

AZ ALAGÚTFALAZATBAN FELLÉPŐ IGÉNYBEVÉTELEK MEGHATÁROZÁSA A KÖZET ÉS AZ ALAGÚTFALAZAT KÖZÖTTI SÚRLÓDÁS FIGYELEMBEVÉTELÉVEL

Bevezetés

A kör alakú alagútfalazatok méretezési módszere a szerkezet és az azt körülvevő közet figyelembevételének módjától függően három csoportra osztható:

a) Szabadon deformálódó gyűrű

Az alagútfalazatok valamilyen hegynyomás elmélettel kiszámított függőleges és azzal összhangban levő vízszintes terhelésre méretezik és alakváltozását gátló erő fellépését nem tételezik fel. Ez az eljárás figyelmen kívül hagyja a tényleges erőjátékot, azaz a körülvevő közet deformációt akadályozó hatását.

b) Gátolt deformációjú gyűrű

Ez a méretezési mód az USA-ban terjedt el, főképp a közismert Hewett és Johannesson szerzők [1] közzétett eljárása révén. Ez a módszer durva közelítés, messze áll a tényleges erőjátéktól. A szabadon deformálódó gyűrűvel szemben itt a talaj minőségétől függően önkényesen felvesznek egy deformációt gátló külső erőhatást.

c) Rugalmas közegbe ágyazott gyűrű

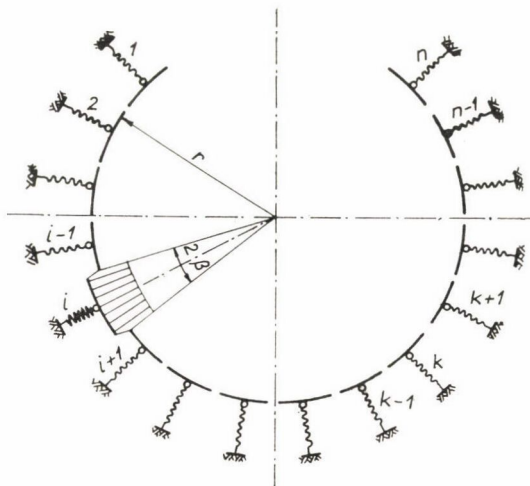
Ezt a módszert a moszkvai metró tervezése kapcsán dolgozták ki. Elveiben lehetővé teszi, hogy az alagút deformációja által kiváltott rugalmas ágyazási megtámasztást figyelembe vehessük. Ezt az eljárást az irodalom Metroprojekt-módszer néven ismeri [2], [3].

Ez a módszer a gyűrűt körülvevő közeget az 1. ábrán feltüntetett módon szakaszonként egymással kapcsolatban nem levő rugalmas alátámasztásokkal helyettesíti. Az ábrából kitűnik, hogy a gyűrűt körülvevő idealizált közeg egyes szakaszain ható radiális erők csak saját hatásvonalukban okoznak elmozdulást, tangenciális erőhatás esetében pedig semmiféle elmozdulás nem keletkezik. Az alagutatót körülvevő közeg azonban nem ilyen tulajdonságú.

Az elmúlt évek kutatásai tehát arra irányultak, hogy a talaj rugalmas tulajdonságát az ágyazási tényező helyett tényleges fizikai állandókkal — a talaj E rugalmassági modulusával és a μ Poisson-féle együtthatóval — jellemezzék, vagyis a Winkler-féle hipotézist a matematikai rugalmasságtannal összhangban levő összefüggéssel pótolják.

Sz. A. Orlov [4] a Winkler-féle hipotézist kör alakú alagútfalak számításánál a rugalmas végtelen tér kör alakú kivágásának egyes szakaszain ható

radiális és tangenciális erő hatására jelentkező elmozdulással helyettesítette. A megoldást végtelen sor alakjában adta meg. Ennek gyakorlati alkalmazása azonban a sor lassú konvergenciája miatt nehézségbe ütközhet. A szerzőknek viszont sikerült ugyanezt elemi függvények segítségével zárt alakban felírni, s így a módszerek szélesebbkörű gyakorlati alkalmazását biztosítani. A szerzők már korábban kidolgozták [5], [6] a végtelen tér kör alakú kivágásának elmozdulás-függvényeit zárt alakban. Bemutatták ennek felhasználását kör



1. ábra

alakú alagútfalazatok méretezésénél az esetben, ha a falazatnál fellépő súrlódást elhanyagoljuk.

A falazat méretezésénél — amennyiben a tényleges erőjátékot kívánjuk követni — nem célszerű figyelmen kívül hagyni a súrlódás hatását sem. A súrlódás ugyanis növeli az alagútfalazat teherbírását, azaz kedvező a szerkezet erőjátéka szempontjából, figyelembevétele lehetőséget ad a falazat méreteinek csökkentésére.

