

## FESZÍTETT BETONGERENDA NYÍRÁSVIZSGÁLATA\*

### 1. Bevezetés

Az alábbi dolgozatban a feszített betongerenda nyíróigénybevételének számítását ismertetjük határállapotban.

Vizsgálatainkat a Közúti Hídszabályzat J. (Feszített Beton) fejezetének előírásai alapján végezzük.

### 2. Jelölések

*Igénybevételek :*

$M_M$ (kgcm), ill. $Q_M$ (kg)	a mértékadó nyomaték, ill. a mértékadó nyíróerő'
$M_{\bar{u}}$ (kgcm), ill. $Q_{\bar{u}}$ (kg)	az üzemi nyomaték, ill. az üzemi nyíróerő,
$M_H$ (kgcm), ill. $Q_H$ (kg)	a határnyomaték, ill. a határnyíróerő,
$M_{HT}$ (kgcm)	a határnyíróerőhöz rendelt nyomaték (határnyírónyomaték),
$Q_{bH}$ (kg)	a betonnyírás alapján számított határnyíróerő,
$Q_v$ (kg)	a kábelerőből származó nyíróerő,
$Q_{K1}$ (kg), ill. $Q_{K2}$ (kg)	a ferde törésvonal által metszett kengyelekben, ill. felgömbített acélbetétekben fellépő erő,
$Q_{KH1}$ (kg), ill. $Q_{KH2}$ (kg)	a ferde törésvonal által metszett kengyelek, ill. felgömbített acélbetétek határnyíróereje,
$N$ (kg), ill. $H$ (kg)	a vizsgált keresztmetszetben fellépő belső nyomó-, ill. belső húzóerő,
$R_A$ (kg)	a támaszponti reakció erő,
$P_i$ (kg)	a gerendára ható külső erő.

*Feszültségek :*

$\sigma_T$ , ill. $\sigma_{hT}$	a beton kockaszilárdsága (nyomó törőfeszültség), ill. húzószilárdsága (húzó törőfeszültség),
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	a betonfőfeszültségek,
$\sigma_f$ , ill. $\sigma_a$	az üzemi teher hatására a felső, ill. alsó szálban keletkező betonfeszültség,
$\sigma_{red}$	a beton redukált feszültsége,
$\sigma_H$ , ill. $\sigma_{hH}$	a beton nyomó-, ill. húzóhatárfeszültsége,
$\sigma_{vb}$	a feszített acélbetétek súlyvonalában fellépő betonfeszültség,

\* Az Építőipari és Közlekedési Műszaki Egyetem II. számú hidépítéstan tanszéken készült tanulmány.

$\sigma_{fH}$ , ill.  $\sigma_{vH}$

$\sigma_m$

$$\bar{\sigma}_m = \sigma_m + n\sigma_{vb}$$

$\tau_T$ , ill.  $\tau_{hT}$

$\tau_H$ , ill.  $\tau_{hH}$

$\tau_0$ , ill.  $\tau_{0H}$

a feszített, ill. nem feszített acélbetét határ-feszültsége,

a feszített acélbetét feszültsége a veszteségek levonása után (Közúti Hídszabályzat J. fejezet 4.44 pontja szerint),

a feszített acélbetét feszültsége a veszteségek levonása után, a betontartó feszültségmentes állapotában,

a beton törőnyírófeszültsége a betonkeresztmet-szet nyomott-, ill. húzott részében,

a beton nyíró határfeszültsége a betonkereszt-metszet nyomott, ill. húzott részében,

a beton tiszta nyírásból származó törő-, ill. határ-nyírófeszültség,

*Keresztmetszeti és egyéb jellemzők :*

$b$  (cm)

$h$  (cm)

$h_0$  (cm)

$x_0$ , ill.  $x'_0$  (cm)

$y_f$ , ill.  $y_a$  (cm)

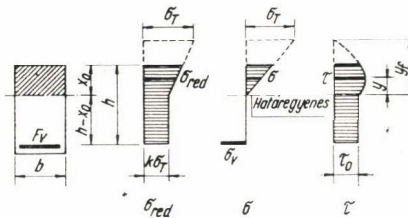
a gerenda szélessége,

a gerenda hasznos magassága,

a gerenda teljes magassága

a határegyenes távolsága a felső szélő száltól határnyomaték, ill. határnyíróerő esetén,

a beton keresztmetszet nyomott-, ill. húzott részé-nek elméleti magassága a megfelelő betonfeszültsé-g törőértékéig lineáris feszültség eloszlást fel-tételezve (l. 1. ábrán),



1. ábra

$F_{rj}$  (cm<sup>2</sup>)

$F_{K1}$ , ill.  $F_{K2}$  (cm<sup>2</sup>)

$F_b$  (cm<sup>2</sup>)

$l_x$  (cm)

$c$  (cm)

$m$

$\rho$

$n_M$

$n_Q$

a feszített húzott acélbetétek keresztmetszet területe,

a ferde törésvonalat metsző kengyelek, ill. fel-görbített acélbetétek keresztmetszeti területe,

a betongerenda teljes keresztmetszeti területe, a nyírt szakasz hossza,

a ferde törés vízszintes vetületének hossza,

a Poisson-féle szám,

a rendeltetési tényező,

a biztonsági tényező hajlításhól abiztonsági tényező nyírásból,

Arányszámok :

$$\omega = \frac{F_{K2}}{F_{K1}}$$

$$n = \frac{E_f}{E_b}$$

$$\mu = \frac{F_b}{F_{vf}}$$

$$k = \frac{\sigma_{hT}}{\sigma_T} = \frac{\sigma_{hH}}{\sigma_H}$$

### 3. Törési feltétel, törési elméletek

Szabályzataink előírják, hogy vasbeton- és feszített betontartók törő (határ) teherbírását a képlékenységtan elvei szerint kell igazolni. A törő (határ) teherbírás kifejezője a törőigénybevétel (határigénybevétel). Összetett igénybevétel esetében a törőigénybevételeket a törési feltétel alapján határozzuk meg.

A törési feltétel több egyidejű igénybevétel közötti összefüggést fejez ki törési állapotban.

A törési feltétel általános kifejezését

$$A \left[ \frac{Y_{1H}}{Y_{1OH}} \right]^a + B \left[ \frac{Y_{2H}}{Y_{2OH}} \right]^b + \dots + J \left[ \frac{Y_{nH}}{Y_{nOH}} \right]^i = \text{Const} \quad (1)$$

alakban írhatjuk fel, ahol

$Y_{iH}$  a határigénybevétel  $n$  egyidejű igénybevétel (összetett igénybevétel) esetén,

$Y_{iOH}$  a határigénybevétel egy igénybevétel esetén (pl. tiszta hajlítás, tiszta nyomás stb.)

Míg az acélszelvények törési feltételét a műszaki irodalom kimerítően tárgyalja, addig a vasbeton- és a feszített betonszelvényekre vonatkozó ilyen irányú kutatások hiányosnak mondhatók.

