

A MINTAVÉTELEZÉS HATÁSA A BÁNYÁSZATI TERMÉKEK ÁTVÉTELI ÁRÁRA

PETHŐ SZILVESZTER

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM ÁSVÁNYELŐKÉSZÍTÉSI TANSZÉK, MISKOLC

[Beérkezett 1967. május 25-én]

A dolgozat a teljes mintavételezési hiba — vagyis a mintázandó termék tényleges minősége és az elemzéssel meghatározott minőség közötti különbség — meghatározásával, és a teljes mintavételezési hibának a mintavételezés egyes fázisaira történő elosztásával foglalkozik. A teljes mintavételezési hiba az eladási feltételekből meghatározható, ha a súlyegységnyi termékért járó pénzüsszegben elkövethető hibát, vagyis az eladási hibát rögzítjük. A tanulmány számpéldát is közöl, amelyben a gyöngyösoroszi ólomkoncentrátum érték esítésénél ton nánként 4 USA dollár a megengedett eladási hiba.

A mintavételezés mindegyik fázisában követünk el véletlen jellegű hibákat, ezért az elemzéssel meghatározott minőségi jellemző a mintázandó termék tényleges minőségétől eltér. Azt az értéket, amellyel a mintázandó termék tényleges tulajdonsága az elemzési értéktől eltér, a *mintavételezés teljes hibájának* nevezzük. A mintavételezés teljes hibája tehát az elemzési hibán kívül a mintavételezés többi fázisaiban elkövetett hibákat is magában foglalja. A mintázandó termékből egyes mintákat vesznek, amelyeket egy közös mintába egyesítenek; a közös mintát rendszerint több fokozatban, sokszor aprítással egybekötve, részmintákká kisebbítik; az utolsó mintakisebbitésnek az a részmintája, amelyet a kívánt minőségre megelemeznek, az *elemzési minta* [1]. A felsorolt műveletek mindegyikénél hibát ejtünk. Ezek a hibák a mintavételezés teljes hibájával a következő kapcsolatban vannak:

$$\mu^2 = \frac{s_a^2}{n} + \sum_{r=1}^k s_r^2 + s_e^2. \quad (1)$$

s_a az egyes minták szórása, amelyet a szórás ismert képletével akkor tudnánk megállapítani, ha a mintázandó termékből megfelelő számú egyes mintát vennénk, és ezen n számú egyes minta mindegyikét pontosan megelemeznénk. s_a -t az *anyagáram szórásának* is nevezhetjük. s_a/\sqrt{n} a közös vagy egyesített minta szórása, és ezzel az értékkel tér el a közös minta tulajdonsága a mintázandó termék tényleges tulajdonságától.

A közös mintából mintakisebbitéssel részmintákat állítunk elő, és a reprezentatív felmérés adataiból (ezek mindegyikének tulajdonságát meghatározva) a *részminták szórását* (s_r) számítani tudjuk. A részminta szórása azt

mutatja meg, hogy a részminták tulajdonsága átlagosan mekkora értékkel tér el a közös mintától, ill. egy későbbi kisebbitési (pl. az r) fokozatánál a kiinduló részminta tulajdonságától. k a mintakisebbitések száma és a k . mintakisebbités után az elemzési mintát vesszük ki a megfelelő részmintából. A későbbiekben a bemutatott példával kapcsolatban látni fogjuk, hogy a részminták szórása, ill. a részminták súlya számítható, mégpedig azzal a feltétellel, hogy minden ásvány szem egyforma valószínűséggel kerülhet bármelyik részmintába.

s_e az elemzés szórása, amelyet úgy állapíthatnánk meg, ha az elemzésre előkészített anyagból több elemzést végeznénk. Az elemzés pontosságát egy elemzésmódnál úgy növelhetjük, ha ugyanabból az anyagból több elemzést végzünk: a számtani átlag szórása s_e/\sqrt{n} , tehát az elemzés szórása a vizsgálatok számának négyzetgyöke szerint csökken. (s_e értékének meghatározásával, ellenőrzésével több szakirodalmi közlemény foglalkozik [2–6].)

