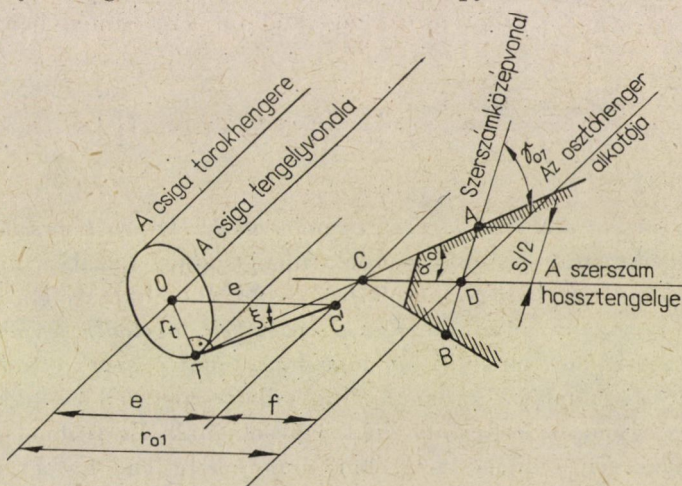
DRAHOS és VARGA érdeme továbbá, hogy mindketten rámutattak arra is, hogy a különböző konvolut csigáknak (a DRAHOS által „normál konvolut-

„nak” nevezett csigának, az egyeneselű döntött késsel esztergált ZN vagy „döntött késes konvolut” csigának és az egyeneselű ütőkéssel fogazott csigakerékkel helyesen kapcsolódó ZT vagy „ütőkéses konvolut” csigának, amely utóbbit SZENICZEI „fantom konvolut csigának” nevezett) a ψ alkotószöge egymásközt azonos, csak a torokhengersugarai különböznek.

III. A torokhenger sugara

Az egyenes alkotójú konvolut csigák előállításának módját elemezve VARGA kifejti [12], hogy mivel a kés döntése miatt a szerszám hossz tengelyén átmenő tengelysík fölé emelt szerszámélnek megfelelő torokhengersugár mindig a tengelysík alá esik, a sugár számértéke algebrailag kifejezve tulajdonképpen negatív szám.

A döntött késsel fogazott ZN-csiga r_t torokhengersugara DRAHOS és VARGA szinte egyidejű vizsgálatai szerint a 4. ábra alapján, de az előbbieken már



4. ábra. A döntött késsel fogazott konvolut csiga (az ún. ZN csiga) torokhengersugara

említett ξ szög segítségével a következőképpen adódik: Az ACD háromszögből a szerszám élesúcsának távolsága a csiga osztóhengeralkotójától:

$$f = \overline{CD} = \frac{s}{2} \cdot \cot \alpha_0,$$

ahol s a szerszám vastagsági mérete a szerszám középvonalon (az osztóhenger érintősíkján). A homloksíkban levő OTC' háromszögből

$$r_t = \overline{OC'} \cdot \sin \xi = e \cdot \sin \xi, \tag{8}$$

ahol algebrailag kifejezve $e = f - r_{01} = -(r_{01} - f)$, tehát

$$r_t = -\left(r_{01} - \frac{s}{2} \cdot \cot \alpha_0\right) \cdot \sin \xi.$$

Viszont a (7) egyenletet behelyettesítve és figyelembe véve, hogy $r_{01} = mq/2$ és $s = (t_n/2) \cdot \cos \gamma_{01} = (m\pi/2) \cdot \cos \gamma_{01}$:

$$\begin{aligned} r_t &= -\left(\frac{mq}{2} - \frac{m\pi}{4} \cdot \cot \alpha_0 \cdot \cos \gamma_{01}\right) \cdot \sin \xi = \\ &= -\frac{m}{2} \tan \psi \cdot \tan \gamma_{01} \cdot \left(q - \frac{\pi}{2} \cdot \cot \alpha_0 \cdot \cos \gamma_{01}\right). \end{aligned}$$

A zárójeles tagot $\tan \gamma_{01}$ -el beszorozva és tekintetbe véve, hogy $q \cdot \tan \gamma_{01} = z_1$, a ZN csiga torokhengerek sugara végeredményben:

$$r_t = -\frac{m}{2} \cdot \tan \psi \cdot \left(z_1 - \frac{\pi}{2} \cdot \cot \alpha_0 \cdot \sin \gamma_{01}\right). \quad (9)$$

Az egyeneselű ütőkéssel fogazott csigakerékkel helyesen kapcsolódó ZT-csiga r_t torokhengerek sugárát hasonló gondolatmenet adja, azzal a különbséggel, hogy a szerszám két éle a csigakerék felé összetart, tehát a csiga megmunkálásakor a két egyenes alkotó a csiga tengelye felé távolodik egymástól. Olyan egyeneselű szerszámot, amelyik egy fogásban, tehát egyszerre tudná az ilyen csiga mindkét fogoldalát készremunkálni, villaszerűen kellene kiképezni, amikor is a villa egymás felé forduló élei forgácsolnának. Ez technológiailag csak nagyon nehézkesen oldható meg, bár nem lehetetlen. Ez a magyarázata annak, hogy miért kell ezt a csigát a szokásos 20°-os profilszögű egyszerű kétélű késsel egymást követő két fogásban simítani: először az egyik fogoldalt, majd a másikat, mint ahogy azt SZENICZEI ajánlotta [8; 235. old.].