Feszített betontartóknál — mint ismeretes — egyidejű hajlító-, nyíró- és nyomóigénybevételek léphetnek fel. Az összetett igénybevételek vizsgálata az összetett feszültségek vizsgálatára egyszerűsíthető. A feladat tehát adott normálfeszültségekhez rendelt nyírófeszültségek meghatározása

$$\tau_T = f(\sigma, \sigma_T) \quad (2)$$

a törési állapotban.

A (2) jellegű függvények előállításának két módja ismeretes:

a) a fő húzó-, ill. fő nyomófeszültségek alapján, és

b) a törési feltétel alapján.

A főfeszültségek módszerét vagy a klasszikus módszert a német (Rausch, Rüsck, Drucker) és az északi államok kutatói (Johansen, Bernhardt) javasolják. Az eljárás szerint a tönkreemenetel

$$\sigma_{hH} = \frac{1}{2} (\sigma - \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}) \quad (3)$$

$$\sigma_H = \frac{1}{2} (\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}) \quad (4)$$

feltételek alapján következik be.

Korszerűbb és elterjedtebb a törés feltételének vizsgálata, amelynek alapját a legújabb szovjet és amerikai kísérletek képezik.

A törési feltételt a törési elméletek alapján határozzuk meg.

A törési elméletek az anyag fizikai, mechanikai vagy szilárdsági jellemzőiből vezetik le a törési feltételt. A beton, ismert tulajdonságai miatt nem hasonlítható össze az ideál rugalmas, ideál plasztikus vagy ideál rugalmas-ideál plasztikus anyagokkal. Erősen különböző húzó és nyomó szilárdsága következtében, a beton törési állapota nem jellemezhető a fajlagos tiszta alakváltozási munka állandóságára felépített Huber—Mises—Hencky-féle törési feltétellel.

Nem alkalmazható betonra De St. Venantnak a legnagyobb hosszváltozásokra alapozott törési elmélete sem, mivel a húzó- és nyomóhatárfeszültségek arányszáma nem egyenlő a Poisson-féle szám reciprok értékével, vagyis

$$k \neq \frac{1}{m}. \quad (5)$$

Az ismert törési elméletek közül a legnagyobb csúsztatófeszültség elmélete, vagyis a Mohr-féle feltevés mondható a betonra legjobban alkalmazhatónak. Ez a feltevés ismeretesen az alábbi alakban írható fel:

$$k \sigma_H \leq \sigma_{red} = \sigma_1 - k \sigma_3 \leq \sigma_H \quad (6)$$

Az összefüggésből megállapítható, hogy a  $\sigma_2$  középső főfeszültség a törés előidézésére nincs befolyással. Ez a körülmény Mohr elméletének kétségtelenül gyenge pontja. Kármán, Richart, Roš és Eichinger kísérletei ugyanis igazolták, hogy a tönkremenetel előidézésében a  $\sigma_2$  főfeszültségnek jelentős szerepe van. A feszített betongerenda nyírásvizsgálata azonban síkfeszültségi feladat és mint ilyen a  $\sigma_2$  középső főfeszültségtől mentes. Mivel a kutatások jelentős részének (Menyhárd, Borisanszky, Guralnick stb.) alapját a Mohr-féle törési feltevés képezi, célszerűnek tartjuk Mohr elméletének részletes ismertetését betonanyagra vonatkoztatva. A legnagyobb nyírófeszültség (csúsztatófeszültség) a (6) egyenlet segítségével határozható meg.

A redukált feszültség egyenlete (6) ugyanis, a fő húzó- és fő nyomófeszültség kifejezésének behelyettesítésével:

$$\sigma_{red} = \frac{1-k}{2} \sigma + \frac{1+k}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \quad (6/a)$$

alakra hozható. A Mohr-féle feszültségi köröket burkoló egyenessel határolva, tiszta nyírás esetére a

$$\tau_0 = \frac{k \sigma_T \cdot \sigma_T}{k \sigma_T + \sigma_T} = \frac{k}{1+k} \sigma_T \quad (7)$$

kifejezést nyerjük.

Adott normálfeszültségeloszláshoz (pl. vasbeton keresztmetszet nyomott övében keletkező nyomófeszültségeloszláshoz) tartozó redukált- és nyírófeszültség eloszlását az (1.) ábra tünteti fel.

Egy bizonyos  $y$  határegyenes feletti magassághoz tartozó redukált feszültség az 1. ábra alapján:

$$\sigma_{red} = k \sigma_T + \frac{\sigma_T - k \sigma_T}{y_f} y = \frac{\sigma_T}{y_f} [(1 - k) y + k y_f] \quad (8)$$

A normál feszültség

$$\sigma = \sigma_T \frac{y}{y_f} \quad (9)$$

A redukált feszültség (6/a) kifejezéséből a törést előidező nyírófeszültség (törő-nyírófeszültség)

$$\tau_T = \frac{\sigma_{red}}{1 + k} \sqrt{1 - (1 - k) \frac{\sigma}{\sigma_{red}} - k \frac{\sigma^2}{\sigma_{red}^2}} \quad (6/b)$$

alakban írható fel, illetve a (8) összefüggés behelyettesítésével

$$\tau_T = \frac{\sigma_T}{1 + k} \sqrt{k^2 + (1 - k) k \frac{y}{y_f} - k \frac{y^2}{y_f^2}} \quad (10)$$

A beton keresztmetszet nyomott részének törése tehát az alábbi feltételi egyenlettel határozható meg

$$\tau_T = \frac{k \sigma_T}{1 + k} \sqrt{1 + (1 - k) \frac{1}{k} \frac{\sigma}{\sigma_T} - \frac{1}{k} \frac{\sigma^2}{\sigma_T^2}} \quad (11)$$

A nyírófeszültség maximális értéke

$y = \frac{1 - k}{2} y_f$  ordinátánál

$$\tau_{max} = \frac{\sqrt{k}}{2} \sigma_T \quad (12)$$

A határegyenes alatt a nyírófeszültség állandó és értéke:

$$\tau_0 = \frac{k}{1 + k} \sigma_T \quad (7)$$

A  $k$  arányszám értéke különböző javaslatok szerint:

Saliger . . . . .	$k = 0,08$
Guyon . . . . .	$k = \frac{1}{30} - \frac{1}{8}$
Wästlund . . . . .	$k = 0,07$
Hognestad . . . . .	$k = 0,079$

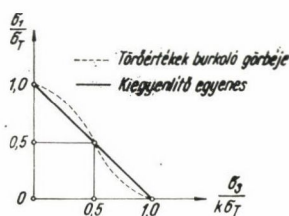
Mohr elméletének fogyatékoságai arra készítettek egyes kutatókat, hogy kísérleti úton állapítsák meg a beton törési feltételét kifejező egyenletet. Az alábbiakban a jelentősebb kísérletek eredményeiről számolunk be.

Bresler és Pister széleskörű törőkísérletei fényt vetettek a beton nyomó- és húzószilárdsága közötti összefüggésre (2. ábra).

