

Geiger-féle kábelkupola parametrikus vizsgálata

ROSA Richárd Joao^{1*} – HINCZ Krisztián²

¹ Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építőmérnöki Kar, Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. E-mail: rosar@edu.bme.hu

² Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Építőmérnöki Kar, Tartószerkezetek Mechanikája Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. E-mail: hincz.krisztian@emk.bme.hu

EREDETI KÖZLEMÉNY

Beérkezett: 2023. május 23. • Elfogadva: 2023. szeptember 7.

Online First megjelenése: 2023. október 6.

© 2023 A Szerzők



ÖSSZEFOGLALÓ

Egyre erőteljesebb igény jelentkezik a nagy alapterületű, belső alátámasztás nélküli térlefedések iránt. A különféle tartószerkezeti megoldások közé tartoznak a tensegrity szerkesztési elven alapuló kábelkupola-rendszerek, melyek a viszonylag egyszerű statikai viselkedésük és anyagtakarékosságuk mellett könnyű szerelhetőségük miatt is kedvező megoldást jelentenek. A kábelek nyomóerővel szembeni ellenállásának hiánya és a nagy elmozdulások okozta anyagi és geometriai nemlinearitás miatt azonban a hagyományos végeselemes eljárások nem alkalmasak a statikai analízis végrehajtására. A dinamikus ellazítás nevű, fokozatosan közelítő iteratív eljárás alkalmas a szerkezeti analízis elvégzésére. Ennél a módszernél elegendő az egyes csomóponti szabadságfokoknak megfelelő mozgásegyenleteket felírni és megoldani, nincs szükség a szerkezet merevségi mátrixának az előállítására. A kutatás célja egy dinamikus ellazításon alapuló numerikus modell létrehozása és kábelkupolák parametrikus vizsgálatának numerikus alapon történő végrehajtása. Az alkalmazott programkörnyezet a Rhinoceros 3D és annak Grasshopper almodulja, mely különösen alkalmas paraméteres vizsgálatokra. Az eljárásban a szabad paraméterek hatása, mint például a sugaras kiosztású szegmensek és a belső gyűrűk száma, a nyomott oszlopok hossza vagy az előfeszítés mértéke könnyen vizsgálható, ami komplex viselkedésű térbeli tartószerkezetek tervezésekor elengedhetetlen az optimális szerkezeti kialakításhoz.

KULCSSZAVAK

tensegrity, kábelkupola, térbeli tartószerkezet, dinamikus ellazítás, parametrikus számítás, harmadrendű elmélet, stabilitásvizsgálat

* Levelező szerző

1. BEVEZETÉS

A kábelkupolák a térbeli kötélfőtartós szerkezetek és a tensegrity szerkezetek csoportjába egyaránt sorolhatók speciális hálózati felépítésüknél fogva, ahol a tensegrity szerkesztési elvnek köszönhetően az elemek terheléstől függetlenül, vagy csak húzóerővel, vagy csak nyomóerővel terheltek. A szerkezetben található nyomott elemek egymástól függetlenek, csak húzott elemekhez csatlakoznak, és bármely két csomópont között található húzott elemeken keresztüli útvonal. A kábelkupolák geometriai és topológiai kialakítása lehetővé teszi az előfeszítést, amelynek során a szerkezet viselkedését kedvezően befolyásoló sajátfeszültség-rendszer hozható létre. Alkalmazásuk főbb előnyei között gyakran említésre kerül a szerkezeti elemek olcsó ára, a csuklós kapcsolatok egyszerűsége, a kábelek tetszőleges hosszban való gyárthatósága és magas szilárdsága (Kollár 2000). A kábelkupola nagy fesz távolságok lefedésére különösen előnyös szerkezeti megoldást jelent kis önsúlyának köszönhetően, ezért előszeretettel alkalmazott például stadionok tetőszerkezeteként. A fent említett előnyök mellett azonban meg kell említeni a szerkezet szerelésének bonyolultságát, valamint a kapcsolatok korróziós károsodásának veszélyét.

Statikai viselkedésük legfontosabb jellemzője a nagy elmozdulásokra való hajlam. Ennek legfőbb oka, hogy az alkalmazott szerkezeti elemek jellemzően nagyszilárdságú acélkábelek. Ezek a hagyományos szerkezeti acélokhoz képest ugyan lényegesen magasabb szilárdsági teherbírással rendelkeznek, ugyanakkor ehhez nem társulnak megnövekedett merevségi jellemzők, így kedvezőtlen az elemek merevség/szilárdság aránya. Emiatt az anyagban rejlő szilárdsági teherbírás kihasználása nagy alakváltozásokat, végeredményben nagy elmozdulásokat eredményez. Ezért a szilárdság egy részét a szerkezet merevségének a növelésére fordítják előfeszítés formájában. Ehhez járul hozzá továbbá a csuklós csomópontokban megjelenő szögelfordulások hatása, mely a szerkezeti mozgásokat tovább növeli. A különböző teherelrendezésekhez jelentősen eltérő alakok tartozhatnak, így a teher változása jellemzően nagy elmozdulásokat okoz. A teljesség igénye nélkül a nagy elmozdulások további okai között szerepel a szerkezeti rendszer statikai és kinematikai osztálya.

A statikai és kinematikai osztály szerint előfeszítés nélküli állapotban megkülönböztetünk alaktartó és alakjukat változtató szerkezeteket. Egy alaktartó szerkezet előfeszítés nélkül is képes a terhek hordására, az egyensúlyi egyenletrendszernek az eredeti alakban is létezik legalább egy megoldása. Nem alaktartó szerkezetek esetén az egyensúlyi egyenletek egy része ellentmondásra vezet, ilyenek a statikailag túlhatározott és kinematikailag határozatlan szerkezetek, ezeket mechanizmusoknak is nevezzük. Az ellenállás nélküli elmozdulások nagysága alapján beszélhetünk infinitezimális és véges mechanizmusokról.

Az elmozdulások nagyságának csökkentésére a megfelelő topológiai kialakítás mellett megoldást nyújthat a szerkezet előfeszítése és leterhelése, amivel geometriai merevség adható a rendszernek. Előfeszítéssel, melyhez a szerkezetek statikai határozatlansága szükséges, az infinitezimális mechanizmusok merevíthetők. Véges mechanizmusok feszítéssel nem merevíthetők, ilyenkor megfelelően választott leterhelés alkalmazható hasonló célból. Fontos megjegyezni, hogy ezek hatására továbbra sem lesz alaktartó a szerkezet, valamint továbbra is kialakulhatnak nagy elmozdulások, ugyanis a geometriai merevség általában minimum egy nagyságrenddel kisebb a szerkezet rugalmas merevségéhez képest. Előfeszítés alkalmazása esetén két fontos megjegyzést kell tenni. Egyrészt a statikai határozatlanság fokszáma alapvetően befolyásolja a kivitelezhetőséget, a nagyfokú határozatlanság érzékennyé teheti a szerkezetet a gyártási és szerelési pontatlanságokra. Másrészt a szerkezetek előfeszítésének tervezésekor külön figyelmet kell fordítani a nyomott elemek esetleges destabilizáló hatására, amiből negatív kezdeti geometriai merev-

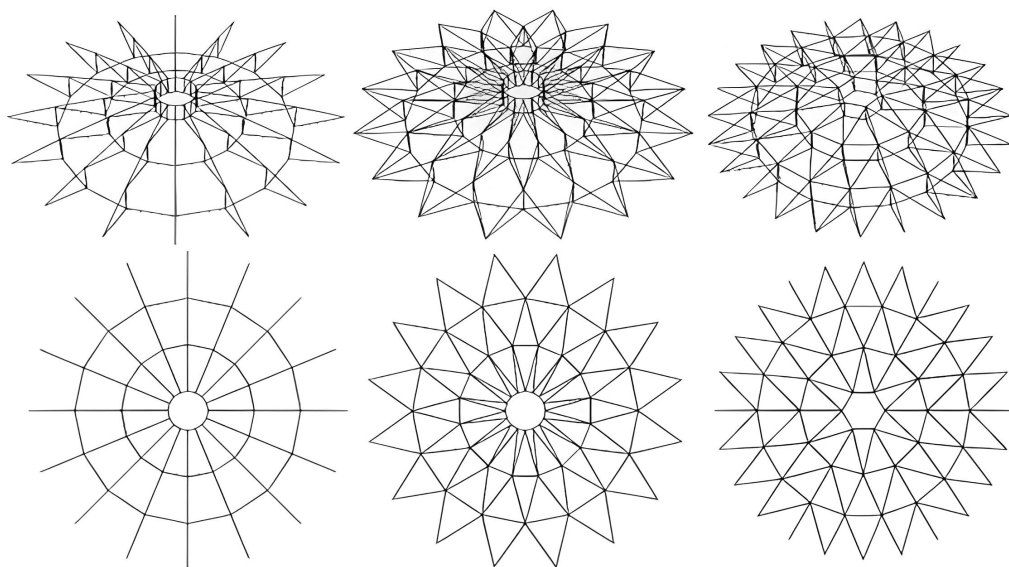


ség származhat. Ilyenkor a viselkedést leíró erő-elmozdulás karakterisztika negatív kezdeti érintővel indul. Ebben az esetben a nyomóerőknek az elmozdulásokat elősegítő komponense nagyobb, mint a húzóerőknek az azt gátló komponensei (Kollár 2000).

Az elmozdulások hatását nem alaktartó szerkezetek esetén figyelembe kell venni, ugyanis ezeknél előfeszítéssel sem teljesíthetők az egyensúlyi egyenletek a kiindulási állapotban. Ez geometriai értelemben nemlineáris számítást eredményez. Alaktartó szerkezetek esetén az egyensúlyi egyenletek ugyan kielégíthetők eredeti állapotban, azonban a kötelszerkezetek deformációi jellemzően olyan tartományban vannak, ahol a lineáris és nemlineáris számítások jelentősen eltérő eredményt szolgáltatnak. Így itt is célszerű az elmozdulások hatásának figyelembevétele magasabb rendű elméleten alapuló analízis alkalmazásával.

2. KÁBELKUPOLÁK SZERKEZETI RENDSZERE

A kábelkupolák topológiája alapján különböző kialakítások ismertek (1. ábra). A Geiger-féle kábelkupola (Geiger-Stefaniuk-Chen 1986) képviseli az egyik legelterjedtebb változatát a vizsgált szerkezeti rendszernek, mely statikailag egyszeresen, kinematikailag többszörösen határozatlan (Pellegrino 1992). A rendszer infinitezimális mechanizmus, ily módon merevítéséhez előfeszítés szükséges, mely az egyszeres statikai határozatlanság miatt könnyen megvalósítható. Szintén gyakran alkalmazott kialakítás a Levy-féle kábelkupola-rendszer (Levy-Castro 1992). A Geiger-féle kialakítással összehasonlítva minden második belső gyűrű az eredeti helyzetéhez képest elforgatásra kerül, így kétszer annyi sugárirányú tartó- és feszítőkábel található a szerkezetben, mely jelentősen nagyobb stabilitást biztosít. Ugyanakkor megemlítenéd, hogy egyrészt a nagyobb kábelszám miatt fokozódik a szerkezeti csomópontok bonyolultsága, mely a szerkezet összköltségének egy jelentős részét adja, másrészt a magasabb fokú statikai határozatlanság a szerelési kényszerek hatását felerősíti, így a szerkezet szerelhetőségét rontja. Ismert típus még a



1. ábra. Geiger-féle (bal), Levy-féle (középső) és Kiewitt-féle (jobb) topológiai kialakítás



Kiewitt-féle topológiai kialakítás, ahol az egyes sugárirányban végigmenő szegmensek között a középponttól való távolsággal arányosan további kábelek és oszlopok találhatók. Ez a rendszer a szerkezeti elemek egyenletesebb elosztását eredményezi a felület mentén.

A kábelkupolák fő szerkezeti elemei a megtámasztást a széleken biztosító nyomott peremgyűrű, a sugárirányú szegmensek tartó- és feszítőkábele, valamint a húzott kábelek közötti közel függőleges pozíciójú oszlopok. Az egyes szegmenseket gyűrűirányú kábelek kötik össze biztosítva azok együttdolgozását, illetve a szerkezet globális és az oszlopok lokális stabilizálását. Többféle megoldás létezik a szerkezet belső részének lezárására, ahol az egyes sugárirányú szegmensek kapcsolatát biztosítani kell. Ez történhet egy, a szerkezet közepén elhelyezett „lezáró oszlop” alkalmazásával, merev magos kialakítással vagy gyűrűirányú kábelek alkalmazásával. A három megoldás közül az 1. ábrán és a mintapéldákban is a harmadik szerepel.

Kábelkupolák borításának kedvelt anyagai a különböző ponyvaanyagok. A ponyvaszerkezet feladata lehet a kupola szerkezeti elemei közötti felületek áthidalása és az ezen szerkezeti elemekre történő teherelosztás. A ponyvafedésnek nagy szerepe lehet a tartószerkezetek nyomott, hajlított szerkezeti elemeinek merevítésében, stabilizálásában is (Hegyí 2021). Kötélkupolák esetén a felső oszlopcsomópontok horizontális merevsége jelentősen növelhető az erőjátékba bevont ponyvafedéssel (Kollár 2000). A ponyva és a kábelkupola együttes alkalmazásával előálló szerkezeti kialakítást a szakirodalom „hypar-tensegrity” néven ismeri. Ennek egyik legismertebb formája a korábbi atlantai Georgia Dome, ahol a tető tartószerkezetét egy Levy-féle kábelkupola-rendszer és annak felső csomópontjai közé feszített torznégyszög ponyvafelületek együtt alkották (2. ábra).