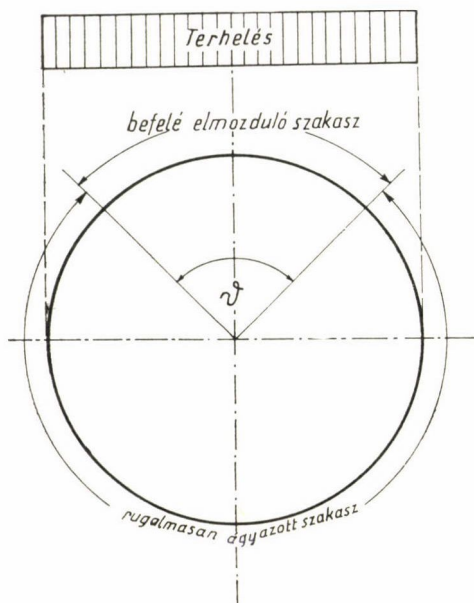
Jelen dolgozat a rugalmas ágyazás megtámasztás és a határsúrlódás egyidejű fellépését tárgyalja. Feltételezzük, hogy fennáll a Coulomb-féle összefüggés és ez érvényes az alagútgyűrű kerületén a radiális és tangenciális ágyazási reakciók között.

1. A számítási modell kialakítása

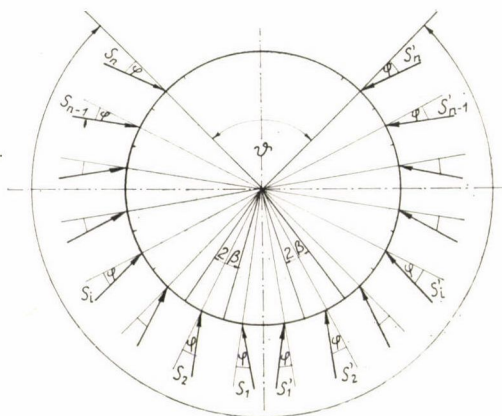
Az alagútfalazat erőjátékával kapcsolatos szovjet kutatások igazolták, hogy a kőzet nemcsak terhelést ad át a falazatnak, hanem kerületének bizonyos szakaszán meg is támasztja azt. A kör alakú alagút kontúrját ebből a szempontból két részre lehet felosztani: befelé elmozduló és rugalmasan ágyazott szakaszra (2. sz. ábra).

A befelé elmozduló szakaszon a falazat mozgása a kőzetyomás hatására befelé irányul, vagyis el akar válni a kőzettől. A rugalmasan ágyazott szakaszon

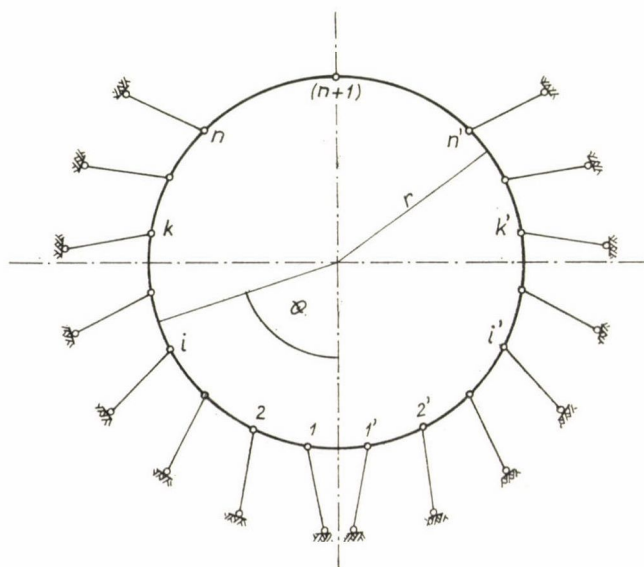
viszont a deformáció következtében a falazat nekifeszül a közetnek és a súrlódás következtében a sugár irányával φ_i szöget bezáró reakcióerők keletkeznek (3. sz. ábra).



2. ábra



3. ábra



4. ábra

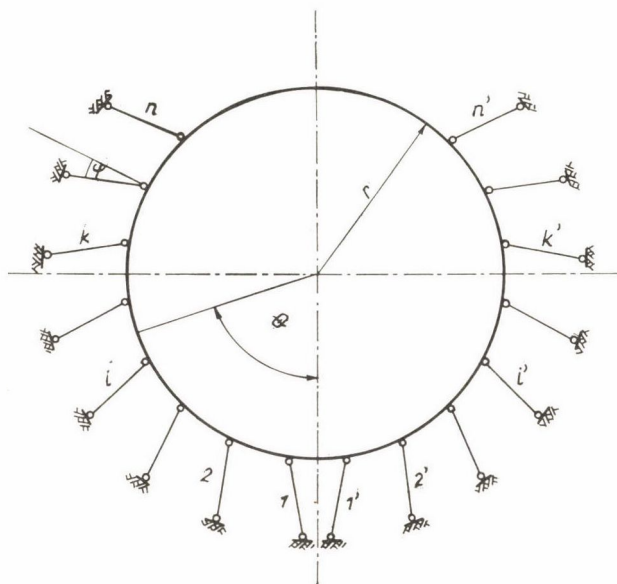
A szakaszok határait fokozatos közelítéssel állapíthatjuk meg. Kiindulásul tételezzük fel, hogy a határok ismertek. Osszuk fel a rugalmasan ágyazott szakaszt a 3. sz. ábrának megfelelően $2r\beta$ véges hosszúságú elemi szakaszokra.