Eredményeiket az alábbi empirikus képlettel juttatták kifejezésre

$$\tau_T = 0,1 \sigma_T \sqrt{0,622 + 7,86 \frac{\sigma}{\sigma_T} - 8,46 \frac{\sigma^2}{\sigma_T^2}}. \quad (13)$$

Bresler és Pister által javasolt (13) és a Mohr-elmélet alapján levezetett (11) összefüggések nagymértékű hasonlósága arra enged következtetni, hogy a Mohr-féle törési elmélet beton anyagnál is jó közelítéssel alkalmazható.



2. ábra

Guralnick számszerűen kimutatja, hogy a (13) és (11) egyenletek azonosak, ha

$$k = \frac{1}{13,4} = 0.075.$$

Noha ez a megállapítás nagymértékben hozzájárul a Mohr-féle törési elmélet igazolásához, a kérdés körüli vita még nem tekinthető lezártnak.

#### 4. Javaslat a törési feltétel kifejezésére

Bresler és Pister törőkísérleteinek eredményét a 2. ábrán feltüntetett burkoló görbe fejezi ki. A további számítások leegyszerűsítése végett a burkoló görbét egy kiegyenlítő egyenessel helyettesítjük. Ez utóbbi közelítéssel a  $\sigma_1$  és  $\sigma_3$  főfeszültségek, valamint a nyomó-húzó és  $(\sigma_T, k\sigma_T)$  törőfeszültségek közötti összefüggés analitikai kifejezése

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_T} + \frac{\sigma_3}{k\sigma_T} = 1 \quad (14)$$

alakban írható fel.

Amennyiben a (14) képletben a nyomó- és húzófeszültségeket

$$\sigma_1 = \sigma \quad \text{és} \quad \sigma_3 = -\frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

értékekkel helyettesítjük, a

$$\tau_T = k\sigma_T \sqrt{1 + \frac{1-2k}{k} \frac{\sigma}{\sigma_T} - \frac{1-k}{k} \frac{\sigma^2}{\sigma_T^2}} \quad (15)$$

egyenletet nyerjük.

A nyírófeszültség maximális értéke

$$\tau_{\max} = k \sigma_T \sqrt{1 + \frac{(1 - 2k)^2}{2k(1-k)} - \frac{1-k}{k} \frac{(1-2k)^2}{4(1-k)^2}} \quad (16)$$

és az ezzel egyidejű nyomófeszültség

$$\sigma = \sigma_T \frac{1 - 2k}{1 - k}.$$

A nyírófeszültség értéke  $\sigma = 0$  esetében

$$\tau_0 = k \sigma_T = \sigma_{hT}$$

ami az elemi szilárdságtan ismert eredményével megegyező. A továbbiakban

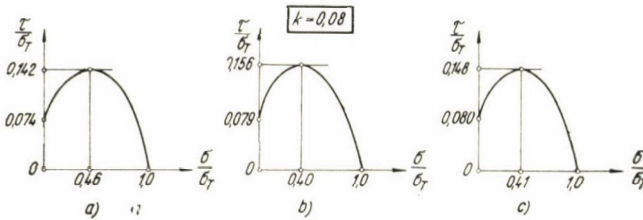
$$k = 0,08$$

értékkel számolva, a beton törési feltételére

$$\tau_T = 0,08 \sigma_T \sqrt{1 + 10,5 \frac{\sigma}{\sigma_T} - 11,5 \frac{\sigma^2}{\sigma_T^2}} \quad (17)$$

összefüggést fogadjuk el.

A törési feltétel függvényeit egyidejű nyomó- és nyírófeszültség esetén Mohr, Bresler—Pister és a javaslatunk szerint a 3. ábrán ábrázoltuk.



3. ábra

A beton törési feltétele egyidejű húzó- és nyírófeszültségnél ugyancsak a (14) összefüggésből vezethető le; ui. ha a nyomófeszültség  $\sigma = 0$ ,

$$\frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = k \sigma_T \quad (18)$$

egyenlőséget nyerjük és a betonkeresztmetszet húzott részének törési feltételét

$$\tau_{hT} = k \sigma_T \sqrt{1 - \frac{\sigma}{k \sigma_T}} \quad (19)$$

egyenlet fejezi ki.

A (19) egyenlet  $k = 0,08$  értékkel

$$\tau_{hT} = 0,08 \sigma_T \sqrt{1 - \frac{\sigma}{0,08 \sigma_T}} \quad (20)$$

alakban írható fel.

## 5. A törési feltétel és a méretezési előírásaink

Szabályzataink a tartószerkezetek törő teherbírásának igazolásánál a határigénybevétel fogalmát vezetik be.

A feszített betonszelvény határnyomatékának meghatározásánál a nyomott részben egyenletes feszültségeloszlást tételezünk fel és a feszültség értékét a határfeszültséggel vesszük azonosnak. Az egyenletes feszültségeloszlás feltevésének gondolata Whitneytól származik és értéke a valóságos (nem lineáris) feszültségeloszlás kiegyenlítésével állapítható meg. Ennek következtében a nyomott rész átlagos feszültsége a törőfeszültségnél mindig kisebb.

Ha a törőfeszültség (kockaszilárdság) ( $\sigma_T$ ) és határfeszültség ( $\sigma_H$ ) közötti arányszám

$$\frac{\sigma_T}{\sigma_H} = \frac{\tau_T}{\tau_H} = C,$$

akkor valamilyen  $\sigma$  nyomófeszültséghez rendelt nyíró határfeszültség

$$\tau_H = \frac{\tau_T}{C} = 0,08 \sigma_H \sqrt{1 + 10,5 \frac{\sigma}{\sigma_T} - 11,5 \frac{\sigma^2}{\sigma_T^2}} \quad (21)$$

függvényből és  $\sigma$  húzófeszültséghez tartozó nyíróhatárfeszültség

$$\tau_{hH} = \frac{\tau_{hT}}{C} = 0,08 \sigma_H \sqrt{1 - \frac{\sigma}{0,08 \sigma_T}} \quad (22)$$

függvényből számítható.

Tiszta nyírás esetében ( $\sigma = 0$ ) a (21), ill. (22) egyenletekből

$$\tau_{0H} = 0,08 \sigma_H$$

kifejezést nyerjük.

Itt jegyezzük meg, hogy ha a határfeszültséget a törőszilárdság alsó küszöbértékének fogadjuk el, vagyis  $\sigma_H = \sigma_T$ , akkor a hajlított tartó nyomott részében nyírófeszültségek nem keletkezhetnek; ha viszont azt a nyomott részben keletkező feszültségek átlagos értékének tekintjük, akkor a nyomott rész is képes nyíróerők felvételére.

A továbbiakban, a kísérleti eredményeknek megfelelően, ez utóbbi feltevést fogadjuk el.

## 6. A feszített betongerenda vizsgálata

A Közúti Hídszabályzatban előírt vizsgálatokat a rugalmasságtan és a képlékenységtan elvei alapján hajtjuk végre.