A mintavételezés teljes hibáját az ismertetett módon, tehát egy olyan reprezentatív felvétellel, amelynek során az anyagáram szórását az egyes minták elemzésével, a részminták szórását a részminták megelemzésével vagy a hiba számításával, az elemzési hibát meg ugyanazon anyag többszöri megelemzésével vagy szakirodalmi adatok alapján, meg tudjuk határozni. Az így kiszámított mintavételezési hiba értékéről döntünk, hogy megfelel-e az üzem gazdasági érdekeinek. A mintavételezés, a minőségellenőrzés pontosságának növelése különösen nagyobb szemnagyságoknál többletkiadással jár, és csak addig van értelme, amíg a megbízhatóbb minőségi ismeretekből eredő bevételekből a kiadásokat fedezni tudják. Ha a mintavételezési hibát csökkenteni akarjuk, akkor a felírt (1) összefüggés szerint növelnünk kell a közös minta egyes mintáinak számát és a közös minta súlyát, vagyis nagyobb súlyú részmintákat állítunk elő, és a részminták képzése előtt kisebb szemnagyságra aprítunk, végül pedig az elemzési mintából több elemzést szükséges végeznünk.

A következőkben azt vizsgáljuk, hogy a bányászati termékek értékesítésénél az eladási ár rögzített hibájánál mekkora lehet a mintavételezés teljes hibája, és ezt a mintavételezési teljes hibát hogyan osszuk el a mintavételezés egyes fázisaira. A legtöbb bányászati termék értékesítésénél érvényes az

$$M = \sum_{i=1}^n \alpha_i (P_i - p_i) \frac{b_i - \beta_i}{100} \pm Z - (X + F) \quad (2)$$

összefüggés [7]. Itt a bányászati termék valamilyen súlyegységének (pl. tonnánkénti) értéke; P a súlyegységnyi fém ára; b a százalékos fémtartalom; p a súlyegységnyi fém árából történő levonás; β a kohósítási veszteség, amelyet a fémtartalomból vonnak le; α azt mutatja meg, hogy a kohó az értékesített termékben levő fémértéknek hányadrészét fizeti meg; Z negatív előjellel a szennyező és káros anyagokért levonásba hozott büntetéseket, pozitív előjellel a kohósítás szempontjából előnyös anyagokért járó juttatásokat jelenti; X a kohósítási, F pedig a bánya és a kohó közötti szállítási költség.

Ha a mintavételezésnél és elemzésnél csak véletlen jellegű hibákat követünk el, akkor a termék súlyegységnyi árában elkövetett hibát a hibatovaterjedés törvénye szerint határozhatjuk meg:

$$\mu_M^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial M}{\partial b_i} \right)^2 \mu_i^2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{x_i (P_i - p_i)}{100} \right]^2 \cdot \mu_i^2, \quad (3)$$

ahol μ_i a fémtartalom meghatározásánál elkövetett mintavételezési teljes hibát jelenti, ami az (1) összefüggés bal oldalán is szerepel. Az előkészítőművek színporainak értékesítésénél a fő fémeért járó összeg (pl. a galenitszínpor esetén az ólomtartalomért járó összeg) a többi fémeért fizetett összegnél általában lényegesen nagyobb (pl. az aranyért és az ezüstért járó összegnél). Ha a termék súlyegységnyi árában elkövetett μ_M hibát rögzítjük, akkor (3)-ból előbb a fő, majd a többi fémre vonatkozó teljes mintavételezési hibát meg tudjuk állapítani, és az (1) összefüggés szerint a mintavételezés egyes fázisaira elosztani.

A mintavételezési hiba meghatározásának módját és a mintavételezés egyes fázisaira történő elosztását a gyöngyösoroszi galenitkoncentrátum értékesítésével kapcsolatban mutatjuk be. A koncentrátum tonnáját a következő egyenlettel kifejezhető feltételekkel vesszük át:

$$M_{\text{Gal.}} = (b_{\text{Pb}} - \beta_{\text{Pb}}) \frac{P_{\text{Pb}}}{100} + (b_{\text{Cu}} - \beta_{\text{Cu}}) \frac{P_{\text{Cu}}}{100} + \\ + (b_{\text{Au}} - \beta_{\text{Au}}) P_{\text{Au}} + (b_{\text{Ag}} - \beta_{\text{Ag}}) P_{\text{Ag}} - (X + F). \quad (4)$$

