

ASZINKRON MOTOROK RÖVIDREZÁRT SZABAD GYŰRŰS KALICKARENDSZERÉNEK SZILÁRDSÁGI SZÁMÍTÁSA, I

HUSZÁR ISTVÁN, a műszaki tudományok kandidátusa és KOVÁCS ISTVÁN
GANZ VILIAMOSSÁGI MŰVEK, BUDAPEST

[Beérkezett 1964. május 21-én]

I. Bevezetés

Rövidrezárt indukciós motorok indítási viszonyainak javítására áramkiszorító forgórészt vagy kétkalickás megoldást alkalmaznak.

Az előbbi hornyonként egyetlen vezetővel képezik ki, ahol a keskeny méretű rudakban indításnál az áram mintegy kiszorul a kerület felé (1. ábra). Ez a vezető ellenállásának növelésével egyenértékű hatást jelent, ami a fordulatszám emelkedésével fokozatosan lecsökkenve, az üzemi fordulaton megszűnik. A kétkalickás forgórésznél e jelenség határozottan szétválik (2. ábra). A külső kalickák terhelődnek jobban az induláskor, majd a fordulatszám növekedésével fokozatosan átveszik a terhet a belső rudak is.

Kisebb gépeknél szokásos megoldás az, hogy a vezetőket és a rövidzáró gyűrűt is alumíniumból készítik kiöntéssel. Nagyobb gépeknél viszont réz-, sárgaréz-, bronz- vagy alumíniumbronzanyagot használnak fel és a forgórészbe betolt rudakat keményen forrasztják a rövidzáró gyűrűkhöz [1].

A forrasztás erős helyi melegedéssel jár. Emiatt jelentős feszültségek léphetnek fel, amelyek meg nem engedett maradó deformációt, törést okozhatnak. Ezért és a későbbiekben tárgyalt üzemi feltételek miatt is, nagyobb gépeknél a rövidrezáró gyűrűt a vastesttől néhány cm távolságra helyezik el és így a rendszert deformábilisabbá teszik (1. és 2. ábra). Esetleg a rudakat az alkotóhoz képest meghajlítják, hogy ezáltal további rugalmasságot érjenek el.

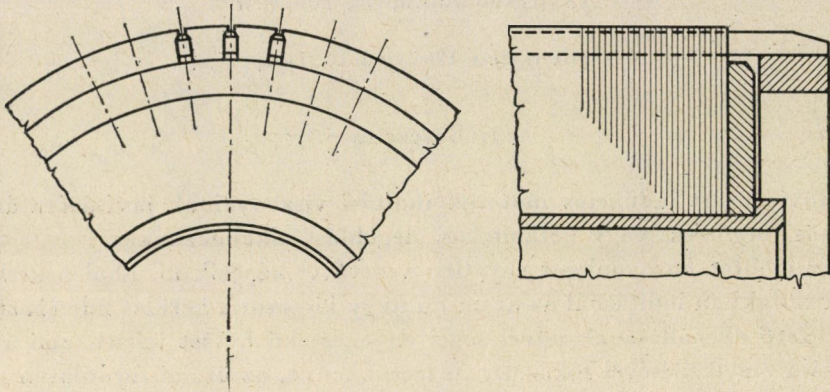
Kis kerületi sebességnél a rövidrezáró gyűrűk szabadon vannak, azaz csupán a rudakkal való kapcsolat tartja őket. Nagyobb sebességek esetén viszont a gyűrűket a tengelyre — általában a bordákra — illesztik fel (3. ábra) a mechanikai szilárdság fokozása céljából sokszor több részre osztott kialakítással.

II. Az erőjáték tisztázása

A rúd és a gyűrű kapcsolatát a 4. ábra tünteti fel. Minthogy a rudak és a gyűrű rendszere statikailag határozatlan, abból indulunk ki, hogy a rudak a gyűrűvel együtt mozdulnak, illetve fordulnak el minden körülmények között.

A két elemet egymástól különválasztva mutatja az 5a. ábra, valamely állapotnak megfelelően pedig együtt tünteti fel az 5b. ábra.

A kapcsolat helyén fellépő erőrendszer egy nyomatékból (M) és egy erőből (Q) áll, melyeket az ábrákon is berajzoltunk, feltüntetve egyidejűleg a pozitív irányokat az ott szereplő mennyiségekre nézve.