### 6.1. A rugalmasságtan elvei alapján előírt vizsgálatok

A Közúti Hídszabályzat előírja, hogy az építés különböző állapotában, valamint kész állapotban — a repedésmentesség kimutatásánál — számításainkat a rugalmasságtan elvei alapján végezzük. A rugalmasságtan elvei alapján végzett vizsgálatok a szélső szálakban keletkező feszültségek ellenőrzéséből, illetve a repedésmentességi feltétel teljesülésének igazolásából állnak.



A következőkben a repedésmentességgel kapcsolatos vizsgálatot részletezzük.

A repedésmentesség feltétele az üzemi teher fogalmához kapcsolódik. Az üzemi igénybevétel

$$Y_{\bar{u}} = \varrho [\Sigma Y_a + \Sigma Y_e] \quad (23)$$

kifejezésből állapítjuk meg, ahol

$Y_a$  az állandó jellegű terhekből

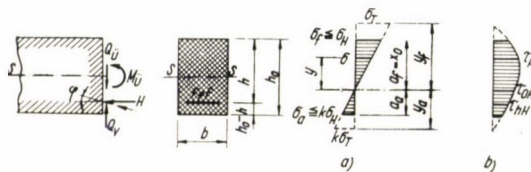
$Y_e$  az esetleges jellegű terhekből (biztonsági tényező nélkül) számított igénybevétel.

#### 6.11. A határnyíróerő számítása teljes repedésmentesség esetében

A teljes repedésmentesség feltétele akkor teljesül, ha az üzemi nyomoték hatására a betonfeszültség értéke az alsó szélső szálaban (4a ábra)

$$\sigma_a \leq \sigma_{hH}.$$

E határig a keresztmetszet az I. feszültségi állapotban van.



4. ábra

Feladatunk az adott normálfeszültséghez rendelt határnyírófeszültségek-ből a határnyíróerő értékét kiszámítani.

A határnyíróerő kifejezése a 4. ábra jelölései alapján

$$Q_{bH} = Q_{bH1} + Q_{bH2} = b \int_0^{a_1} \tau_H dy + b \int_0^{a_a} \tau_{hH} dy. \quad (24)$$

A (15) és (19) egyenletekbe

$$\frac{\sigma^{(-)}}{\sigma_T} = \frac{y}{y_f}; \quad \frac{\sigma^{(+)}}{k \sigma_T} = \frac{y}{y_a}$$

értékeket helyettesítve a határnyíróerő két tagja:

$$Q_{bH1} = k \sigma_H b \int_0^{a_1} \sqrt{1 + \frac{1-2k}{k} \frac{y}{y_f} - \frac{1-k}{k} \frac{y^2}{y_f^2}} dy \quad (25/a)$$

$$Q_{bH2} = k \sigma_H b \int_0^{a_a} \sqrt{1 - \frac{y}{y_a}} dy \quad (25/b)$$

alakban írható fel.

A továbbiakban

$$y_f = \frac{\sigma_T}{\sigma_f} a_f = \alpha a_f; \quad \alpha > 1$$

$$y_a = \frac{k \sigma_T}{\sigma_a} a_a = \beta a_a; \quad \beta > 1,$$

illetve

$$u_1 = \frac{y}{\alpha a_f}; \quad dy = \alpha a_f du_1$$

$$u_2 = \frac{y}{\beta a_a}; \quad dy = \beta a_a du_2$$

változók bevezetésével az integrálás eredménye

$$\begin{aligned} Q_{bH1} &= k \sigma_H b a_f \int_0^{\frac{1}{\alpha}} \sqrt{1 + \frac{1-2k}{k} u_1 - \frac{1-k}{k} u_1^2} du_1 = \\ &= k \sigma_H b \frac{\alpha a_f}{2} \left[ \left( \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{2} \frac{1-2k}{1-k} \right) \sqrt{1 + \frac{1-2k}{k} \frac{1}{\alpha} - \frac{1-k}{k} \frac{1}{\alpha^2}} + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{2} \frac{1-2k}{1-k} - \frac{1}{4k(1-k)} \sqrt{\frac{k}{1-k}} \right] \left\{ \arcsin \left[ -\frac{2}{\alpha} (1-k) + (1-2k) \right] - \right. \\ &\left. - \arcsin (1-2k) \right\} \end{aligned} \quad (26/a)$$

$$Q_{bH2} = -\frac{2}{3} k \sigma_H b \beta a_a \left[ \sqrt{\left(1 - \frac{1}{\beta}\right)^3 - 1} \right]. \quad (26/b)$$

A határnyíróerő két tagjának értéke  $k = 0,08$  esetében

$$\begin{aligned} Q_{bH1} &= 0,04 \sigma_H b \alpha a_f \left[ \left( \frac{1}{\alpha} - 0,45 \right) \sqrt{1 + 10,5 \frac{1}{\alpha} - 11,5 \frac{1}{\alpha^2}} + \right. \\ &+ \left. 1,45 - \arcsin \left( -\frac{1,84}{\alpha} + 0,84 \right) \right] \end{aligned} \quad (26/c)$$

$$Q_{bH2} = -0,053 \sigma_H b \beta a_a \left[ \sqrt{\left(1 - \frac{1}{\beta}\right)^3 - 1} \right]. \quad (26/d)$$

Az üzemi nyíróerő

$$Q_{\bar{u}} = \varrho [\Sigma Q_a + \Sigma Q_e - Q_v], \quad (27)$$

ahol:

$\Sigma Q_a$ , ill.  $\Sigma Q_e$  az állandó (feszítőerő nélkül), illetve esetleges jellegű terhekből számított nyíróerő,

$$Q_v = H \operatorname{tg} \varphi \quad (28)$$

$$H = F_{vf} \left( \sigma_m \cos \varphi + n \sigma_f \frac{h - x_0}{x_0} \right) \quad (29)$$

$\varphi =$  a feszített acélbetét nyomvonalának érintője és a vízszintes közötti szög a vizsgált keresztmetszet helyén.

A keresztmetszet nyíróerő tartalékát

$$n_Q = \frac{Q_{bH}}{Q_{ü}} \geq n_M = 1,4 \quad (30)$$

összefüggés alapján ellenőrizzük.

Előrefeszített betongerendánál a képletek:

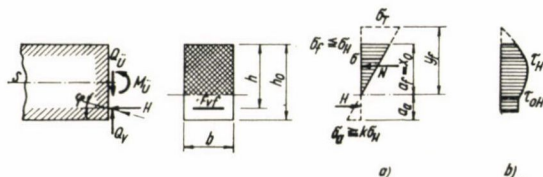
$$\varphi = 0; \quad Q_v = 0; \quad \cos \varphi = 1$$

egyenlőségek szerint egyszerűsíthetők.

### 6.12. A határnyíróerő számítása részleges repedésmentesség esetében

A vizsgált keresztmetszet repedtnek tekinthető, ha a (23) összefüggésből számított üzemi igénybevétel (nyomaték) következtében a rugalmasságtan elvei alapján számított betonfeszültség az alsó húzott szálban a húzóhatárfeszültség értékét túllépte.

