STABILIZÁLÓ ÉS DESTABILIZÁLÓ HATÁSOKRÓL

BARTA JÓZSEF
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK DOKTORA

[Beérkezett 1967. december 27-én]

A dolgozat a rugalmas alakzatok nyugalmi állapotának stabilitására vonatkozik. A felsorolt példák arról tanúskodnak, hogy a csillapításnak, merevítésnek és kilengést gátló kényszernek a hatása nem mindig stabilizáló, hanem néha destabilizáló.

Ami a rugalmas alakzatok nyugalmi állapotának stabilitását (kihajlásmentességét) illeti, azt sejti az ember, hogy a

a) csillapítás,

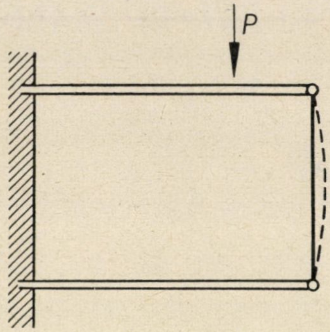
b) merevítés,

c) kilengést gátló kényszer

hatása mindig stabilizáló, vagyis kedvező a rugalmas alakzat nyugalmi állapotának stabilitására.

Ezt a sejtést az a) esetben H. ZIEGLER [1] cáfolta meg. Eredményei szerint, ha a rugalmas alakzatra nemkonzervatív teher működik, akkor a sebességgel arányos közegellenállás némely esetben destabilizáló hatást fejt ki. A b) esetben a sejtés mellett szól az irodalomban [2] található tétel: „Ha a rugalmas alakzatra működő teher konzervatív és a rugalmas alakzat egyes részein a merevséget növeljük, akkor az összes sajátérték (tehát a legkisebb sajátérték, azaz kihajlási teher is) csak nagyobb lesz, vagy legalább is nem lesz kisebb; ennek ellenkezője vonakozik a merevség csökkentésére." Ez a tétel azonban a rugalmas alakzat közelebbi körülírása nélkül nyilván nem helytálló. Mert például az 1. ábrán feltüntetett rugalmas alakzaton a P teher P_k kritikus értéke a szaggatott vonallal ábrázolt kihajlást idézi elő. Ha az alsó konzoltartó merevségét növeljük, akkor P_k kisebb lesz, ami ellentmond az idézett tételnek. Ezzel a sejtés a b) esetben is meg van cáfolva.

Az alanti fejtegetések célja az, hogy a sejtést a c) esetben is megcáfoljuk. Evégett ki fogjuk mutatni, hogy nemkonzervatív teher esetében a kilengést gátló kényszer néha destabilizáló hatást fejt ki. Ez az alábbi első példában fog megtörténni. A második példában pedig azt fogjuk látni, hogy ugyanaz a kilengést gátló kényszer stabilizáló hatást fejt ki.



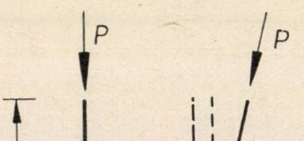
1. ábra. A rugalmas alakzat függőleges rúdja kihajlást szenved

Első példa

A 2. ábrán feltüntetett síkbeli rugalmas alakzat két megegyező homogén merev rúdból és két megegyező rugalmas csuklóból áll. Az egyik csukló a két rudat egymáshoz, a másik csukló az alsó rudat a fix alaphoz kapcsolja. Mindegyik rúd tömege m. Mindegyik csuklót Γ rugóállandó jellemzi. A teher egyetlen egy P külső erőből áll, amely a felső rúd szabad végére működik, mindig a felső rúd tengelyének irányában. A saját súly elhanyagolható. Határozzuk meg a P teher P_k kritikus értékét.

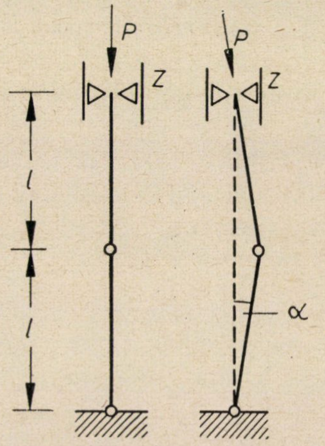
E feladat megoldásához, minthogy a teher nemkonzervatív, alkalmazzuk a kinetikai módszert. A számítás végrehajtása egy előbbi dolgozatban [3] már megtörtént és arra az eredményre vezetett, hogy

$$P_k = \frac{2}{5}(9-\sqrt{7})\,\frac{\Gamma}{l} = 2{,}5417\,\frac{\Gamma}{l}\,. \tag{1}$$

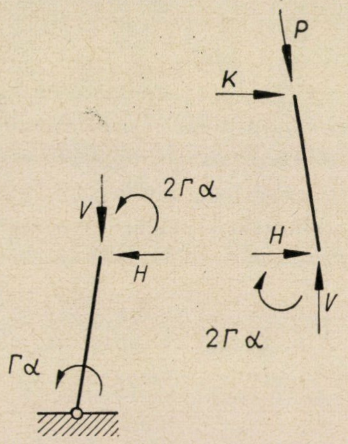


2. ábra. A nyugalmi helyzet és a kilengett helyzet

3. ábra. Erőjáték a kilengéskor



4. *ábra.* Nyugalmi helyzet és kilengett helyzet, amikor a kilengést gátló Z kényszer működik



