

AZ ENERGIAFOLYAM CÉLSZERŰ VEZETÉSE ÉS AZ ÖNKIEGYENSÚLYOZÓ MOZGÉKONY TENGELYKAPCSOLÓ

SZŐKE BÉLA

[Beérkezett 1966. május 2-án]

ELSŐ RÉSZ: SORBAKAPCSOLÁSNÁL SZÁMÍTÁSBA JÖVŐ MECHANIKAI TÖRVÉNYSZERŰSÉGEK

Elméleti megfontolások alapján a szerző levezeti a malomhengerszék energiafolyamánál a visszatáplált teljesítménynek a szakirodalom által ez ideig eredménytelenül kutatott olyan képletét, amely magyarázatot ad arra, hogy ez a teljesítmény miért tűnik el, amikor a kényszerkapcsolás áttétele $1 : 1$ -hez, vagy $\infty : 1$ -hez közeledik. A levezetett összefüggések összhangban vannak a hazai és külföldi kísérletek mérési adataival, ami az elmélet helyességét igazolja. Bemutatja a szerző a különböző átmérőjű hengerek sorbakapcsolásának olyan csoportosítását, amelynél a visszatáplált energiafolyam nem a módosító hajtást terheli, hanem a rendszeren belül kering, és ezáltal az összes hajtó elemek (fogaskerek, tengelyek, tengelykapcsolók) lényegesen kevésbé terheltek.

JELÖLÉSEK

- b a hengerek közötti munkarés;
- c rugóállandó [cm/kp];
- d a behúzzható legnagyobb örlendő szemcsegömb átmérője;
- e a szabadhengeren érvényesülő nyomatéki kar az aprítás munkájához;
- h hengerhossz;
- $i = v/v_1 > 1$, az együttjáró hengerek kerületi sebességének aránya;
- $k = D_1/D = R_1/R < 1$ a kisebbik henger átmérő aránya a nagyobbikhoz (egyforma átmérőknél a lassabban forgó kapja az indexet);
- k_s nyírási ellenállás;
- l_0 a rugó szabad hossza;
- n a gyorsan forgó henger fordulatszám;
- $n_1 = n/i$ a lassan forgó henger fordulatszám;
- r a gyorshenger kis fogaskerekének osztókörugara;
- r_1 a lassúhenger nagy fogaskerekének osztókörugara;
- r_c a henger csap sugara;
- s a rugó merevség [kp/cm];
- $t = R + R_1 + b$ tengelytávolság;
- v a gyorshenger kerületi sebessége (általában sebesség);
- v_1 a lassúhenger kerületi sebessége;
- w relatív sebesség;
- A kívülről bevezetett teljesítmény;
- A_1 teljesítményvesztés a behajtásnál;
- A_2 súrlódási veszteség a csapágyakban (a 2 után következő második index a csapágyszám);
- A_3 a fogaskerék hajtás súrlódási vesztesége;
- A_4 a horzsolék súrlódási teljesítménye;
- A_5 a táphengerek teljesítmény-fogyasztása;
- A_a az aprítás teljesítmény-fogyasztása;
- A_z a zúzás teljesítmény-fogyasztása;
- $A_\delta = A_a + A_z$ örlés teljesítmény-fogyasztása;
- $B_{\max} = d \cos \varrho$ az örlési szalag legnagyobb szélessége;
- $B = 2l_0 \cos \varphi$ a betáplált örlési szalag szélessége;
- D a gyorshenger átmérője;
- D_1 lassúhenger átmérője;
- F az örlési munkánál fellépő súrlódási erők algebrai összege;
- $L = A + W$ a torlódó teljesítmény;
- M a gyorshenger forgatónyomatéka;

M_a	az aprítási erő nyomatéka a gyorshengeren;
M_{a1}	az aprítási erő nyomatéka a lassúhengeren;
M_1	a csapsúrlódás R sugárra vonatkoztatott forgatónyomatéka;
N	a hengerre ható sugárirányú erő;
P	a lóerőben kifejezett teljesítmény;
Q	a fognyomás;
R	a gyorshenger sugara;
R_1	a lassúhenger sugara;
S	nyíró (aprító) erő;
S	a hengerkörök külső hasonlósági pontja (egyenlő átmérőjű hengereknél S_∞);
T	a hasonlósági ponton átmenő elemi erők eredője;
W	a visszatáplált teljesítmény a súrlódások elhanyagolásakor;
W_s	a visszatáplált teljesítmény a súrlódások figyelembevételével;
Z	a lassan forgó hengerre ható külső ellenállásnak a palástra redukált ereje a fogoldalok átváltásánál;
$\epsilon = \lambda/l_0$	a rugó fajlagos megrövidülése;
ϵ_r	relatív szöggyorsulás a fogoldalok átváltásánál;
θ	a fogaskerékpár kotyogási szöge a nagykeréknél;
λ	az elemi rugó megrövidülése;
μ	súrlódási tényező a hengerek között;
μ_c	csapsúrlódási tényező;
φ	változó szögnyílás abszolút mérőszámában;
ω	a gyorshenger szögsebessége;
ω_1	a lassúhenger szögsebessége;
ω_δ	a nagyhenger utánsietési szögsebessége a fogoldalok átváltásánál;
$\omega_r = \omega_\delta - \omega$	a nagyhengernek a gyorshengere vonatkoztatott relatív szögsebessége a fogoldalok átváltásának időtartama alatt;
Θ	a lassú hengerrel együtt forgó tömegek tehetetlenségi nyomatéka.

I. Bevezetés — Néhány gyakorlati tapasztalat

A gépészmérnöki gyakorlatban olykor előfordul, hogy egyszerűnek látszó konstrukciók leg gondosabb kivitelezése után az üzemi próba a várt siker helyett meglepetésszerű kudarccal jár. 1928—1932 között KALMÁR MIHÁLY, az egykori Első Magyar Gazdasági Gépgyár igazgatója megbízta a gyár egyik legtehetségesebb konstruktőrét, néhai FEJÉR PÁL okl. gépészmérnököt, hogy szerkesszen fekvő helyzetű (vízszintes tengelyű) *forgó dobos* búzamosógépet. A lelkiismeretes méretezési számítások, a körültekintő anyagmegválasztás, a figyelmes műhelymunka ellenére a próbák sorozata csupán azt igazolta, hogy az egyre erősebbre készített fogaskerékek törtek, majd az ezeket helyettesítő lánchajtás láncjai folyton szakadtak. A gyár műszaki testülete előtt teljesen érthetetlenek voltak e jelenségek. 1932-ben, amikor e sorok szerzője — mint a gyár konstruktőre — feladatként kapta a gőzszáritóoszlop nélküli búzamosógép megszerkesztését, csupán a *függőleges* tengelyű, *álló dobos* típusnál mert elgondolásait megvalósítani [1].

Ma már tudjuk, hogy a sikertelen forgó dobos búzamosógépnél a hajtóműre visszatáplálódó, *a hajtó motor teljesítményét többszörösen felülmúló energiafolyam* okozta az elkerülhetetlen töréseket.

A malomhengersizék őrlő hengerpárjainál már a XIX. században alkalmaztak olyan fogaskerekes kényszerkapcsolást, amely a működő henger-

palástok különböző kerületi sebességét biztosította. A szakirodalom [2] szerint azonban csak a XX. század harmincas éveiben kezdtek felfigyelni arra, hogy a fogordalak úgy kopnak, mintha nem a kívülről hajtott gyorsan forgó henger kis fogaskereke hajtáná a lassan forgó henger nagy fogaskerekét, hanem ellenkezőleg, a lassan forgó henger energiát táplál vissza [3].

E sorok írója maga is hallotta GOMBÁS TIBORTÓL, a GANZ-MÁVAG gyár nyugalmazott gépészmérnökétől, hogy annak idején, amikor a fogazó gépek még nem léteztek, és a GANZ-DANUBIUS gyár kéregöntésű nyílfogazatú nyers kerekkel készítette a hengerszékeket, külön bejárató gépen csiszoló anyaggal „összeköszörülték” a kerekeket, és nagyon elcsodálkoztak, amikor henger-csiszolásra a gyárba visszakerült hengerek kerekein azt látták, hogy a „bejárattott” fogordalak épek maradtak és a kopási nyomok azokon a fogordalakon jelentkeztek, amelyeknek összeccsiszolásával nem törődtek.

Azok az évtizedes kísérletek, melyekkel az amerikai *Allis Chalmers* gyár próbálkozott megoldani a hengerszékek sorbakapcsolását, végeredményben azért maradtak sikertelenek, mert nem vették kellően figyelembe az energiafolyam sajátosságait.

II. Célkitűzés

Az őrlőhengerek sorbakapcsolásánál mellékeredményként jelentkezik, hogy a balesetveszélyt magában rejtő egyedi szíjhajtás megszűnik. Főkövetelménynek tekinthető, hogy azok a működéshelyi és szerkezeti hiányosságok, amelyek ma az egyedi hajtású hengerszékeknél úgyszólván általánosan jelentkeznek, kiküszöbölhetőek legyenek.

Legfontosabb követelménynek tekinthető a két henger közötti *munkarés helyes beállíthatósága* [33]. Ha a munkarés már a rugós terhelésű csapágházak konstrukciós tévedésből származó helytelen felfüggesztési módja [1, 4, 5] és a fogaskerék-, vagy lánchajtás kerületi erejének a terheléstől függő változása miatt [3] nem állítható be helyesen és tartósan, akkor az őrlőmenny egy része a malom osztályozó járatait is ismételtelen terheli és így az egész berendezés teljesítőképességét csökkenti. Az őrlő hengerek sorbakapcsolásának a *lelke* tehát *olyan mozgékony tengelykapcsoló*, amely sem rugalmas alakváltozásból származó, sem a kapcsoló kinematikai láncából eredő terheléseket nem viszi át a szomszédos csapágyakra. A tengelykapcsoló olyan legyen, mely a forgató nyomatékot hirtelenző nyomaték fellépése nélkül *tiszta erőpárral viszi át, nem pedig kerületi erővel, amely a teljesítmény átviteléből származó csapágyreakciót okozna.*

Ha tudunk ilyen tengelykapcsolót készíteni, amely amellet még könnyen szerelhető is, akkor mellékeredményként kapjuk, hogy nemcsak a fogaskerék-hajtás maradhat el, hanem azokról a tartalék-fogaskerekekről sem kell gon-

doskodni, amelyek egyébként a kopás, valamint az ennek folytán ismételten végzett csiszolás és rovátkolás miatt ma még raktáron tartandók. Egyébként a műhelytechnika mai fejlettségi fokán nem tekinthető korszerű megoldásnak homlokkerekek alkalmazása olyan tengelyek hajtására, amelyek között sem a távolság állandósága, sem a párhuzamosság nincs biztosítva.