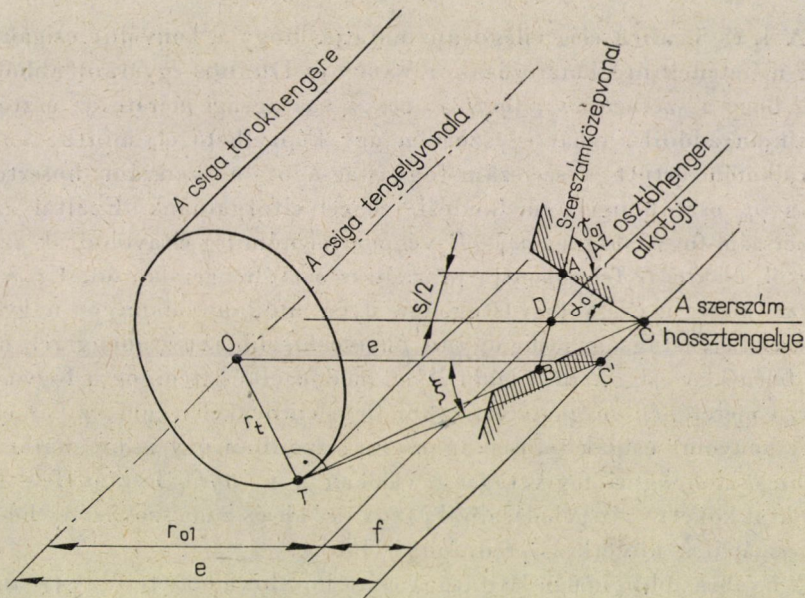
Ugyanez a tény vezetett arra a tévedésre, miszerint nem lehet egyeneselű ütőkéssel fogazni olyan csigakereket, amely helyesen kapcsolódik a csigával [9; 109–110. old.], amely tévedés ugyanezen mű 2. kiadásába is bekerült [10; 401–403. old.]. Ez a megállapítás a ZA és ZI csiga, valamint az egyeneselű döntött késsel esztergált ZN csiga csigakerékének ütőkéssel való megmunkálására érvényes ugyan, de az ezeknél némileg bonyolultabban, ámbár egyeneselű késsel előállítható ZT csiga kifogástalan kapcsolódást tesz lehetővé az egyeneselű ütőkéssel fogazott csigakerékkel, mint azt VARGA vizsgálatai szerint a gyakorlat is igazolta.

A ZT csiga torokhengersugara (ugyancsak VARGA és DRAHOS szerint) az 5. ábra alapján a homloksíkban levő OTC háromszögből a (8) egyenlettel egyezően

$$r_t = \overline{OC} \cdot \sin \xi = e \cdot \sin \xi,$$

ahol algebrailag $e = -(r_{01} + f)$ és az ACD háromszögből $f = \overline{CD} = (s/2) \cdot \cot \alpha_0$, tehát

$$r_t = -\left(r_{01} + \frac{s}{2} \cot \alpha_0\right) \cdot \sin \xi,$$



5. ábra. Az ütőkéssel fogazott csigakerékkel helyesen kapcsolódó konvolut csiga (az ún. ZT csiga) torokhengersugara

ami csak a zárójeles rész második tagjának előjelével tér el az előbb tárgyalt ZN csiga hasonló kifejezésétől. Ennek megfelelően a ZT csiga torokhengersugara végeredményben

$$r_t = -\frac{m}{2} \cdot \tan \psi \cdot \left(z_1 + \frac{\pi}{2} \cdot \cot \alpha_0 \cdot \sin \gamma_{01}\right). \quad (10)$$

Az r_t negatív előjele a (9) és (10) egyenletben egyaránt figyelmeztet arra, hogy a torokhengersugar mindkét esetben lefelé mutat, amire — mint említettük — VARGA élesen rámutatott.

Utalunk az 1. ábra alapján nyert $\sin \xi = r_t/r_{01}$ összefüggésre, amely ZA és ZI (archimedesi és evolvens) csigák esetében megfelelőnek bizonyult. Ezt az összefüggést a kétfajta (ZN és ZT) konvolut csigának (8) egyenletével

összehasonlítva látjuk azt a különbséget, amely az (1) egyenlet általános érvényének téves felfogására vezetett. Konvolut csigáknál ugyanis r_{01} helyett a szerszám egyenes élének C metszéspontjától (a szerszám élcsúcsától) a csiga tengelyvonaláig számított e távolsággal kell számolni, és láttuk, hogy a ZN csiga esetében a 4. ábra szerint $e < r_{01}$, a ZT csiga esetében pedig az 5. ábra szerint $e > r_{01}$.