A koncentrátum tehát az ólmon kívül rezet (kalkopirit formájában), továbbá aranyat és ezüstöt tartalmaz, az I. táblázat 2. oszlopában található átlagértékekkel. A fémárak, valamint a fémtartalmakból történő β levonások, továbbá a szállítási és kohósítási költség e táblázat 9., 10. és 11. oszlopában található. A táblázat első öt oszlopában látható értékek a gyakorlatban előfordult reprezentatív felmérés eredményei; amelynél egy 20 tonnás vasúti kocsiból 14, egyenként 1/2 kp-os, egyes minta feldolgozásából származnak [8]. A 4. és 5. oszlopban a relatív szórásokat és ezeknek az ólomtartalom relatív szórásaival való hányadosait látjuk. Olyan szemnagyságú és értékes termékek mintavételezésénél, mint például a flotálási színporok, a részminták és az elemzési minták képzését, sőt magát az elemzést is, elsősorban a fő fémre vonatkozóan, célszerű olyan pontossággal elvégezni, hogy a mintavételezés ezen fázisaiban elkövetett hibák az egyesített minta hibáját ne rontsák tovább, tehát a mintavételezés teljes hibája az egyesített minta hibájához képest alig növekedjék [lásd az (1) összefüggést]. Ha ezt az elvet betartjuk, akkor egyúttal számítási módszer is van a kezünkben a fő fém mintavételezési teljes hibájának meghatározására.

I. táblázat
A galenitkoncentrátum egyes mintái reprezentatív felmérésének és az eladási szerződés adatai

Fém	^b *[%], ill. **[p/Mp]	s _a	$v_a = \frac{S_a}{b}$	$h = \frac{v_a}{v_a P b}$	A ₀	δ ₀	δ [p/cm ²] és [cm] ill. [USA dollár/p]	P [USA dollár/Mp]	β [p/Mp]	F + X [USA dollár/Mp]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Ólom	58,64*	4,16	0,081	1	86,6	7,5	4,70	300,00	3	
Réz	2,73*	0,43	0,172	2,12	34,6	4,2	és	1200,00	1,3	
Arany	10,5**	1,00	0,095	1,17	100,0	19,3	és	1,125	0,5	16,25
Ezüst	556,00**	64,3	0,116	1,43	100,0	10,5		0,04	30,0	

A galenitkoncentrátum értékesítési hibájára felírható egyenletben:

$$\mu_M^2 = \left(\frac{P_{Pb}}{100}\right)^2 \mu_{Pb}^2 + \left(\frac{P_{Cu}}{100}\right)^2 \mu_{Cu}^2 + P_{Au}^2 \mu_{Au}^2 + P_{Ag}^2 \mu_{Ag}^2 \quad (5)$$

hiába rögzítenék a μ_M -et, az értékesítési hibát, feladatunk első részét, az ólom meghatározás teljes hibáját matematikailag mégsem tudnánk megoldani, mert ehhez ismernünk kellene a többi fémre vonatkozó mintavételezési hibát is. Ezért a mintavételezési teljes hibák között összefüggést keresünk, és ezt az összefüggést szolgáltatja az a kíváncsi, amely szerint a mintavételezési teljes hibák az egyesített minta hibáihoz képest ne növekedjenek, tehát a mintavételezési teljes hibák relatív értékeinek aránya azonos legyen az egyesített minta és így az egyes minták relatív hibáinak arányával (I. táblázat 5. oszlop). Ezért az I. táblázat jelöléseivel írhatjuk, hogy

$$\begin{aligned} \mu_M^2 = & \left(\frac{P_{Pb}}{100}\right)^2 b_{Pb}^2 v_{Pb}^2 + \left(\frac{P_{Cu}}{100}\right)^2 b_{Cu}^2 v_{Pb}^2 h_{Cu}^2 + \\ & + P_{Au}^2 b_{Au}^2 v_{Pb}^2 h_{Au}^2 + P_{Ag}^2 b_{Ag}^2 v_{Pb}^2 h_{Ag}^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Ha ebben a kifejezésben az 1 Mp flotátum eladási árának hibáját, a μ_M -et rögzítettük, úgy kiszámíthatjuk v_{Pb} -t, tehát az ólomtartalomra vonatkozó teljes mintavételezési hiba relatív értékét:

$$v_{Pb} = \frac{\mu_M}{\sqrt{\left(\frac{P_{Pb} b_{Pb}}{100}\right)^2 + \left(\frac{P_{Cu} b_{Cu} h_{Cu}}{100}\right)^2 + (P_{Au} b_{Au} h_{Au})^2 + (P_{Ag} b_{Ag} h_{Ag})^2}} \quad (7)$$