További követelmény, hogy helyes képet alkossunk az összekapcsolt *örölhengerek között áramló mechanikai energiáról*. Ehhez szükséges az egyetlen hengerpárnál végbemenő energiaáramlás jelenségeinek előzetes vizsgálata és általános törvényeinek elméleti tisztázása.

Csak ezek után állapítható meg, hogy a hengerátmérők választásával és csoportosításával, a hajtások megfelelő elrendezésével miként védhetők a berendezés gépelemei a túlterheléstől. Az ilyen módon készült örölberendezésnek az előállítási költsége, helyszükséglete és — mellékeredményként — az energiafogyasztása is kisebb.

III. Néhány alapismeret felidézése

A hengerszéken végzett teljesítménymérések az energifolyamról ma már helyes képet adnak [6—8]. Ezzel szemben az elméleti vizsgálatok eredményeiben mutatkozó ellentmondások olyan tatóngó űrt támasztanak e kérdés felett, ami felhatalmazza szerzőt néhány olyan alapismeret felidezésére, amelyek a mechanika legáltalánosabb törvényeivel kapcsolatosak:

a) Minden energifolyam (teljesítmény) olyan két tag szorzatának tekinthető, amelyek közül az egyik tag meddőnek, a másik hatékonynak vehető. Hőenergiánál a nagyobb *hőmérsékletű* testből áramlik a meleg a kisebb hőfokú felé. Közlekedő edényeknél a nagyobb *folydékoszlop-magasságú* tartályból áramlik a folyadék az alacsonyabb szintű tartályba. Az $L = Fv$ mechanikai teljesítménynél a v *sebesség* a hatékony tényező.

Ha két különböző sebességgel mozgó test (pl. egy lovas teherkocsi és egy villamos) szorosan egymás mellett halad és mozgás közben egymáshoz súrlódik, akkor a gyorsabban haladó v sebességű villamos ad át mechanikai energiát a $v_1 < v$ sebességgel haladó lovaskocsinak.

Az időegység alatt a villamos valamely A pontja a tér A_V pontjába ér, a villamos sebessége $v = \overrightarrow{AA_V}$. A teherkocsi A -val érintkező pontja ez idő alatt a tér A_T pontjába ér, a teherkocsi sebessége $\overrightarrow{AA_T} = v_1$ (1a. ábra). A teherkocsi oldalán a villamos A pontjának relatív sebessége

$$\vec{w}_T = + \vec{v} - \vec{v}_1 = \overrightarrow{AT_A} = w_T,$$

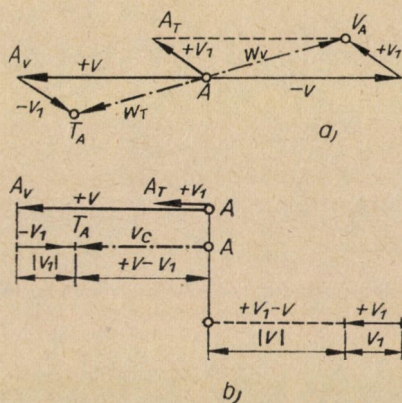
vagyis az időegység alatt a villamos A pontja $\overrightarrow{AT_A}$ karcot ejti a teherkocsi oldalán, és a teherkocsi által felvett teljesítmény

$$L = N\mu(\vec{v} - \vec{v}_1) = N\mu w_T,$$

ahol N az érintkezési pont normálisában érvényesülő nyomás, μ pedig a súrlódási tényező.

A villamos oldalán a teherkocsi A pontjának relatív útja

$$\vec{w}_p = +\vec{v}_1 - \vec{v} = AV_A,$$



1. ábra. Az energiafolyam hatékony tényezője a sebesség: a relatív sebességek különböző irányoknál (a) és egyforma irányoknál (b)

a villamos oldalán A pontból kiinduló karcolás \vec{AV}_A , és a villamos által leadott teljesítmény

$$-L = N\mu(\vec{v}_1 - \vec{v}) = -N\mu\vec{w}_{iv}$$

Ha a két jármű egymással párhuzamosan halad, akkor a vektorális összegeztést a számtani összegezés helyettesíti (1b. ábra). A sebességek aránya legyen

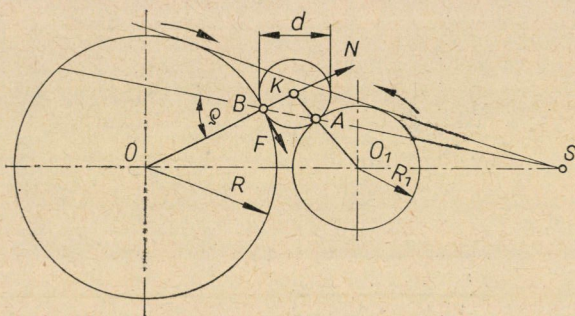
$$\frac{v}{v_1} = i, \text{ és } N\mu = F,$$

akkor

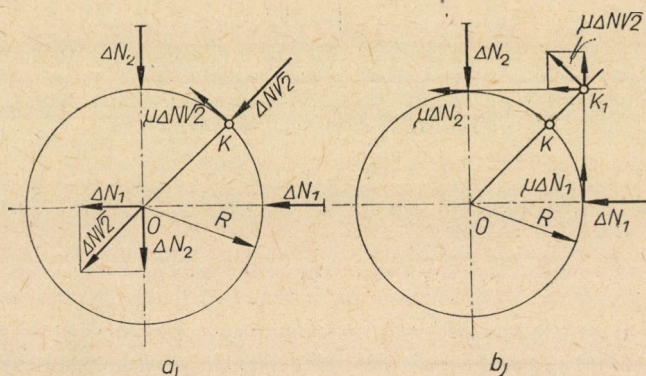
$$L = F(v - v_1) = Fv \left(1 - \frac{v_1}{v}\right) = Fv \frac{i - 1}{i}. \tag{1}$$

b) Szerző más helyen [9, 10] bebizonyította, hogy két párhuzamos tengelyű henger közé került anyag szemcsegömbjére a behúzási helyzetében olyan erő hat, amely átmegy a hengerek körének külső hasonlósági pontján (2. ábra). Ez az erő a hengerfelületre merőleges N normális erőnek és az $F = N \operatorname{tg} \varrho$ súrlódási erőnek az eredője, ahol ϱ a súrlódási szög az anyag és a henger felülete között. A különböző súrlódási szögnek megfelelő szemcsegömbök középpontjai pedig kúpszeleten sorakoznak [1, 11, 12].

c) A hengerkörök S hasonlósági pontján átmenő egyeneshez tartozó normális erők, valamint ebben az egyenesben fekvő, a hengerek felületére ható elemi erők éppen úgy egyforma nagyságúak az A és B pontban, mint amikor két ember tartja ugyanazt a csavarrugót összenyomott állapotban. Természetesen a nyomó erő akkor sem változik, ha a rugó közepe falnak



2. ábra. A szemcsegömb behúzóhatóságának geometriai törvényszerűsége



3. ábra. A súrlódási erők nyomatéka: (a) az elemi erők eredőjének nyomatéka $\Delta M = R\mu N\sqrt{2}$; (b) az elemi súrlódási erők eredőjének nyomatéka $\Delta M_1 = R\sqrt{2}\mu\Delta N\sqrt{2} = 2R\mu\Delta N$

támaszkodik. A felületre merőleges „rugó középpontok” geometriai helye általános esetben kúpszelet, egyenlő átmérőjű hengereknél egyenes. Ha azonban a „rugók” összenyomódnak, akkor mindkét henger munkája számításba veendő.

d) Miként a szerző más helyen [13, 14] is megemlítette, a normális erők vektoriális eredőjéből számított súrlódási erő nyomatéka mindig kisebb, mint az elemi súrlódási erők nyomatékának algebrai összege. Így tehát helytelen szemléletet követnénk, ha csak az egy búzaszemre, vagy egy tömegpontra ható erőket vennénk figyelembe.

A 3. ábrán példaképp felvett terhelési eseténél a $\overrightarrow{\Delta N_1} + \overrightarrow{\Delta N_2}$ elemi erők $\Delta N\sqrt{2}$ eredője által keltett súrlódási erő nyomatéka a 3a. ábra szerint

$$|\Delta N_1| = |\Delta N_2| = \Delta N \text{ esetén}$$

$$\Delta M = \Delta N \sqrt{2} \mu OK = \Delta N \sqrt{2} \mu R.$$

Az elemi erők által keltett súrlódási erők nyomatékának algebrai összege a 3b. ábra szerint

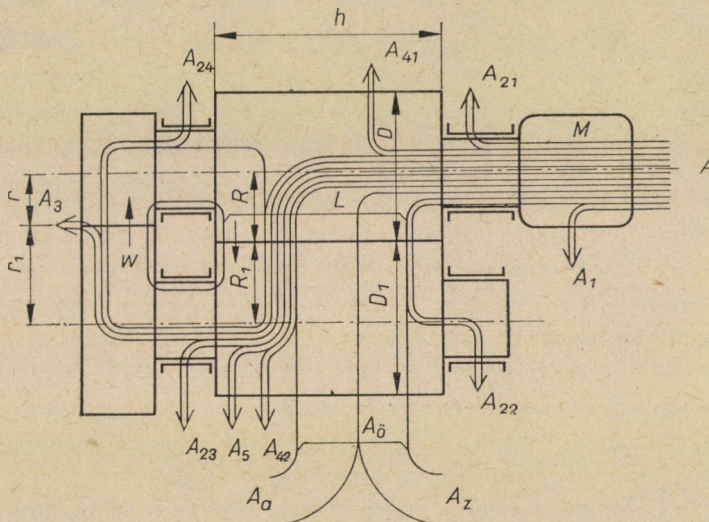
$$\Delta M_1 = 2 \Delta N \mu R > \Delta M.$$