2. ábra. Georgia Dome kábelkupola tetőszerkezete (fotók – Birdair)

3. KÁBELKUPOLA-RENDSZEREK STATIKAI SZÁMÍTÁSA

A kötélszerkezetek és a ponyvaszerkezetek számítása és az alkalmazható numerikus eljárások a lényegesen különböző szerkezeti kialakításuk ellenére nagyban hasonlítanak egymáshoz. Ezen kijelentés általánosságban teljesül mind a kötélfőtartós vagy kötélrácsostartós szerkezetek, mind a térbeli viselkedésű egyrétegű kötélhálók esetében. Előbbi kialakítás ponyvaszerkezetekkel való rokonsága alapvetően a nagyszámú húzott elem alkalmazásából adódik, ami miatt a szerkezeti viselkedést a nagy elmozdulások és a kábelek és ponyvák nyomási ellenállásának hiánya miatti geometriai és anyagi nemlinearitás jellemzi. Kötélhálók esetében további hasonlóságot eredményez a szerkezetek azonos statikai viselkedése, ami lehetővé teszi például ponyvaszerkezetek kötélháló modellel történő vizsgálatát. Az említett szerkezeti rendszerekre egyaránt jellemző,



hogy a geometriai és anyagi nemlinearitás miatt a statikai vizsgálathoz mindenképpen magasabb rendű eljárás szükséges.

A kötél- és ponyvaszerkezetek statikai vizsgálata Hincz (2000) és Gáspár–Hincz (2001) alapján az alábbi lépésekből áll:

1. elméleti alak számítása,
2. a szabásmintaterv elkészítése és a leszabási hosszak meghatározása,
3. a szerelési alak meghatározása,
4. állapotváltozás-vizsgálat.

Az elméleti alak számítása egy geometriai probléma, a kiindulási feltételként felvett metszeterő- vagy kötélterelőeloszláshoz tartozó egyensúlyi alak meghatározását jelenti. A szerkezet előfeszített, de egyébként terheletlen elméleti alakja alapján történik a szerkezeti elemek feszültségmentes hosszának meghatározása. Ponyvaszerkezetek esetén ez jelenti az úgynevezett szabásmintaterv elkészítését. A ponyvák szabásmintáinak és a kábelek leszabási hosszainak meghatározása során fontos a zsugorítás, a kompenzáció alkalmazása. A feszültségmentes szabási méreteket mindig kisebbre kell felvenni az elméleti alakhoz tartozó méreteknél. Az egyes beépített elemek az előfeszítés hatására érik el a kívánt szerkezeti méretet. Megjegyzendő, hogy rúdszerkezetek elméleti és szerelési alakja a numerikus modellezés során rendszerint megegyezik egymással, utóbbinak ponyvaszerkezetek esetén van jelentősége, ahol az anyag anizotrópiája és a feszültségmentes méretek meghatározási módja miatt a kiszabott csíkokból nem kapható vissza pontosan az elméleti alak. Az állapotváltozás-vizsgálat a külső terhek, jellemzően meteorológiai és hasznos terhek hatását vizsgálja. Itt fontos megjegyezni, hogy a nemlineáris viselkedésből fakadóan a szuperpozíció elve az egyes teherkombinációk számításakor nem alkalmazható.

A térbeli szerkezeti jelleg és a többlépcsős számítás miatt tervezés során a végleges kialakítás általában a teljes folyamat többszöri elvégzését igényli. Ezt a folyamatot a Rhinoceros 3D és Grasshopper alkalmazása, valamint a kidolgozott paraméteres eljárás nagyban elősegíti. További fontos megjegyzés, hogy a szerkezetek alakkeresése, valamint ponyvaszerkezetek esetén a szabásminta elkészítése hagyományos tartószerkezeti vizsgálatra szánt szoftverekkel általában nem végezhető el közvetlenül.

A számítási eljárások közül az erőintenzitás-módszer (Schek 1974), illetve a dinamikus ellazítás nevű eljárás (Day 1965; Barnes 1988; Barnes 1999) széles körben alkalmazott azok viszonylag egyszerű programozhatósága miatt. Előbbi jellemzően kötélhálók és ponyvaszerkezetek alakkeresésére szolgáló eljárás, míg utóbbi a teljes számítás elvégzésére alkalmas, harmadrendű elméleten alapuló módszer. A parametrikus vizsgálatok céljára általunk kidolgozott eljárás, mely a további számítások alapját képezi, a dinamikus ellazítás módszerén alapul.

A tervezési gyakorlatban elterjedt kereskedelmi szoftverek jellemzően a nemlineáris végelelemes módszerre épülnek, mely másodrendű elméleten alapuló eljárás. Ennek alkalmazásakor a geometriai egyenletekben alkalmazott közelítésektől függően jelentős különbségek adódhatnak a megoldás pontosságában, így az eljárás kiválasztása nagy körülmekintést igényel. A tanulmányozott szerkezeti rendszer nemlineáris vizsgálatára alkalmas kereskedelmi végelelemes szoftverek közé sorolható például a Dlubal, a Larsa, illetve az Ansys. A végelelem-módszer alkalmazásának nagy előnye, hogy a nagy elmozdulásokat végző ponyva- és kötél szerkezetek, valamint a kapcsolódó nyomott, hajlított szerkezeti elemek, például ívtartók, peremtartók vizsgálata egyidejűleg könnyen végrehajtható. Ezzel szemben a dinamikus ellazítás a hajlított elemek vizsgálatát nem teszi közvetlenül lehetővé, ilyen elemek modellezésére egy egyenértékű rácsostartó modellel alkalmazása nyújthat például megoldást (Hegyi 2021).



4. DINAMIKUS ELLAZÍTÁS

A dinamikus ellazítás nevű eljárás a statikus egyensúlyi helyzet meghatározására szolgáló dinamikai módszer, melyet elsőként atomerőmű-reaktorok nyomástartó edényeinek vizsgálatára alkalmaztak (Day 1965). Az eljárás első megjelenésekor nagyban hasonlított a dinamikai vizsgálatokra napjainkban széles körben elterjedt *time history* analízishez, ahol a szerkezet terheletlen állapotából kiindulva vizsgáljuk az előírt terhek hatását. A fő különbség, hogy a dinamikus ellazításban alkalmazott terhek statikusak. A Day által bevezetett módszer célja általános terhelésű és igénybevételű szerkezetek vizsgálata volt. Kizárólag húzott-nyomott rúd- és membránelemekből álló, tetszőleges topológiájú szerkezetek vizsgálatára az eljárás egy speciális változata ismert (Barnes 1988, 1999).

A dinamikus ellazítás kötél- és ponyvaszerkezetekre alkalmazható változata egy fokozatosan közelítő eljárás, ahol valamilyen célszerűen választott kezdeti alakból indulva, az előírt statikus terheknek és az előfeszítésnek megfelelően keressük a szerkezet egyensúlyi állapotát. Az eljárásban elegendő a csomóponti szabadságfokok mozgásegyenleteit felírni és megoldani minden iterációs lépésben, és nincs szükség a szerkezet globális merevségi mátrixának előállítására, ami leegyszerűsíti a módszer programozását és gyorsíthatja a számítást. Mivel az egyedüli meghatározandó állapot a statikus terhek alatti egyensúlyi helyzet, a pontos csillapítási mátrix alkalmazása sem szükséges a vizsgálat végrehajtásához. További előny, hogy lehetőség van a csillapítási mátrix teljes elhagyására az úgynevezett kinetikai csillapítás alkalmazásával (Cundall 1976), amivel szintén jelentős számítási kapacitásigényt lehet megspórolni. A módszer harmadrendben pontos eljárást jelent, alkalmas a vizsgált szerkezetek nagy elmozdulásainak pontos nyomon követésére.

A számítás lépéseinek bemutatásakor egy tetszőleges ξ -tengely mentén írjuk fel a mozgásegyenleteket. A számítás lépései egy időlépésen belül:

1. normáligénybevételek és külső terhek csomópontokra redukálása
2. csomóponti gyorsulások meghatározása
3. csomóponti sebességek számítása
4. csomópontok új pozíciójának meghatározása az időintervallum végén

A csomóponti terhek a teherelemzés után ismertek. A normálerők meghatározása után az elemek irányvektora meghatározható a vég- és kezdőpontba mutató helyvektorok különbségének hosszal való normálásával. Ezután a normálerővektorok komponensekre bontása szintén elemi ismeretek szerint elvégezhető:

$$N_{\xi} = N * \frac{\xi_j - \xi_i}{l_{\text{aktuális}}}, \quad (1)$$

ahol i a kezdőpont, j a végpont sorszáma, N az adott elem normálerője, $l_{\text{aktuális}}$ pedig az elem adott időlépésben mért hossza.

A csomóponti terhekből Newton II. törvénye alapján számítjuk a gyorsulásokat, melyek értéke az egyes időlépésekben állandónak tekintett:

$$a_{i\xi}^t = \frac{R_{i\xi}^t}{m_i}, \quad (2)$$



ahol $a_{i\xi}^t$ az i jelű csomópont ξ -tengely irányú gyorsulása a t időpillanatban, $R_{i\xi}^t$ a csomópontokra ható ξ -tengely irányú kiegyensúlyozatlan csomóponti erő, m_i az i jelű csomópont tömege.

A gyorsulások és sebességek közötti kapcsolat kifejezésére az első deriváltak véges differencia közelítését alkalmazzuk. Ezek alapján egy adott időlépésben a gyorsulás az intervallum felezőpontokban számolt sebességekkel az alábbi módon fejezhető ki:

$$a_{i\xi}^t = \dot{v}_{i\xi}^t = \frac{v_{i\xi}^{t+\frac{\Delta t}{2}} - v_{i\xi}^{t-\frac{\Delta t}{2}}}{\Delta t}, \quad (3)$$

ahol $v_{i\xi}^{t+\frac{\Delta t}{2}}$, $v_{i\xi}^{t-\frac{\Delta t}{2}}$ az i jelű csomópont sebessége két egymást követő intervallum felezőpontjában. Ennek átrendezésével adódik az új intervallumban a sebesség:

$$v_{i\xi}^{t+\frac{\Delta t}{2}} = v_{i\xi}^{t-\frac{\Delta t}{2}} + a_{i\xi}^t * \Delta t = v_{i\xi}^{t-\frac{\Delta t}{2}} + \frac{\Delta t}{m_i} * R_{i\xi}^t \quad (4)$$

Az intervallumok végi koordináták az intervallum eleji koordináták és az időlépéseken belüli átlagsebességek alapján számíthatók:

$$\xi_i^{t+\Delta t} = \xi_i^{t-\Delta t} + v_{i\xi}^{t+\frac{\Delta t}{2}} * \Delta t \quad (5)$$

ahol $\xi_i^{t-\Delta t}$, $\xi_i^{t+\Delta t}$ az intervallum elején és végén mért koordináta.

Egy adott időlépés végén tehát ismertek a csomópontok új koordinátái, ezekből a következő időlépésben a fenti folyamat újra végrehajtható mindaddig, amíg el nem érjük az egyensúlyi helyzetet, ami a numerikus számításra való tekintettel egy adott hibahatár alatti maximális kiegyensúlyozatlan csomóponti terhet jelent. Ennek a szerkezeti elemekben fellépő igénybevételek és a külső terhek nagyságánál több nagyságrenddel kisebbnek kell lennie.

Az egyensúlyi helyzethez való konvergenciához szükséges csillapítás felvételére két lehetőség adódik. Alkalmazható viszkózus, sebességgel arányos csillapítás a csomópontok mozgásának kontrollálásához, ami azonban nagy szabadságfokú szerkezetek esetén a csillapítási mátrix előállítására miatt jelentős mértékben növelheti a számítási igényt. Ennek kiküszöbölésére alkalmazható az úgynevezett kinetikus csillapítás, ahol a szerkezet mozgását a teljes rendszer mozgási energiájának lokális maximumainál megállítjuk, majd ebből a helyzetből zérus kezdősebességgel indítjuk újra.

A dinamikus ellazítás fő lépései kábelkupolák számítása esetén:

1. kiindulási geometria felvétele a tervezés/számítás aktuális fázisának megfelelően,
2. amennyiben vannak, akkor a külső terhek meghatározása,
3. a szerkezeti elemekben ébredő normáligenybevételek meghatározása a csomópontok aktuális koordinátái alapján,
4. kiegyensúlyozatlan csomóponti terhek meghatározása a külső terhek és normálerők csomópontokra redukálásával,



5. csomóponti gyorsulás- és sebességvektorok meghatározása, a sebességek ismeretében a teljes szerkezet mozgási energiájának számítása,

6. ha a mozgási energia csökken az előző iterációs lépéshez képest, akkor a kinetikus csillapításnak megfelelően a csomópontok mozgásának megállítása,

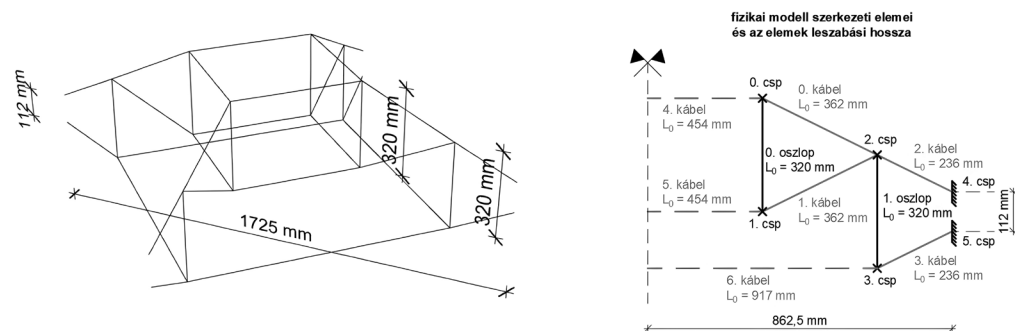
7. ha a mozgási energia nő, akkor a csomópontok új pozíciójának meghatározása

8. 3–7. lépések ismétlése, amíg a szerkezet el nem éri a statikus egyensúlyi helyzetét, azaz a kiegyensúlyozatlan csomóponti terhek adott hibahatárnál kisebbek nem lesznek.