Szimmetrikus külső terhelés hatására az elemi szakaszon keletkező reakcióerőket eredőjükkel helyettesítjük, akkor ezeket az alagútfalazat erőjátéka szempontjából csuklósan kapcsolódó s a kör sugarához képest a külső terhelés irányában φ_i szöggel elforgatott rudakkal pótoljuk (4. sz. ábra). A rugalmas közegbe ágyazott kör alakú falazatok számítása szempontjából így módon olyan egyszerű modellhez jutunk, mely egy körgyűrűből és $2n$ számú megtámasztó rúdból áll.

2. Mechanikai modell erőjátékának meghatározása

A többszörösen határozatlan mechanikai modellünk erőjátékának meghatározását a tartók statikájában szokásos erőmódszerrel végezzük el. Tekintsük ismeretlen hatásként a nyomatékokat. A törzstartót alakítsuk ki úgy, hogy egy csukló a tetőpontban, a többi pedig a rudak és a gyűrű találkozásában kerüljön. Végeredményként egyenes és íves rudakból álló, statikailag határozott szerkezetet kapunk (5. sz. ábra).

Írjuk fel az 5. sz. ábrán látható törzstartó kanonikus egyenletrendszerét függőleges tengelyre szimmetrikus külső terhelés esetére.



5. ábra

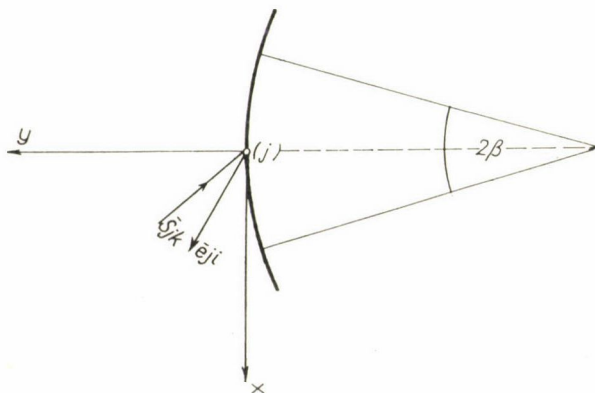
$$\left. \begin{array}{cccccc} a_{11} & x_1 + a_{12} & x_2 + \dots + a_{1n} & x_n + a_{1(n+1)} & x_{n+1} + a_{10} & = 0 \\ a_{21} & x_1 + a_{22} & x_2 + \dots + a_{2n} & x_n + a_{2(n+1)} & x_{n+1} + a_{20} & = 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ a_{n1} & x_1 + a_{n2} & x_2 + \dots + a_{nn} & x_n + a_{n(n+1)} & x_{n+1} + a_{n0} & = 0 \\ a_{(n+1)1} x_1 + a_{(n+1)2} x_2 + \dots + a_{(n+1)n} x_n + a_{(n+1)(n+1)} x_{n+1} + a_{(n+1)0} & = 0 \end{array} \right\} \quad (1)$$

Itt $x_1, x_2, \dots, x_{n+1}$ az ismeretlen nyomatékokat, a_{ik} pedig az egyenletrendszer állandóit jelenti. Az állandókat munkaegyenlet segítségével határozhatjuk meg:

$$a_{ik} = \int_{(s)} \frac{M_i M_k}{EJ} ds + \int_{(s)} \frac{N_i N_k}{EF} ds + \int_{(s)} \varrho \frac{Q_i Q_k}{GF} ds + \sum_{j=1}^n \bar{s}_{jk} \bar{e}_{ji} \quad (2)$$

ahol $i = 1, 2, \dots, n, n+1$ és $k = 0, 1, 2, \dots, n, n+1$.

A (2) képlet első három tagjában M_i, M_k, N_i, N_k és Q_i, Q_k betűk indexüknek megfelelően i és i' , illetve k és k' csuklóba beiktatott egységnyi nyomaték-pár — illetve $k = 0$ esetében a külső terhelés hatására — a törzstartó gyűrűrészben keletkező nyomatéki-, normálerő- és nyíróerő függvényeket jelentik.



6. ábra

Az E, G, F, J és ϱ állandók, rendre az alagútfalazat rugalmasság, — nyírási modulusát, az alagút egységnyi hosszának keresztmetszeti területét illetve ennek inercianyomatékát és alakjától függő tényezőjét jelöli.

A (2) képlet első három tagja az alagútfalazat munkájával kapcsolatos. Meghatározásukat a tartók statikájából ismeretes eljárásokkal elvégezhetjük. A (2) kifejezés negyedik tagja a falazatot körülvevő közeg elmozdulásának hatására az alagútgyűrűre ható reakciónak a munkáját jelenti. A szumma jel mögött két vektorskaláris szorzata szerepel. Itt $\bar{e}_{jk}$ az alagutat körülvevő közeg j -edik szakaszában elmozdulás vektorát, $\bar{s}_{jk}$ pedig ugyanezen szakasz reakció-vektorát jelenti (6. sz. ábra). Az $\bar{e}_{ji}$ elmozdulás a törzstartó i, i' csuk-

lójába, az $\bar{s}_{jk}$ reakció pedig a törzstartó k, k' csuklójába beiktatott egységnyi nyomatékpár, illetve $k = 0$ esetben a külső terhelés hatására keletkezik.