IV. A torokhengersugár másfajta értelmezése

A 4. és 5. ábra elég világosan mutatja, hogy a konvolut csigák torokhenger-méretének meghatározásakor VARGA és DRAHOS egyaránt abból indultak ki, hogy a szerszám $s = (m\pi/2) \cdot \cos \gamma_{01}$ vastagsági mérete az osztóhenger érintősíkján adódik, tehát egyszerűen úgy képzelhető el, mintha az osztóhengeralkotón értett s szerszám-fogvastagságot a szerszám hossz tengelye körül a γ_{01} osztóhengeri emelkedési szöggel elforgatnánk. Ezáltal azonban az s szerszám-fogvastagság A és B végpontjai némileg eltávolodtak az osztóhengertől, csak a D felezőpontja maradt az osztóhengeralkotón. Ez azt eredményezi, hogy a csiga fogvastagsága ilyen módon valamivel nagyobb, a csigakerék fogvastagsága pedig ugyanennyivel kisebb az osztóhengeri t_n normál-osztás felénél. A csigahajtást lehet ilyen módon elkészíteni, de a fogvastagság ellenőrző méretének meghatározásakor figyelembe kell venni ezt az eltérést.

A konvolut csigák torokhengersugara azonban úgy is meghatározható, hogy az osztóhengeri fogvastagság valóban a t_n normál-osztás fele legyen. Ezt az utat követte vizsgálódásainál MACYAR [4], és a ma szokásos jelölésekkel a ZN csigánál a következő eredményre jutott:

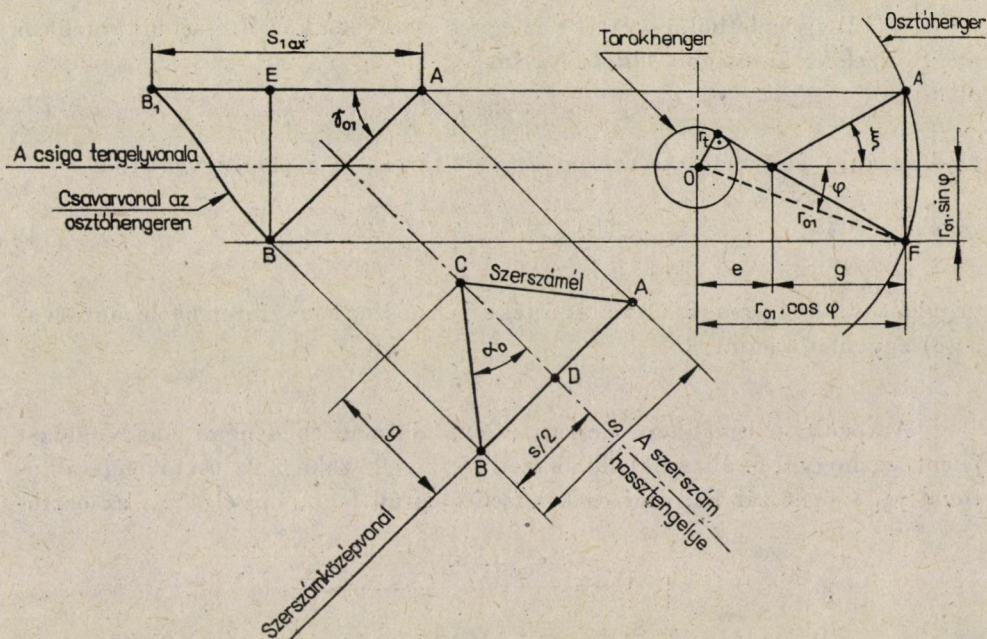
A 6. ábra jobboldalán látható a csiga homlokmetsete; az \overline{AF} távolság a $s = \overline{AB}$ fogvastagságának vetülete. Az előlnézetben (az ábra bal oldalán) látható ABE háromszöget figyelembe véve

$$\frac{\overline{AF}}{2} = r_{01} \cdot \sin \varphi = \frac{\overline{BE}}{2} = \frac{s}{2} \cdot \sin \gamma_{01}. \quad (11)$$

A φ szöveget abból az elgondolásból kapjuk, hogy az $s = \overline{AB}$ fogvastagságú és által kivágott fogárokszélesség, tehát a fogvastagság is a csiga osztóhengeralkotóján (tehát axiális irányban) egyaránt a $t_{ax} = m\pi$ axiális osztás fele, vagyis

$$s_{1ax} = \frac{t_{ax}}{2} = \frac{m\pi}{2},$$

és a 6. ábra bal oldala szerint az $s_{1ax} = \overline{AB}$ távolság az $s = \overline{AB}$ szerszám-fogvastagság $\overline{AE} = s \cdot \cos \gamma_{01}$ vetületéből és a BB_1 csavarvonalszakasznak megfelelő \overline{EB}_1 emelkedés-hányadból áll. Az \overline{EB}_1 a csavarvonal H emelke-



6. ábra. A döntött kék geometriai viszonyai MAGYAR szerint [4]

désének olyan része, amely az ábra jobb oldalán látható \widehat{AF} körívnek megfelelő 2φ középponti szöghöz tartozó elfordulásnak felel meg, vagyis

$$\frac{\overline{EB}_1}{H} = \frac{\text{arc } 2\varphi}{2\pi} = \frac{\text{arc } \varphi}{\pi},$$

mivel pedig $H = t_{ax} \cdot z_1 = m\pi z_1$, tehát $\overline{EB}_1 = mz_1 \cdot \text{arc } \varphi$.