A tervezés egyes fázisainak első lépése a kiindulási alak felvétele, ez az állapotváltozás-vizsgálat esetén például a szerkezet szerelési alakja. Az alakkeresés során használt kiindulási geometria kíván némi körültekintést. Ez ponyvaszerkezetek esetén csaknem tetszőlegesen megtehető, ahol az elméleti alak rendszerint ismeretlen a számítás elején. Egy általunk felvett metszeterő-eloszláshoz tartozó alakot keresünk, az alakkeresés során nem vesszük figyelembe a szerkezet deformációinak hatását a belső erők számításakor, végig a felvett erőeloszlást írjuk elő az elemekben. Ezzel ellentétben a kábelkupola-szerkezetek elméleti alakjának jellege ismert, egy határozott geometriai kialakítást szeretnénk az alakkeresés végén visszakapni. Így a kiindulási állapot felvétele során a kívánt alakot megközelítő geometriát veszünk fel. Az alakkeresés során a szerkezeti elemeknek csak egy részében írunk elő feszítőerőt, a többi elemben a deformációk alapján, a kiindulási állapot feszültségmentes hosszait alapul véve határozzuk meg az igénybevételeket.

5. MODELLVALIDÁCIÓ

A dinamikus ellazítás kötél szerkezetek és ponyvaszerkezetek vizsgálatára régóta alkalmazott, széles körben elterjedt és validált módszer. Az általunk a vizsgálat céljára létrehozott eljárás helyességének és kábelkupolák számítására való alkalmasságának igazolására a validációt (Pellegrino 1992) kísérleti eredményei alapján végeztük el, mely egy Geiger-féle kábelkupola egyszerűsített, kisleptékű fizikai modelljén végzett eredményeket közöl (3. ábra). A megépült fizikai modell jelentősen kisebb méretekkel és kevesebb elemszámmal rendelkezett a valós szerkezetekhez képest, ugyanakkor az összes jellemző szerkezeti elemtípus megtalálható benne, így módon jól tükrözi a valós szerkezeti viselkedést, reprezentatívnak tekinthető.



3. ábra. 2 gyűrűből és 4 szegmensből álló kicsinyített kábelkupola modellje (oszlopszelvények: 6 mm-es köracélok, a kábelek szelvénye: 0,42 mm-es zongorahúr)



A numerikus és a fizikai modell előfeszített állapotában az 1. táblázat szerinti kábelerők működtek. A valós modellel egyező szerelési alak előállításához az egyes elemekben működő pontos igénybevételek ismerete volna szükséges, melyek azonban az említett cikkben csak egészen kerekített értéként voltak megadva. Emiatt a (Pellegrino 1992) által megadott geometria az alakkeresés elején kiindulási alakként került felvételre. Mivel a tensegrity kupolák kiindulási és szerelési alakja a korábbiaknak megfelelően kellően közel esik egymáshoz, így ez a közelítés nem befolyásolta jelentősen a modell viselkedését. Az ezzel a feltétellel meghatározott szerelési alak került a vizsgálat további szakaszában terhelésre a megadott külső erőkkel.

A numerikus modell szerelési alakjának meghatározásakor a gyűrűirányú 4., 5. és 6. jelű kábelekben az 1. táblázat szerinti állandó nagyságú feszítőerőket írtuk elő a számítás minden egyes iterációs lépésében a kábelek alakváltozásától függetlenül. A többi kábelben rugalmas alapon számoltuk az igénybevételeket a kiindulási alak hosszait feszültségmentes hosszaknak tekintve. A szerelési alak meghatározása után a feszítőelemek leszábsí hosszai szintén meghatározhatók az előírt feszítőerők, a terhelt hosszak és az elemek normálmerevsége alapján.

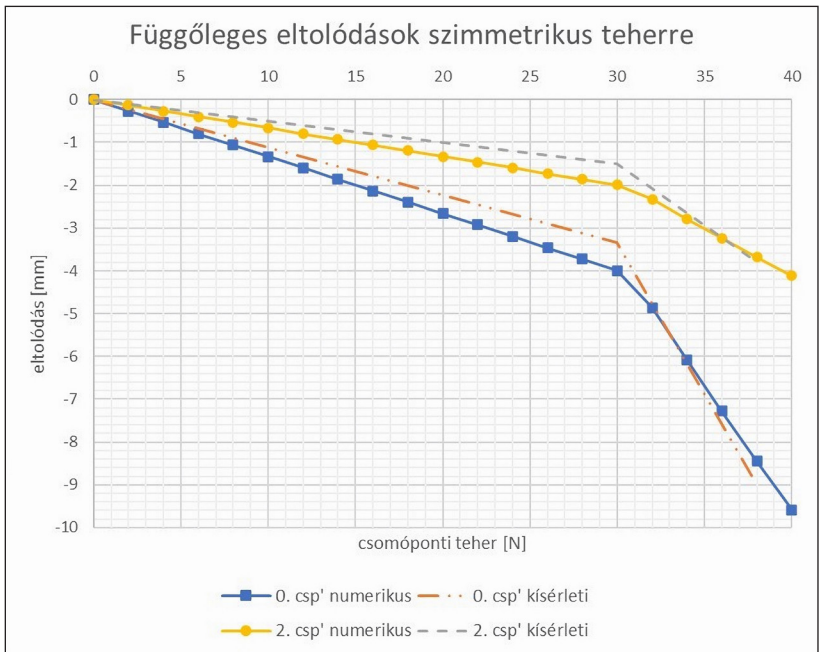
1. táblázat. Előfeszítés hatására kialakuló kábelerők a fizikai modell és a numerikus modell alapján

Kábelek	Sorszám	Előfeszítés kábelerőinek értékei [N]	
		valós modell	numerikus modell
felső sugárirányú belső	0.	49, 49, 48, 48	52
felső sugárirányú perem	2.	103, 104, 100, 100	103
alsó sugárirányú belső	1.	51, 52, 50, 50	52
alsó sugárirányú perem	3.	100, 101, 99, 97	99
belső gyűrűirányú felső	4.	33, 32, 31, 33	33
belső gyűrűirányú alsó	5.	32, 32, 32, 32	33
külső gyűrűirányú alsó	6.	60, 60, 60, 63	62,5

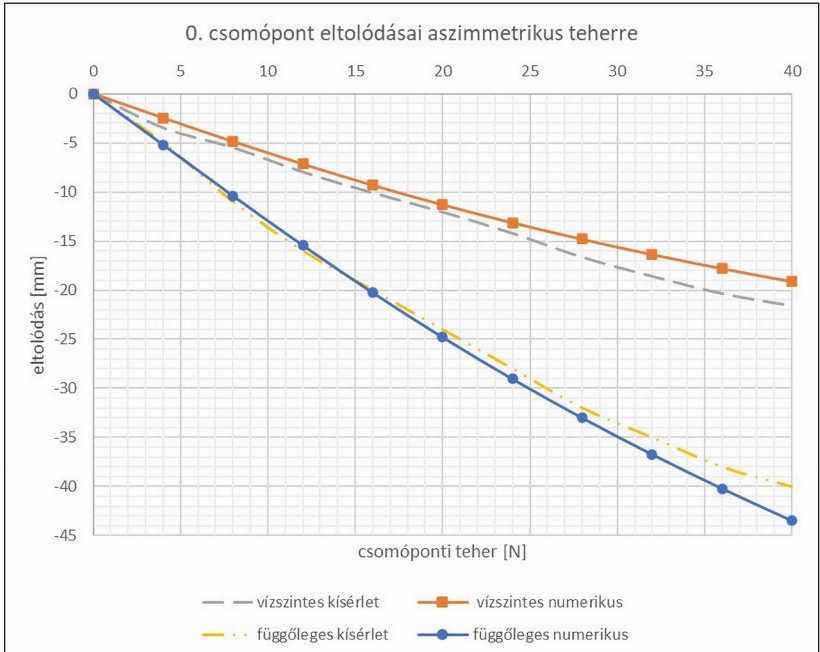
A validáció egyrészt egy szimmetrikus teherelrendezés figyelembevételével történt, ahol a belső gyűrű alsó csomópontjai voltak terelve 2 N-os teherlépcsőkben 40 N-ig. Másrészt egy második teherelrendezésben a belső gyűrű egyetlen alsó csomópontja volt terhelt 4 N-os teherlépcsőkben szintén 40 N-ig, mely hatására a szerkezet egyes mechanizmusainak megfelelő nyúlásmentes deformációk is jelentkeztek lényegesen nagyobb elmozdulásokat okozva.

Összehasonlítva a fizikai és a numerikus modell eredményeit jó egyezés látható mind az A1–A3 grafikonok jellegében, mind az értékekben. Az eltéréseket a 2. és 3. táblázatban közöltük. (Mivel a valós modellre vonatkozó erők csak egészen kerekítve álltak rendelkezésre, a numerikus eredményeket is egészen kerekítve adtuk meg a táblázatban.) Az eredmények alapján a numerikus modell megfelelően írja le a szerkezet viselkedését, így a továbbiakban bemutatásra kerülő parametrikus vizsgálatok elvégzésére alkalmazható az eljárás.



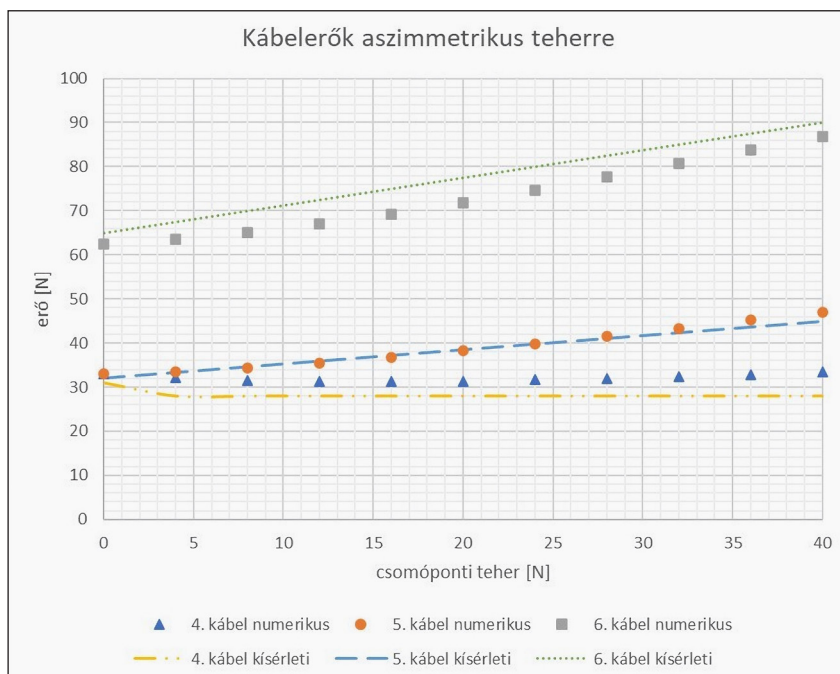
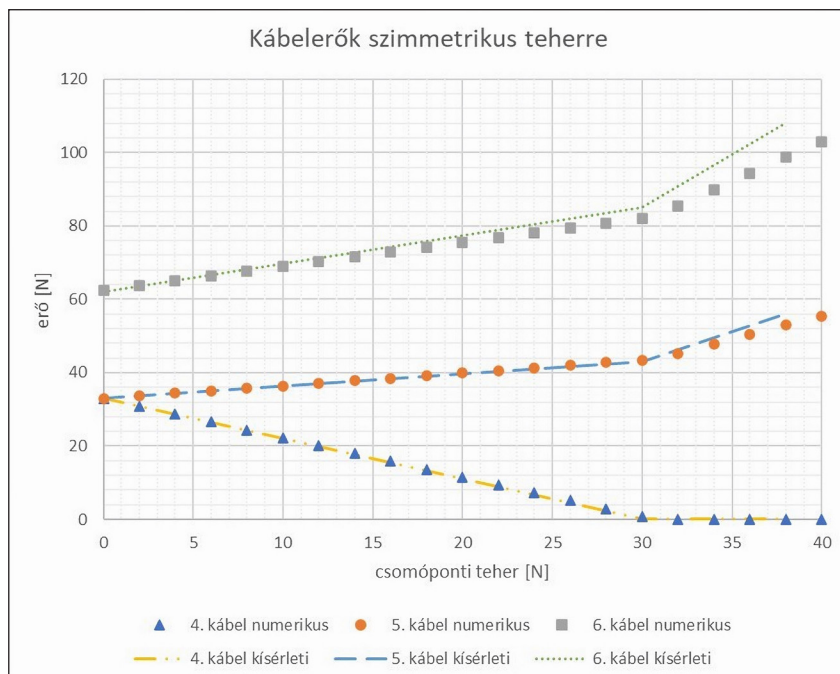


A1. grafikon. A fizikai és a numerikus modell csomóponti elmozdulásai szimmetrikus terhelés esetén



A2. grafikon. A fizikai és a numerikus modell eltolódásai a 0. csomópontban aszimmetrikus teher esetén





A3. grafikon. Kábelerők alakulása szimmetrikus és aszimmetrikus terhelésre a fizikai és a numerikus modell esetén



2. táblázat. Eredmények a valós és a numerikus modell esetén szimmetrikus terhelésre
38 N-os teherszint esetén

Vizsgált mennyiség	0. csp függőleges eltolódás [mm]	2. csp függőleges eltolódás [mm]	4. kábel húzóerő [N]	5. kábel húzóerő [N]	6. kábel húzóerő [N]
fizikai	-9,0	-3,8	0	56	108
numerikus	-8,4	-3,7	0	53	99
eltérés	-6,2%	-3,2%	0,0%	-5,5%	-8,6%

3. táblázat. Eredmények a valós és a numerikus modell esetén aszimmetrikus terhelésre

Vizsgált mennyiség	0. csp függőleges eltolódás [mm]	2. csp függőleges eltolódás [mm]	4. kábel húzóerő [N]	5. kábel húzóerő [N]	6. kábel húzóerő [N]
fizikai	-40,0	-21,0	31	45	90
numerikus	-43,5	-19,1	34	47	87
eltérés	8,7%	-9,0%	7,9%	4,5%	-3,6%

Érdemes ezen a ponton összehasonlítani a szimmetrikus és az aszimmetrikus terheléshez tartozó függőleges eltolódások maximális értékeit. Aszimmetrikus esetben a maximális eltolódás több mint négyszerese a szimmetrikus teheresethez tartozó értékeknek, annak ellenére, hogy az összteher csupán a negyede a szimmetrikus tehernek. Ez az adott terhelés során bekövetkező nyúlásmentes alakváltozások hatásának köszönhető, és hangsúlyozza a parciális leterhelés vizsgálatának fontosságát tervezési feladatok során.