A feszültségi nullvonal (határegyenes) helyét, a külpontosan nyomott vasbetonszelvény analógiája alapján állapítjuk meg.



5. ábra

Repedt keresztmetszetet feltételezve (II. feszültségi állapot) a  $\sigma_f$  és  $x_0$  ismeretleneket az 5. ábra jelölései alapján az alábbi két egyensúlyi egyenletből fejezzük ki:

$$H = N = \frac{\sigma_f x_0 b}{2} \quad (31)$$

$$M = \varrho (M_a + M_c) = \frac{\sigma_f x_0 b}{2} \left( h - \frac{x_0}{3} \right). \quad (32)$$

A (31) egyenlet a vízszintes erők egyensúlyát — a (32) egyenlet a feszített acélbetétek tengelyére felírt külső és belső nyomatékok egyenlőségét fejezi ki.

A feszítőerő vízszintes összetevőjének értékét ( $H$ ) a (29) egyenletből számoljuk.

A részleges repedésmentesség feltételeit az  $x_0$  határegyenes helyzetének megkövetésével az alábbiak szerint szabályozhatjuk.

Ha teljes repedésmentesség esetében

$$\frac{a_a}{x_0} \leq \frac{k \sigma_H}{\sigma_H} = k, \quad \text{illetve} \quad x_0 \geq \frac{1}{1+k} h_0$$

akkor részleges repedésmentességnél,

$$\frac{a_a}{x_0} \leq 2k$$

arányszámból, a határegyenes helyzete

$$x_0 \geq \frac{1}{1+2k} h_0$$

feltételhez kötött.

A  $\sigma$  nyomófeszültség eloszlásának ismeretében a határnyíróerő

$$Q_{bH} = Q_{bH1} + Q_{bH2} = b \int_0^{a_f} \tau_H dy + b \int_0^{h-x_0} \tau_{0H} dy. \quad (33)$$

Az integrál első tagjának megoldása a (26a), ill. (26c) kifejezéssel azonos, a második tag

$$Q_{bH2} = k \sigma_H b (h - x_0), \quad (34)$$

illetve  $k = 0,08$  esetében

$$Q_{bH2} = 0,08 \sigma_H b (h - x_0) \quad (34/a)$$

alakban írható fel.

A keresztmetszet ellenőrzését ugyancsak a (30) összefüggés alapján végezzük el.

## 62. A képlékenységtan elvei alapján előírt vizsgálatok

A vizsgálatok során meghatározzuk azt a határnyíróerőt, amit a feszített betongerenda a képlékenységtan elvei alapján kiszámított határnyomatékkal egyidejűleg felvenni képes.

A tanulmány keretében a függőleges és a ferde törés esetére térünk ki.

### 621. A határnyíróerő számítása függőleges törés esetében

#### Feltevések

a) a beton húzófeszültségeit nem vesszük figyelembe,

b) a beton keresztmetszet nyomott részében a beton nyomóhatárfeszültségével megegyező egyenletes normálfeszültségeloszlást és ezzel egyidejűleg, a törési feltételnek megfelelő, egyenletes nyíró határfeszültség eloszlást tételezünk fel,

c) a feszített acélbetét húzófeszültségeit a Közüti Hídszabályzat J fejezet 4.44 pontja szerint vesszük figyelembe.

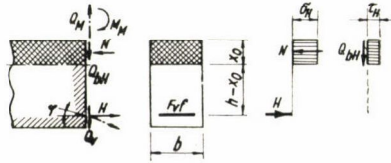
d) a keresztmetszet hajlításra kihasznált:

$$M_M = M_H \quad (35)$$

azaz a mértékadó- és határnyomaték egyenlő,

e) az acélbetétek határállapotban nyírófeszültséget (csúsztató erőt) felvenni nem képesek. Ezt a feltevést Kani, Bresler és Pister kísérletei igazolják.

Függőleges törés esetében a határegyenes helyzetét a Közüti Hídszabályzat előírásai szerint állapítjuk meg.



6. ábra

A vizsgált keresztmetszet határállapotban (6. ábra)

$$Q_{bH} = \int_0^{x_0} \tau_H b dy = \tau_H b x_0 = K_1 N \quad (36)$$

határnyíróerő felvételére képes, ahol:

$$N = \sigma_H b x_0$$

és

$$K_1 = 0,08 \sqrt{1 + 10,5 \frac{\sigma_H}{\sigma_T} - 11,5 \frac{\sigma_H^2}{\sigma_T^2}}$$

A nyíró határfeszültség ( $\tau_H$ ) értékeit az I. sz. táblázat tartalmazza.

I. sz. táblázat

Megnevezés	Beton minőség		
	B 280	B 400	B 560
$K = \sigma_H / \sigma_T$	0,41	0,35	0,32
		0,40	0,36
$K_1$	0,148	0,141	0,142
		0,147	0,145
$\tau_H$ kg/cm <sup>2</sup>	17	20	25,5
		23,5	29

A feszített betonkeresztmetszet teherbírását

$$Q_M = \varrho (\Sigma Q_a + n_M \Sigma Q_e - Q_v) \leq Q_{bH} \quad (37)$$

alapján igazoljuk, ahol

$$Q_v = H \operatorname{tg} \varphi; H = \sigma_m F_{vf}.$$

Ha a (37) feltétel teljesül, nyírt acélbetétek alkalmazása elméletileg nem szükséges, ha azonban a (37) feltételi egyenlet nincs kielégítve, a vizsgálatot a ferde törési elmélet alapján folytatjuk.

### 622. A nyíróerő számítása a ferde törési elmélet alapján

#### Feltevések

- a ferde repedések hajlásszöge  $45^\circ$ ,
- a kengyelekre, ill. felgömbített acélbetétekre jutó nyíróerők ( $Q_{K1}$  és  $Q_{K2}$ ) a ferde metszet közepén összpontosítva működnek,
- a ferde töréshez tartozó határegyenes ( $x'_0$ ) távolsága a felső szélső száltól kisebb a függőleges metszet  $x_0$  távolságánál, vagyis

$$x'_0 < x_0.$$

E feltevést Gyengő, Moody, Hognestad, Zwoyer, Siess stb., valamint a szerzők által végzett kísérletek (9. ábrák) igazolják,

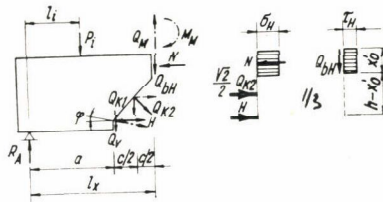
- a nyírt acélbetétek tönkremenetele egyidejű, vagyis:

$$\frac{Q_{K2}}{F_{K2}} = \frac{Q_{K1}}{F_{K1}} \quad (38)$$

innen

$$Q_{K2} = \frac{F_{K2}}{F_{K1}} Q_{K1} = \omega Q_{K1}; \quad (39)$$

- a további feltevéseink a 6.21 pontban felsoroltakkal azonosak.