Ezek szerint $\overline{AE} = s_{1ax} - \overline{EB}_1 = m\pi/2 - mz_1 \cdot \text{arc } \varphi$ és $\overline{BE} = \overline{AF} = 2r_{01} \cdot \sin \varphi = mq \cdot \sin \varphi$.

Viszont az ábra bal oldala szerint

$$\tan \gamma_{01} = \frac{\overline{BE}}{\overline{AE}} = \frac{z_1}{q};$$

ebbe behelyettesítve a \overline{BE} és \overline{AE} értékeit

$$\frac{mq \cdot \sin \varphi}{m(\pi/2 - z_1 \cdot \text{arc } \varphi)} = \frac{z_1}{q},$$

amit némileg átrendezve

$$\left(\frac{q}{z_1}\right)^2 \cdot \sin \varphi + \text{arc } \varphi = \frac{\pi}{2z_1}. \tag{12}$$

A (12) egyenletből a φ értéke az egyes esetekben közelítéssel határozható meg. Ezzel az ábra jobb oldala szerint

$$e = r_{01} \cdot \cos \varphi - g, \quad (13)$$

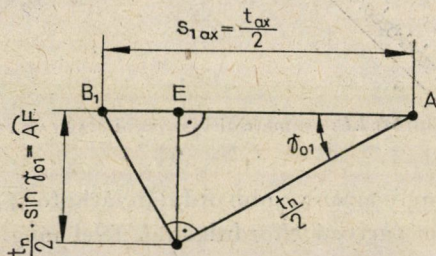
ahol az ábra alsó vetülete szerint $g = s/2 \tan \alpha_0$ és a (11) egyenletből

$$s = \frac{2r_{01} \cdot \sin \varphi}{\sin \gamma_{01}} = \frac{mq \cdot \sin \varphi}{\sin \gamma_{01}}, \quad (14)$$

végül a torokhengersugár abszolút értéke (természetesen szintén lefelé mutatva) a (8) egyenlet szerint

$$r_t = e \cdot \sin \xi.$$

A közölt — egyébként helyes — gondolatmenetben némi elhanyagolást jelent az, hogy a 6. ábra bal oldala szerint az \overline{AB} szakasz az osztóhengeralkotóval γ_{01} szöget zár be, ami csak közelítőleg áll fenn, mivel a γ_{01} az osztó-



7. ábra. Összefüggés a síkbafejtett osztóhengerpaláston

henger palástján mutatkozó szög, és nem az ABE háromszöget tartalmazó — függőlegesen ábrázolt — síkon, amely az A és F pontokon átmenő osztóhengeralkotókban metszi az osztóhengert. E síkon mutatkozó $\gamma_s = EAB \sphericalangle$, amellyel a szerszámot ez esetben dönteni kell, némileg eltér a γ_{01} szögtől. Az eltérés csekély, úgyhogy gyakorlatilag elhanyagolható volna. Mivel azonban a (12) egyenlettel való közelítő számítás kissé nehézkessé teszi az ismertített eljárást, helyett egyszerűbb és helyesebb is abból kiindulni, hogy az osztóhenger palástján az $s = \overline{AB}$ szerszám-fogvastagságnak megfelelő csavarvonal-ív hossz t_n normálosztás felével egyenlő, és a lefejtett paláston egyenesnek mutatkozó csavarvonal $\overline{AB} = t_n/2$ szakaszának a homloksíkra való vetülete a 7. ábra szerint a lefejtésben $(t_n/2) \cdot \sin \gamma_{01}$ -el egyenlő, és ez felel meg a 6. ábra jobb oldalán az \overline{AF} ívhossznak. Ez az ívhossz úgy aránylik az osztókör kerületéhez, mint a hozzá tartozó 2φ középponti szög a 360° -hoz, tehát

$$\frac{t_n}{2} \cdot \sin \gamma_{01}}{d_{01} \pi} = \frac{2 \cdot \text{arc } \varphi}{2\pi},$$

ahonnan

$$\text{arc } \varphi = \frac{t_n \cdot \sin \gamma_{01}}{2mq}$$

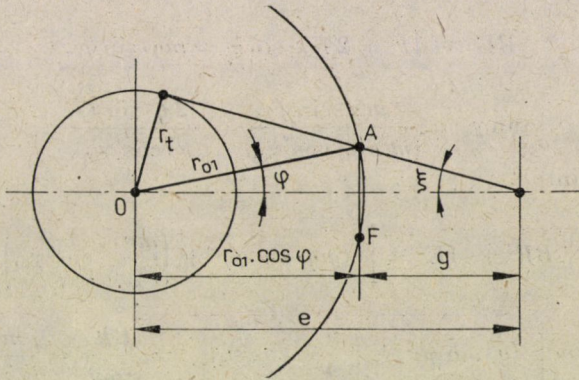
Mivel pedig $t_n = t_{ax} \cdot \cos \gamma_{01} = m\pi \cdot \cos \gamma_{01}$, ezt behelyettesítve

$$\text{arc } \varphi = \frac{\pi \cdot \sin \gamma_{01} \cdot \cos \gamma_{01}}{2q} \quad (15)$$