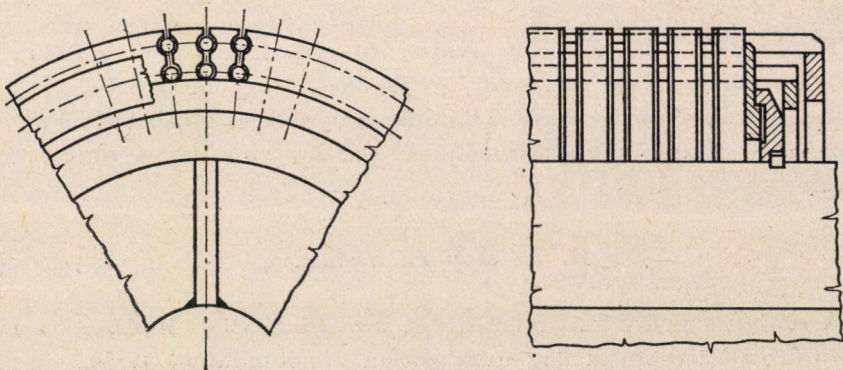


1. ábra

Célszerű az erőjátékot a gépre jellemző állapotokban külön-külön meghatározni. Ennek megfelelően először a szerelés utáni helyzetet tisztázzuk majd a gép forgásakor jelentkező viszonyokkal foglalkozunk, végül az indításoknál fellépő melegedés hatását vesszük figyelembe. Csak ezek után lehet a gép üzemében előforduló legkritikusabb állapotot követnünk.

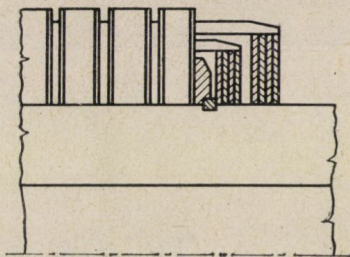
1. Szerelés

Szereléskor, vagyis a rövidrezáró gyűrűnek a rudakhoz való forrasztásakor már keletkezik egy ($Q_0; M_0$) nagyságú erőrendszer, mert a méretre elkészí-

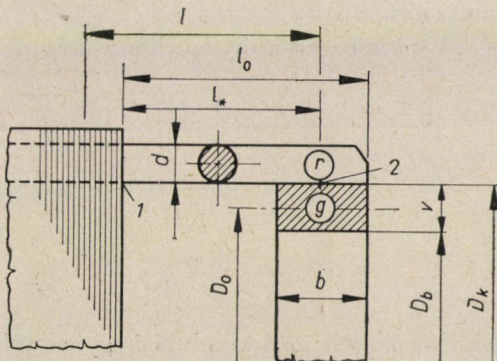


2. ábra

tett gyűrű külső átmérője és a rudak középátmérője általában valamilyen fedéssel vagy játékkal kapcsolódnak össze [2]. Jelölésére a 0 indexet használjuk. Ezt az állapotot y_{rg} -érték jellemzi.



3. ábra



4. ábra

A gyártásból adódó y_{rg} hézaggal (ha fedés van $y_{rg} < 0$) számolva, felírhatjuk az elmozdulások azonosságát (5b. ábra):

$$y_{ro} = y_{go}.$$

Részletesebben pedig

$$y_{rg} - c_{rQ} Q_o - c_{rM} M_o = c_{gQ} Q_o + c_{gM} M_o.$$

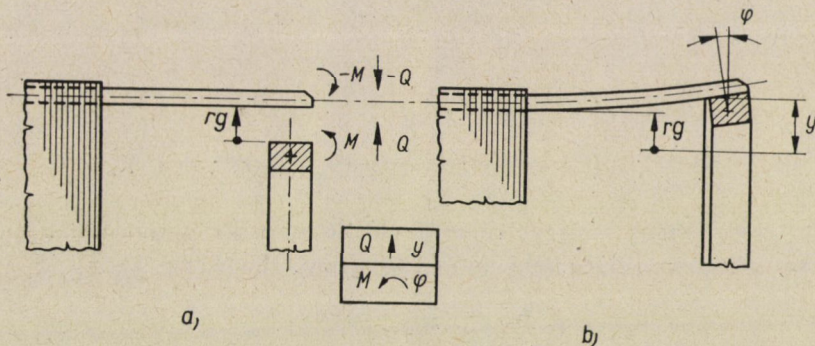
Hasonlóan az elfordulásokra

$$\varphi_{ro} = \varphi_{go},$$

illetve

$$-\gamma_{rQ} Q_o - \gamma_{rM} M_o = \gamma_{gQ} Q_o + \gamma_{gM} M_o.$$

Az egyes tagok az M_o és Q_o erők hatására létrejövő deformációkat jelentik. A g a gyűrűre vonatkozó index, r a rudat jelzi, c és γ az egyes rugóállandók.