Ennek az egyenlőtlenségnek a helyessége úgy is belátható, ha figyelembe vesszük, hogy a két súrlódó erő $\overrightarrow{\Delta N} \mu \sqrt{2}$ eredője az $OK_1 > OK$ karon hat, és $OK_1 = R \sqrt{2}$, vagyis

$$\Delta N \mu \sqrt{2} \cdot OK_1 = \Delta N \mu \sqrt{2} \cdot R \sqrt{2} = 2 \Delta N \mu R = \Delta M_1.$$

IV. Az energiafolyam jellege

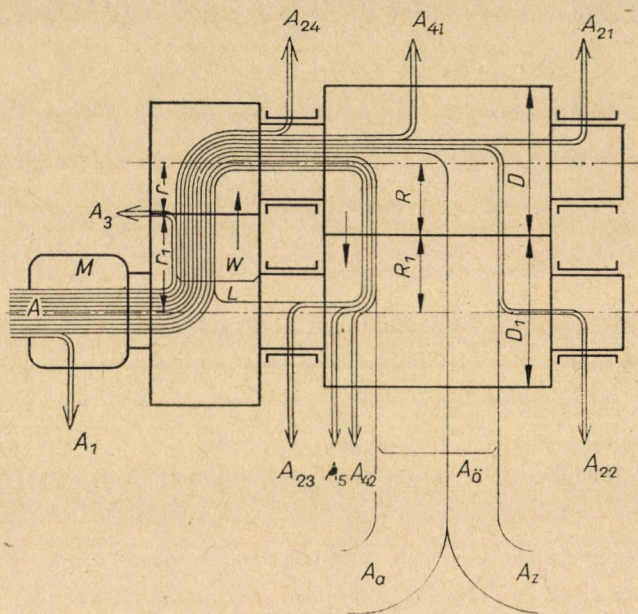
Több kutató mérési eredményei alapján [6–8] az őrlő hengerpároknál létesülő energia áramlása a 4. ábra szerint vázolható fel. Az ábra jelzése szerint az A bevezetett teljesítményből fedeződik: A_1 a motor vagy szíjhajtás vesztesége; $A_{21} + A_{22} + A_{23} + A_{24}$ csapágy súrlódási veszteség; A_3 a fogaskerék hajtás súrlódási vesztesége; $A_{41} + A_{42}$ a horzsolók teljesítményszükséglete; A_5 a táphenger hajtás teljesítményszükséglete; A_z az anyag zúzásának teljesítményszükséglete; és A_a az anyag aprításának teljesítményszükséglete.



4a. ábra. Az energiafolyam áramlása őrlő hengerpárokknál (M hajtás a gyorshengeren; a fogaskerék hajtást a W visszatáplált teljesítmény terheli)

Jelmagyarázat: A bevezetett teljesítmény; L a torló ló teljesítmény; A_0 az őrlési teljesítmény; A_1 a hajtás; A_2 csapágyak; A_3 a fogaskerék hajtás; A_4 a horzsolók súrlódási veszteségei; A_5 a táptengely hajtás teljesítményszükséglete.

Bár a malomtechnikában az „őrölés” fogalma alatt a termék osztályozását is értik, e helyen arra szorítkozunk, hogy csupán a zúzás és aprítás egyidejű lefolyását nevezzük „őrítő” műveletnek, vagyis $A_{\delta} = A_z + A_a$ az őrlésnek a hajtás által fedezett teljesítményszüksége, amit esetünkben hasznos teljesítménynek tekinthetünk. A mai gördülőcsapágy és a korszerű műhelytechnikai kivánalmaknak megfelelő fogaskerékhajtás súrlódási vesztesége elhanyagolható az A_{δ} teljesítmény mellett. A 4. ábra szerint azonban az őrlés



5. ábra. Az energiafolyam áramlása őrlő hengerpároknál (M hajtás a lassúhengeren; a fogaskerék hajtást az $L = A + W$ torlódó teljesítmény terheli)

létrehozásához a súrlódási veszteségek figyelmen kívül hagyásakor sem elegendő a kívülről betáplált teljesítmény, hanem szükséges, hogy létesüljön olyan W visszatáplált teljesítmény, amely mint meddő vagy holt teljesítmény zárt körfolyamban a gépalkatrészeket terheli, és áramlási iránya a *ténylegesen hajtó* gépelemtől az általa *hajtott* gépelem felé mutat. A III. fejezet a) pontja szerint a motor teljesítmény nem az R sugarú henger r sugarú kis fogaskeréken adódik át, hanem $R > r$ miatt a nagyobb kerületi sebességű hengerpaláston az őrléménysúrlódás révén. Minthogy a lassúhenger tengelyén ülő $r_1 > R_1$, azért a lassúhenger r_1 sugarú kereke a hajtó kerék. A gyorsabban forgó hengeren tehát

$$L = A + W$$

a torlódó teljesítmény.

A felsorolt teljesítmények részben a mechanikai súrlódás, részben a termék anyagának belső súrlódása és az anyag kohéziójának legyőzése folytán hővé alakulnak, ami a gépet, őrléményt és a környezetet melegíti.

Ha ugyanannál az őrlő hengerpárnál az M hajtást a nagy fogaskerék tengelyéhez kapcsoljuk, akkor az 5. ábra szerint áramlik az energiacsatorna. A III. fejezet *a)* pontja szerint most nem a henger, hanem a nagy fogaskerék adja át az egész hajtó energiát a gyorshenger tengelyének. Ugyancsak a fogaskerék-hajtást és a gyorshenger tengelyét terheli a W visszatáplált teljesítmény is. A 4. és 5. ábrák összehasonlításából kitűnik, hogy ez utóbbi esetben a fogaskerék-hajtás és a gyorshenger tengelye lényegesen túl van terhelve az előző elrendezéshez képest, annak ellenére, hogy maga az őrlési művelet ugyanolyan körülmények között megy végbe, mint az előző esetben és az őrlés A_δ hasznos energiacsatornájának változatlan maradt.

Az energiacsatorna figyelembevétele a hengerszék sorbakapcsolásánál döntő módon befolyásolhatja tehát az egész berendezés üzembiztonságát.

Az őrlésnél tapasztalható energiavisszatáplálásnak elfogadható magyarázata a szakirodalomban nem volt található; ezért a szerző megkísérelte a jelenség törvényszerűségének kielégítő feltárását [3]. A követett gondolatmenetet — az ott rögzített elvek alapján a számítások továbbfejlesztésével — a következő fejezetekben közöljük.

V. A zúzás

1. Ideális eset

Az egyforma kerületi sebességgel forgó hengerek csupán zúzzák, és nem aprítják a behúzott szemcsét. A behúzhatóságot csak az egyforma átmérőjű hengerek esetén vizsgálta a szakirodalom. A szerző levezette [3, 9, 10] azt az egész általános összefüggést, amely a behúzható legnagyobb szemcse d átmérőjét a különböző sugarú hengerek esetére is megadja:

$$d = \frac{1}{\cos \varrho} \sqrt{(k+1)^2 \cos^2 \varrho R^2 + 4k \sin^2 \varrho R^2 + 2(k+1)bR + b^2} - (k+1)R, \quad (2)$$

ahol

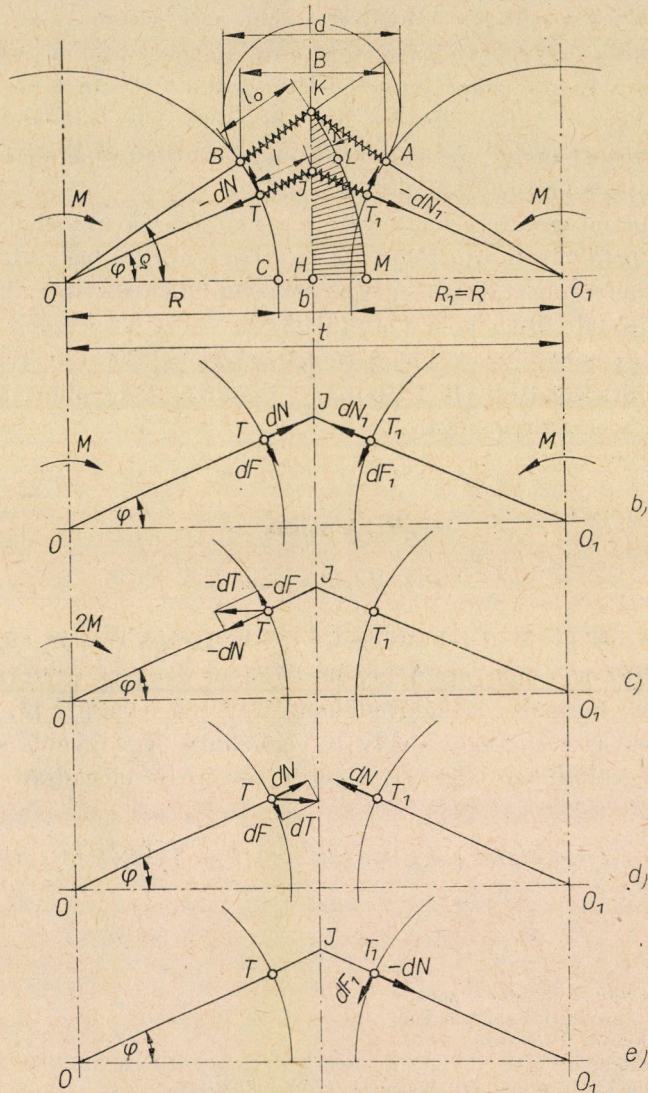
- R a nagyobb henger sugara,
- $R_1 = kR$ a kisebb henger sugara,
- $k < 1$ arányossági tényező,
- b munkarés,
- ϱ súrlódási szög a hengerpalást és a szemcse között.