Ha az $\bar{e}_{ji}$ és $\bar{s}_{jk}$ vektoroknak a koordinátáit a 6. sz. ábrán látható radiális y és erre merőleges tangenciális x irányokban meghatározzuk:

$$\bar{e}_{ji} = [U_{ji}, V_{ji}]$$

$$\bar{s}_{jk} = [R_{jk}, T_{jk}]$$

akkor írhatjuk, hogy

$$\bar{s}_{jk} \bar{e}_{ji} = R_{jk} U_{ji} + T_{jk} V_{ji}$$

azaz

$$\sum_{j=1}^n \bar{s}_{jk} \bar{e}_{ji} = \sum_{j=1}^n R_{jk} U_{ji} + \sum_{j=1}^n T_{jk} V_{ji}. \quad (3)$$

Az előzők alapján azonban nyilvánvaló, hogy a (3) képletben szereplő R_{jk} és T_{jk} , illetve U_{ji} és V_{ji} a j -edik beosztásnál keletkező $\bar{s}_{jk}$ reakcióerő, illetve a körülvevő közeg elmozdulásának radiális és tangenciális komponensét jelenti.

Vezessük be a következő sor- és oszlop-mátrixokat:

$$\mathbf{r}_k^* = [R_{1k}, R_{2k}, \dots, R_{nk}],$$

$$\mathbf{t}_k^* = [T_{1k}, T_{2k}, \dots, T_{nk}],$$

$$\mathbf{u}_i = \begin{bmatrix} U_{1i} \\ U_{2i} \\ \vdots \\ U_{ni} \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \mathbf{v}_i = \begin{bmatrix} V_{1i} \\ V_{2i} \\ \vdots \\ V_{ni} \end{bmatrix}.$$

E mátrixok a törzstartó k és k' , illetve i és i' pontjaiban beiktatott egységnyi nyomatékpár, illetve $k = 0$ esetben a külső terhelés hatására az összes támasztó rúdban keletkező rúderő-, illetve összes rúdagnál keletkező elmozduláskomponenseket magukba foglalják. A (3) kifejezést a bevezetett jelölések felhasználásával a matrix-algebra segítségével a következő alakban írhatjuk fel:

$$\sum_{j=1}^n R_{jk} U_{ji} + \sum_{j=1}^n T_{jk} V_{ji} = \mathbf{r}_k^* \cdot \mathbf{u}_i + \mathbf{t}_k^* \cdot \mathbf{v}_i. \quad (4)$$

Az $\mathbf{r}_K$ és $\mathbf{t}_K$ mátrixok a statikailag határozott törzstartóból kiszámíthatók. Ugyanígy meghatározható az i, i' pontban beiktatott egységnyi nyomatékpárok hatására a $2r\beta$ ívhosszúságú j -edik szakaszon keletkező reakcióerők fajlagos értéke:

$$\left. q_{ji} = \frac{R_{ji}}{2r\beta} \quad \text{és} \quad p_{ji} = \frac{T_{ji}}{2r\beta} \right\} \quad (5)$$

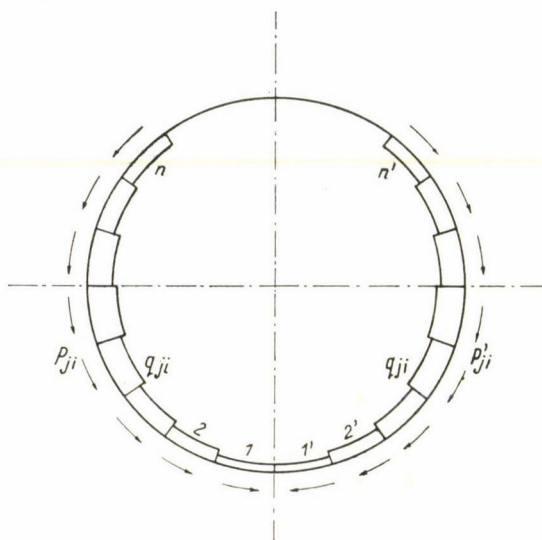
itt p_{ji} — a tangenciális erő fajlagos eloszlását,

q_{ji} — a normálerő fajlagos eloszlását jelenti.

Az egész törzstartóra vonatkozóan az alábbi oszlop-mátrixot kapjuk.

$$\mathbf{q}_i = \begin{bmatrix} q_{1i} \\ q_{2i} \\ \vdots \\ q_{ni} \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \mathbf{p}_i = \begin{bmatrix} p_{1i} \\ p_{2i} \\ \vdots \\ p_{ni} \end{bmatrix}$$

A támasztó rudak (4) képlet szerinti munkáját azonban csak akkor tudjuk meghatározni, ha ismerjük az alagutat körülvevő közegnek a $\mathbf{q}_i$ és $\mathbf{p}_i$ mátrixokban foglalt terhelések hatására (7. sz. ábra) keletkező $\mathbf{u}_i$ és $\mathbf{v}_i$ elmozdulási mátrixokat.