Az így nyert pontos φ szöggel és a (13) egyenletből a ZN csigára kapott

$$e = r_{01} \cdot \cos \varphi - g = \frac{mq}{2} \cdot \cos \varphi - \frac{s}{2 \cdot \tan \alpha_0} \quad (16)$$

értékkel az r_t torokhengersizűgár a (8) egyenletből meghatározható.



8. ábra. A ZT csiga geometriai viszonyai a homloksíkban

A ZT csigánál a φ szög az előbbivel azonos, az e számításánál azonban — a 4. és 5. ábra közti eltéréssel összhangban — a 6. ábra jobb oldala helyett a 8. ábrát kell figyelembe venni, úgyszólván a (16) egyenlettel eltérően

$$e = r_{01} \cdot \cos \varphi + g = \frac{mq}{2} \cdot \cos \varphi + \frac{s}{2 \cdot \tan \alpha_0} \quad (17)$$

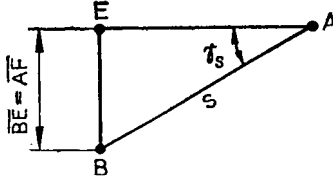
Az r_t abszolút értéke természetesen itt is a (8) egyenletből adódik, az e eltérő volta miatt azonban a számértéke más, mint a ZN csigánál.

Az s szerszám-fogvastagság értékére vonatkozó (14) egyenlet szintén csak megközelítőleg érvényes, ugyancsak a 6. ábra bal oldalán feltüntetett γ_{01} szög közelítő jellege miatt. A helyes értéket akkor kapjuk, ha figyelembe vesszük, hogy a γ_{01} szög az osztóhenger palástjának lefejtésében jelentkezik, és az \overline{AE} távolság helyes értéke a 6. ábra bal oldalának lefejtéséből adódó

7. ábra szerint:

$$\overline{AE} = \frac{t_n}{2} \cdot \cos \gamma_{01} = \frac{t_{ax} \cdot \cos \gamma_{01}}{2} \cdot \cos \gamma_{01} = \frac{m\pi}{2} \cdot \cos^2 \gamma_{01}.$$

A szerszámot tehát nem a γ_{01} szöggel kell dönteni, hanem — mint említettük — egy ettől némileg eltérő γ_s szöggel, amely a 9. ábra szerint



9. ábra. A szerszám γ_s döntésszögének meghatározása

adódik: $\tan \gamma_s = \overline{BE}/\overline{AE}$, ahol a 6. ábra szerint

$$\overline{BE} = \overline{AF} = 2 r_{01} \cdot \sin \varphi = m q \cdot \sin \varphi,$$

tehát

$$\tan \gamma_s = \frac{m q \cdot \sin \varphi}{(m \pi/2) \cos^2 \gamma_{01}} = \frac{2 q \cdot \sin \varphi}{\pi \cdot \cos^2 \gamma_{01}}. \quad (18)$$

A 9. ábra szerint

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{\overline{BE}^2 + \overline{AE}^2} = \sqrt{(m q \cdot \sin \varphi)^2 + \left(\frac{m\pi}{2} \cdot \cos^2 \gamma_{01}\right)^2} = \\ &= m \sqrt{(q \cdot \sin \varphi)^2 + \left(\frac{\pi}{2} \cdot \cos^2 \gamma_{01}\right)^2} = \frac{\overline{BE}}{\sin \gamma_s} = \frac{m q \cdot \sin \varphi}{\sin \gamma_s}. \quad (19) \end{aligned}$$

Pontos számítás esetén ezt az s -értéket kell a (16) és (17) egyenletekben figyelembe venni.

A φ alkotószög, a ξ és φ szög értékeit, a (19) egyenlet alapján számított $s^* = s/m$ értékeket, a (18) egyenlettel nyert γ_s szögeket, valamint a kétféle (a döntött késes ZN és az ütökéses ZT) konvolut csiga r_t torokhenger-sugarának $m = 1$ mm modulra számított $r'_t = r_t/m$ értékeit a II.—V. táblázatok tartalmazzák $z_1 = 1 \sim 4$ csigafogszámokra és $q = 14 \sim 8$ átmérő-hányadosokra. A táblázatok alján összehasonlítóképpen közöljük az r'_t értékeit a ZN és ZT csigatípusnak arra az esetére is, amelyet VARCA és DRAHOS vizsgáltak, amelynél tehát a csiga elméleti fogvastagsága az *osztóhenger érintősíkján* adódik, tehát az osztóhenger palástján valamivel nagyobb, és amelyet ennek következtében *növelt fogvastagságú csigának* nevezhetünk, szemben az *elméleti fogvastagságúnak* nevezhető előzőleg tárgyalt konvolut csigafajttal.