Ha a nagyobb sugarú henger homorú, akkor $k+1$ helyett $k-1$ veendő. Egyforma hengerátmérők esetében (6a. ábra) pedig $k=1$, és az általános

képlet szerint $2R = D$ jelöléssel

$$d = \frac{D(1 - \cos \varrho) + b}{\cos \varrho} \quad (3)$$

A behúzható legnagyobb átmérő megállapítása azért fontos, mert adott b rés mellett annál nagyobb erőhatások keletkezhetnek a működési zónában,



6. ábra. Erőhatások egyforma fordulatszámmal járó hengereknél rugalmas szalag-moddellen, ha mindegyik henger külön van hajtva: (a) a hengerre ható erők, (b) a szalagra ható erők; ha csak az egyik henger van hajtva: (c) a hajtott hengerre ható erők, (d) a szalagra ható erők, (e) a szalag által hajtott hengerre ható erők

minél nagyobb a behúzzható szemcsegőmb $AB = B = d \cos \varrho$ húrja által jellemzett befogadóképesség.

A következőkben csupán elvi megfontolásokat kívánunk nyújtani a fellépő jelenségek erőjátékáról, ezért az egyszerűbb tárgyalhatóság kedvéért képzeletben modellnek tekintendő rugalmas anyagú szalag útját követjük a hengerek között, és a csapsúrlódást figyelmen kívül hagyjuk (6a. ábra).

Ennek a szalagnak legnagyobb szélessége a ϱ súrlódási szöghöz tartozó $AB = B$ húr. Valamely tetszőleges $\varphi < \varrho$ szögnél pedig már megkeskenyedett a rugalmas szalag. Egyszerűség kedvéért az s rugómerevséget a hosszváltozás lineáris függvényének tekintjük, mint amilyen a hengeres csavarrugóé.

Képzeld el, hogy a munkaviszonyok mindkét hengernél teljesen egyformák, ami úgy érhető el, hogy O_1 tengelyt kívülről ugyanolyan fordulatszámú külön motorral hajtjuk, mint az O tengelyt. A 6a. ábrán a hengerfelületelemekre ható erőket, a 6b. ábrán a szalagelemekre ható erőket tüntettük fel.

A szalag φ szög alatt hajló TJ és T_1J elemi rugóira ható dN és dN_1 normális elemi erők (6b. ábra) a hengerek T és T_1 pontjainál a szalagra ható dF és dF_1 behúzó erőket létesítik.

A szimmetrikus hajtásnak megfelelően a

$$dFR = dF_1R_1$$

nyomatékot mindkét motor külön-külön fejt ki.

Tegyük fel, hogy csak az O tengelyt hajtjuk kívülről (6c. ábra) és R henger a súrlódás által hajtja az R_1 -et. Miután a csapágysúrlódástól eltekinthetünk, az O_1 tengely is ugyanazzal a fordulatszámmal forog mint az O tengely, mert a betáplált szalaggal érintkező hengerek a súrlódás miatt elméletileg végtelenül apró fogazatú homlokkerekeknek tekinthetők.

Ha csapágysúrlódás is van, akkor a fékezés miatt csak *némi kis fordulatszámkülönbséggel* marad el az O_1 tengely, amit a gyakorlat is igazol abból az időből, amikor a két henger között még nem alkalmaztak kényszerhajtást. Jegyezzük meg tehát, hogy ebben az esetben az áttétel 1:1-hez közeledik, visszatáplálás nincs, és a kényszerkapcsolású hajtás bevezetésére éppen azért volt szükség, hogy a két henger között nagyobb kerületi sebességkülönbséget érjenek el.

2. A behúzási íven keletkező forgatónyomaték

A ϱ súrlódási szög nyílásában levő $l_0 = BK$ „rugóhosszúság” (6a. és 6b. ábra) szabadhossznak tekintendő, amelynél még csak az önsúlyból származó kerületi nyomás lép fel, ami a kezdeti súrlódást létesíti. A $\varphi < \varrho$ szögnél az

elemi rugó megrövidülése $\lambda = JL$ és ennek megfelelően a c [cm/kp] rugó-
állandó reciprokértékével s [kp/cm] rugómerevséggel számítva, a hengerpalást
 T környékén levő felületelemre ható normális nyomás az ábra jelöléseivel

$$dN = \lambda s R h d\varphi,$$

ahol h a hengerhossz. Bevezetve az

$$OH = R + \frac{b}{2} = \frac{1}{2}(D + b) = \frac{t}{2}$$

jelölést, $\lambda = OL - OJ$, vagyis

$$\lambda = \frac{t}{2 \cos \varrho} - \frac{t}{2 \cos \varphi},$$

amivel az egyik rugóelem összenyomásánál fellépő elemi normális erő

$$dN = \frac{t}{2} R h s \left(\frac{1}{\cos \varrho} - \frac{1}{\cos \varphi} \right) d\varphi, \quad (4)$$

és az ennek megfelelő súrlódási erő

$$dF = dN \tan \varrho = \frac{t}{2} R h s \tan \varrho \left(\frac{1}{\cos \varrho} - \frac{1}{\cos \varphi} \right) d\varphi. \quad (5)$$

A 6c. ábra a hajtott hengerre, 6d. ábra a szalagra, 6e. ábra a laza hengerre
ható elemi erőket tünteti fel (a szalagelem önsúlyának elhagyásával, ami ezen
a szakaszon már nem játszik fontos szerepet).

$$\frac{t}{2} = R + \frac{b}{2}$$

figyelembevételével

$$\begin{aligned} F &= R \left(R + \frac{b}{2} \right) h s \tan \varrho \left(\int_0^{\varrho} \frac{d\varphi}{\cos \varrho} - \int_0^{\varrho} \frac{d\varphi}{\cos \varphi} \right), \\ F &= R \left(R + \frac{b}{2} \right) h s \tan \varrho \left[\left[\frac{\varphi}{\cos \varrho} \right]_{\varphi=0}^{\varphi=\varrho} - \left[\ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \right]_{\varphi=0}^{\varphi=\varrho} \right], \\ F &= R \left(R + \frac{b}{2} \right) h s \tan \varrho \left[\frac{\varrho}{\cos \varrho} - \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varrho}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

A III. fejezet c) pontjának figyelembevételével a kívülről bevezetendő teljesítmény $A = 2 FR\omega$ ($P = 2 FRn\pi/30 \cdot 75$ LE), és az egyik henger behúzási ívén keletkező forgatónyomaték

$$FR = R^2 \left(R + \frac{b}{2} \right) hs \tan \varrho \left[\frac{\varrho}{\cos \varrho} - \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varrho}{2} \right) \right]. \quad (6a)$$

Példaképpen helyettesítsük be (6) képletbe a búza és az öntöttvas henger között szokás szerint felvett $\varrho = 17^\circ$ -ot:

$$\arcsin 17^\circ = 0,29671; \cos 17^\circ = 0,95630; \tan 17^\circ = 0,30573,$$

$$\frac{\varrho}{\cos \varrho} = \frac{0,29671}{0,95630} \approx 0,3123,$$

$$\ln \tan (45^\circ + 8^\circ 30') = \ln \tan 53^\circ 30' = \ln 1,35142 = 0,30084,$$

$$\left[\frac{\varrho}{\cos \varrho} - \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varrho}{2} \right) \right] = 0,3123 - 0,3008 = 0,0115,$$

$$0,0115 \tan 17^\circ = 0,00352;$$

$$F = 0,00352 R \left(R + \frac{b}{2} \right) hs. \quad (6b)$$

A csapsúrlódás nélküli ideális laza hengert tehát az őrlemény a hajtott hengerével egyenlő fordulatszámmal forgatja, és az egy hengerre eső zúzási munka nyomatéki karja is kiszámítható.

3. A nyomatéki kar kiszámítása

A III. fejezet b) pontja szerint az R sugarú hengerre ható $-dN$ normális erőnek és az általa keltett $-\mu dN$ súrlódási erőnek dT eredője átmegy az R és R_1 sugarú hengerkörök S hasonlósági pontján. Ezzel egyensúlyt tart a szalagra ható dT (6c. és 6d. ábra). Egyenlő átmérőjű hengerek esetén a külső hasonlósági pont a végtelenben van, ennél fogva dT párhuzamos a tengelyek síkjával.

Mínthogy $(-dT)$ elemi erőnek az O középponton átmenő $(-dN)$ komponensei nem fejtenek ki nyomatékot, azért a $(-dT)$ elemi erők nyomatékainak összege ugyanakkora, mint a már kiszámított dF elemi erőké. Ezek szerint $-dT$ erők $-T$ eredőjének nagyságát kiszámítva és ezzel elosztva, a már ismeretes forgatónyomatékot, megkapjuk az e nyomatéki kart:

$$dT = \frac{dN}{\sin \varphi},$$

behelyettesítve dN értékét a (4) egyenlethől

$$dT = \frac{t}{2} Rhs \left(\frac{1}{\cos \varrho \sin \varphi} - \frac{1}{\cos \varphi \sin \varrho} \right) d\varphi.$$

$$\sin \varphi \cos \varphi = \frac{\sin 2\varphi}{2}$$

figyelembevételével

$$dT = \frac{t}{2} Rhs \left(\frac{d\varphi}{\cos \varphi \sin \varphi} - \frac{2 d\varphi}{\sin 2\varphi} \right) d\varphi,$$

és

$$T = \frac{t}{2} Rhs \left(\frac{1}{\cos \varrho} \int_0^e \frac{d\varphi}{\sin \varphi} - 2 \int_0^e \frac{d\varphi}{\sin 2\varphi} \right);$$

ahonnan

$$T = \frac{t}{2} Rhs \left\{ \frac{1}{\cos \varrho} \left[\ln \tan \frac{\varphi}{2} \right]_0^e - 2 \left[\frac{1}{2} \ln \tan \frac{2\varphi}{2} \right]_0^e \right\}.$$

$t/2 = R + b/2$ figyelembevételével

$$T = R \left(R + \frac{b}{2} \right) hs \left(\frac{1}{\cos \varrho} \ln \tan \frac{\varrho}{2} - \ln \tan \varrho \right).$$

Az e nyomatéki kar tehát a (6) és a (7) összefüggésből

$$e = \frac{FR}{T} = \frac{R \tan \varrho \left[\frac{\varrho}{\cos \varrho} - \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varrho}{2} \right) \right]}{\frac{1}{\cos \varrho} \ln \tan \frac{\varrho}{2} - \ln \tan \varrho}.$$

Ebből láthatjuk, hogy a nyomatéki kar az R és ϱ függvénye, és amint az alábbi számításból is kitűnik, az e kar nagyon kicsiny.