7. ábra

Az ismeretlen belső erőket az egyensúlyi egyenletek (7. ábra)

$$\Sigma H = 0; N = H + \frac{\sqrt{2}}{2} Q_{K2} \quad (40)$$

$$\Sigma V = 0; Q_M = Q_{bH} + Q_V + Q_{K1} + \frac{\sqrt{2}}{2} Q_{K2} \quad (41)$$

$$\Sigma M = 0; M_H = N \left( h - \frac{x'_0}{2} \right) + Q_V c + Q_{K1} \frac{c}{2}. \quad (42)$$

(a 0 pontra felírt nyomatéki egyenlet),

továbbá az alábbi egyenlőségek

$$\begin{aligned} Q_{bH} &= K_1 N; \\ Q_v &= H \operatorname{tg} \varphi; \\ Q_{K2} &= \omega Q_{K1}; \\ c &= h - x'_0 \end{aligned}$$

segítségével határozzuk meg. A megfelelő behelyettesítéseket elvégezve

$$AH^2 - BH + C = 0 \quad (43)$$

másodfokú egyenletet nyerjük. Az együtthatók kifejezése:

$$A = \frac{1 + 2 \operatorname{tg} \varphi}{2 \sigma_H b} - \frac{1 + \sqrt{2} \omega + \frac{\sqrt{2}}{2} \omega \operatorname{tg} \varphi}{2 \sigma_H b g} (K_1 + \operatorname{tg} \varphi) + \frac{\omega(\omega + \sqrt{2})(K_1 + \operatorname{tg} \varphi)^2}{4 \sigma_H b g^2}$$

$$\begin{aligned} B &= h(1 + \operatorname{tg} \varphi) - \frac{(\sqrt{2} \omega + 1)(K_1 + \operatorname{tg} \varphi)}{2g} h - \frac{\sqrt{2} \omega(1 + \operatorname{tg} \varphi) + 1}{2 \sigma_H b g} Q_M + \\ &+ \frac{\omega(\omega + \sqrt{2})(K_1 + \operatorname{tg} \varphi)}{2 \sigma_H b g^2} Q_M^2 \end{aligned}$$

$$C = \frac{\omega(\omega + \sqrt{2})}{4 \sigma_H b g^2} Q_M^2 - \frac{\sqrt{2} \omega + 1}{2g} Q_M h + M_H$$

$$g = \frac{\sqrt{2}}{2} \omega(K_1 + 1) + 1$$

A feszítő erő vízszintes összetevőjének (H) ismeretében, a nyírt acélbetétekben levő erőt az alábbi képletekből számítjuk:

$$Q_{K1} = \frac{Q_M - H(K_1 + \operatorname{tg} \varphi)}{g} \quad (44)$$

$$Q_{K2} = \omega Q_{K1}. \quad (45)$$

A nyírt acélbetétek keresztmetszeti területét

$$F_{K1} = \frac{Q_{K1}}{\sigma_{vH}}; \quad F_{K2} = \omega F_{K1}$$

alapján határozzuk meg.

Az általános esetből a következő különleges esetek vezethetők le:

a) Utófeszített betongerenda csak kengyelezéssel ellátva ( $\varphi = 0$ ,  $g = 1$ ). Ekkor az (43) egyenlet együtthatói az alábbiak szerint módosulnak.

$$A = \frac{1 + 2 \operatorname{tg} \varphi}{2 \sigma_H b} - \frac{K_1 + \operatorname{tg} \varphi}{2 \sigma_H b}$$

$$B = h(1 + \operatorname{tg} \varphi) - (K_1 + \operatorname{tg} \varphi) \frac{h}{2} - \frac{Q_M}{2 \sigma_H b}$$

$$C = -Q_M \frac{h}{2} + M_H.$$

b) Előrefeszített gerenda kengyellel és felgörbített acélbetétekkel ( $\operatorname{tg} \varphi = 0$ ) ellátva. Ekkor az együtthatók:

$$A = \frac{1}{2 \sigma_H b} - \frac{1 + \sqrt{2} \omega}{2 \sigma_H b g} K_1 + \frac{\omega(\omega + \sqrt{2}) K_1^2}{4 \sigma_H b g^2}$$

$$B = h - \frac{(\sqrt{2} \omega + 1) K_1}{2 g} h - \frac{\sqrt{2} \omega + 1}{2 \sigma_H b g} Q_M + \frac{\omega(\omega + \sqrt{2}) K_1}{2 \sigma_H b g^2} Q_M^2$$

$$C = \frac{\omega(\omega + \sqrt{2})}{4 \sigma_H b g^2} Q_M^2 - \frac{\sqrt{2} \omega + 1}{2 g} Q_M h + M_H.$$

c) Előrefeszített gerenda, csak kengyellel ( $\operatorname{tg} \varphi = 0$ ;  $\omega = 0$ ;  $g = 1$ ) ellátva. Ekkor az együtthatók:

$$A = \frac{1 - K_1}{2 \sigma_H b}$$

$$B = h \left( 1 - \frac{K_1}{2} \right) - \frac{Q_M}{2 \sigma_H b}$$

$$C = -Q_M \frac{h}{2} + M_H.$$

### 7. Határnyíróerő, határnyírónyomaték

Határnyíróerőn azt a nyíróerőt értjük, amely a ferde törés mentén határállapotot idéz elő. A határnyíróerő kifejezése:

$$Q_H = Q_{bH} + Q_V + Q_{KH1} + \frac{\sqrt{2}}{2} Q_{KH2} \quad (46)$$

ahol:

$$Q_{KH1} = F_{K1} \sigma_{vH}; \quad Q_{KH2} = F_{K2} \sigma_{vH};$$

$$Q_{bH} = K_1 N; \quad Q_V = H \operatorname{tg} \varphi.$$

A határnyíróerőt az alábbi egyensúlyi egyenletek segítségével határozzuk meg

$$N = H + \frac{\sqrt{2}}{2} Q_{KH2} \quad (47)$$

$$M_{HT} = N \left( h - \frac{x'_0}{2} \right) + Q_V c + Q_{KH1} \frac{c}{2}, \quad (48)$$

ahol:

$$M_{HT} = Q_H l_x + \sum_{i=1}^n P_i l_i. \quad (49)$$



Az egyenletrendszer megoldása

$$A_1 H^2 - B_1 H + C_1 = 0 \quad (50)$$

másodfokú egyenlethez vezet, amelynek együtthatói:

$$A_1 = \frac{1 + 2 \operatorname{tg} \varphi}{2 \sigma_H b}$$

$$B_1 = h(1 + \operatorname{tg} \varphi) - l_x(K_1 + \operatorname{tg} \varphi) - \frac{Q_{KH1}}{2 \sigma_H b} [1 + \sqrt{2} \omega(1 + \operatorname{tg} \varphi)]$$

$$C_1 = \sum_{i=1}^n P_i l_i + Q_{KH1} \left[ g l_x - (1 + \sqrt{2} \omega) \frac{h}{2} \right] + \frac{\omega(\omega + \sqrt{2})}{4 \sigma_H b} Q_{KH1}^2$$

alakban írhatók fel.