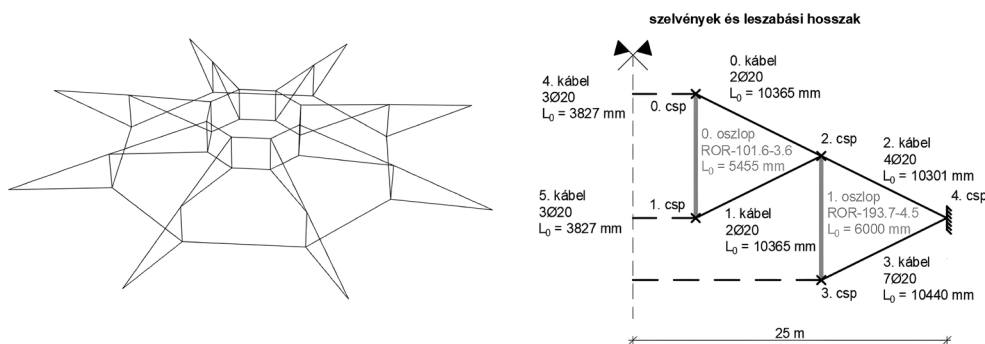
6. A VIZSGÁLT SZERKEZETEK BEMUTATÁSA

A numerikus modell létrehozása és validációja után tensegrity kupolák parametrikus vizsgálatát végeztük el. A programban a szerkezet topológiai, geometriai és merevségi paraméterei a számítás előtt megadhatók, azok változtatásával a paraméteres vizsgálatokhoz tartozó nagyszámú futtatás egyszerűen elvégezhető. A vizsgálható főbb paraméterek a kábelkupola átmérője, a sugárirányú szegmensek és a gyűrűk száma, a szélső oszlopok magassága, az oszlopmagasságok aránya, a szerkezeti elemek normálmerevsége, a megfeszített kábelek száma és pozíciója, valamint a feszítőerők nagysága.

A vizsgált szerkezet 8 szegmensből és 2 gyűrűből áll, átmérője 50 m. A számítás során 1 kN/m² intenzitású, alaprajzi értelemben egyenletesen és féloldalasan megoszló felületi terheket vettünk figyelembe. A vizsgált konfigurációkban a kábelkupola felső csomópontjai voltak terhelve, a megoszló teherből származó koncentrált erők az egyes csomópontokhoz tartozó terhelési mezők alapján lettek meghatározva.



A kivitelezés során logikusnak tűnik csupán a támaszokhoz kapcsolódó sugárirányú kábelek feszítése, így a szerkezet többi része kényszerek nélkül összeszerelhető és mozgatható, feszíteni csak a tartószerkezet szerelésének utolsó fázisában szükséges. A körszimmetrikus kialakításra való tekintettel az egyes szegmensek azonos pozíciójú felső feszítőkábeleiben azonos nagyságú előfeszítést alkalmaztunk, és az említett kábelek a számítás elején egyszerre kerültek megfeszítésre. A többi elemben rugalmas alapon számoltuk az igénybevételeket az alakkeresés során. A szerkezet egy jellemző szegmensét, a szerkezeti elemek leszabási hosszát és az alkalmazott szelvényeket az 4. ábra mutatja.



4. ábra. 2 gyűrűből és 8 szegmensből álló, 50 m átmérőjű Geiger-féle kábelkupola modellje

A vizsgált szerkezet kábel- és oszlopelemeinek normálmerevségét úgy határoztuk meg, hogy azok a terhelés nagyságával összhangban egy reális szerkezeti kialakítást eredményezzenek. A szerkezeti elemek közelítő méretfelvétele a kábelek húzási és az oszlopok kihajlási ellenállásának figyelembevételével történt az alkalmazott egyenletesen megoszló 1 kN/m² nagyságú terhelésre. Fontos kiemelni, hogy tartószerkezeti szempontból nem a szabványos méretezési eljárásnak megfelelő kialakításokat vizsgáltunk. Ez a figyelembe vett terhelési típusok és teherrendezések számából is következett, szélteher hatását például nem vizsgáltuk, illetve használatossági határállapotban sem ellenőriztük a szerkezetet. A szerkezeti elemek közelítő méretfelvétele azonban nem befolyásolta a szerkezeti viselkedésről levonható általános tapasztalatokat.

A továbbiakban részletesen vizsgáltuk az előfeszítés, valamint az oszlopok magasságának a hatását a szerkezet globális merevségére. Emellett egy adott konfigurációban az erő-elmozdulás karakterisztika is meghatározásra került totális és parciális teherelrendezés alatt.

7. A PARAMETRIKUS VIZSGÁLATOK BEMUTATÁSA

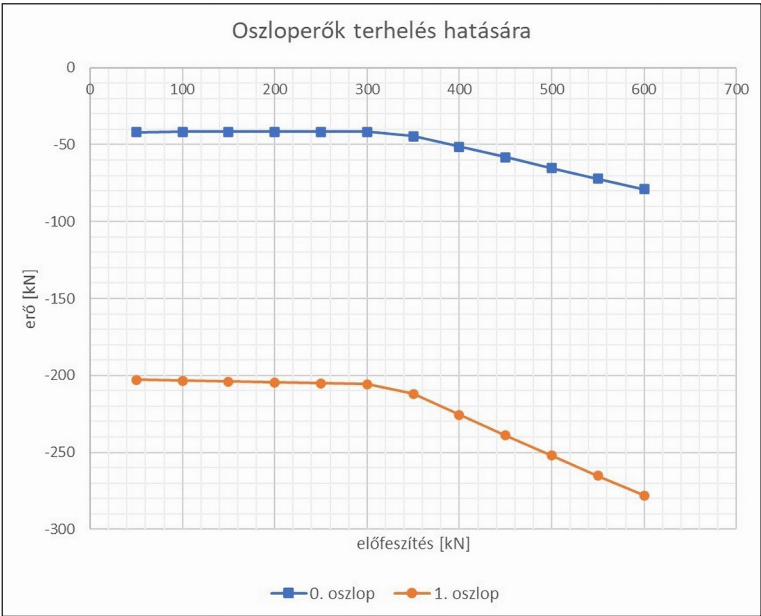
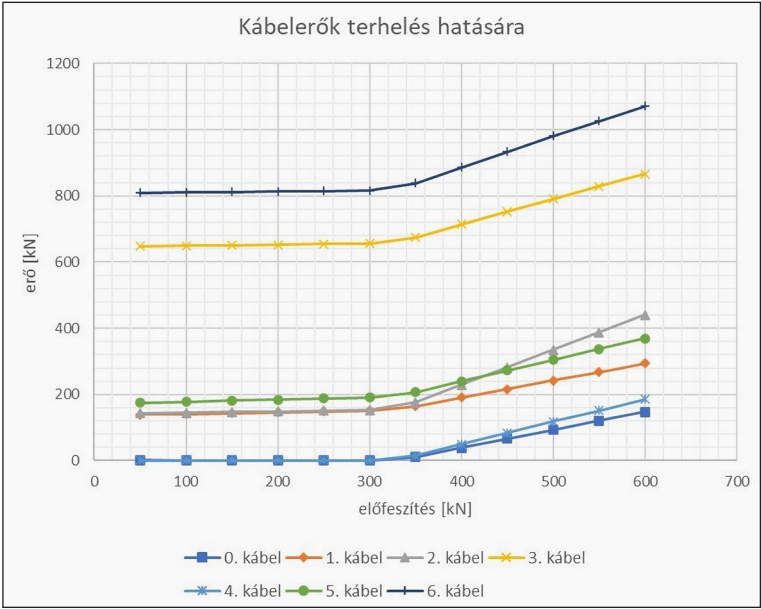
7.1 Totális teher

7.1.1 Az előfeszítés hatása

Az előzőekben leírtaknak megfelelően a vizsgálatok során az alakkereséskor a peremhez csatlakozó sugárirányú kábelek közül a felső elemek kerültek egyidőben megfeszítésre 50 kN-tól 600 kN-ig, 50 kN-os lépcsőkben. Az így létrejövő, azonos jellegű, de eltérő elméleti alakokban az egyes kábel- és oszloperők arányosak, mivel ezen sajátfeszültség-rendszerek nem függetlenek

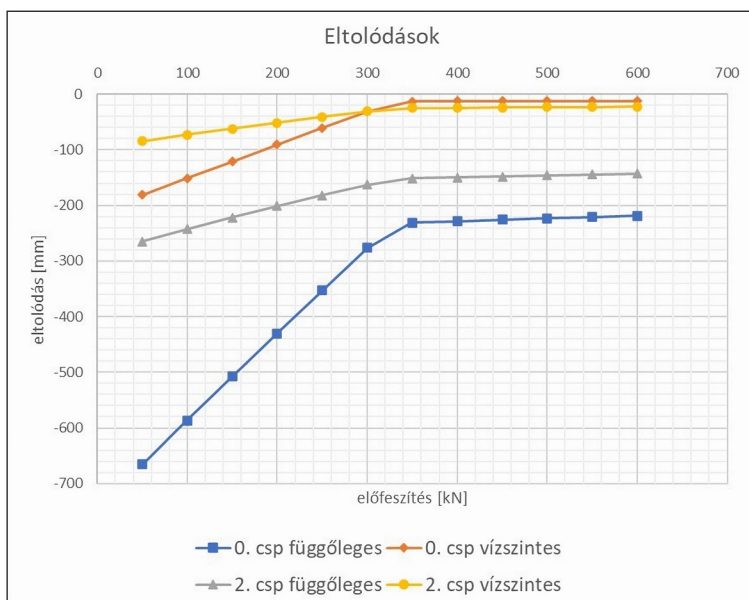


egymástól. Az előfeszítés függvényében az egyes szerkezeti elemekben kialakuló igénybevételek nagysága, valamint az alsó csomópontok függőleges és vízszintes eltolódásai a B1–B2. grafikonokon láthatók.



B1. grafikon. Totálteher esetén fellépő kábel- és oszloperők az előfeszítés függvényében





B2. grafikon. Csomóponti eltolódások az előfeszítés függvényében

Az eredmények alapján látható, hogy a szerkezet viselkedése két közel lineáris tartományra tagolódik, melyek között a vizsgált esetben 300 kN körüli előfeszítés jelenti a határvonalat. Ennél kisebb előfeszítés esetén a belső gyűrű felső, 4. sorszámú kábeli teljesen elernyednek, míg a 0. sorszámú felső feszítőkábelben a többi dolgozó kábelhez képest jelentősen kisebb húzóerő ébred. A 0. jelű kábelben fellépő kis húzóerőből származó geometriai merevség biztosítja egyedül az oszlopok felső csomópontjának gyűrűirányú merevségét, így az nagy jelentőséggel bír az egyensúlyi helyzet stabilitása szempontjából. Kis előfeszítés esetén (körülbelül 325 kN nagyságú előfeszítő erő alatt) az állapotváltozás-vizsgálat végén közel azonos az erőeloszlás az egyes elemekben az előfeszítés mértékétől függetlenül. Megfelelően nagy előfeszítés esetén (körülbelül 325 kN nagyságú előfeszítő erő felett) minden kábel húzott marad a terhelt szerkezetben, és az előfeszítéstől közel lineárisan függő igénybevételeket kapunk.

A kábel elernyedésének oka a szerkezet csomópontjainak lefele történő eltolódása, valamint az oszlopok befelé dőlése, melyek a felső kábel hosszának csökkenését eredményezik. Egy bizonyos ponton egyes felső kábel szélső csomópontjainak távolsága elérheti a leszabási hosszt, majd az alá csökkenhet, innentől nem keletkezik bennük húzóerő. A belső gyűrű felső, 4. sorszámú kábeli kis feszítőerő esetén teher hatására meglazulnak. A 0. sorszámú sugárirányú kábel a folyamat során nem válnak teljesen ernyedtté, a legkisebb húzóerő értéke 1 kN körüli. Ennek oka, hogy az oszlopok a belső csomópontokban befelé dőlnek, így azok nyomóerejének vízszintes irányú komponensét ekkora kábeli erő egyensúlyozza. A korábbiaknak megfelelően az ezen kábelben fellépő húzóerő nagy jelentőséggel bír a felső csomópontok stabilizálása szempontjából.

Az előfeszítés 50 kN-ról 600 kN-ra történő növelésével a legnagyobb eltolódások értéke körülbelül 70%-kal csökkenthető, így a szerkezet megfelelő előfeszítése a lehajlások korlátozása szempontjából alapvető fontosságú. Azonban az eredmények alapján az is látszik, hogy abban az



esetben, ha a szerkezetben alkalmazott előfeszítésnek köszönhetően nem tapasztalható egyetlen kábel elernyedése sem (a konkrét esetben körülbelül 325 kN felett), akkor az előfeszítés további növelése nem javítja számottevően a szerkezet globális merevségét.

A kábelek elernyedésének folyamata a szerkezet erő-elmozdulás karakterisztikájának vizsgálata során a későbbiekben részletesen is bemutatásra kerül.