Most is $\varrho = 17^\circ$ -kal számolva

$$\frac{1}{\cos \varrho} = \frac{1}{0,95630},$$

$$\tan \frac{\varrho}{2} = \tan 8^\circ 30' = 0,14945,$$

$$\ln 0,14945 = -1,905;$$

$$\frac{1}{\cos \varrho} \ln \tan \frac{\varrho}{2} = \frac{-1,905}{0,95630} = -1,994,$$

$$\ln \tan \varrho = \ln 0,30573 - 1,185 ,$$

$$\frac{1}{\cos \varrho} \ln \tan \frac{\varrho}{2} - \ln \tan \varrho = -1,994 + 1,185 = -0,809 .$$

A

$$\frac{t}{2} = R + \frac{b}{2}$$

helyettesítéssel tehát

$$T = 0,809 R \left(R + \frac{b}{2} \right) h_s . \quad (7a)$$

A tangenciális súrlódási erők nyomatéka (6a) és (6b) szerint

$$FR = 0,00352 R^2 \left(R + \frac{b}{2} \right) h_s , \quad (6c)$$

és így az eredő T erő nyomatéki karja

$$e = \frac{FR}{T} = \frac{0,00352 R}{0,809} \approx 0,0049 R .$$

Így például $R = 125$ mm hengernél $e = 0,612$ mm.

VI. Aprítás

1. Az egyik henger áll

Képzeljük el most azt az esetet, hogy az R_1 sugarú hengert, amelyik az előbb még szabadon foroghatott, illetve csupán az őrlemény súrlódása hozta forgásba, most teljesen rögzítjük (6a. ábra).

Nyilvánvaló, hogy a kívülről hajtott hengernek most az előbbtől eltérő ellenállást kell legyőznie; az előbbi esetben ugyanis csupán össze kellett nyomni az anyagot. Ez a zúzás vagy roppantás nagyrészt csak az anyag belső súrlódásait győzte le és esetleg olyan deformációt is okozott, amely az anyag rugalmasságánál fogva részben visszaalakult. Az aprítás műveleténél a mozdulatlan henger a mozgó „szalag” egy részét lehántja, ami a kohézió legyőzését jelenti. Az álló hengerre ennél fogva a nyírási ellenállás is hat.

Szokás szerint a nyíróerőt a nyírt felület és a felületegységre vonatkozó k_s nyírási ellenállás szorzatával fejezik ki. Minél kisebb a b rés, annál valószínűbb, hogy a nyírás HK középsíkban megy végbe. Amikor a fajlagos rövidülés

$$\varepsilon = \frac{HM}{BK} = \frac{\lambda}{l_0} = 1$$

értéket eléri, akkor $b = 0$. Véges b értéknél $\varepsilon < 1$, és $b = B$ értéknél, amikor $\varphi = 0$, és a nyíró hatás is megszűnik: $\lambda = 0$, és $\varepsilon = 0$.

Helyes tehát a nyíróerő számításánál az

$$\varepsilon = \frac{HM}{BK} = \frac{\frac{t}{2 \cos \varrho} - \frac{t}{2}}{\frac{t}{2 \cos \varrho} - R} = \frac{t(1 - \cos \varrho)}{t - D \cos \varrho}$$

korrekciós tényezőt is tekintethe vennünk. Azonban

$$t = D + b,$$

és így

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{(D + b)(1 - \cos \varrho)}{(D + b) - D \cos \varrho} = \frac{(D + b)(1 - \cos \varrho)}{D(1 - \cos \varrho) + b} = \\ &= \frac{D + b}{D + b/(1 - \cos \varrho)} = \frac{1 + (b/D)}{1 + b/[D(1 - \cos \varrho)]} \end{aligned}$$

Azonban

$$D(1 - \cos \varrho) = 2R(1 - \cos \varrho) = B - b,$$

tehát

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1 + (b/D)}{1 + \frac{b}{B - b}} = \frac{B - b + (B - b)b/D}{B - b + b} = \\ &= \frac{(B - b)D + (B - b)b}{B \cdot D} = \frac{(B - b)(D + b)}{B \cdot D}, \end{aligned}$$

és

$$\overline{HK} = \frac{t}{2} \tan \varrho = \frac{D + b}{2} \tan \varrho;$$

minek folytán a nyíróerő h hengerhossznál

$$\begin{aligned} S &= \overline{HK} \varepsilon k_s h = \frac{hk_s \tan \varrho (D + b)(B - b)(D + b)}{2 B \cdot D} = \\ &= \frac{hk_s \tan \varrho (D + b)^2 (B - b)}{2 B \cdot D} \end{aligned} \quad (8)$$

Amikor $b = 0$, akkor

$$S = \frac{hk_s \tan \varrho D^2 \cdot B}{2 B \cdot D} = hk_s R \tan \varrho. \quad (8a)$$

2. *A hengerek között módosító kényszerkapcsolás van*

Feltételezésünk szerint tiszta zúzási műveletnél az 5a. és 5b. pontok szerint a csapsúrlódás elhanyagolásakor a kívülről betáplált teljesítmény

$$A = 2 R \omega F = R (\omega + \omega) F.$$

Amikor az R_1 sugarú henger áttételes hajtás folytán $\omega_1 = \omega/i$ szögsebességgel forog, akkor a zúzási teljesítmény

$$R (\omega + \omega_1) F = R \left(\omega + \frac{\omega}{i} \right) F = R \omega F \frac{i+1}{i}.$$

A lassan forgó henger időegység alatti visszamaradásával pedig a kívülről bevezetendő aprítási munka arányos, vagyis

$$R (\omega - \omega_1) S = R \omega S \frac{i-1}{i}.$$

Egyidejű zúzás és aprítás esetén tehát a kívülről bevezetendő teljesítmény

$$A = R \omega \frac{F(i+1) + S(i-1)}{i}. \quad (9)$$

Az n percenkénti fordulatszámmal lóerőben kifejezve

$$P = R \frac{n\pi}{30 \cdot 75} \frac{F(i+1) + S(i-1)}{i}. \quad (9a)$$

Meg kell azonban jegyeznünk, hogy a két tagból álló

$$F \frac{i+1}{i} + S \frac{i-1}{i}$$

kerületi erőnek az előző okfejtések szerint csakis a második

$$S \frac{i-1}{i}$$

tagja van szoros kapcsolatban a fékezést jelentő visszamaradással és az ebből eredő energiavisszatáplálással.

VII. Visszatáplálás

1. A visszatáplált teljesítmény meghatározása

Az $R_1 = R$ sugarú (4. ábra) lassújárátú hengerre ható

$$S \frac{i-1}{i}$$

aprítási erő nyomatéka

$$M_{a1} = RS \frac{i-1}{i} \quad (10)$$

Ez a nyomaték az r_1 sugarú nagy fogaskeréken

$$\frac{RS}{r_1} \frac{i-1}{i}$$

kerületi erőt ébreszt. Ez a kerületi erő érvényesül az r sugarú kis fogaskeréken és a gyorshenger O tengelyére kifejtett forgatónyomaték

$$\frac{RS}{r_1} \frac{i-1}{i} r.$$

Figyelembe véve, hogy

$$\frac{r}{r_1} = \frac{1}{i},$$

az aprítási erő gyorshengerre ható forgatónyomatéka

$$M_a = R \cdot S \frac{i-1}{i^2}, \quad (11)$$

és a visszatáplált teljesítmény

$$W = \frac{R \cdot S (i-1) \omega}{i^2} = \frac{R \cdot S (i-1)}{i^2} \frac{n\pi}{30} \quad (12)$$

Ebből következik, hogy ha $i = 1$, akkor $W = 0$; ha pedig $r_1/r =$, igen nagy, akkor W igen kicsiny.

Lássuk továbbá, milyen i értéknél van a W visszatáplált teljesítménynek szélsőértéke:

$$\frac{dW}{di} = \frac{d}{di} RS\omega \frac{i-1}{i^2} = RS\omega \frac{i^2 - (i-1)2i}{i^4} = 0,$$

ahonnan

$$i^2 - 2i^2 + 2i = 0$$

és

$$i = 2.$$

Ezzel az értékkel (10)-ből

$$W_{\max} = \frac{RS}{4} \omega = RS \frac{n\pi}{120} \quad (12a)$$

Így pl. $b = 0$ esetén (8a) figyelembevételével

$$W_{\max} = hk_s \tan \varrho R^2 \frac{n\pi}{120}.$$

2. A gyorshengerre torlódó teljesítmény

A 4. ábra szerint a gyorshengerre nagyobb teljesítmény torlódik, mint a kívülről betáplált A teljesítmény, éspedig a torlódó teljesítmény a (9) és (12) szerint

$$L = A + W = R\omega \left[\frac{F(i+i) + S(i-1)}{i} + \frac{S(i-1)}{i^2} \right]$$

és

$$\begin{aligned} L &= R\omega \left[\frac{F(i+1)i + S(i-1)i}{i^2} + \frac{S(i-1)}{i^2} \right] = \\ &= R\omega \frac{F(i^2+i) + S(i^2-i) + S(i-1)}{i^2} = \\ &= R\omega \frac{F(i^2+i) + S(i^2-1)}{i^2} = R\omega \left[\frac{i^2(F+S)}{i^2} + \frac{Fi-S}{i^2} \right], \end{aligned}$$

vagyis

$$L = R\omega \left(F + S + \frac{F}{i} - \frac{S}{i^2} \right). \quad (13)$$

A torlódó teljesítmény szélső értéke a

$$\frac{dL}{di} = R\omega \left(-\frac{F}{i^2} + \frac{2S}{i^3} \right) = 0$$

egyenletből a

$$\frac{2S}{F} = i$$

értéknél következik be. A szélső érték tehát

$$L_{\max} = R\omega \left(F + S + \frac{F^2}{2S} - \frac{SF^2}{4S^2} \right) = R\omega \left(F + S + \frac{F^2}{4S} \right).$$

Némi átalakítással

$$L_{\max} = R\omega S \left(\frac{F}{2S} + 1 \right)^2. \quad (13a)$$

3. A csapsúrlódás befolyása

Az V. fejezet 1. pontjában említettük, hogy *gyakorlati tapasztalat* szerint a lazahenger fordulatszámra valamivel kisebb, mint a hajtott hengeré. A visszatáplálódó energiaszámra levezetett előző vizsgálataink alapján ennek a visszamaradásnak a mérvét is megállapíthatjuk.