7. ábra

Az előbbi elmozdulási mátrixokat a matematikai rugalmasságtan felhasználásával nyert és egy beosztási szakaszon egyenletesen megoszló egységnyi eredőjű radiális, illetve tangenciális terhelés hatására keletkező $\xi(\theta)$ radiális és $\eta(\theta)$ tangenciális, illetve $\zeta(\theta)$ radiális és $v(\theta)$ tangenciális elmozdulási függvények [4] segítségével határozzuk meg. Az elmozdulási függvények az alábbiak:

Radiális terhelésből:

$$\xi(\theta) = \frac{1+\mu}{\pi E} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\beta} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2[n - \mu(n+1)] + 1}{n(n^2 - 1)} \cos n a \sin n \beta \cos n \theta \right] \quad (6)$$

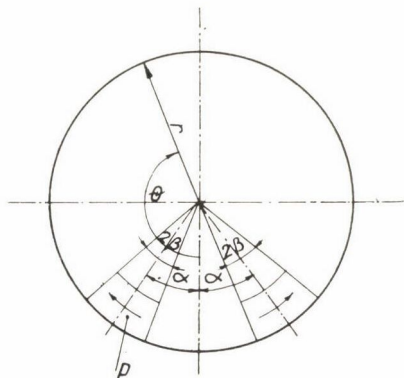
$$\eta(\theta) = \frac{1+\mu}{\pi E \beta} \left[\cos a \sin \beta \sin \theta - 2 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+2) - 2\mu(n+1)}{n(n^2 - 1)} \cos n a \sin n \beta \sin n \theta \right] \quad (7)$$

Tangenciális terhelésből:

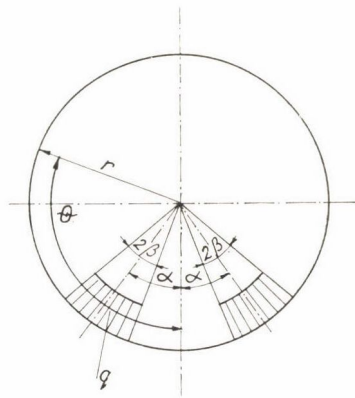
$$\zeta(\theta) = \frac{2(1+\mu)}{\pi E \beta} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+2) - 2\mu(n+1)}{n(n^2 - 1)} \sin n a \sin n \beta \cos n \theta \quad (8)$$

$$v(\theta) = -\frac{1+\mu}{\pi E \beta} \sin a \sin \beta \sin \theta + 2 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2[n - \mu(n+1)] + 1}{n(n^2 - 1)} \sin n a \sin n \beta \sin n \theta \quad (9)$$

A fenti elmozdulási függvények 8. és 9. ábrán vázolt $2r\beta$ szakaszon ható, a függőleges tengelyre szimmetrikus



8. ábra



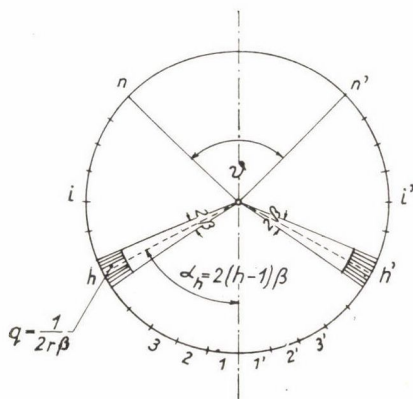
9. ábra

$$q = \frac{1}{2r\beta} \quad \text{és} \quad p = \frac{1}{2r\beta}$$

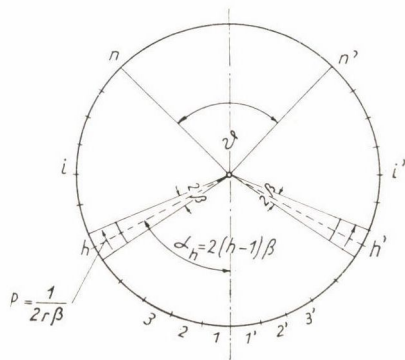
megoszló terhelésekből keletkező elmozdulásokat írják le. A megoszló terhelések eredője egységnyi és ez a kezdőiránnyal a szöget zár be. A radiális és tangenciális terhelés egy-egy, a beosztásnak megfelelő szakaszon hat, ezért az a és β szögek között felírható a következő összefüggés:

$$a_h = (2h - 1) \beta.$$

A beosztás- és szögviszonyokat a 10. és 11. ábrán tüntettük fel.



10. ábra



11. ábra

Írjuk fel tehát a 7. sz. ábrán látható körkivágásra ható terhelések külső idegen munkáját a 10. és 11. sz. ábrán látható terhelésekből keletkező elmozdulások hatására.