7.1.2 Az oszlopmagasság hatásának vizsgálata

A vizsgálatok során az eddigi 2 gyűrűből és 8 szegmensből álló kialakítást vettük alapul, és a külső oszlopok méretét kezeltük változó paraméterként 4 m-től 7 m-ig változtatva a magasságot 0,25 m-es lépcsőkben. A belső és külső oszlop magasságának arányát 1:1,1-re vettük fel, így minden lépésben ennek megfelelően változott a belső oszlop mérete. Az oszlopmagasság hatását az előfeszítés paraméteres vizsgálatának eredményei alapján olyan konfigurációban vizsgáltuk, ahol minden szerkezeti elem dolgozó marad az állapotváltozás-vizsgálat végén. Ezt a feszítőkábelek 500 kN-os előfeszítése minden vizsgált geometria esetén biztosítja. Az egyes kialakításokban a csomópontok elmozdulásait, valamint az egyes kábel- és oszloperőket hasonlítottuk össze. Az eredményeket a C1–C2. grafikonok mutatják.

Az eredmények alapján nemlineáris kapcsolat tapasztalható a lehajlások értéke és az oszlopmagasság között, különös tekintettel a függőleges eltolódásokra. A kábel- és oszloperők vizsgálata alapján az oszlopmagasság az igénybevételek értékét kevésbé befolyásolja, a vizsgált esetben az oszlopmagasság növelésének hatására a legnagyobb igénybevételekben mintegy 10%-os csökkenés figyelhető meg.

Az eltolódásokat vizsgálva elmondható, hogy az oszlopok hosszának növelése a lehajlásokat eredményesen csökkenti a szerkezet „hatékony magasságának” a növelésével, ugyanakkor tekintettel kell lenni az oszlopok hosszának növekedése miatt lecsökkentet elem szintű kihajlási ellenállásra, mely nagyobb keresztmetszet alkalmazását teheti szükségessé. Az anyagfelhasználás tekintetében a szerkezet optimális kialakításának meghatározása, különösen tervezési feladatok során, roppant fontos szempont. Itt érdemes megjegyezni, hogy szerkezetoptimalás során a nemlineáris mechanikai viselkedés miatt a feladat célfüggvénye és feltételei egyenletrendszere is erősen nemlineáris, így a feltételes szélsőérték-feladat megoldása sok esetben jelentős számításigényű problémákra vezet (Masic, Skelton és Gill 2006).

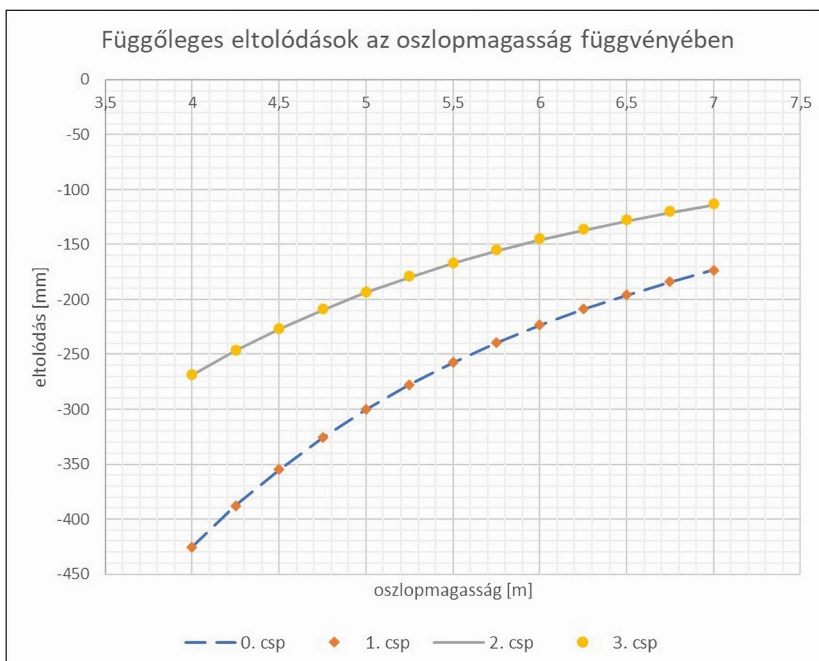
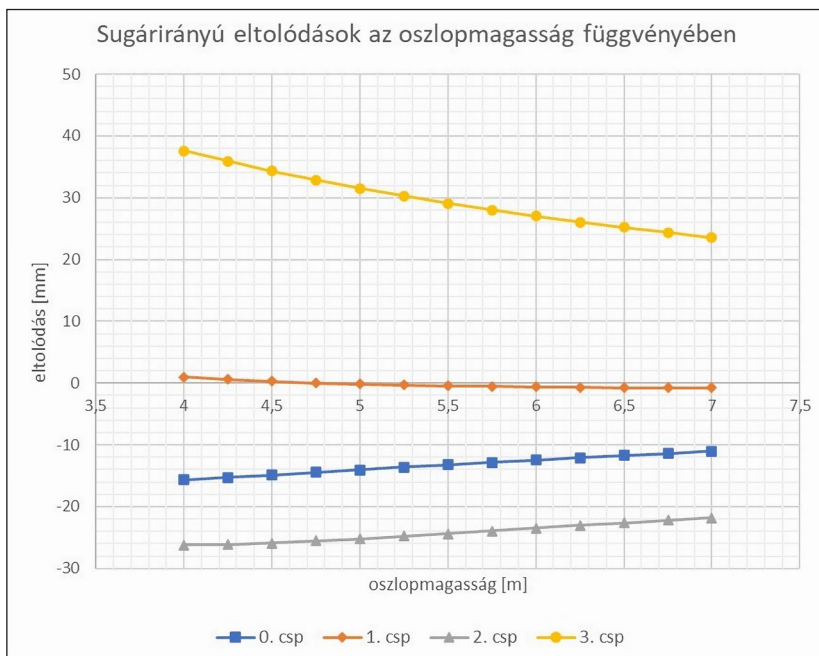
Valós tervezés során a szerkezet méreteinek meghatározásakor továbbá figyelemmel kell lenni az építészeti szempontokra, a magasság esztétikai és funkcionális szempontból elfogadható mérettartományára.

7.1.3 Erő-elmozdulás karakterisztika

Kábelkupolák viselkedését jellemző erő-elmozdulás görbék lépcsős terhelésre a D1–D3. grafikonokon láthatók 150 kN-os és 400 kN-os előfeszítés esetén, melyeket a 4. ábrán látható szerkezeten határoztunk meg. Előbbi kis előfeszítésnél a felső kábelek elernyedése jelentkezik a terhelési folyamat során, míg az utóbbi előfeszítés ezt megakadályozza, biztosítva a teljes folyamat alatt minden kábel hatékony részvételét a teherviselésben.

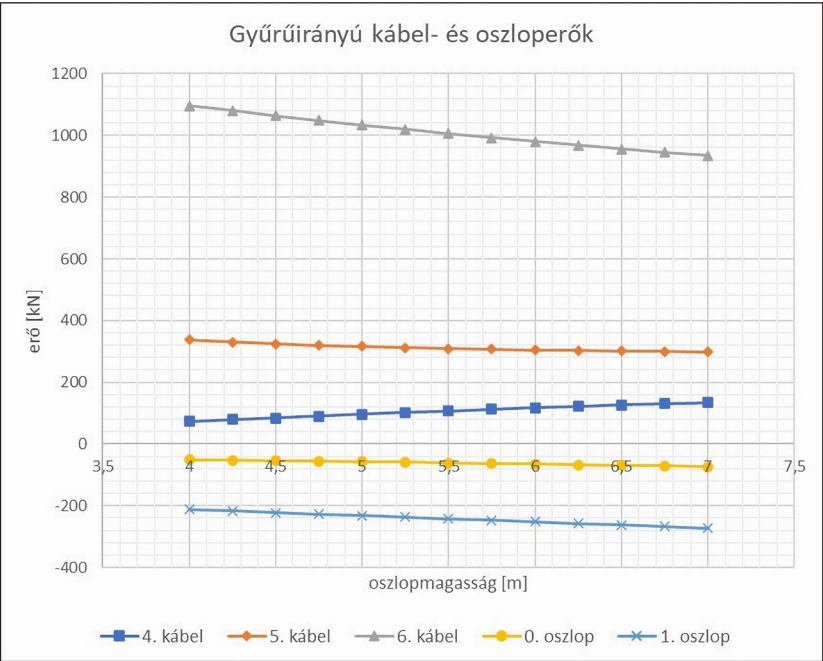
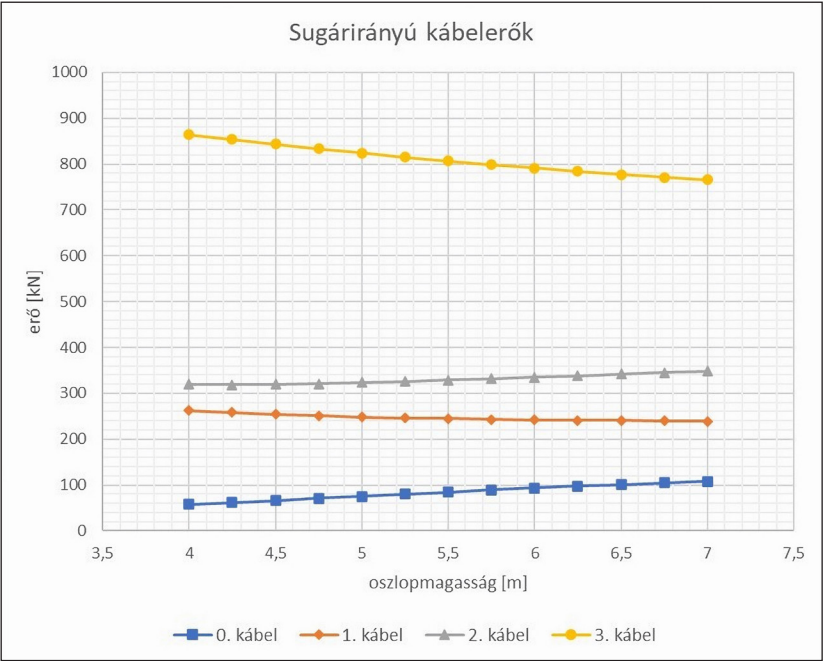
Az eredmények alapján az egyes kábelek elernyedése és azok globális merevségi mátrixból való kiesése jelentős merevségcsökkenést eredményez, aminek köszönhetően a szerkezet egy új





C1. grafikon. Csomópontok sugárirányú (fent) és függőleges (lent) eltolódásai az oszlopmagasság függvényében





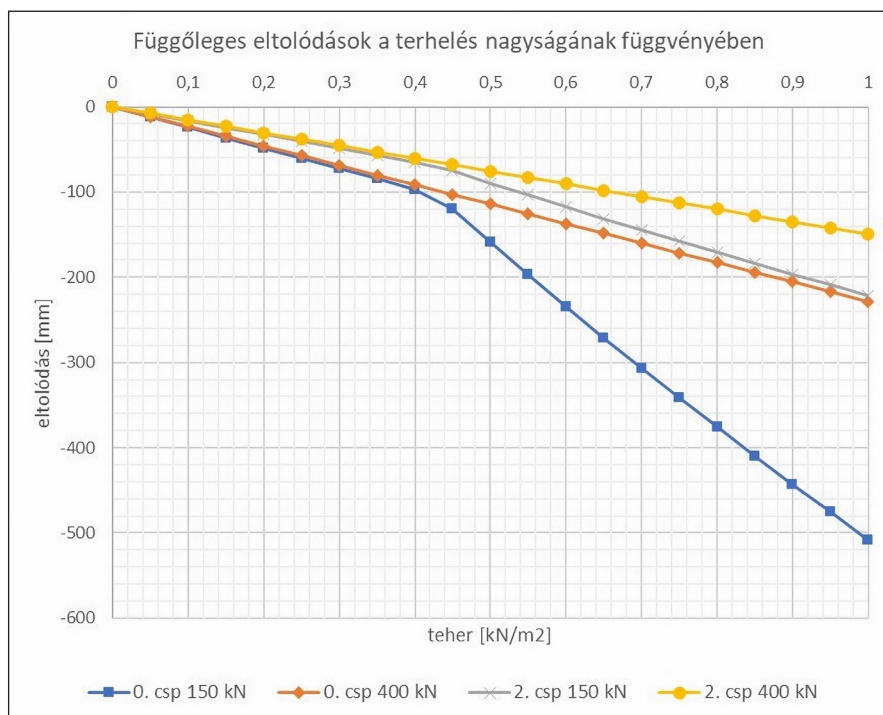
C2. grafikon. Sugárirányú kábelerők (fent), valamint gyűrűirányú kábelerők és oszloperők (lent) alakulása egy szegmens esetén totális leterhelés hatására az oszlopmagasság függvényében



statikai vázzal, kevesebb húzott kábellel működik a további terhek alatt. A viselkedés szakaszonként lineárisnak látszik a diagramok alapján. Részletesen megvizsgálva a folyamatot elmondható, hogy a szerkezet lehajlása során az egyes csomópontok függőleges és vízszintes eltolódást is szenvednek, ami az egyes kábelek húzóerőinek függőleges komponenseit nemlineáris módon változtatja a lehajlás függvényében.