Jelöljük N -nel a tengelyek síkjában ható hengereket összeszorító erőt. A csapsúrlódás fékező nyomatéka

$$M_c = \mu_c N r_c,$$

ahol μ_c a csapsúrlódási tényező, r_c a csap sugara.

Az előzők szerint azonban a laza henger $R_1 = R$ sugarú palástján az aprító erő folytán (10) szerint

$$S \frac{i-1}{i} R = \mu_c N r_c$$

nyomatéknak kell fellépnie, ahonnan

$$SRi - SR = iN\mu_c r_c;$$

$$i(SR - N\mu_c r_c) = SR$$

és

$$i = \frac{SR}{SR - N\mu_c r_c},$$

ahol (8a) szerint $b \rightarrow 0$ esetén

$$S = k_s R \mu h.$$

Itt μ a hengerek közötti súrlódási tényező és

$$\frac{n}{n_1} = i = \frac{k_s R^2 \mu h}{k_s R^2 \mu h - N\mu_c r_c}$$

4. A súrlódás befolyása fogaskerékhajtású hengerpárnál

Az egyedi hajtású hengerszékek fogaskerekei a normálisnál sokkal hosszabb fogúak és lényegesen nagyobb a foghézaguk is, hogy a munkarés üzem közben történő beállításánál a tengelytáv és a tengelyek párhuzamos helyzetének a változása ne szakítsa meg a kapcsolódást.

A következőkben leírt jelenség a szerző által tárgyalt sorbakapcsolásnál nem jelentkezik. Létezik azonban a sorbakapcsolásnak olyan módja is, amelynél csupán a rögzített csapágyakban forgó tengelyek vannak tengelykapcsolókkal összekötve, ellenben az üzem közben történő beállításnál a fogaskereknek kell vállalniuk a párhuzamos és kitérő helyzetben való kapcsolódás korszerűtlen szerepét.

A túl nagy hézag okozta kotyogás a fogoldalok átváltásánál játszik szerepet. Ugyanis a lassúhengerre csak a súrlódási ellenállás hat, a kisfogaskerék azonban hajt, amikor pedig a munkarésbe megfelelő mennyiségű őrlemény jut, akkor az eddig hajtott nagyfogaskerék válik hajtóvá. Ez az átváltás csak úgy mehet végbe, hogy a nagykerék a foghézagnak megfelelő kotyogási szöggel a kisfogaskerék ω szögsebességéhez előresiet, hogy a fogárok másik oldalfala újra felvehesse a kiskerék állandó ω szögsebességének megfelelő $\omega_1 = \omega/i$ szögsebességet.

Az R sugárra redukált súrlódási ellenállások összegét Z -vel, a gyors-henger által kifejtett N normális nyomásból létrejött súrlódási hajtóerőt $F = \mu N$ -nel, a lassúhengerrel együtt forgó tömegek tehetetlenségi nyomatékát Θ -val, a gyorshengerre vonatkoztatott relatív szögsebességet $\omega_\vartheta = \omega - \omega = \omega_r$ -rel jelölve, a forgatónyomatékokra felírhatjuk:

$$FR = N\mu R = ZR + \Theta \frac{d\omega_r}{dt}.$$

A relatív szöggyorsulás

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \varepsilon_r = \frac{R(F - Z)}{\Theta} = \frac{R(N\mu - Z)}{\Theta}.$$

Rövid véges időközön belül a jobb oldal minden tagját, és így az szöggyorsulást is állandónak tekinthetjük, ennél fogva a foghézagnak megfelelő ϑ utáni sietési szöggel való elforduláshoz szükséges idő

$$t = \sqrt{\frac{2\vartheta}{\varepsilon_r}} = \sqrt{\frac{2\vartheta\Theta}{R(N\mu - Z)}} = \sqrt{\frac{2\vartheta\Theta}{R(F - Z)}}.$$

Ez az eredmény azért tanulságos, mert nemcsak azt jelenti, hogy hirtelen jelentkező nagy F erő esetén t idő igen kicsi, és ütközés következik be, hanem

azt is, hogy nagy Θ tehetetlenségi nyomaték és kis $(F - Z)$ különbség esetén túl hosszú idő is eltelhet, amíg a fogak egyáltalában nem is érintkeznek.

VIII. A szakirodalom néhány tévedésének ismertetése

A szakirodalom — eltérőleg a szerző által követett módszertől — bizonyos elhanyagolásokkal számítja az őrlés teljesítményszükségletét. Így például a háromszög átfogójára emelt magassága helyett a befogót, szögfüggvény helyett a szöget, sorbafejtésnél az első tagot veszi stb. Ettől eltekintve csupán az elvi eltérésekre kívánunk rámutatni.

a) A zúzásra vonatkozó *Afanaszjev-féle elmélet* [2] egyszerre két tévedést rejt magában. Az *egyik*, hogy vét a III. fejezet *d)* pontjában említett elv ellen és a behúzó erő számításánál az elemi súrlódó erők helyett az eredő erő súrlódási erejét veszi figyelembe; a *másik* tévedés, hogy ebből kivonja azt az ellenkező előjelű erőt, ami már nem az őrleményre, hanem a hengerre hat.

b) Szakkönyvekben [15] találkozunk az

$$N_k = \frac{N_r}{r_1 - r}$$

kifejezéssel, amelyben

- N hajtó teljesítmény;
- N_k visszatáplált teljesítmény;
- r a kisfogaskerék osztókörének sugara;
- r_1 a nagyfogaskerék osztókörének sugara.

Ezt az összefüggést a következőképpen bizonyítják:

Legyen P az R sugarú hengerek palástján, Q a fogaskerek osztkörén ható erő; v pedig a gyorsan forgó henger kerületi sebessége. Az erők egyensúlyából így

$$Q = P \frac{R}{r_1},$$

és a teljesítménymérleg

$$N = Pv - Qv \frac{r}{R}$$

P értékét behelyettesítve a Q -ra felírt egyenletből:

$$N = Q \frac{r_1}{R} v - Qv \frac{r}{R} = Qv \left(\frac{r_1}{R} - \frac{r}{R} \right) = Qv \frac{r_1 - r}{R},$$

$$Q = \frac{NR}{v(r_1 - r)};$$

és a visszatáplált teljesítmény

$$N_k = Qv \frac{r}{R}$$

Q értékét behelyettesítve a $Q = NR/v(r_1 - r)$ egyenletből:

$$N_k = \frac{NR}{v(r_1 - r)} \cdot v \frac{r}{R} = \frac{Nr}{r_1 - r}$$

Ennek a képletnek a tarthatatlanságát mi sem bizonyítja jobban, mint az, hogy $r_1 = r$ esetében a gyakorlati tapasztalattal és szerzőnek az előzőekben kifejtett elméletével egyezően nullát kell kapnunk, nem pedig $+\infty$ értéket.

Nem segít ezen O. Mooc által javasolt helyesbítés [6] sem, amely szerint

$$N_k = \frac{Nr}{1,4r_1 - r}$$

Ennél a képletnél $r_1 = r$ esetében, számlálót és nevezőt r -rel osztva

$$N_k = \frac{N}{1,4 - 1} = \frac{N}{0,4} = 2,5 N$$

az elméleti nulla helyett.

Mooc maga is megállapítja, hogy a $v/v_1 = \infty$ és a $v/v_1 = 1$ értéknél a visszatáplálódó energiafolyam nulla, amit kísérleti mérésekkel igazol. Az általa közölt függvénygörbék maximumának helye az előbbieken kiszámított $i = 2$ helyett $i \approx 1,25$. Ha a hengersugárra redukált súrlódási erők összegét S_1 -gyel jelöljük, akkor számításaink szerint is $i < 2$ helyen jelentkezik a szélső érték, és pedig a lassúhengerre ható aprítási és súrlódási erők fékezőnyomatéka

$$RS \frac{i-1}{i} + S_1 R,$$

ahol S_1 a fogaskerék- és csapsúrlódás R sugárra redukált súrlódási erője. Az r_1 sugarú nagyfogaskeréken ébresztett kerületi erő

$$\frac{R}{r_1} \left(S \frac{i-1}{i} + S_1 \right);$$

a gyorsenger O tengelyén keltett nyomaték

$$\frac{r}{r_1} R \left(S \frac{i-1}{i} + S_1 \right) = \frac{1}{i} R \left(S \frac{i-1}{i} + S_1 \right) = R \left(S \frac{i-1}{i^2} + \frac{S_1}{i} \right);$$

a visszatáplált teljesítmény pedig

$$W_s = R\omega \left(S \frac{i-1}{i^2} + \frac{S_1}{i} \right) = R\omega S \left(\frac{i-1}{i^2} + \frac{S_1}{Si} \right). \quad (12b)$$

Innen

$$\frac{dW}{di} = R\omega S \left[\frac{i^2 - (i-1)2i}{i^4} - \frac{S_1}{Si^2} \right] = 0;$$

$$\frac{2i-i^2}{i^4} = \frac{S_1}{Si^2}, \quad \frac{2i-i^2}{i^2} = \frac{S_1}{S}, \quad \frac{2}{i} - 1 = \frac{S_1}{S}, \quad \frac{2}{i} = \frac{S_1}{S} + 1$$