A II.—V. táblázatok γ_{01} és γ_s szögértékeinek összehasonlítása mutatja, hogy az eltérés e két szög között igen csekély. Minél nagyobb a csiga z_1 fog-

II. táblázat

$z_1 = 1$ fogú konvolut csigák geometriai adatai

q		14	13	12	11	10	9	8	
γ_{01}		4°05'08,23"	4°23'55,35"	4°45'49,10"	5°11'39,92"	5°42'38,13"	6°20'24,68"	7°07'30,06"	
ψ		19°56'49,23"	19°56'18,90"	19°55'40,72"	19°54'51,76"	19°53'47,52"	19°52'21,01"	19°50'20,55"	
ξ		1°29'07,62"	1°35'56,43"	1°43'52,68"	1°53'14,45"	2°04'26,90"	2°18'06,11"	2°35'05,50"	
φ		0°27'24,67"	0°31'45,88"	0°37'14,48"	0°44'15,73"	0°53'27,92"	1°05'51,22"	1°23'04,61"	
$s' = \frac{s}{m}$		1,566 804	1,566 169	1,565 370	1,564 345	1,563 000	1,561 188	1,558 664	
γ_s		4°05'08,08"	4°23'55,04"	4°45'48,70"	5°11'39,38"	5°42'37,30"	6°20'23,32"	7°07'27,60"	
r _t	elméleti fogvastagság	ZN csiga	0,125 660	0,121 334	0,116 294	0,110 348	0,103 230	0,094 560	0,083 777
		ZT csiga	0,237 252	0,241 407	0,246 232	0,251 901	0,258 653	0,266 826	0,276 909
	növelt fogvastagság	ZN csiga	0,125 665	0,121 342	0,116 305	0,110 363	0,103 252	0,094 593	0,083 830
		ZT csiga	0,237 258	0,241 415	0,246 243	0,251 915	0,258 674	0,266 859	0,276 962

III. táblázat

$\tilde{z}_1 = 2$ fogú konvolut csigák geometriai adatai

q		14	13	12	11	10	9	8	
γ_{01}		8°07'48,37"	8°44'46,19"	9°27'44,36"	10°18'17,45"	11°18'35,75"	12°31'43,70"	14°02'10,48"	
ψ		19°47'25,95"	19°45'27,68"	19°42'59,43"	19°39'50,33"	19°35'43,96"	19°30'15,03"	19°22'42,82"	
ξ		2°56'47,75"	3°10'03,95"	3°25'27,43"	3°43'30,76"	4°04'58,33"	4°30'52,17"	5°02'41,11"	
φ		0°54'00,00"	1°02'25,67"	1°12'58,37"	1°26'24,00"	1°43'50,77"	2°07'03,53"	2°38'49,41"	
$s' = \frac{s}{m}$		1,555 008	1,552 529	1,549 420	1,545 454	1,540 283	1,533 375	1,523 864	
γ_s		8°07'47,14"	8°44'44,48"	9°27'41,72"	10°18'13,61"	11°18'29,68"	12°31'33,75"	14°01'53,26"	
r'_t	elméleti fogvastagság	ZN csiga	0,249 981	0,241 273	0,231 162	0,219 292	0,205 180	0,188 157	0,167 280
		ZT csiga	0,469 602	0,476 985	0,485 430	0,495 167	0,506 488	0,519 761	0,535 440
	növelt fogvastagság	ZN csiga	0,250 025	0,241 332	0,231 243	0,219 405	0,205 342	0,188 397	0,167 651
		ZT csiga	0,469 646	0,477 045	0,485 511	0,495 281	0,506 651	0,520 004	0,535 819

IV. táblázat

$z_1 = 3$ fogú konvolut csigák geometriai adatai

q	14	13	12	11	10	9	8	
γ_{01}	12°05'41,12"	12°59'40,61"	14°02'10,48"	15°15'18,43"	16°41'57,28"	18°26'05,80"	20°33'21,76"	
ψ	19°32'15,95"	19°28'00,66"	19°22'42,82"	19°16'00,72"	19°07'22,49"	18°56'00,22"	18°40'39,51"	
ξ	4°21'39,83"	4°40'43,63"	5°02'41,11"	5°28'13,28"	5°58'14,29"	6°33'56,55"	7°16'58,21"	
φ	1°19'01,46"	1°31'00,67"	1°45'52,94"	2°04'36,92"	2°28'37,43"	3°00'00,00"	3°41'55,06"	
$s' = \frac{s}{m}$	1,535 923	1,530 561	1,523 882	1,515 424	1,504 511	1,490 120	1,470 656	
γ_s	12°05'37,36"	12°59'35,32"	14°02'02,85"	15°15'06,93"	16°41'39,63"	18°25'37,58"	20°32'34,57"	
elméleti fog- vastagság	ZN csiga	0,371 706	0,358 509	0,343 271	0,325 516	0,304 621	0,279 773	0,249 906
	ZT csiga	0,692 594	0,701 523	0,711 435	0,722 434	0,734 594	0,747 900	0,762 122
növelt fog- vastagság	ZN csiga	0,371 846	0,358 693	0,343 519	0,325 857	0,305 102	0,280 468	0,250 940
	ZT csiga	0,692 736	0,701 710	0,711 686	0,722 781	0,735 085	0,748 616	0,763 200