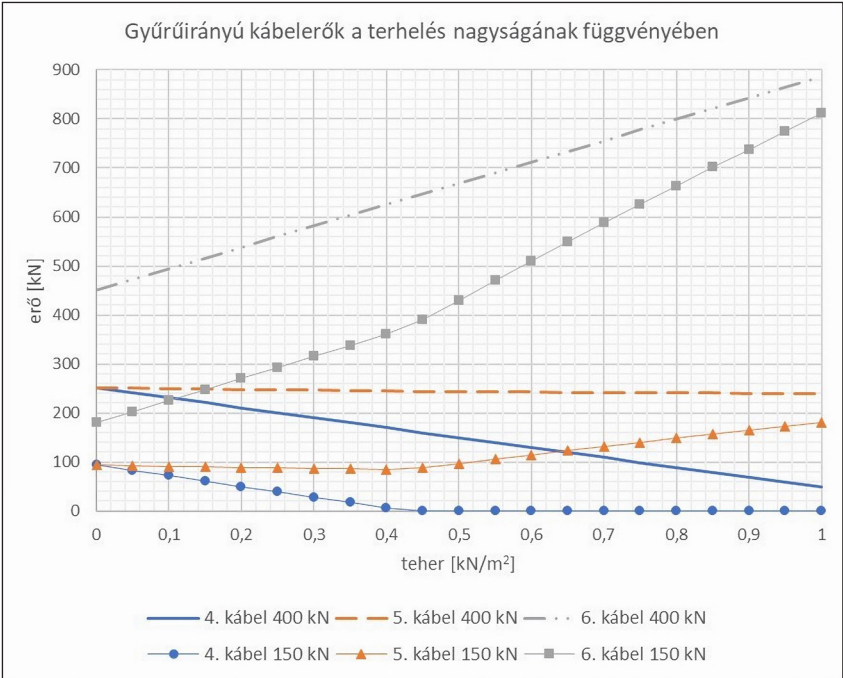
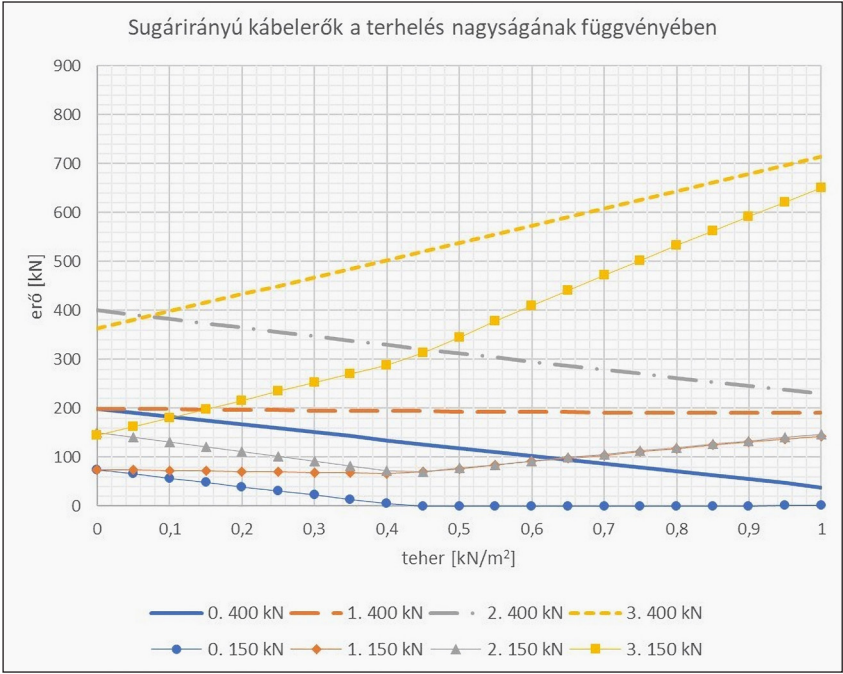
A terhelés kezdeti szakaszán, amíg minden kábel húzott marad, a belső gyűrű alsó csomópontjaiba befutó 0. jelű oszlopok, valamint sugárirányú 1. jelű tartó- és 5. jelű alsó gyűrűkábelek igénybevételei nem változnak jelentős mértékben. A tapasztalat az 1. jelű tartókábel esetén ellentmond annak a szemléletnek, miszerint az alsó kábelek hossza a szerkezet lehajlása miatt növekszik. A jelenség magyarázata az oszlopok befele történő megdőlése, aminek hatására a kábelek végpontjai közelednek egymáshoz. A két hatás közel azonos mértékű, de ellentétes értelmű.

A 0. és 2. sorszámú sugárirányú felső kábelekben, valamint a 4. jelű gyűrűirányú felső kábelben a terhelés során csökken a húzóerő értéke, és egy bizonyos ponton a 4. sorszámú kábelek meglazulnak, ezután a szerkezet egy új statikai vázzal, csökkent globális merevséggel működik tovább. A 0. sorszámú belső feszítőkábel nem válik teljesen lazává, ennek oka, hogy az oszlopok középpont irányába történő bedőlése miatt szükséges egy minimális húzóerő a felső csomópontok egyensúlyához. Ezen húzóerőből származó geometriai merevségnek nagy jelentősége van az említett csomópont stabilizálása szempontjából, enélkül ugyanis a merevség sugar- és gyűrűirányban is megszűnne. A 2. jelű külső feszítőkábel a belső kábelek elernyedése után újból bekapcsolódik a növekvő terhek viselésébe. A fent említett folyamatot illusztrálja az 5. ábra 150 kN-os előfeszítés esetén.



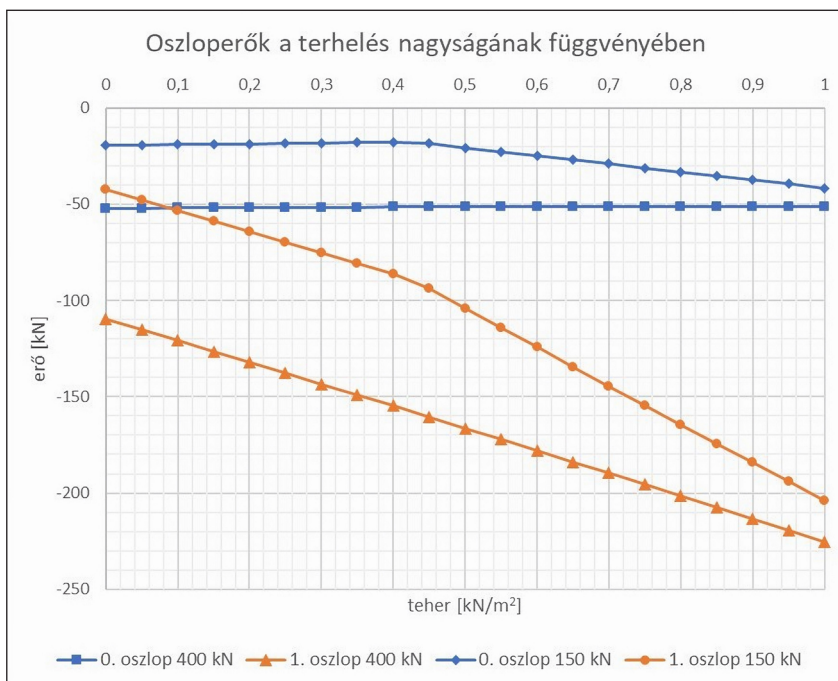
D1. grafikon. Eltolódások az állapotváltozás-vizsgálat teherlépcsőiben két eltérő előfeszítés esetén





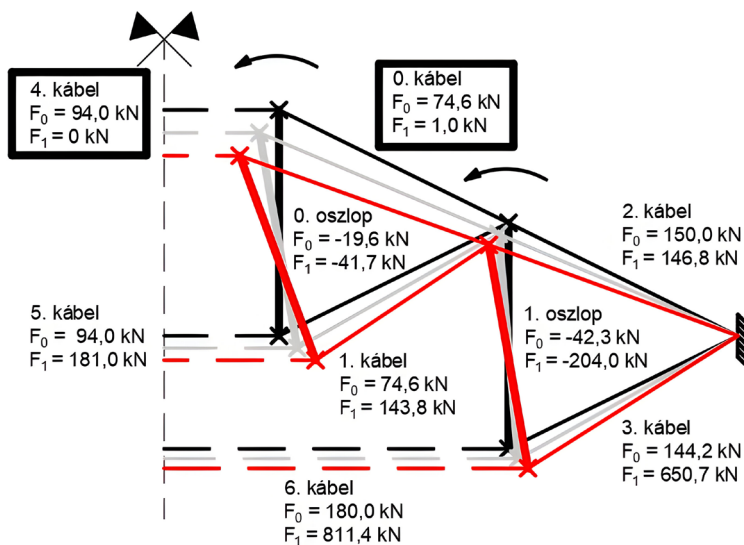
D2. grafikon. Sugár- és gyűrűirányú kábelerők a terhelés nagyságának függvényében





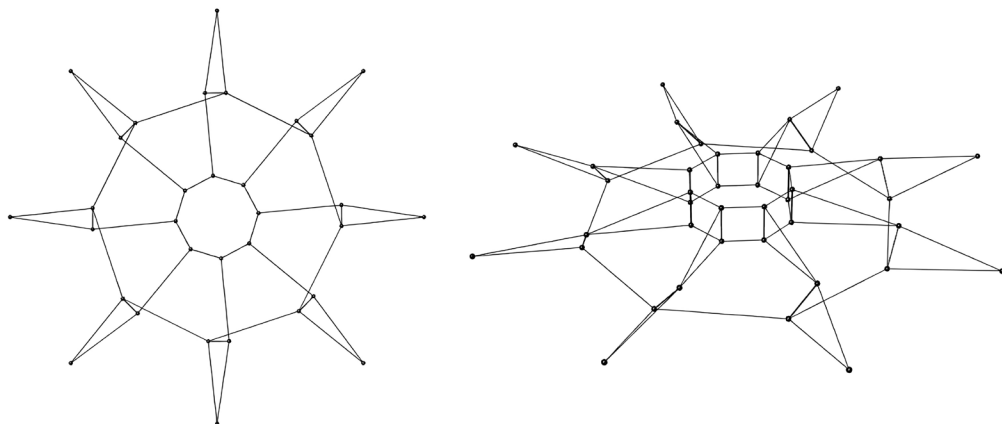
D3. grafikon. Oszloperők a terhelés nagyságának függvényében

kábelek meglazulásának folyamata

5. ábra. Belső gyűrűkábelek meglazulásának folyamata totális leterhelés alatt (fekete és F_0 – előfeszített szerkezet alakja és erőeloszlása, szürke – köztes állapot, piros és F_1 – terhelt szerkezet alakja és erőeloszlása)

A különböző nagyságú előfeszítésekhez tartozó eltolódásokat összehasonlítva megállapítható, hogy amíg egyetlen kábel sem lazul meg, addig az előfeszítés növelésének viszonylag kicsi a hatása az elmozdulásokra. Ez alátámasztja azt az általános tapasztalatot, miszerint a szerkezetek megfeszítéséből származó geometriai merevség jelentősen kisebb a szerkezet rugalmas merevségénél, így az közvetlenül nem alkalmas a szerkezet globális merevségének hatékony növelésére. A korábbiakban az előfeszítés hatását bemutató *B1–B2. grafikonok* alapján azonban elmondható, hogy az előfeszítésnek alapvető szerepe van a kábelek elernyedésének megelőzésében, ami egyébként a szerkezet merevségének jelentős csökkenéséhez vezet(ne).

A felső gyűrűkábelek elernyedése kedvezőtlen, valós szerkezetek tervezése esetén mindenképpen elkerülendő, ebben az állapotban ugyanis az oszlopok felső csomópontjának gyűrűirányú merevsége jelentősen lecsökken, ezt a merevséget egyedül a felső feszítőkábel kis húzóereje biztosítja. A konfiguráció így ugyan stabil, de az említett húzóerő nagysága a többi kábelerőhöz képest elhanyagolható, így lényegében egy alul csukló és felül szabad végű oszlopot kapunk, ami egy felső csomóponti teher hatására instabil konfigurációt eredményez. Megvizsgálva egy olyan szerkezetet, amelyben minden kábel dolgozó marad az állapotváltozás-vizsgálat végén, Kollár (2000) és Tomka (1997) alapján elmondható, hogy a Geiger-féle kábelkupolák felső oszlop-csomópontjai ugyan ténylegesen stabil egyensúlyi állapotban vannak, azonban a gyűrűirányú merevségük még mindig kicsi, az teljes egészében a kábelek geometriai merevségéből származik. Ez az előző vizsgálatok alapján a rugalmas merevséghez képest csekélynek mondható. Az említett probléma szemléltetésére a belső oszlopok egy tetszőlegesen kiválasztott felső csomópontjában egy gyűrűirányú vízszintes terhet helyeztünk el a tartó függőleges terhekre kialakult egyensúlyi állapotában, melynek nagyságát a vizsgálatok során fokozatosan növeltük. Ezen vízszintes erő egyedüli szerepe, hogy kitérítse a szerkezetet az eredeti egyensúlyi állapotából. Az eredmények alapján a függőleges terhekhez képest nagyságrendekkel kisebb kitérítő erő hatására a szerkezet az eredetitől lényegesen eltérő állapotban került csak újra egyensúlyba a belső gyűrű jelentős elcsavarodása mellett, amit a 6. ábra szemléltet. Ez az egyensúlyi helyzet természetesen függ az alkalmazott kitérítő erőrendszertől, az így kialakuló globális elcsavarodással járó alak az alkalmazott teherelrendezésnek megfelelő konfiguráció. Ebben az állapotban újra részt vesz a teherviselésben minden szerkezeti elem.



6. ábra. Kitérítés utáni új egyensúlyi helyzet felülnézete (balra) és térbeli nézete (jobbra).
Látható a belső gyűrű elcsavarodásával kialakuló jelentősen eltérő konfiguráció

Ezt a problémát a vizsgált szerkezeti kialakítás esetén csak a héjazat elhelyezése szünteti meg, ahol a burkolat megfelelő teherbírása esetén már kellő megtámasztást biztosít a vizsgált csomópontoknak gyűrűirányban is. Megjegyzendő azonban, hogy a szerkezet merevítéséhez jelentős nyomóerők felvételére lehet szükség, amit általában nem célszerű a héjalásra hárítani. Erre megoldást nyújthat ponyvafelület alkalmazása, mellyel úgynevezett hypar-tensegrity szerkezetet kapunk. Ugyanakkor hangsúlyozzuk, hogy a héjazat teherviselésbe történő bevonása jelentősen eltérő szerkezeti viselkedést eredményezhet a tisztán Geiger-féle kábelkupolavázhoz képest.