és

$$i = \frac{2}{S_1/S + 1} < 2.$$

A nevező ugyanis nagyobb mint 1. A kísérleti adatokkal egyező értelmű eredményünk elméletünk helyességét igazolja.

c) Többféle megfontolásból kiindulva számítja ki a kívülről bevezetendő őrlési munkát J. PRATIQUE [8] és az általunk levezetett (9) eredményhez teljesen hasonló képlethez jut. A visszatáplált teljesítményre levezetett képlete

$$W = (-T \cdot R + Ne) \omega_1,$$

ahol R a henger sugara; T a termény tömegpontjára ható, a tengelyek síkjára merőleges, N pedig az ezzel párhuzamos erő; e a tömegpont tengelysík feletti távolsága; ω_1 a lassú henger szögsebessége. E képlet csak $\omega_1 = 0$, vagyis $i = v/v_1 = \infty$ esetére érvényes, de $i = 1$ esetére nem mond semmit. A III. fejezet d) pontja szerint e probléma valóban nem is tárgyalható egyetlen tömegpont felvételével.

d) A visszatáplálódó teljesítménynek igen nagy szerepe van a fogaskerék-fárasztó gépeknél. Erről a kérdésről értékes tanulmányt írt MAROS DEZSŐ [16]. Dolgozatában előfordul, hogy a III. fejezet a) pontjában említett energiahelyesség irányát nem veszi figyelembe.

e) A szerzőnek [3] alatt idézett dolgozatában szintén található egy előjelhiba. A 77. oldalon a torlódott energiahelyesség $L = A + W$ értéke helyett tévesen $L = A - W$.

f) A visszafolyó és a betáplált teljesítmény aránya. A (12b) szerint

$$W_s = R\omega \left(S \frac{i-1}{i^2} \right) + \frac{S_1}{i} = R\omega \frac{i(S+S_1) - S}{i^2},$$

amelynek szélső értéke e fejezet b) pontja szerint

$$i = \frac{2S}{S+S_1}$$

helyen van, vagyis

$$W_{s \max} = R\omega \frac{(S + S_1)^2}{4S}. \quad (12c)$$

A betáplált teljesítmény (9) szerint

$$A = R\omega \frac{F(i+1) + S(i-1)}{i} = R\omega \left(\frac{F-S}{i} + F + S \right).$$

Ennek értéke a $W_{s \max}$ -ot adó i helyen

$$A = R\omega \frac{(F-S)(S + S_1) + 2S(F + S)}{2S}. \quad (9a)$$

Kimutatjuk, hogy a (12c) és (9a) értékek hányadosa olyan p pozitív szám, mely S_1 elég nagy értékeinél nagyobb lehet 1-nél:

$$\frac{W_{s \max}}{A} = p = \frac{(S + S_1)^2}{2[(F-S)(S + S_1) + 2S(F + S)]} > 1.$$

Vezessük be az

$$F = qS$$

jelölést; ezzel

$$p = \frac{S^2 + 2SS_1 + S_1^2}{2S^2(1 + 3q) + 2SS_1(q - 1)}.$$

Azt kívánjuk kimutatni, hogy

$$S^2 + 2SS_1 + S_1^2 > 2S^2(1 + 3q) + 2SS_1(q - 1),$$

vagyis

$$S_1^2 + 2SS_1(2 - q) > 2S^2(1 + 3q) - S^2.$$

S^2 -tel végig osztva, és a jobb oldalt összevonva

$$\left(\frac{S_1}{S}\right)^2 + 2\left(\frac{S_1}{S}\right)(2 - q) > 1 + 6q.$$

Egészítsük ki a bal oldalt teljes négyzetté, vagyis adjuk az egyenlőtlenség mindkét oldalához a

$$(2 - q)^2 = 4 - 4q + q^2$$

értéket, akkor

$$\left[\frac{S_1}{S} + (2 - q)\right]^2 > 5 + 2q + q^2;$$

tehát

$$\frac{S_1}{S} + 2 - q > \sqrt{5 + 2q + q^2},$$

azaz

$$\frac{S_1}{S} > \sqrt{5 + 2q + q^2} + q - 2. \quad (12d)$$

Az $F/S = q$ olyan paraméternek tekinthető, amely elsősorban az anyag minőségétől függ. Az S_1 érték pedig a hengerek befogásának erősségével tetszés szerint változtatható. Ez utóbbi azonban a lassúhengerre, mint „hajtó” hengerre ható csapágý- és fogaskerekek súrlódási erejét, vagyis a hengersugárra redukált S_1 súrlódási erőt szabja meg. Ha

$$q = 0 \text{ (töretés), akkor } W_{s\max} > A,$$

amennyiben

$$\frac{S_1}{S} > \sqrt{5} - 2 = 0,24;$$

$$q = 1, \text{ akkor } W_{s\max} > A,$$

amennyiben:

$$\frac{S_1}{S} > \sqrt{8} - 1 = 1,83;$$

$$q = 2, \text{ akkor } W_{s\max} > A,$$

amennyiben

$$\frac{S_1}{S} > \sqrt{13} = 3,6.$$

IX. Az energifolyam változása a sorbakapcsolás módja szerint

1. A Gabona Tröszt Kutatóintézetének mérési eredménye

A IV. fejezetben a 4. és 5. ábrák összehasonlításakor láttuk, hogy már egyetlen hengerjárat esetén is jelentősen növekszik a fogaskerékhajtás terhelése, ha a motort a lassúhengerhez szereljük. A számszerű különbségről is fogalmat alkothatunk, ha figyelembe vesszük a *Gabona Tröszt Kutatóintézetének* (korábban *Országos Malomipari és Terménytárolási Kutatóintézet*) körültekintő gondossággal végzett méréseinek eredményeit [7]. KOLOSTORI JÓZSEF közleménye szerint:

„Sima hengerpárnál a lassúhengerről a gyorshengerre visszatáplált (W) teljesítménynek a gyorshengerre kívülről betáplált (A) teljesítményhez való viszonya — a csapsúrlódásokat, valamint a fogaskerekek hatásfokát elhanyagolva — $i = 1,5$ áttételnél ($W/A \approx 2$).

A gyorshengerre átvitt $[A - (A_1 + A_{21})]$ teljesítmény 6,6 kW volt. A lassúhenger ekkor 12,5 kW-ot táplált vissza a gyorshengerre, tehát 1,9-szer akkora, mint amennyit a gyorshenger kívülről felvett. A hengerek azonban ekkor már túlzottan szorítva voltak. Valamivel gyengébben szorítva a hengereket, a viszonyszám $8,7/4,3 = 2,1$.

Sima hengereknél két nagy jelentőségű megállapítás tehető:

a) Jó őrléskor igen nagy teljesítmény cirkulál vissza a lassúhengerről a gyorshengerre, lényegesen nagyobb, mint egy törető hengerpárnál. *Míg a törető hengerpárnál a lassúhengerről a gyorshengerre visszatáplált teljesítmény a gyorshengerre táplált külső teljesítménynek csak kb. 40%-a, addig sima hengerpárnál ez meghaladja a 200%-ot.*

b) *A liszthozam annál kedvezőbb, minél nagyobb a lassúhengerről a gyorshengerre visszatáplált teljesítmény a kívülről betáplált teljesítményhez képest."*

Az idézett sorok alapján belátható, hogy ugyanannál a hengerszorításnál, amelynél a 4. ábra szerinti elrendezésnél a fogaskerék-hajtás 12,5 kW-tal van terhelve, az 5. ábra szerinti elrendezésnél *ugyanolyan őrlési* teljesítménynél már kénytelen volna $12,5 + 6,6 = 19,1$ kW teljesítményt átvinni. Ha a szerkesztő mérnök a fogaskerekeket és a vele kapcsolatos gépelemeket csak a 6,6 kW motorteljesítményre méretezi, akkor — most már érthető módon — üzembehelyezéskor nagyon kínos meglepetések érhetik.

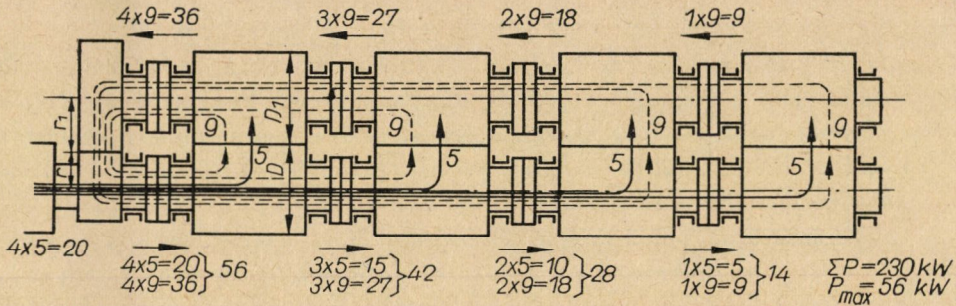
2. A különböző átmérőjű őrlőhengerek sajátosságai

A különböző átmérőjű őrlőhengerek várható előnyeit a szerző más helyen [9, 10] már tárgyalta, sőt arra is rámutatott, hogy *egyetlen közös módosító hajtással* lehetne járatos ugyanannak a két hengernek a kombinációjaként a *rovátkolt* (törető) és a *sima* (őrlő) hengerjáratokat [17].