V. táblázat

$z_1 = 4$ fogú konvolut csigák geometriai adatai

q	14	13	12	11	10	9	8		
γ_{01}	15°56'43,43"	17°06'09,82"	18°26'05,80"	19°58'59,20"	21°48'05,07"	23°57'44,95"	26°33'54,19"		
ψ	19°11'58,67"	19°04'49,65"	18°56'00,22"	18°44'57,53"	18°30'55,04"	18°12'44,95"	17°48'46,97"		
ξ	5°42'36,15"	6°06'34,53"	6°33'56,55"	7°05'25,00"	7°41'53,88"	8°24'31,31"	9°14'42,35"		
φ	1°41'53,21"	1°56'45,40"	2°15'00,00"	2°37'39,85"	3°06'12,41"	3°42'40,82"	4°30'00,00"		
$s' = \frac{s}{m}$	1,510 341	1,501 309	1,490 150	1,476 164	1,458 349	1,435 246	1,404 674		
γ_s	15°56'35,38"	17°05'58,65"	18°25'49,93"	19°58'36,15"	21°47'30,27"	23°56'51,38"	26°32'29,40"		
r'_t	elméleti fogvastagság	ZN csiga	0,489 721	0,471 896	0,451 459	0,427 861	0,400 434	0,368 348	0,330 637
		ZT csiga	0,902 585	0,910 902	0,919 595	0,928 472	0,937 170	0,944 991	0,950 666
	növelt fogvastagság	ZN csiga	0,490 025	0,472 292	0,451 982	0,428 566	0,401 398	0,369 965	0,332 554
		ZT csiga	0,902 893	0,911 305	0,920 130	0,929 197	0,938 170	0,946 405	0,952 711

száma és minél kisebb a q átmérőhányadosa, annál nagyobb az eltérés, de még $z_1 = 4$ és $q = 8$ esetében is csak kb. 1'24'', tehát a gyakorlatilag még beállítható szögpontosság határában belül van.

Ugyanez vonatkozik a szerszám s fogvastagságára és a megfelelő r'_i -értékek eltérésére is.

Ennek illusztrálására a VI. táblázatban megadjuk kétféle (1 és 4) csigafogszámra és kétféle (14 és 8) átmérőhányadosra az egységnyi modulra kiszá-

VI. táblázat

A szerszámfogvastagság $s' = s/m$ értékeinek összehasonlítása γ_s és γ_{01} szöggel döntött szerszám esetében

z_1	1	1	4	4
q	14	8	14	8
$s' = \frac{q \cdot \sin \varphi}{\sin \gamma_s}$	1,566802	1,558664	1,510341	1,404674
$s' = \frac{q \cdot \sin \varphi}{\sin \gamma_{01}}$	1,566787	1,558514	1,510135	1,403519

mitott $s' = s/m$ szerszámfogvastagság értékét, egyrészt a (19) egyenlettel meghatározva, illetve a γ_s szöggel kifejezve az

$$s' = \frac{q \cdot \sin \varphi}{\sin \gamma_s}$$

egyenlet szerint, másrészt a (14) egyenlet alapján az

$$s' = \frac{q \cdot \sin \varphi}{\sin \gamma_{01}}$$

egyenlet szerint. Látható, hogy a pontosan és a közelítéssel kiszámított értékek közötti eltérés oly kicsiny, hogy a szerszám vastagsági méretének valószínű előállítási pontosságán belül van. Nagy modul és nagy csigafogszám esetén mindazonáltal már számításba jöhet a két érték közti különbség.

V. Következtetések

A felsorolt kutatási eredmények alapján lehetőség van arra, hogy kifogástalanul kapcsolódó csigahajtópárt — csigát és csigakereket — készíthessünk. Ha a technológiai lehetőségek és gazdaságossági szempontok megengedik, hogy a csigakereket *csigakerék-lefejtőmaróval* fogazzuk, akkor SZE-

NICZEI utalásának megfelelően csak arra kell ügyelni, hogy a simításra használt lefejtőmarót geometriailag ugyanazon technológiával állítsuk elő, mint a csigakerékkel kapcsolódó csigát, csupán a csigahajtópár szükséges fejhézagának megfelelően nagyobb külső átmérővel és a kívánt foghézagnak megfelelően nagyobb fogvastagsággal.