A szimmetria következtében és az „ r ” sugarat az integrálás elé kiemelve, a Maxwell—Betti-tétel alapján felírhatjuk:

$$\begin{aligned} 2r \int_{(h)} \frac{u_i(\theta)}{2r\beta} d\theta &= 2r \sum_{j=1}^n \left[q_{ji} \int_{(j)} \xi_h(\theta) d\theta + p_{ji} \int_{(j)} \eta_h(\theta) d\theta \right] \\ 2r \int_{(h)} \frac{v_i(\theta)}{2r\beta} d\theta &= 2r \sum_{j=1}^n \left[q_{ji} \int_{(j)} \zeta_h(\theta) d\theta + p_{ji} \int_{(j)} v_h(\theta) d\theta \right], \end{aligned} \quad (10)$$

ahol, mint azt láttuk

$$q_{ji} = \frac{R_{ji}}{2r\beta}; \quad p_{ji} = \frac{T_{ji}}{2r\beta}.$$

A fenti összefüggés behelyettesítése és az előző két kifejezés rendezése után kapjuk, hogy

$$\left. \begin{aligned} \int_{(h)} \frac{u_i(\theta) d\theta}{2r\beta} &= \sum_{j=1}^n \left[R_{ji} \int_{(j)} \frac{\xi_h(\theta) d\theta}{2r\beta} + T_{ji} \int_{(j)} \frac{\eta_h(\theta) d\theta}{2r\beta} \right] \\ \int_{(h)} \frac{v_i(\theta) d\theta}{2r\beta} &= \sum_{j=1}^n \left[R_{ji} \int_{(j)} \frac{\zeta_h(\theta) d\theta}{2r\beta} + T_{ji} \int_{(j)} \frac{v_h(\theta) d\theta}{2r\beta} \right] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Bevezetve a következő jelöléseket:

$$U_{hi} = \int_{(h)} \frac{u_i(\theta) d\theta}{2r\beta} \quad V_{hi} = \int_{(h)} \frac{v_i(\theta) d\theta}{2r\beta} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_{jh} &= \int_{(j)} \frac{\xi_h(\theta) d\theta}{2r\beta} & \eta_{ih} &= \int_{(j)} \frac{\eta_h(\theta) d\theta}{2r\beta} \\ \xi_{jh} &= \int_{(j)} \frac{\xi_h(\theta) d\theta}{2r\beta} & v_{jh} &= \int_{(j)} \frac{v_h(\theta) d\theta}{2r\beta} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Az U_{hi} jelenti a h -dik szakasz átlagos radiális elmozdulását az i -dik pontba beiktatott egységnyi terhelés hatására, illetve $i = 0$ esetében a külső terhelés hatására.

A V_{hi} jelenti a h -dik szakasz átlagos tangenciális elmozdulását az i -dik pontba beiktatott egységnyi terhelés hatására, illetve $i = 0$ esetében a külső terhelés hatására.

A ξ_{jh} , η_{jh} , ζ_{jh} , v_{jh} jelölések hatására-területeket jelentenek, melyeket a vonatkozó hatására-függvény j -dik szakaszon való integrálásával állítunk elő.

A [13] alatt kijelölt határozott integrálokat elvégezve, figyelemmel a

$$\theta_1 = 2(j-1)\beta \quad \text{és} \quad \theta_2 = 2j\beta$$

integrálási határookra, kapjuk:

$$\begin{aligned} \xi_{jh} &= \frac{1+\mu}{\pi E \beta} \left[\beta + \frac{2}{\beta} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2[n-\mu(n+1)]+1}{n^2(n^2-1)} \times \right. \\ &\quad \left. \times \cos(2h-1)n\beta \cos(2j-1)n\beta \sin^2 n\beta \right] \\ \eta_{jh} &= \frac{2(1+\mu)}{\pi E \beta^2} \left[\cos(2h-1)\beta \sin(2j-1)\sin^2 \beta - \right. \\ &\quad \left. - 2 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+2)-2\mu(n+1)}{n^2(n^2-1)} \cos(2h-1)n\beta \sin(2j-1)n\beta \sin^2 n\beta \right] \quad (14) \\ \zeta_{jh} &= \frac{4(1+\mu)}{\pi E \beta} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n+2)-2\mu(n+1)}{n^2(n^2-1)} \sin(2h-1)n\beta \cos(2j-1)\sin^2 n\beta \\ v_{jh} &= -\frac{1+\mu}{\pi E \beta^2} \left[\sin(2h-1)\beta \sin(2j-1)\beta \sin^2 \beta + \right. \\ &\quad \left. + 2 \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2[n-\mu(n+1)]+1}{n^2(n^2-1)} \sin(2h-1)n\beta \sin(2j-1)n\beta \sin^2 n\beta \right]. \end{aligned}$$

A (12) és (13) jelölések segítségével a (11) kifejezés a következő alakban írható fel:

$$\begin{aligned} U_{hi} &= \sum_{j=1}^n [R_{ji} \xi_{jh} + T_{ji} \eta_{jh}] \\ V_{hi} &= \sum_{j=1}^n [R_{ji} \xi_{jh} + T_{ji} v_{jh}] \end{aligned} \quad (15)$$