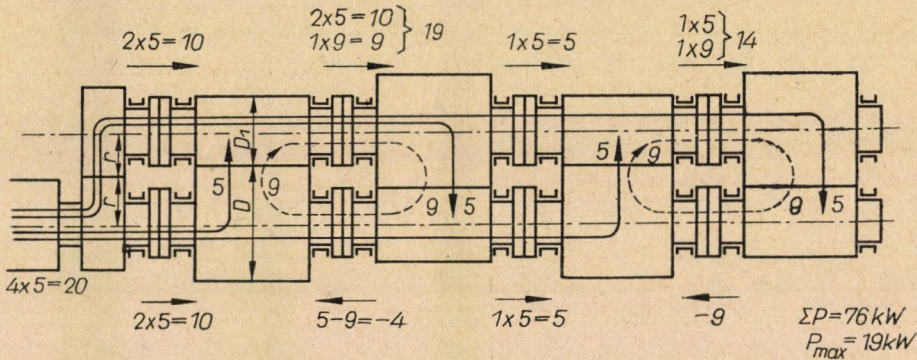
A szerző egy kéziratból [18] értesült arról, hogy már MECHWART ANDRÁS a múlt században sejtette a különböző átmérőjű hengerpárok várható előnyeit és készített is ilyen hengerszéket. Azonban a mai törekvéseket figyelembe véve, az egyetlen hengerszéknél várható előnyöknél mérhetetlenül fontosabb a különböző átmérőjű hengereknek az eddig figyelmen kívül hagyott energiafolyamánál érvényesülő sajátossága. Hasonlítsuk össze ebből a célból a hengerek sorbakapcsolásának az ipar által kivitelezett módját (7. ábra) azzal a módszerrel, amelynél az energiafolyam célszerű vezetésére (8. ábra) már gondot fordítunk [19].

Az ábrákban a motor által betáplált teljesítmény áramlását folytonos vonallal, a zárt körfolyam szerint áramló visszatáplált, meddő teljesítmény áramlását szaggatott vonallal jeleztük. A mérési eredményekkel összhangban feltételeztük, hogy hengerjáratonként az őrléshez szükséges motorteljesítmény 5 kW, a visszatáplált teljesítmény pedig 9 kW.

A gyakorlati tapasztalat azt igazolja, hogy a hengerszékek sorbakapcsolásánál a tengelykapcsoló és a vele szomszédos gépelemek a legkényesebbek; ezért a 7. és 8. ábrák összehasonlításánál arra fordítottunk figyelmet, hogy ezek a helyek milyen teljesítménnyel vannak terhelve.



7. ábra. Energiafolyam a hengercsatlósorok sorbakapcsolásának korábbi elrendezésénél (a folytonos vonal az őrlési teljesítményt, a szakadozott vonal a visszatáplált teljesítményt, a nyilak az energiafolyam irányát, a számok a hengerekre, tengelykapcsolókra és a fogaskerék-hajtásra eső teljesítményt jelzik)



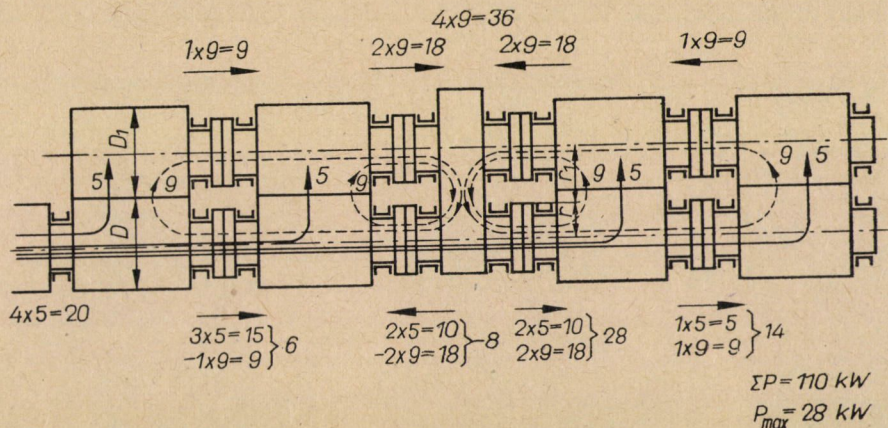
8. ábra. Energiafolyam áramlása különböző átmérőjű hengercsatlósorok sorbakapcsolásánál

Négy hengerpár esetén a 7. ábra szerinti megoldásnál legerősebben terhelt tengelykapcsolóra 56 kW esik, és a 8 kapcsolóra jutó teljesítmények összege 230 kW, a fogaskerék-hajtás terhelése 36 kW. Ugyanannyi szerkezeti elemmel és ugyanolyan építési hossz mellett a találmány szerinti 8. ábrának megfelelő megoldásnál a legerősebben terhelt kapcsolóra csak 19 kW esik és a kapcsolókra jutó összes teljesítmény 76 kW, vagyis alig 1/3-ad része az előzőnek, a fogaskerék-hajtás terhelése pedig 10 kW.

A találmány lényegét a következő szabadalmi igénypont tartalmazza: „Hengersoros őrllőberendezés, melynek legalább két egymás melletti hengerpárja van, ezek összeforgó hengerei ugyanazon tengelytávúak, és az egymás melletti hengerek tengelykapcsolókkal hengersonként vannak összekötve,

azzal jellemezve, hogy a hengersorok között 1 : 1 arányú áttételi mű van, és a hengersorokban legalább két szomszédos henger átmérője egymástól különböző.”

Ha az energiafolyam jelentőségét felismertük, és figyelembe vesszük, akkor egyforma átmérőjű összeforgó hengerek esetében is nyújthatunk kielé-



9. ábra. Energiafolyam áramlása egyforma átmérőjű hengerjártak új sorbakapcsolásánál

gítő megoldást [20]. A 9. ábrán ugyanazokból a szerkezeti elemekből állítottuk össze az őrlőberendezést, mint a 7. ábrán. A legerősebben terhelt tengelykapcsoló ez utóbbinál 28 kW, vagyis pontosan a 7. ábrabeli fele; a tengelykapcsolókra jutó teljesítmények összege pedig 110 kW, vagyis kevesebb, mint a 7. ábrabeli fele.

A tengelykapcsolókat azonban nem a teljesítményre, hanem a forgatónyomatékokra kell méreteznünk. Ha *adott gyakorlati* fordulatszámok mellett az átvendő forgatónyomatékokat hasonlítjuk össze, akkor a fentebb említett arányszámoknál még kedvezőbbeket kapunk.

Az egyenlő átmérőjű összeforgó hengerekből álló járatok kapcsolásánál követendő elv lényegét az alábbi szabadalmi igénypont fejezi ki: „Őrlőberendezés, amelynek egyenként gyorsjárású és lassújárású hengerből álló, legalább két egymás melletti hengerpárja van, ezeknek gyors-, illetve lassújárású hengerei egymással gyors-, illetve lassúhengersorrá vannak sorbakötve, a hengersorok közé sebességkülönbséget biztosító áttétel van iktatva, és az őrlőberendezés hajtása a gyorshengersorhoz van csatlakoztatva, azzal jellemezve, hogy az őrlőberendezés hajtása és a sebességkülönbséget biztosító áttétel között legalább egy hengerpár van”.

IRODALOM

1. SZŐKE, B.: Beitrag zur Entstehung von technischen Irrtümern. *Acta Techn. Hung.* **39** (1962), 3—27.
2. DEMIDOV, A. R.: Malomipari hengersizékek c. orosznyelvű könyvének magyar fordítása. Élelmezési Minisztérium Könyv- és Lapkiadó Vállalata, Budapest 1951.
3. SZŐKE, B.: The Dynamics of Roller Mills. *Acta Techn. Hung.* **33** (1961), 65—85.
4. SZŐKE, B.: Malomhengersizékek munkarés-beállítójának egyik szokásos szerkezeti hibája. *Malomipar* (1957); október—december, 9—13.
5. SZŐKE B.: Az őrlőhenger hajtásának néhány hibaforrása. *Malomipar* (1958), 17—19.
6. MOOG, O.: Der Antrieb der Walzenstühle und seine Berechnung. Hugo Mattheas Verlag, Stuttgart 1952.
7. KOLOSTORI J.: Energiaviszonyok a hengersizéknél, az energiavisszatáplálás különböző megoldásai. *Malomipar és Terményforgalom* **10** (1963), 382—393.
8. PRATIQUES, J.: Contribution a l'energetique des machines a cylindres. *Bulletin des anciennes élèves de l'école française de meunerie* (1964); július—augusztus / 202. füzet, 169—175.
9. SZŐKE, B.: Shoud Grinding Rolls of Different Diameters be Operated together *Acta Techn. Hung.* **24** (1959), 3—44.
10. SZŐKE B.: Járassunk-e együtt különböző átmérőjű őrlőhengereket? Mérnöki Továbbképző Intézet kiadása, Budapest 1959; T. sz. 9—501.
11. SZŐKE B.: Behúzási viszonyok hengerjáratoknál; a kúpszeletek őrléstechnológiai értelmezése. *Malomipar és Terményforgalom* **10** (1963), 294—300.
12. SZŐKE B.: Bevezetés a forgácsoló szerszámok geometriájába (a gépgyártás geometriai szemléletének alapjai). Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1966.
13. SZŐKE, B.: Self locking of the Sliding Surface Bearings. *Acta Techn. Hung.* **22** (1958), 329—347.
14. SZŐKE B.: Csúszócsapágy önzáródása. *Gép* **8** (1956), 113—119.
15. HOPF, L.: Mühlentechnisches Praktikum; Band II.: Mühlenbau. Hugo Mathaes Verlag, Stuttgart 1952.
16. MAROS D.: Meddő teljesítmény a fogaskerek hajtóművekben. *Gép* **12** (1960), 265—270.
17. SZŐKE, B.: One Way to Cut down Power Requirement for Flour Milling. *Acta Techn. Hung.* **31** (1960), 13—17.
18. PÉNZES I.: Mechwart András. A Gépipari Tudományos Egyesület megbízásából SZŐKE BÉLA által szerkesztett „Műszaki Nagyjaink” c. életrajzsorozat, 1967; II., 91—147.
19. SZŐKE B.—KOLOSTORI J.: Órlőberendezés hengersizékekkel (Az Országos Malomipari és Terménytárolási Kutatóintézet 151 480. számú szolgálati találmánya, 1963). *Malomipar és Terményforgalom* **12** (1965), 52—54.
20. KOLOSTORI J.—SZŐKE B.: Órlőberendezés hengersizékekkel. (Az Országos Malomipari és Terménytárolási Kutatóintézet 151 974. számú szolgálati találmánya, 1963). *Malomipar és Terményforgalom* **12** (1965), 49—52.
33. Kolostori József és Hamza Béla: Bestimmung und Bedeutung des Betriebs-Mahlspaltes von Walzenpaaren. *Die Mühle* **103** (1966), 103—105 és 119—120.