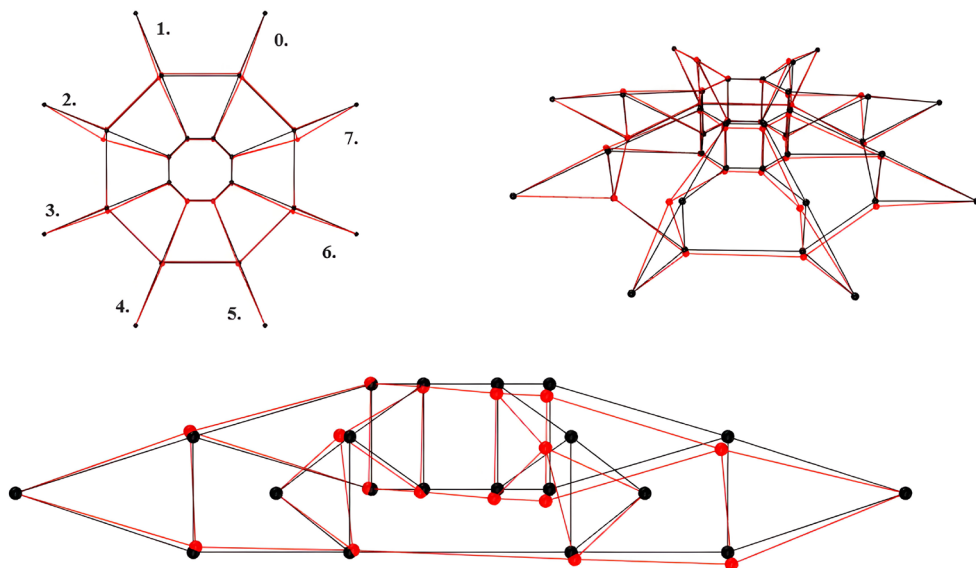
A héjazat teherviselésbe történő bevonása mellett alkalmazható eltérő topológiájú kábelkupola is, ami az említett csomópontoknak megfelelő merevséget biztosít gyűrűirányban. Erre példa a Levy-féle kialakítás, amely topológia azonban egyrészt a magasabb fokú statikai határozatlanság miatt szerelhetőség szempontjából kedvezőtlenebb, másrészt a kétszer annyi sugárirányú kábel miatt a csomópontok száma is több, ami a költségeket növelheti.

7.2 Féloldalas teher

7.2.1 Az előfeszítés hatása

A parciális leterhelés során a szerkezet egyik felén 1 kN/m^2 intenzitású, a másik felén $0,5 \text{ kN/m}^2$ intenzitású függőleges felületi terhet alkalmaztunk. A viselkedésben ennek megfelelően egyszerű szimmetria és a jobban terhelt oldal irányába mutató megdőlés várható. A létrehozott eljárás validációja során vizsgált parciális terhelés alapján erősen nemlineáris viselkedés várható. Ennek oka, hogy nyúlásmentes alakváltozások is létrejönnek terheléskor, melyek a szerkezet egyes mechanizmusai szerinti deformációkat okoznak, jelentős eltolódásokat eredményezve.

Parciális leterhelés alatt az előfeszítés hatását vizsgáltuk, a peremgyűrűkhöz kifutó szélső kábelek közül a felsőket megfeszítve 50 kN -tól 600 kN -ig, 50 kN -os lépcsőkben. Egy ilyen terhelés

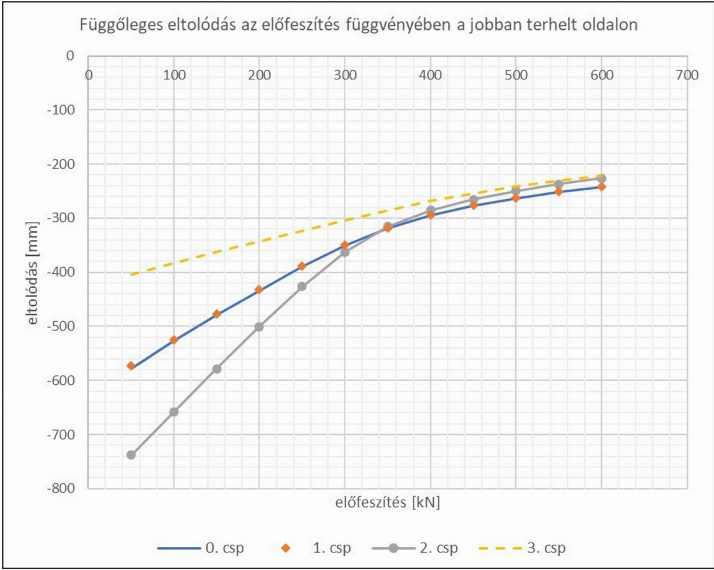
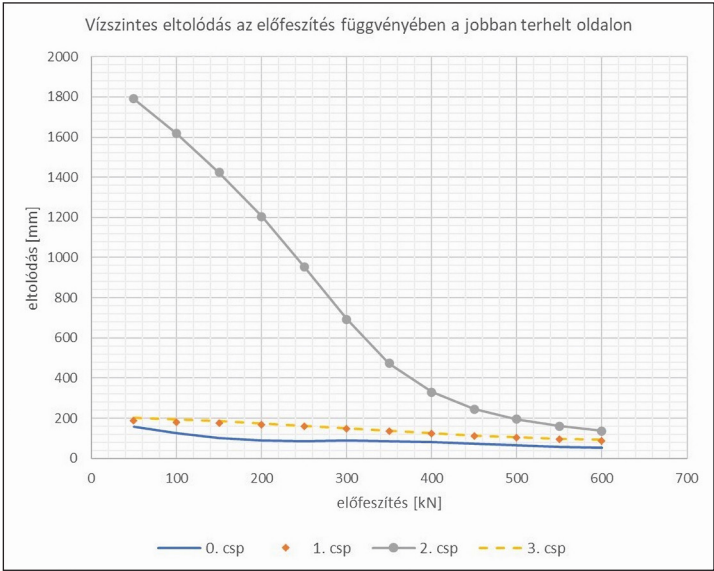


7. ábra. Szerelési alak (fekete) és a féloldalas tehernek megfelelő egyensúlyi alak (piros) felülnézete (balra), térbeli nézete (jobbra) és oldalnézete (alul)



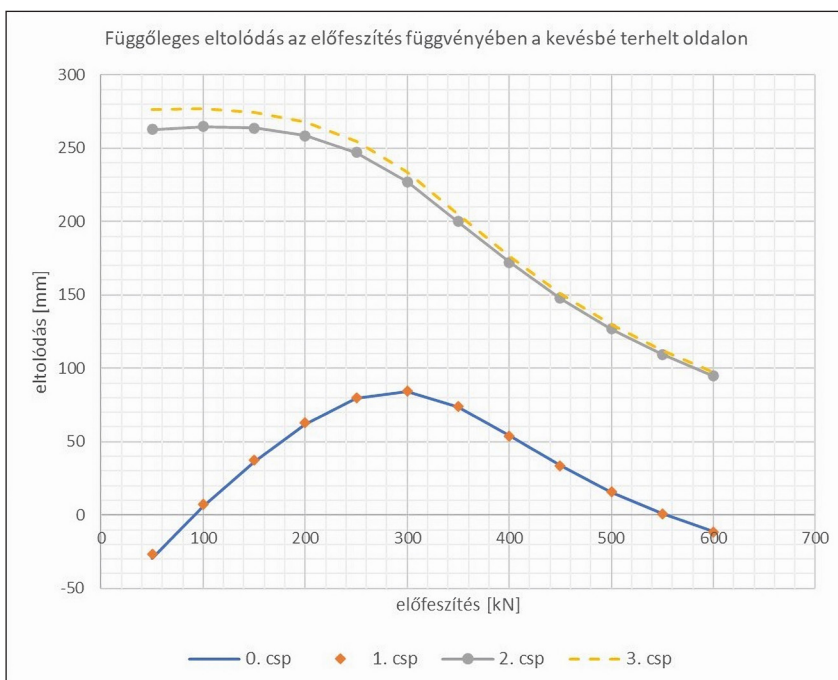
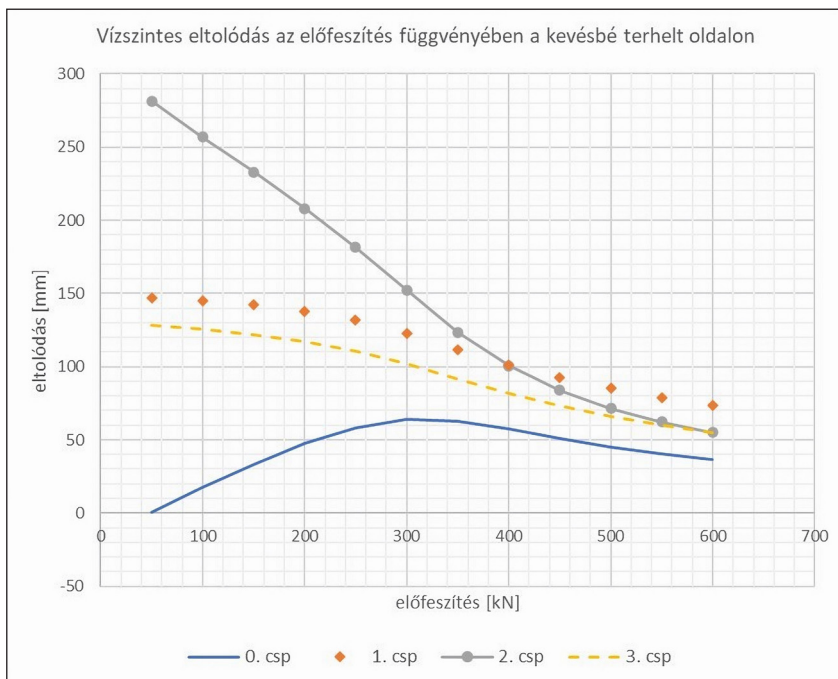
hatására kialakuló jellemző egyensúlyi helyzetet mutat a 7. ábra, ami alapján a belső és a külső oszlopok ellentétes értelmű megdőlése jön létre. A belső oszlopok a jobban terhelt oldal felé dőlnek, míg a külső oszlopok az egyensúly biztosítása érdekében ezzel ellentétesen fordulnak el.

Az előfeszítés hatását az E1–E2. grafikonok szemléltetik. A grafikonok erősen nemlineáris viselkedést mutatnak. Általánosságban elmondható, hogy az előfeszítés csökkenti a csomópontok eltolódását, különösen a külső oszlopok tetőpontja esetén.



E1. grafikon. 0. és 3. szegmens csomópontjainak vízszintes és függőleges eltolódásai az előfeszítés függvényében



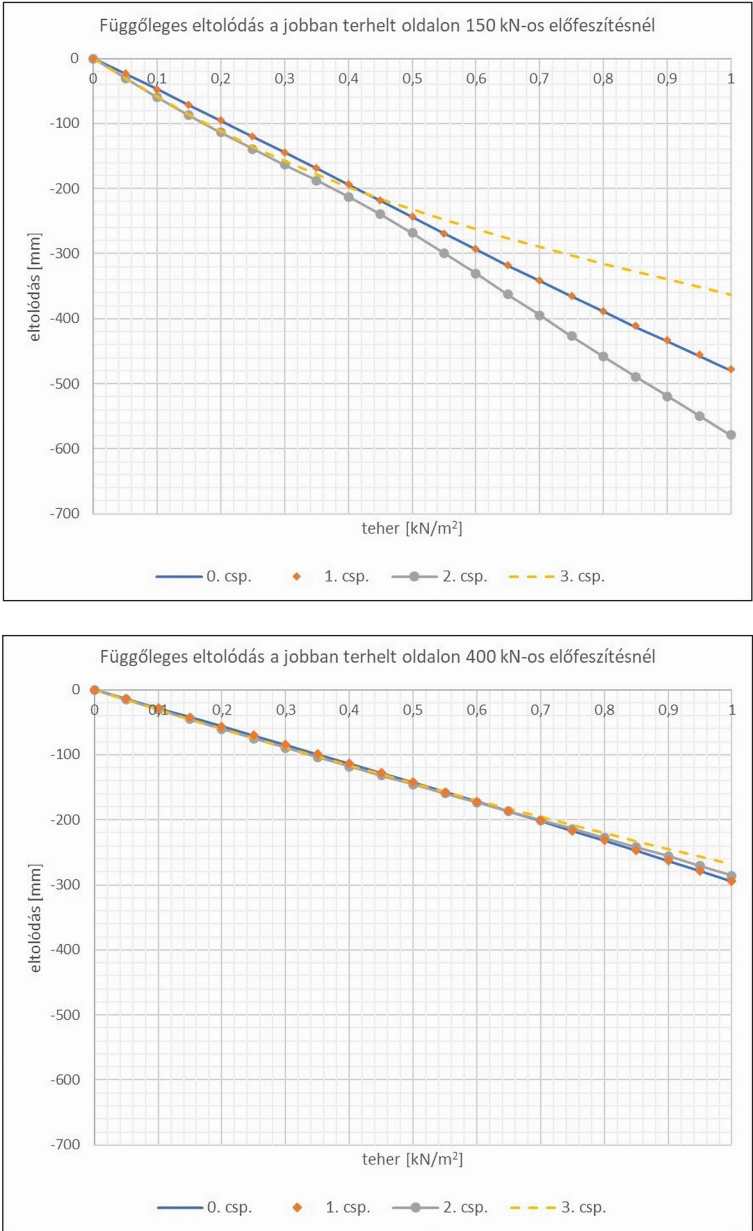


E2. grafikon. 5. és 6. szegmens csomópontjainak vízszintes és függőleges eltolódásai az előfeszítés függvényében