Az elmozdulásokat $h = 1, 2 \dots n$ szakaszok esetére felírva, a következő egyenleteket kapjuk sorra:

$$\begin{aligned} U_{1i} &= \sum_{j=i}^n [R_{ji} \xi_{j1} + T_{ji} \eta_{ji}] \\ U_{2i} &= \sum_{j=i}^n [R_{ji} \xi_{j2} + T_{ji} \eta_{j2}] \\ &\dots \dots \dots \\ U_{ni} &= \sum_{j=i}^n [R_{ji} \xi_{jn} + T_{ji} \eta_{jn}] \end{aligned} \quad (16a)$$

$$\begin{aligned}
V_{1i} &= \sum_{j=1}^n [R_{ji} \xi_{j1} + T_{ji} v_{j1}] \\
V_{2i} &= \sum_{j=1}^n [R_{ji} \xi_{j2} + T_{ji} v_{j2}] \\
&\dots\dots\dots \\
V_{ni} &= \sum_{j=1}^n [R_{ji} \xi_{jn} + T_{ji} v_{jn}]
\end{aligned} \tag{16b}$$

Az elmozdulási egyenletek mátrix-alakban is megadhatók:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_i &= \mathbf{H}_1 \mathbf{r}_i + \mathbf{H}_2 \mathbf{t}_i \\
\mathbf{v}_i &= \mathbf{H}_3 \mathbf{r}_i + \mathbf{H}_4 \mathbf{t}_i
\end{aligned} \tag{17}$$

ahol

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_1 &= \begin{bmatrix} \xi_{11} & \xi_{21} & \dots & \xi_{h1} & \dots & \xi_{n1} \\ \xi_{12} & \xi_{22} & \dots & \xi_{h2} & \dots & \xi_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \xi_{1n} & \xi_{2n} & \dots & \xi_{hn} & \dots & \xi_{nn} \end{bmatrix} \\
\mathbf{H}_2 &= \begin{bmatrix} \eta_{11} & \eta_{21} & \dots & \eta_{h1} & \dots & \eta_{n1} \\ \eta_{12} & \eta_{22} & \dots & \eta_{h2} & \dots & \eta_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \eta_{1n} & \eta_{2n} & \dots & \eta_{hn} & \dots & \eta_{nn} \end{bmatrix} \\
\mathbf{H}_3 &= \begin{bmatrix} \zeta_{11} & \zeta_{21} & \dots & \zeta_{h1} & \dots & \zeta_{n1} \\ \zeta_{12} & \zeta_{22} & \dots & \zeta_{h2} & \dots & \zeta_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \zeta_{1n} & \zeta_{2n} & \dots & \zeta_{hn} & \dots & \zeta_{nn} \end{bmatrix} \\
\mathbf{H}_4 &= \begin{bmatrix} v_{11} & v_{21} & \dots & v_{h1} & \dots & v_{n1} \\ v_{12} & v_{22} & \dots & v_{h2} & \dots & v_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{1n} & v_{2n} & \dots & v_{hn} & \dots & v_{nn} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

A mátrixok elemei a (14) képlet segítségével számíthatók. A (3), illetve (4) összefüggés a (10) felhasználásával (a rugalmas megtámasztás munkája) a következő alakban írható:

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^n \bar{s}_{ji} \bar{e}_{jk} &= \sum_{j=1}^n R_{jk} U_{ji} + \sum_{j=1}^n T_{jk} V_{ji} = \mathbf{r}_k^* \mathbf{u}_i + \mathbf{t}_k^* \mathbf{v}_i = \\
&= \mathbf{r}_k^* (\mathbf{H}_1 \mathbf{r}_i + \mathbf{H}_2 \mathbf{t}_i) + \mathbf{t}_k^* (\mathbf{H}_3 \mathbf{v}_i + \mathbf{H}_4 \mathbf{t}_i)
\end{aligned} \tag{18}$$

Tekintettel arra, hogy mi a mechanikai modell támasztó rúdjaait a körsugarához képest φ constans szöggel forgattuk el (4. sz. ábra), írhatjuk, hogy

$$R_{ji} = |\bar{s}_{ji}| \cos \varphi \quad \text{illetve} \quad T_{ji} = |\bar{s}_{ji}| \sin \varphi$$

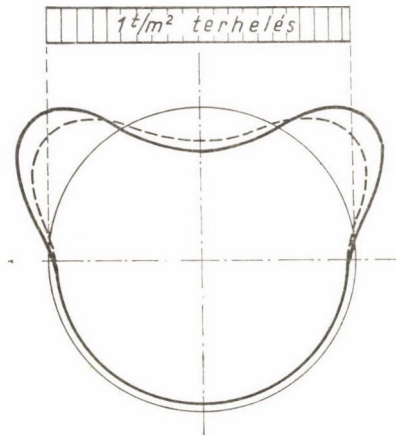
melyből $T_{ji} = R_{ji} \operatorname{tg} \varphi$ összefüggés adódik. Ez pedig azonos a Coulomb-féle határfeltétellel, feltéve, hogy a φ szög a falazat és a közet közötti súrlódási szöggel azonos. Coulomb-féle határfeltétel feltételezése esetén nyilván igaz, hogy ha $\varphi_i = \varphi = \text{const.}$, akkor

$$\mathbf{t}_k^* = \mathbf{r}_k^* \operatorname{tg} \varphi \quad \text{és} \quad \mathbf{t}_i = \mathbf{r}_i \operatorname{tg} \varphi$$