Természetesen nem mindig tudjuk a bemutatott számítási módszert, tehát a rész- és elemzési minta és az elemzés hibáit az egyesített minta hibáihoz képest való jelentős csökkentését, a gyakorlatban megvalósítani. Ilyenkor további módszerünk az, hogy a mintavételezés egyes fázisaiban elkövetett tényleges hibákat az (1) összefüggés szerint számítjuk, és a mintavételezés teljes hibáival az (5) összefüggés szerint az értékesítési hiba pontos értékét meghatározzuk. Ilyenkor a számítási módszerünk az iterációs módszerekhez hasonló.

Visszatérve a számszerű értékekhez, 1 Mp flotátum eladási ára 200,12 USA dollár, és ha az eladási árban 4 USA dolláros (tehát kerekén 5%-os) hibát engedünk meg, akkor a (7)-es összefüggés szerint az ólomtartalomra vonatkozó mintavételezési teljes hiba relatív értéke 0,0207, az abszolút hiba pedig $0,0207 \cdot 56,62 = 1,174$, amelynek négyzete, $1,174^2 = 1,378$ szerepel majd az (1) összefüggés bal oldalán az ólomtartalomra vonatkozó mintavételezési hiba elosztása esetén.

Az egyesített mintából vett rész minta, ill. az elemzési minta súlyát a Függelék (13*) összefüggésével számítjuk. Az egyesített mintából, mint már említettük, akkora mintasúly veendő, hogy az egyesített minta szórását a rész minta szórásával tovább ne növeljük. Ha ε -t 0,01-nek vesszük fel, akkor a szórás ennek az értéknek a fele (λ -t 2-nek vettük fel), ami az 1,174-es mintavételezési hibánál lényegesen kisebb, és a mintasúlynál a (13*) összefüggés szerint 1970 p-ra, tehát kerekén 2 kp-ra adódik. Ha ezt a 2 kp-os 250 $m\mu$ maximális szemnagyságú mintát 30 $m\mu$ alá őröljük, akkor ebből $(250/30)^3 = 580$ -szor kisebb súlyú, tehát $2000/580 = 3,5$ p-nyi minta elegendő az elemzés elvégzéséhez, és a megbízhatósági intervallum ismét 0,01%, a szórás pedig 0,005%.

Az ólomelemzés szórásának meghatározása érdekében a vállalat házi szabványából [8] indulunk ki, amely szerint helyesnek fogadják el az ólomszinpor olyan két párhuzamos elemzését, amelynek különbsége 0,5%-nál nem nagyobb. Ezért szórásnak a 0,5-es intervallum negyedrészt (0,125-öt) vehetjük, vagyis azt tételezzük fel, hogy a szórás kétszeresénél nagyobb elemzési hiba már nem véletlen jellegű. Ezekután az ismertett értékekkel az (1) összefüggés a következőképpen alakul:

$$1,174^2 = \frac{4,16^2}{n} + 0,005^2 + 0,005^2 + 0,125^2.$$

Ebből az összefüggésből n , az egyes minták száma 13.

Az eddigiek során az ólomtartalomra vonatkozóan megállapítottuk a mintavételezés teljes hibáját, majd a rész- és elemzési minta hibájának, valamint az ólomtartalomra történő elemzés figyelembevételével megállapítottuk az egyes minták számát. A következőkben az a feladatunk, hogy a többi értéksített fémre is (rézre, aranyra és ezüstre) meghatározzuk a mintavételezés teljes hibáját, figyelembe véve az ólomtartalommal kapcsolatban meghatározott egyes minták számát (13*) és a rész minta súlyát (2 kp). Így a réztartalomra vonatkozó teljes mintavételezési hiba négyzete:

$$\mu_{\text{Cu}}^2 = \frac{0,43^2}{13} + 0,00066^2 + 0,00066^2 + 0,075^2 = 0,01985.$$

A 0,00066 rész minta hibát a Függelék (13*) összefüggésének segítségével számítottuk ki úgy, hogy abból ε -t kifejeztük, M -re 2000 p-ot vettünk fel, majd az így kiszámított ε -t kettővel ismét elosztottuk. A 0,075-ös elemzési hiba a házi szabványból való. Az arany- és ezüstartalomra vonatkozó teljes mintavételezési hibánál is hasonlóképpen jártunk el. A számszerű értékeket a II. táblázatban találjuk meg, a mintavételezés egyes fázisaiban kezelendő mintasúlyokkal és mintavételezési hibákkal együtt.