A feszítőerő vízszintes összetevőjének ismeretében (a másodfokú egyenlet kisebbik gyöke) a határnyíróerő értéke

$$Q_H = (K_1 + \operatorname{tg} \varphi) H + \left[ 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \omega(1 + K_1) \right] Q_{KH1} \quad (51)$$

egyenletből kiszámítható.

A feszített betongerenda nyíró-törőteherbírását

$$Q_M \leq Q_H \quad (52)$$

feltétel alapján ellenőrizzük. Amennyiben az (52) feltételi egyenlet nincs kielégítve, azaz

$$Q_M > Q_H,$$

a feszített betongerenda tönkremenetelét a nyíróerők okozzák. Ez utóbbi esetben a vizsgált keresztmetszet határnyírónyomatéka

$$M_{HT} = Q_H l_x + \sum_{i=1}^n P_i l_i < M_H \quad (53)$$

egyenlőségből határozható meg, és a határállapot még a határnyomaték ( $M_H$ ) előtt bekövetkezik.

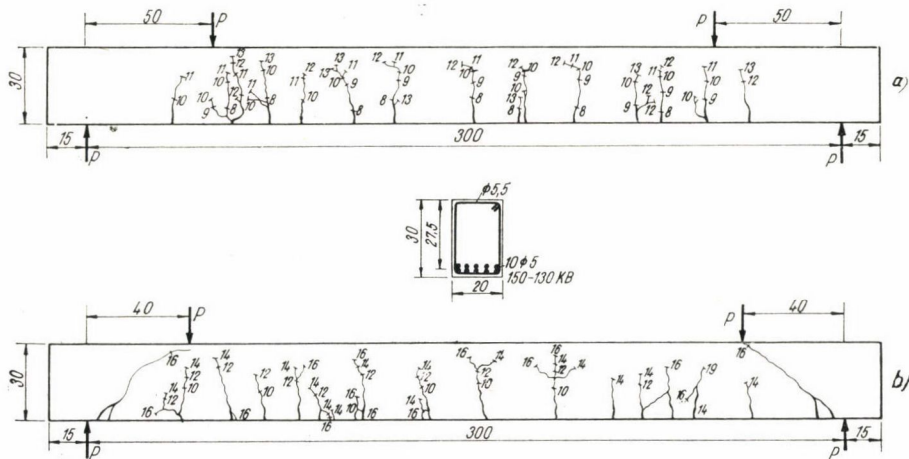
A javasolt számítási eljárás alapján könnyen eldönthető egy eddig kellően fel nem tárt kérdés, nevezetesen a vizsgált keresztmetszet mértékadó (minimális) határigénybevételének kérdése.

## 8. Kísérletek

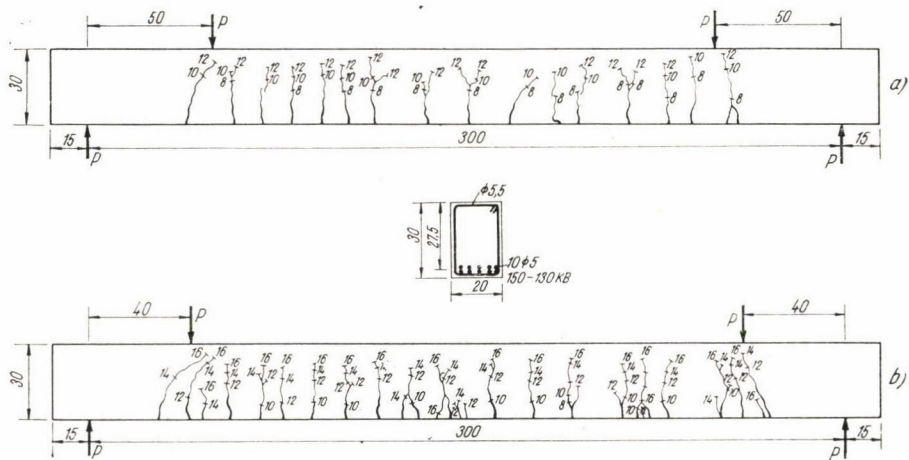
Az elméleti eredmények ellenőrzésére négyszög keresztmetszetű, Hoyer-rendszerű előrefeszített gerendákon törőkísérleteket hajtottunk végre. A kísérleti tartók B 350—380-as minőségű betonból készültek, a feszítést 10 Ø 5, 150 KB jelzésű acélhuzallal végeztük. A gerendák hossza 3,30 m — keresztmetszete 20 × 30 cm. A kísérleteket két gerendatípuson végeztük: nyírt acél-

betétes és nyírt acélbetétek nélküli gerendákon. A terhelés következtében keletkező repedéseket a (8) és (9) ábrán rajzoltuk meg.

A gerendák terhelési módját a 10. ábra tünteti fel.



8. ábra



9. ábra

A törökísérletek és a számítás eredményeit a II. sz. táblázatban foglaltuk össze.

A 8a és 9a repedéskép arra mutat, hogy a gerenda törését a hajlításból származó jellegzetes „ $\sigma$  repedések” okozták.

A 9b, de különösen a 8b ábrán megfigyelhetők a törőerő közelében keletkező ferde repedések. A gerendák a ferde törés, illetve a törőerő környezetében keletkező kagylós törés következtében mentek tönkre. A ferde repedések a „ $\sigma$  repedéseknél” jobban behatolnak a nyomott betonrészben, felső szakaszuk vízszintesbe megy át és az összes repedések közül a legjobban megnyílnak. Mindezek a nyíró-törés jellegzetes jelenségei.

II. sz. táblázat

Megnevezés		Nyírt a. betét nélkül (B 350)		Nyírt a. betéttel (B 380)		Törés oka
		Számított	Mért	Számított	Mért	
0,50 (m)	$P_T$	12,80	13,80	12,88	14,56	Hajlítás
	$M_T$	6,40	6,90	6,44	7,28	
0,40 (m)	$P_T$	14,90	15,80	16,10	18,00	Nyírás, ill. nyírás és hajlítás
	$M_T$	5,96	6,32	6,44	7,20	

### 9. Összefoglalás

A határnyíró-igénybevétel (erő, nyomaték) elméleti meghatározása bonyolult, összetett feladat. A beton törési feltételének feltárásával a feszített beton hajlított gerenda határnyíró-igénybevétele analitikailag is kifejezhető. Az ismertetett számítási móddal nyert eredmények jó összhangban vannak a törőkísérletek mért értékeivel. A számítási eljárás egyszerűsítése és a gyakorlat számára alkalmasabbá tétele végett, szükségesnek tartjuk a kísérletek folytatását és ezek alapján egy táblázatos számítási mód kidolgozását.