Ha viszont a csigakereket *ütőkéssel* kell fogazni — és ez hazánkban a gyakorlatban leggyakrabban előforduló eset, — akkor a *ZT* csigát simításkor az r_1 sugarú torokhengerének érintősíkjába beállított egyenesélű késsel esztergálva kell fogazni, amelynek forgácsolóéle a csiga homloksíkjával a ψ alkotószöget zárja be, VARGA technológiai előírása szerint. A két fogoldal egyikét a csiga tengelyvonala felett, a másikat a tengelyvonal alatt elhelyezett, egymással szembeállított alkotószögű késsel kell megmunkálni, de sokkal egyszerűbben eljárhatunk úgy is, hogy a torokhenger érintősíkjába beállított késsel az egyik fogoldal elkészítése után a kést nem fogjuk ki, hanem a csigát átfordítjuk a csúcsok között és a másik fogoldalt így munkáljuk meg. Erre a megmunkálási módra már SZENICZEI is utalt a könyvének legvégén [8; 235. old.]. Az ilyen módon elkészített konvolut csiga fogazatának tengelymetszete VARGA idevonatkozó vizsgálatai szerint nem domború, mint általában hitték, hanem kissé homorú, tehát közelebb esik a Niemann-féle íveltprofilú csiga fogalakjához.

Az elmondottakban igyekeztünk a csigahajtópárok terén végzett hazai kutatómunkák eredményéről összefoglaló tájékoztatást nyújtani, kiemelve azt a közvetlen hasznot, amit ez a kutatás a geometriailag helyes termékek előállításában jelentett.

IRODALOM

1. BUCKINGHAM, E.: Analytical mechanics of gears. MacGraw-Hill Book Company, New York 1949.
2. DRAHOS I.: A hengeres csigahajtás egyenes alkotóval szerkesztett alapszigájának geometriai adatai általában és különleges esetekben. *Nehézipari Műszaki Egyetem Közleményei (Miskolc)* 5 (1960), 89—96.
3. KÖNIGER, R.: Das Werkzeug zum Schneiden beliebiger Schraubenregelflächen. *Werkstattstechnik und Werksleiter* 32 (1938), 485—488.
4. MAGYAR J.: Csavarfelületű elemek kapcsolódása. Kandidátusi értekezés, Budapest 1960.
5. MAGYAR J.: Cu privire la angrenajul melcat cilindric. *Buletinul Institutului Politehnic „Gheorghe Gheorghiu Dej” (Bucuresti)* (1965), 91—101.
6. SCHIEBEL, A.—R. KÖNIGER: Zahnräder; Bd. 2., 3. Auflage. J. Springer, Berlin 1934.
7. SZENICZEI L.: Csigahajtóművek I (Hengeres csigahajtások elmélete). Mérnök Továbbképző Intézet, Budapest 1953.
8. SZENICZEI L.: Csigahajtóművek. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1957.
9. SZENICZEI L.: A fogaskerékgyártás zsebkönyve. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1956.
10. SZENICZEI L.—ERNEY GY.: A fogaskerékgyártás zsebkönyve; 2. kiadás. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1965.
11. SZŐKE B.: Csavarfelületek osztályozása és a menetvágó alakos körkés szabatos számítási módszere. *MTA VI. Oszt. Közl.* 34 (1964), 293—310 és 35 (1965), 3—24.
12. VARGA I.: Néhány javaslat az egyenes alkotójú hengeres csigahajtás elméletéhez. *Nehézipari Műszaki Egyetem Közleményei (Miskolc)* 5 (1960), 371—389.
13. MSZ 549—63 „Fogaskerék műhelyrajza”.
14. DIN 3975—1960 „Bestimmungsgrößen und Fehler an Zylinderschneckengetrieben. Grundbegriffe.”

The Results of Hungarian Research on Worm Drives with Straight Generatrices. Several Hungarian research workers have dealt with the geometry of worm drives — worms and worm gears — having straight generatrices, and with the related technology. Their works are partly closely related, partly they were carried out practically at the same time and independent of each other. The research work finished up till now permits the machining of correctly meshing worm drives. There remains still much to be done in this field, therefore, from a scientific — and also from a practical — point of view it would be very useful to coordinate the research work in the interest of a successful solution of the problems.

Ergebnisse der ungarischen Forschungen über Schneckengetriebe mit gerader Erzeugende. Mit der Geometrie der Schneckengetriebe — Schnecke und Schneckenrad — mit gerader Erzeugende und der damit zusammenhängenden Technologie haben sich mehrere ungarische Forscher beschäftigt. Ihre Arbeiten schließen sich teils organisch aneinander an, teils verliefen sie praktisch gleichzeitig und voneinander unabhängig. Die bisher durchgeführte Forschungsarbeit ermöglicht die Bearbeitung von miteinander korrekt eingreifenden Schneckengetrieben. Da auf diesem Gebiet noch sehr viel zu tun ist, wäre es vom wissenschaftlichen — und auch vom praktischen Standpunkt aus gesehen sehr nützlich, die Arbeit der Forscher im Interesse einer erfolgreichen Lösung der Probleme zusammenzufassen.