II. táblázat

A mintavételezés egyes fázisaiban kezelt mintasúlyok és a minták hibái

Fém	Az egyes minták átlagos súlya, száma és a közös minta súlya [kp], ill. [db]	A közös minta szórása [%], ill. [p/Mp]	A rész minta és az elemzési minták súlya [p]	A rész minta és az elemzési minta szórása [%], ill. [p/Mp]	Elemzési hiba [%], ill. [p/Mp]	A mintavételezés teljes hibája [%], ill. [pM/p]
1	2	3	4	5	6	7
Ólom	0,5	1,154	2000	0,005	0,125	1,174
Réz	13	0,119		0,00066	0,075	0,141
Arany	6,5	0,888	3,5	0,488	0,125	1,131
Ezüst		20,67		2,616	7,5	22,29

Ha a mintavételezést a II. táblázatból kiolvasható séma szerint (a vasúti kocsiból 13 1/2 kp-os egyes mintát veszünk, a közös minta súlya tehát 6,5 kp, a rész minta súlya 2 kp, az elemzési mintáé 3,5 p) végezzük, akkor ellenőrzésképpen még ki kell számítani az 1 Mp koncentrátum eladási árában jelentkező hiba nagyságát, amit a bemutatott példa szerint előzetesen kerekén 4 USA dollárra vettünk fel. Erre az ellenőrzésre szükség van, mert a mintavételezési hibák relatív értékeinek aránya nem egészen azonos az egyes minták reprezentatív felmérésénél adódó hibák relatív értékeinek arányával. A II. táblázat adataiból látjuk, hogy különösen az aranytartalom meghatározásánál (az ezüstmél kisebb mértékben) a rész- és elemzési minta hibája elég nagy, és ez a hiba jelentkezik a mintavételezési teljes hibánál, sőt kismértékben az eladási ár hibájában is. Az eladási ár hibája a kiszámított teljes mintavételezési hibákkal az (5) összefüggés szerint:

$$\begin{aligned} \mu_M &= \sqrt{(3 \cdot 1,174)^2 + (12 \cdot 0,141)^2 + (1,125 \cdot 1,131)^2 + (0,04 \cdot 22,29)^2} = \\ &= 4,20 \text{ USA dollár.} \end{aligned}$$

Ha 20 tonnás vasúti kocsit mintáznánk, akkor a teljes értékesítési hiba $20 \cdot 4,20 = 84$ USA dollár.

Ez utóbbi ellenőrző számításra nem lenne szükség, és 4 USA dolláros maradna az értékesítési hiba, ha pl. a 6,5 kp-os egyesített mintát 30 $m\mu$ alá őrölnénk, majd ebből 2 kp-os készmintát vennénk, amit 10 $m\mu$ alá őrölnénk és ebből vennénk a 3,5 p-os elemzési mintát. Ilyen mintavételezési séma esetén a rész minták hibái $(250/30)^{3/2} = 24$ -szer, az elemzési mintáké pedig $(30/10)^{3/2} = 5,2$ -szer kisebbek a II. táblázatban megtalálható értékeknél. Az elemzési hibák csökkentése az elemzések megismétlésével érhető el. Az értékesítési hiba azonban nagyobb mértékben csökkenthető akkor, ha több egyes minta vételével az egyesített minta hibáját csökkentjük (13 helyett 26 egyes mintát véve,

az egyesített minta hibái $\sqrt{2}$ -szer kisebbek, mint a II. táblázatbeli értékeik); a mintavételezés többi fázisaiban elkövetett hibáknak az ismertetett módon való csökkentésének akkor van jogosultsága, ha az egyesített minta hibái elegendően kicsinyek.

FÜGGELÉK

A részminták súlyának számításánál az

$$M = kn\bar{\delta}^3 \quad (1^*)$$

összefüggésből indulunk ki [1]. A k alaktényezővel az ásványszemek három, hosszúsági, szélességi és vastagsági méretének a kocka alaktól való eltérését vesszük figyelembe. Értéke kocka alakú ásványszemek esetén tehát 1; gömb alakú szemeknél pedig $\pi/6$; 1 : 1,7 : 3,3 élhossz arányú téglalapok esetén 1,14, ha a szemmagyságon a középső méretet értjük. $\bar{\delta}$, ill. \bar{d} az átlagos fajsúlyt, ill. az átlagos szemmagyságot jelentik, n pedig a mintába kívánatos ásványszemek száma.