5. *ábra.* Erőjáték a kilengéskor

Tekintsük most a 4. ábrán feltüntetett esetet. Ez abban különbözik a 2. ábrán feltüntetett esettől, hogy a rugalmas alakzat felső pontjára a kilengést gátló Z kényszer működik. Ez a kényszer a rugalmas alakzat felső pontját egyenes vonalú függőleges pályára kényszeríti. P_k meghatározása végett használjuk most is a kinetikai módszert. A 4. és 5. ábra jelöléseivel a súlypont és a nyomatéktétel alapján az

$$m\left(\frac{l}{2}\alpha\right)^{\cdot\cdot} = P\alpha + H + K\,,$$

$$\frac{ml^2}{12}\alpha^{\cdot\cdot} = \frac{l}{2}H - \frac{l}{2}K + \frac{l}{2}\alpha V - 2\Gamma\alpha\,,$$

$$\frac{ml^2}{2}\alpha^{\cdot\cdot} = -lH + l\alpha V - 3\Gamma\alpha$$

kinetikai egyenletek írhatók fel. Egy további kinetikai egyenlet, amelynek felírását mellőzzük, a $V = P$ egyenlőségre vezet. H, K, V kiküszöbölése után az

$$\alpha^{\cdot\cdot} = \frac{P - 2{,}5\dfrac{\Gamma}{l}}{\dfrac{2}{3}ml}\alpha$$

differenciálegyenletet nyerjük. Ebből a jól ismert differenciálegyenletből világosan kitűnik, hogy a 4. ábrán feltüntetett esetben

$$P_k = 2{,}5\frac{\Gamma}{l}\,. \tag{2}$$

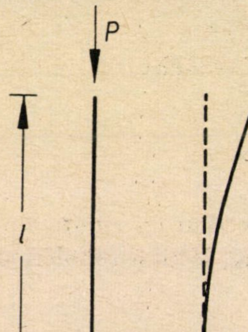
Mellékesen jegyezzük meg, hogy a (2) eredmény a statikai módszerrel is levezethető lett volna.

Az (1) és (2) eredmények egybevetéséből kitűnik, hogy a *kilengést gátló Z kényszer hatása ebben a példában destabilizáló.*

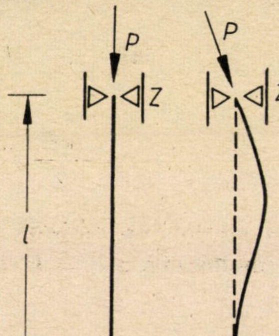
A tárgyalt példa csak elvi szempontból érdekes, mert az (1) és (2) közötti különbség kicsiny, sőt gyakorlatilag jelentéktelen. Jelentősebb különbséget felmutató példát ez ideig még nem szerkesztettünk.

Második példa

A 6. ábrán feltüntetett síkbeli rugalmas alakzatot az egyik végén befogott rugalmas, homogén, karcsú rúd alkotja. A hajlítási merevség EI. A P



6. ábra. A nyugalmi helyzet és a kilengett helyzet



7. ábra. Nyugalmi helyzet és kilengett helyzet, amikor a kilengést gátló Z kényszer működik

teher a rúd szabad végére működik, mindig érintőleges irányban. A saját súly elhanyagolandó. Meg kell határozni a P teher P_k kritikus értékét. A számítást a kinetikai módszer felhasználásával *M. Beck* [4] végezte el és azt találta, hogy

$$P_k = 20{,}05 \frac{EI}{l^2}\,. \tag{3}$$

Most pedig alkalmazzuk a rúd felső végén a Z kényszert (7. ábra). Ebben az esetben mind a kinetikai, mind a statikai módszer a

$$P_k = 20{,}19 \frac{EI}{l^2} \tag{4}$$

eredményre vezet, amint ez már *M. Beck* fejtegetéseiből [5] is közvetlenül adódik.

A (3) és (4) eredmények egybevetéséből kitűnik, hogy a *kilengést gátló Z kényszer hatása ebben a példában stabilizáló.*

IRODALOM

1. ZIEGLER, H.: Die Stabilitätskriterien der Elastostatik. Ing.-Arch., **20** (1952), 49.
2. Lásd pl. PFLÜGER, A.: Stabilitätsprobleme der Elastostatik. Aufl. 1 (1950), 215 vagy Aufl. 2 (1964), 266.
3. BARTA, J.: Sätze über die Stabilität der Ruhestellung eines elastischen Gebildes. *Acta Techn. Hung.* **59** (1967), 177.
4. BECK, M.: Die Knicklast des eingespannten tangential gedrückten Stabes. *ZAMP*, **3** (1952), 225—228.
5. *Ibidem*, p. 226, 9—11 sor, és pl. SZABÓ, I.: Einführung in die technische Mechanik. Aufl. 1 (1956), p. 168.