5. ábra

A felírt két összefüggésből közvetlenül kiadódnak a Q_0 és M_0 értékei, feltéve, hogy az egyes rugóállandókat ismerjük. Ezeknek a — csupán geometriai adatoktól és anyagjellemzőktől függő állandóknak — kiszámítását később bemutatjuk.

A további számítás megkönnyítésére vezessük be a következő jelöléseket:

$$\begin{aligned} B &= c_{rQ} + c_{gQ}, \\ F &= c_{rM} + c_{gM}, \\ H &= -\gamma_{rQ} - \gamma_{gQ}, \\ J &= -(\gamma_{rM} + \gamma_{gM}), \\ K_0 &= -\gamma_{rg}. \end{aligned}$$

Ezek alapján felírva a kiindulási egyenleteket, rendezés után két összefüggést nyerünk:

$$\begin{aligned} BQ_0 + FM_0 + K_0 &= 0, \\ HQ_0 + JM_0 &= 0. \end{aligned}$$

Az egyenletek megoldása szolgáltatja a szereléskor fellépő erőket

$$\begin{aligned} Q_0 &= \frac{-JK_0}{BJ - FH}, \\ M_0 &= \frac{HK_0}{BJ - FH}. \end{aligned}$$

2. Forgás

Feltételezzük, hogy a kalickarendszer szerelése erőmentesen történt, azaz $\gamma_{rg} = 0$ volt. A megfelelő deformációs összefüggések

$$\gamma_{r\omega} = \gamma_{g\omega}, \text{ ill. } \varphi_{r\omega} = \varphi_{g\omega},$$

amelyet részletezve

$$c_{rc} \omega^2 - c_{rQ} Q_0 - c_{rM} M_0 = c_{gc} \omega^2 + c_{gQ} Q_0 + c_{gM} M_0,$$

illetve

$$\gamma_{rc} \omega^2 - \gamma_{rQ} Q_0 - \gamma_{rM} M_0 = \gamma_{gc} \omega^2 + \gamma_{gQ} Q_0 + \gamma_{gM} M_0.$$

Itt az első tagok a forgás kapcsán előálló szabad deformációkat jelentik, amelyeket célszerű ω^2 -re érzékelhetően kifejezni. Bevezetve a

$$K_\omega = (c_{gc} - c_{rc}) \omega^2,$$

és

$$L = \gamma_{rc} \omega^2$$

jelöléseket, az egyenletek rendezés után a

$$\begin{aligned} BQ_{\omega} + FM_{\omega} + K_{\omega} &= 0, \\ HQ_{\omega} + JM_{\omega} + L &= 0 \end{aligned}$$

alakot veszik fel, amelyekből

$$\begin{aligned} Q_{\omega} &= \frac{FL - JK_{\omega}}{BJ - FH}, \\ M_{\omega} &= \frac{HK_{\omega} - BL}{BJ - FH}. \end{aligned}$$

3. Melegedés

Ismét feltételezzük, hogy $\gamma_{rg} = 0$. A deformációs összefüggések most

$$\gamma_{r\vartheta} = \gamma_{g\vartheta} \text{ és } \varphi_{r\vartheta} = \varphi_{g\vartheta},$$

azaz

$$\alpha_v \frac{D_o}{2} \vartheta_v - c_{rQ} Q_{\vartheta} - c_{rM} M_{\vartheta} = \alpha_g \frac{D_o}{2} \vartheta_g + c_{gQ} Q_{\vartheta} + c_{gM} M_{\vartheta},$$

illetve

$$-\gamma_{rQ} Q_{\vartheta} - \gamma_{rM} M_{\vartheta} = \gamma_{gQ} Q_{\vartheta} + \gamma_{gM} M_{\vartheta}.$$