A mintába kívánatos ásványszemek számának meghatározása érdekében a mintázandó terméket úgy foghatjuk fel, mintha csak két részből állna: az elemezni kívánt fémot tartalmazó és az ilyen fémot nem tartalmazó ásványszemekből. Minthogy visszatevés nélküli mintavételről van szó, eljárásunkat pontosan leírja a hipergeometrikus eloszlás. De a hipergeometrikus eloszlással való számolás sok mintaelem esetén — a szemcsés anyagok mintázásánál a mintázandó termékben és a mintában is igen sok ásványszem van — lehetetlen, de nem is szükséges, mert éppen nagy mintaelemszám esetén a hipergeometrikus eloszlást igen jól helyettesíti a visszatevéses mintavételt leíró binomiális eloszlás.

Ha binomiális eloszlású sokaságból véletlen módon sok elemet választunk ki, akkor a mintaelemszám, fémelemzésre történő mintavételezésnél a szükséges szemcseszám

$$n = \lambda^2 \cdot \frac{p \cdot q}{\Delta^2}, \quad (2^*)$$

ahol λ a megbízhatósági együtthatót jelenti, amelynek értékét WARTMANN választásához hasonlóan 2-nek vesszük fel [9], és 95,4 %-os valószínűséget jelöl; p az elemzésre kiválasztott, $q = 1 - p$ pedig a többi ásványszemek aránya, azonos nagyságú vagy azonos szemmagyság-eloszlású szemeknél egyúttal térfogathányada is; Δ a megbízhatósági intervallum, amit az elemezni kívánt ásványszemek térfogatarányában fejezünk ki.

p , q és Δ számításához szükségünk van az elemzésre kiválasztott (V_0) és a többi ásványszemek térfogatára (V), amelyeket

$$V_0 = \frac{s_0}{\delta_0} = \frac{100 a}{\delta_0 A_0} \quad (3^*)$$

és

$$V = \frac{100 - s_0}{\delta} = \frac{100 (A_0 - a)}{\delta A_0} \quad (4^*)$$

szerint számítjuk, ha a mintázandó termék fémtartalmát (a), és így a fémot tartalmazó érc százalékos mennyiségét (s_0) is előre ismerjük. A V_0 -ra és V -re ezek szerint felírt összefüggésekkel azt tételeztük fel, hogy feltárt ásványszemekről van szó. Egyelőre tételezzük fel azt is, hogy a mintázandó termék csakugyan két ásványból áll (pl. galenit-kvarc vagy szfalerit-kvarc ásványpárok); ezért δ a meddő ásvány (a kvarc) fajsúlya, amely az elemezni kívánt fémot nem tartalmazza. A hasznos fémot tartalmazó ásványszemek aránya, ill. térfogathányada

$$p = \frac{V_0}{V_0 + V} = \frac{a \cdot \delta}{a(\delta - \delta_0) + A_0 \delta_0}; \quad (5^*)$$

a meddő ásványiszemek térfogathányada pedig

$$q = 1 - p = \frac{V}{V_0 + V} = \frac{\delta_0 (A_0 - a)}{a(\delta - \delta_0) + A_0 \delta_0} \quad (6^*)$$

A megbízhatósági intervallumot szintén térfogatarányban fejezzük ki, tehát az előbbieket analógiájára írhatjuk, hogy

$$\Delta = \frac{V_\varepsilon}{V_0 + V} = \frac{\frac{s_\varepsilon}{\delta_0}}{\frac{s_0}{\delta_0} + \frac{100 - s_0}{\delta}} = \frac{\varepsilon \delta}{a(\delta - \delta_0) + A_0 \delta_0} \quad (7^*)$$

ε már előre rögzített fémtartalom intervallumot jelöl (pl. 0,1%-ot), és ennek megfelelően s_ε és V_ε azt a súly- és térfogatszázalékot jelenti, amellyel a mintában levő elemzésre kiválasztott ásványiszemek eltérhetnek a mintázandó termékben található súly- és térfogatszázalékuktól.