és így a (11) képlet — az ágyazás munkája — a következő alakú lesz:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \bar{s}_{jk} \bar{e}_{ji} &= \mathbf{r}_k^* (\mathbf{H}_1 \mathbf{r}_i + \mathbf{H}_2 \mathbf{r}_i \operatorname{tg} \varphi) + \mathbf{r}_k^* \operatorname{tg} \varphi (\mathbf{H}_3 \mathbf{r}_i + \mathbf{H}_4 \mathbf{r}_i \operatorname{tg} \varphi) = \\ &= \mathbf{r}_k^* [\mathbf{H}_1 + (\mathbf{H}_2 + \mathbf{H}_3) \operatorname{tg} \varphi + \mathbf{H}_4 \operatorname{tg}^2 \varphi] \mathbf{r}_i. \end{aligned} \quad (19)$$

Ez a munka csak akkor lép fel, ha a körtartó teljes kerülete mentén mobilizálódik a súrlódás teljes értéke, ugyanis a súrlódás, mely jelenleg reakcióerő jellegű, csak oly mértékben fejlődik ki, amilyen mértékben a ható erők kiváltják azt.



12. ábra

A (18), illetve (19) képlet ismeretében a kanonikus egyenlet (2) képlettel megadott állandói már kiszámíthatók, és így az ismeretlen x_i nyomatók meghatározhatók. Ennek birtokában viszont a mechanikai modellünk bármelyik θ szöggel jellemzett pontjában ismerjük az igénybevételeket (4. sz. ábra). Ugyanis az

$$\left. \begin{aligned} M_\theta &= M_{\theta_0} - \sum_{i=1}^n M_{\theta i} x_i \\ N_\theta &= N_{\theta_0} - \sum_{i=1}^n N_{\theta i} x_i \\ Q_\theta &= Q_{\theta_0} - \sum_{i=1}^n Q_{\theta i} x_i \\ S_j &= S_{j_0} - \sum_{i=1}^n S_{ji} x_i \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

és

összefüggések a tartók statikájából jól ismertek, az M_θ , N_θ , Q_θ , a nyomaték, a normálerő, és a nyíróerő értékek a körtartó θ szög által meghatározott pontján, $\bar{S}_j$ a j szakasz koncentrált megtámasztó erőjét jelenti, melyen a szakaszra ható rugalmas reakció-eredőt értjük.

Amennyiben a szélső n -edik szakasz reakciója negatív előjelű lenne, ez azt jelenti, hogy ott húzás ébred, melyet a talaj nem képes kifejteni, s így az elváló szakasz határát rosszul vettük fel. Ez esetben a számítási eljárást meg kell ismételni, az elválási szakasz központi szögének növelésével. Az elválási szakasz központi szögét az elvégzett számítások szerint $86^\circ - 90^\circ$ között kell felvenni. A 12. sz. ábrán bemutatjuk a nyomatékok csökkenésének jellegét a budapesti földalatti vasútnál használt 6,0 m átmérőjű tübingalagutak egy-ségnyi megoszló terhelése esetére.

Az alagútfalazat jellemző adatai:

Inercia $I = 0,00014 \text{ m}^4$; keresztmetszeti terület $F = 516 \text{ cm}^2$;

anyaga öntöttvas, melynek rugalmassági modulusa:

$E = 1\,000\,000 \text{ kg/cm}^2$; az alagutat körülvevő közeg rugalmassági modulusát $E_{\text{talaj}} = 5000 \text{ kg/cm}^2$ -re, Poisson-féle tényezőjét $\mu = 0,3$ -ra vettük fel, a falazat és a talaj közötti súrlódási tényezőt $\text{tg } \varphi = 0,2$ -vel vettük figyelembe.

Elvégzett számítások szerint a súrlódás figyelembevétele 20–40 %-kal csökkenti a fellépő maximális negatív és pozitív nyomatéki értékeket.

Érkezett 1963. február hóban.

IRODALOM

- [1] *Hewett and Johanesson* : Shild and compressed air tunneling New York, 1922.
- [2] *V. P. Volkov* : Alagutak építése. Moszkva, 1945. (oroszul)
- [3] *Dr. Széchy Károly* : Alagútépítéstan. Budapest, 1961.
- [4] *Sz. A. Orlov* : „Síkban, kör alakú kivágás peremén fekvő szerkezetek számítása. Szerkezeti — elméleti kutatások.” 6 kötet. Moszkva, 1954. (oroszul)
- [5] *Dr. Rózsa László—Kovács Gábor* : „Rugalmas síkban fekvő kör alakú kivágás kontúrjának alakváltozása radiális terhelés hatására.” Építési és Közlekedéstudományi Közlemények, 1961. 4. szám.
- [6] *Dr. Rózsa László—Kovács Gábor—Kohlmann László* : „Stresses and deformations due to tangential forces acting along the perimeter of a circular cut set in an elastic plane.”
Acta Technica, 1962. Tom. XLII. Fasc. 3—4.

✱