A számításokban nem ellenőriztük az egyensúly feltételét (Cauchy-féle egyenletek), mivel azok igen bonyolult összefüggésekhez vezetnek. A hazai és külföldi példák egyaránt bebizonyították, hogy az elhanyagolásból származó hiba jelentéktelen és kizárólag elméleti jellegű.

A számítások és kísérletek az alábbi következtetésekhez vezetnek:

a) A feszített betontartók nyíró-törő teherbírása nagyobb a közönséges vasbeton gerendákénál.

b) A feszítő erő (feszítés) a tartó nyíró-törő teherbírását hasonló módon növeli, mint a vasbeton gerendák kengyelezése vagy felgömbített acélbetétei (9), (13). Ezen felül utófeszített gerendáknál a görbe kábelvezetés következtében nyíróerőcsökkenés áll elő. Ezért magasépítési szerkezeteknél a nyírt acélbetétek alkalmazásától eltekinthetünk, ha számítással igazolható, hogy a betonkeresztmetszet nyomott része a mértékadó nyíróerőt egymaga képes felvenni. Hídstruktúráknál azonban szerkezeti és biztonsági okokból nyírt acélbetétek alkalmazása mindenkor tanácsos.

c) A szokványos méretű kéttámaszú feszített betongerendák rugalmasságtan elvei alapján méretezett (fő feszültségek) nyírt acélbetétei határállapotban nincsenek kihasználva, így azok általában hajlító- és nem nyíró-törés következtében mennek tönkre.

d) A feszített beton hajlított gerenda mértékadó (minimális) határigénybevétele (nyírás vagy hajlítás) az ismertetett számítási eljárással (7. pont) egyértelműen meghatározható.

e) A betonkeresztmetszet határnyíró igénybevétele nagymértékben függ a nyomott beton rész kihasználási fokától.

f) Ferde törés esetében a határegyenes a gerendakeresztmetszet felső élé felé közeledik (8. és 9. ábrák)

$$x'_0 \leq x_0$$

és a feszített acélbetétek feszültsége a határfeszültség ( $\sigma_{fH}$ ), illetve a határnyomaték számításánál figyelembe vett feszültség ( $\sigma_m$ ) alatt van.

g) A feszített- és vasbetongerendák korszerű nyírásvizsgálata feltétlenül indokolt, mivel törési állapotban a Mörsch-féle „névleges nyírófeszültség” kifejezése

$$\tau = \frac{Q}{bq}$$

sem vasbeton, sem feszített betonkeresztmetszetek esetében nem helytálló. Üzemi terhelés esetében Mörsch képlete csak közönséges vasbetongerendáknál vezet a valóságnak megfelelő eredményhez és csak akkor, ha a beton és a húzott acélbetétek közötti tapadás biztosított; feszített betongerendáknál a tapadó- és a nyírófeszültségek közötti összefüggés nem egyértelmű [6], [8], [13], [14] s így a feszített acélbetét által felvett nyíróerő nagyságrendjére vonatkozóan következtetni nem tudunk.

Az ismertettek alapján — az egyenlő biztonság elvének fokozottabb érvényesítése végett — indokoltnak tartjuk előírásainknak és szabályzatainknak a nyíró-törő teherbírás vizsgálatával való kiegészítését.

#### IRODALOM

- [1.] *Gyengő T.* : Berechnung der Schubbewehrung von Stahlbetonbalken auf Grund der Plastizitätstheorie. Bauplanung—Bautechnik 1957. dec.
- [2.] *Menyhárd I.* : Vasbetongerenda nyírási vasalásának számítása a ferde törés elmélet alapján. Magyar Építőipar, 1959. V. 265. l.
- [3.] *Whitney Ch.* : Ultimate Shear Strength of Reinforced Concrete Flat Slabs, Footings, Beams and Frame Members without Shear Reinforcement. A. C. I. Journal 1957. okt. No. 4. Vol. 29.
- [4.] *Tien S. Chang—Clyde E. Kesler* : Static and Fatigue Strength in Shear of Beams with Tensile Reinforcement. A. C. I. Journal 1958. jún. No. 12. Vol. 29.
- [5.] *Bresler, B.—Pister, K. S.* : Strength of Concrete under Combined Stresses. A. C. I. Journal 1958. szept. No. 3. Vol. 30.
- [6.] *Bresler, B.—Pister, K. S.* : Failure of Plan Concrete under Combined Stresses. Proceedings. A. S. C. E. 1955. ápr. 16. No. 674. Vol. 81.
- [7.] *Mc. Henry D.—Karni, J.* : Strength of Concrete under Combined Tensile and Compressive Stress. A. C. I. Journal 1958. ápr. No. 10. Vol. 29.
- [8.] *Guralnick, S. A.* : Strength of Reinforced Concrete Beams. Proceedings of the ASC I Structural Division. 1959. jan.
- [9.] *Gessner M.* : Berechnung der Bügelbewehrung in Stahlbetonverbundkonstruktionen mit vorgespannter Zuggurt. Betonsteinzeitung 1957. febr. 101—106. l.
- [10.] *Walther, R.* : Über die Beanspruchung der Schubarmierung von Eisenbetonbalken. Schweizerische Bauzeitung 1956. No. 1, 2, 3.
- [11.] *Rensaa, E. M.* : Shear, Diagonal Tension and Anchorage in Beams A. C. I. Journal 1958. dec. No. 6. Vol. 30.
- [12.] *Moody, K. G.—Viest, J. N.—Elstner, R. C.—Hognestad, E.* : Shear Strength of Reinforced Concrete Beams. A. C. I. Journal 1954. dec. és 1955. jan. febr. márc.
- [13.] *Zwoyer, E. M.—Siess, C. P.* : Ultimate Strength in Shear of Simply-Supported Prestressed Beams Without Veb Reinforcement. A. C. I. Journal 1954. okt. 181. l.
- [14.] *Kani, G.* : Über das Wesen der sog. Schubsicherung. Der Bauingenieur 1958. nov.
- [15.] *Hahn, J.* : Hauptspannungen und Schubsicherungen im Stahlbeton. Der Bauingenieur 1959. 3.
- [16.] *Keldysch, W. K.* : Die Berechnung der Tragfähigkeit der Elemente der Stahlbetonkonstruktionen. VEB Verlag Berlin 1953. 74. o.
- [17.] *Szahnowskij K. V.* : Vasbeton szerkezetek. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1956.
- [18.] *Mulnyánszky Á.* : Szilárdságtan. Tankönyvkiadó, Budapest 1956.
- [19.] *Herberg, W.* : Spannbetonbau I. és II. B. G. Teubner, Leipzig 1956.
- [20.] *Saliger, R.* : Der Stahlbetonbau. Fr. Deutige, Wien 1949.
- [21.] *Leonhardt, F.* : Spannbeton für die Praxis. W. Ernst u. Sohn, Berlin 1955.
- [22.] *Schleicher, F.* : Taschenbuch für Bauingenieure I. Springer, Berlin 1955.
- [23.] *Palotás L.* : Mérnöki Zsebkönyv. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1959. 3. kötet. Érkezett 1960. június hóban.