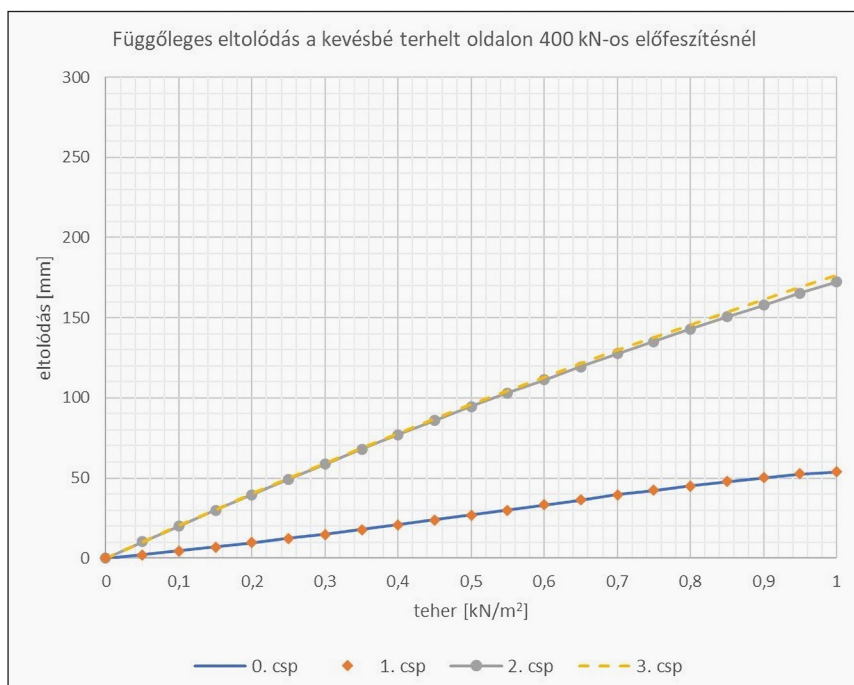
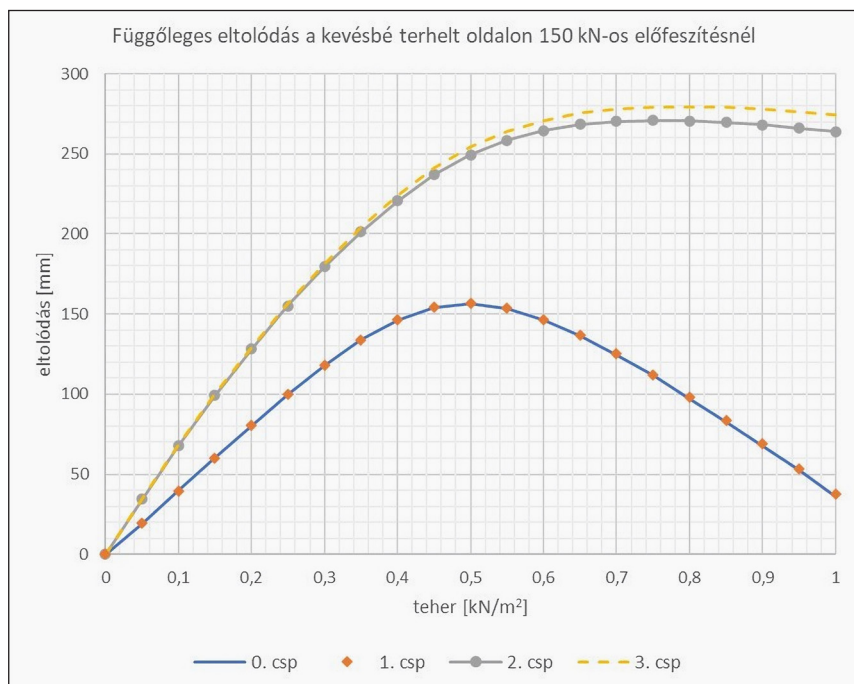
7.2.2 Erő-elmozdulás karakterisztika

150 kN és 400 kN nagyságú előfeszítő erőkhöz meghatározásra került az erő-elmozdulás karakterisztika. Az állapotváltozás-vizsgálat eredményét az *F1–F2. grafikonok* szemléltetik.



F1. grafikon. 0. és 3. szegmens csomópontjainak függőleges eltolódása a teherintenzitás függvényében





F2. grafikon. 5. és 6. szegmens csomópontjainak függőleges eltolódása a teherintenzitás függvényében



Az eredmények alapján elmondható, hogy magasabb fokú nemlinearitás figyelhető meg a szerkezet viselkedésében a totális teheresethez képest. A szerkezet viselkedése a terhelés és az előfeszítés mértékének egymáshoz viszonyított nagyságától függően két jellemző szakaszra bontható.

Terhelés hatására a szerkezet kezdetben elfordul, a belső gyűrű a terhelésnek megfelelő irányba dől, míg a külső oszlopok esetében ezzel ellentétes irányú dőlés jelentkezik. Emiatt a terhelés ezen szakaszában a szerkezet kevésbé terhelt oldalán az egyes csomópontok emelkedése tapasztalható. A teher további növelése esetén a teljes szerkezet süllyedése válik dominánssá, ami az egyes görbék merekségének előjelváltásából látszik. A jelenség következménye, hogy a szerkezet kevésbé terhelt oldalán a csomópontok mozgásának iránya a terhelés során megváltozhat, a csomópontok kezdetben az eredeti helyzetükhöz képest megemelkednek, később pedig süllyedésnek indulhatnak.

Az elfordulás és süllyedés létrejötte alapvetően függ az alkalmazott terhelés és előfeszítés egymáshoz viszonyított mértékétől, amelyet a $F1-F2$ grafikonok mutatnak. 150 kN-os előfeszítéskor a két hatás együtt jelentkezett, azonban 400 kN-os előfeszítésnél a szerkezet globális süllyedése az alkalmazott teher és előfeszítés esetén nem indult meg, csak az elfordult állapot alakult ki.

További fontos tapasztalat, hogy féloldalas terhelésre az alkalmazott tehernagyság mellett nem jelentkezett egyetlen kábel elernyedése sem, így a totálteher esetén tapasztalt stabilitási probléma, mely a kábelek elernyedéséből ered, nem volt tapasztalható.

8. KONKLÚZIÓK, ÖSSZEFOGLALÁS

A bemutatott parametrikus számításokban az előfeszítésnek és az oszlopmagasságnak a Geiger-féle kábelkupolák viselkedésére gyakorolt hatását vizsgáltuk egyenletes és féloldalas megoszló teher alatt.

Az eredmények alapján elmondható, hogy totális leterhelés esetén, amíg a kábelek nem ernyednek el, addig a feszítéssel közel lineárisan változnak az erő- és elmozdulásjellegű mennyiségek. (Ezek a lineárisnak tűnő függvények – az egyes csomópontok egyidejűleg bekövetkező függőleges és vízszintes eltolódásának és a kábelerők emiatt létrejövő folyamatos irányváltozásának köszönhetően – valójában nemlineárisak.) Abban az esetben, ha egyes kábelek elernyednek, a szerkezet globális merevsége jelentősen csökken, és az ezt követő szakaszon egy új statikai vázzal működő szerkezetet kapunk. Ha egy adott teher esetén minden szerkezeti elem dolgozó marad a megfelelően nagy feszítésnek köszönhetően, akkor az előfeszítés további növelése a szerkezeti viselkedés szempontjából nem jelent érdemi javulást, ugyanis a szerkezet rugalmas merevségéhez képest a kábelek megfeszítéséből származó geometriai merevség kicsi. Ugyanakkor a feszítőerő emelésével a terhelt szerkezetben fellépő igénybevételek jelentős mértékben növekednek, mely a szerkezeti elemek szükséges ellenállását növeli a tervezés során. Az előző megállapítások alapján az előfeszítés optimális nagysága a vizsgált terhelésre olyan, hogy az megakadályozza a kábelek elernyedését és ezáltal a globális merevség ugrásszerű csökkenését a terhelési folyamat során, de az ehhez szükséges értéket nem haladja meg jelentősen.

Az oszlopmagasság növelése hatékonyan fokozza a szerkezet merevségét. A vizsgálatok alapján a szerkezeti magasság és a szerkezet merevsége nemlineáris kapcsolatot mutat. Voltaképpen a nagyobb oszlopok miatt megnövekedett a sugárirányú kábelek mereksége, így az azokban működő húzóerők függőleges komponensei, melyek a függőleges terhek viselésében hatékonyan részt vesznek. Míg az eltolódások értékeiben akár 2-3-szoros eltérés is lehet az egyes kialakítások



esetében, addig az igénybevételek legnagyobb eltérése alig haladta meg a 10%-ot. Ugyanakkor az oszlopok nagyobb hossza nagyobb anyagfelhasználást jelent, másrészt a nagyobb oszlophossz kisebb kihajlási ellenállást eredményez, mely nagyobb szelvények alkalmazását teszi szükségessé.

Félpoldalas terhelés esetén a vizsgált terhek tartományában nem jelentkezett a kábelek elernyedése. A viselkedést erős nemlinearitás jellemzi mind az előfeszítés függvényében, mind a lépcsős terhelés alatti erő-elmozdulás karakterisztikában. Ennek oka a folyamat során végbemenő nyúlásmentes alakváltozásokban keresendő. A folyamat fontos jellemzője a viselkedés szakaszos jellege, a terhelés kezdeti szakaszában a szerkezet elfordulása dominál, később a szerkezet süllyedése. Az erő-elmozdulás diagram jellege a teher és az előfeszítés arányától függ.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutatás az NKFI K138615 kutatási pályázat támogatásával jött létre.

IRODALOMJEGYZÉK

- | | |
|----------------------------|--|
| Barnes 1988 | Barnes, Michael R.: Form Finding and Analysis of Prestressed Nets and Membranes. <i>Computers & Structures</i> 30 (1988) 3. 685–695. |
| Barnes 1999 | Barnes, Michael R.: Form Finding and Analysis of Tension Structures by Dynamic Relaxation. <i>International Journal of Space Structures</i> 14 (1999) 2. 89–104. |
| Cundall 1976 | Cundall, Peter Alan: Explicit finite-difference methods in geomechanics. In <i>Proceedings of the E. F. Conference on Numerical Methods in Geomechanics</i> . 1976. 132–150. |
| Day 1965 | Day, Alistair: An Introduction to dynamic relaxation. <i>The Engineer</i> 219 (1965) 218–221. |
| Gáspár–Hincz 2001 | Gáspár, Zsolt – Hincz, Krisztián: Formfinding and static analysis of tents. In <i>IASS Symposium 2001, Nagoya</i> . 1–8. |
| Geiger–Stefaniuk–Chen 1986 | Geiger, D. H. – Stefaniuk, A. – Chen, D.: The Design and Construction of Two Cable Domes for the Korean Olympics. In <i>Shells, Membranes and Space Frames, Proceedings IASS Symposium, Osaka, 1986</i> . Elsevier, Amsterdam, New York 1986. 265–272. |
| Hegyi 2021 | Hegyi, Dezső: Numerical stability analysis of arch-supported membrane roofs. <i>Structures</i> 29 (2021) 785–795. |
| Hincz 2000 | Hincz, Krisztián: Determination of the cutting patterns of prestressed tent structures. <i>Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas</i> 47 (2000) 45–49. |
| Kollár 2000 | Kollár Lajos: <i>Mérnöki építmények és szerkezetek tervezése</i> . Akadémiai Kiadó, Budapest 2000. |
| Levy–Castro 1992 | Levy, M. P. – Castro, G.: Analysis of the Georgia Dome Cable Roof. <i>Proceedings of the Eighth Conference of Computing in Civil Engineering and Geographic Information System Symposium</i> , ASCE, 1992. |
| Masic–Skelton–Gill 2006 | Masic, M. – Skelton, R. E. – Gill, P. E.: Optimization of Tensegrity Structures. <i>International Journal of Solids and Structures</i> 43 (2006) 4687–4703. |
| Pellegrino 1992 | Pellegrino, Sergio: A class of tensegrity domes. <i>International Journal of Space Structures</i> 7 (1992) 2. 127–142. |



- Schek 1974 Schek, Hans-Jörg: The force density method for formfinding and computation of general networks. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 3 (1974) 1. 115–133.
- Tomka 1997 Tomka, Pál: Lateral Stability of Cable Structures. *International Journal of Space Structures* 12 (1997) 1. 19–30.

Parametric Analysis of a Geiger Cable Dome

SUMMARY

An urging need for wide spanned closed areas without internal support has been continuously increasing. Amongst the possible structural solutions, we can find the different cable dome or suspen-dome systems inspired by the tensegrity structural form, which have become widely used due to their relatively simple mechanical behavior, economical material input and easy constructability. The conventional numerical methods cannot be used for their investigation due to the nonlinear behavior of the cables caused by the lack of resistance to compressive forces and the geometric nonlinearity due to the large structural motions. The Dynamic Relaxation Method is a favorable solution technic for the analysis of tensegrity structures. The method requires only the solution of the equations of motion for each degree of freedom, the structure's stiffness matrix does not have to be compiled. The objective of the study was the development of a numerical model for the parametric investigation of cable dome systems. The applied environment is Rhinoceros 3D's Grasshopper, which is particularly suitable for parametric investigations. In the developed computer program different design parameters can be examined, such as the number of inner rings and the radial segments, the length of the columns or the pretension, which is an extremely effective design approach in the case of complex spatial structural systems where the determination of the optimal configuration is crucial.

KEYWORDS

tensegrity, suspen-dome system, space structure, dynamic relaxation, parametric analysis, third order theory, stability analysis

Open Access nyilatkozat: A cikk a Creative Commons Attribution 4.0 International License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>) feltételei szerint publikált Open Access közlemény, melynek szellemében a cikk bármilyen médiumban szabadon felhasználható, megosztható és újraközölhető, feltéve, hogy az eredeti szerző és a közlés helye, illetve a CC License linkje és az esetlegesen végrehajtott módosítások feltüntetésre kerülnek. (SID_1)