Az (5*)-öt, (6*)-ot és (7*)-et (2*)-be helyettesítve, a minta kívánatos szemcseszámára azt írhatjuk, hogy

$$n = \frac{4a}{\varepsilon^2} \frac{\delta_0}{\delta} (A_0 - a) \quad (8^*)$$

Az átlagos fajsúly

$$\bar{\delta} = \frac{100}{V_0 + V} = \frac{A_0 \delta_0 \delta}{a(\delta - \delta_0) + A_0 \delta_0} \quad (9^*)$$

szerint írható fel, az átlagos szemmagyság pedig mint a maximális szemmagyság fele, ha a mintázandó termék szemmagyságeloszlását nem ismerjük, vagyis azt tételezzük fel, hogy a szemmagyságeloszlás képe egyenes. Ezeket az értékeket, tehát a (8*)-at és (9*)-et az (1*)-be helyettesítve, a részminták súlyának számítására azt kapjuk, hogy

$$M = 0,5k \left(\frac{\delta_0}{\varepsilon} \right)^2 \frac{A_0 a}{a(\delta - \delta_0) + A_0 \delta} (A_0 - a) d_{\max}^3 \quad (10^*)$$

Ez az összefüggés tehát akkor érvényes, ha a mintázandó termék csak egy ásványpárból áll.

Ha az elemzésre kerülő ásvány mellett több ásvány van, akkor ezek átlagos fajsúlyát, amit szintén $\bar{\delta}$ -val jelölhetünk, nem ismerjük, de meg tudjuk állapítani a mintázandó termék átlagos fajsúlyát ($\bar{\delta}$). Annak érdekében, hogy összefüggéseink ilyen ércek mintázására is alkalmasak legyenek, úgy kell azokat átalakítanunk, hogy ne szerepeljen bennük δ . A (9*)-ból

$$\bar{\delta} = \frac{\delta_0 \bar{\delta} (A_0 - a)}{A_0 \delta_0 - a \bar{\delta}} \quad (11^*)$$

Ezt behelyettesítve a (8*)-ba, az ásványiszemek számára

$$n = \frac{4a}{\varepsilon^2 \bar{\delta}} (A_0 \delta_0 - a \bar{\delta}) \quad (12^*)$$

adódik. A minta súlya

$$M = 0,5k \frac{a}{\varepsilon^2} (A_0 \delta_0 - a \bar{\delta}) d_{\max}^3 \quad (13^*)$$

Ezt az összefüggést a minta súlyának számítására általánosan alkalmazhatjuk. Alkalmazásához a fémtartalom és az átlagos fajsúly előzetes ismerete szükséges. A képlettel számítható mintasúlyt véve számításba, gyakorlatilag biztosak lehetünk afelől (95,4%-os valószínűségi szinten), hogy a minta és mintázandó termék fémtartalmában ε -nál nagyobb különbség nincs. A minta súlya p -ban értendő, ha a legnagyobb szemmagyságot cm-ben adjuk meg. (Az összefüggésben 0,5 k helyére 0,6-ot írhatunk.)

IRODALOM

1. SOMMER, O.: Probenahme, Probemenge, Probeverarbeitung. *Staub* (1955), 644—677.
2. PAUL, H.: Zusammenhänge zwischen der Probenahme von Steinkohle und der Genauigkeit des ermittelten Aschegehaltes. *Glückauf* (1958), 907.
3. KUDELA, V.: Přesnost stanovení vody a popela. *Paliva* (1966), 2.
4. SCHARNBECK, ČH.: Toleranzbereich und Analysengenauigkeit. *Neue Hütte* (1966), 619—623.
5. FRITZ, W.—POLECK, H.: Über die Fehler beim Messen und die praktische Beurteilung von Messergebnissen; Teil I, II, III. *Archiv für techn. Messen* (1965); 67—70, 81—84, 115—116.
6. BENES, M.: Die Kontrolle der Ergebnisse chemischer Analysen bei Aufbereitungsprozessen. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt—Universität zu Berlin* 16; Heft 1, 2—4. (Mathematisch-Naturwissenschaftliche Reihe).
7. TARJÁN G.: Ércelőkészítés. Tankönyvkiadó, Budapest 1955.
8. KUN Bélának, a gyöngyöSOROSZI bányázem főmérnökének magánközlései.
9. *Chemikerausschuss der G.D.M.B.*: Analyse der Metalle; 3. Band (Probenahme), 155. Springer-Verlag, Berlin (Göttingen) Heidelberg 1956.