Az első egyenletben szereplő első tagok a hő okozta szabad elmozdulást jelentik sugárirányban, ahol a gyűrű, illetve a vastest felmelegedését ϑ_g , ill. ϑ_v -vel, a hőtágulási együtthatókat pedig α_g és α_v -vel jelöltük. A

$$K_{\vartheta} = \alpha_g \frac{D_o}{2} \vartheta_g - \alpha_v \frac{D_o}{2} \vartheta_v$$

jelölést használva és az egyenletet rendezve

$$\begin{aligned} BQ_{\vartheta} + FM_{\vartheta} + K_{\vartheta} &= 0, \\ HQ_{\vartheta} + JM_{\vartheta} &= 0. \end{aligned}$$

Így

$$Q_{\vartheta} = \frac{-JK_{\vartheta}}{BJ - FH},$$

és

$$M_{\vartheta} = \frac{HK_{\vartheta}}{BJ - FH}.$$

4. Üzemi állapotok

a) *Álló állapot*: Azonos a tárgyalt szerelési állapottal (Q_0 ; M_0).

b) *Pörgetés*: A gép gyártásának befejeztével próbatermi vizsgálatoknak lesz alátéve. Egy ilyen vizsgálat a pörgetés, amelynek során az üzemi fordulathoz nagyobb fordulatszámra forgatják terheletlen állapotban. Jelölésére az ω_{\max} indexet vezetjük be. Most az erőket a szerelésre és forgásra vonatkozóak szerint külön-külön számíthatjuk ki (ω helyébe a pörgetésnek megfelelő ω_{\max} -ot kell beírni), majd egyszerű összegezéssel nyerjük az eredő igénybevételeket ($Q_0 + Q_{\omega_{\max}}$; $M_0 + M_{\omega_{\max}}$).

c) *Leállás*: Induláskor a tranzienst idő leteltéig a szerelési állapot megváltozik a rendszer felmelegedése miatt [3, 4]. A melegedés mértéke függ a gép terhelésétől, az indulási viszonyoktól, azok ismétlődésétől. Tapasztalat szerint a melegedési hőfok 100–200 °C között változik. Az egyik kritikus üzemi állapotot éppen az jelenti, hogy az induláskor felmelegedett gép leáll. Jelölésére a ϑ_{\max} -indexet használjuk. Az erőket ilyenkor a szerelésre és a melegedésre mondottak szerint számítjuk külön-külön (ϑ túlmelegedés helyébe természetesen ϑ_{\max} értéket helyettesítve), majd összegezéssel kapjuk az eredő terheléseket ($Q_0 + Q_{\vartheta_{\max}}$; $M_0 + M_{\vartheta_{\max}}$).

d) *Normális üzem*: A kalickarendszer túlmelegedése a stacionárius állapotnak megfelelő érték, fordulatszáma pedig az üzemi fordulatszám. A megfelelő erőket szuperpozícióval nyerjük a 0, ϑ és ω indexekkel jelölt terhelésekből ($Q_0 + Q_{\vartheta} + Q_{\omega}$; $M_0 + M_{\vartheta} + M_{\omega}$).

e) *Veszélyes állapot*: Végül a kritikus üzemet az jellemzi, hogy a felmelegedés és forgás együtt jelentkezik, mégpedig induláskor (esetleg többszöri irányváltozáskor) szélső esetekben ϑ_{\max} a felmelegedés, az üzemi átlagos ϑ -val szemben. Másrészt azonban csak ω üzemi fordulattal kell számolni. Jelölésére az $\omega\vartheta_{\max}$ indexet használjuk. Mivel a melegedés a külső kalickára jellemző, általában a külső kalicka lesz a veszélyesebb szerkezeti elem. Most ismét a szuperpozícióval kapjuk az eredő igénybevételeket, ϑ_{\max} és ω értékeket helyettesítve a megfelelő összefüggésekbe:

$$Q_{\omega\vartheta_{\max}} = Q_0 + Q_{\omega} + Q_{\vartheta_{\max}},$$

és

$$M_{\omega\vartheta_{\max}} = M_0 + M_{\omega} + M_{\vartheta_{\max}}.$$

Megjegyzés: Lehet az előbb felsorolt eseteket összevontan is tárgyalni. Ilyenkor a deformációs egyenletek

$$BQ + FM + K = 0,$$

$$HQ + JM + L = 0;$$

$$K = K_0 + K_{\omega} + K_{\vartheta}$$

alakúak és megoldásuk

$$Q = \frac{FL - JK}{BJ - FH},$$

$$M = \frac{HK - BL}{BJ - FH}.$$

Itt értelemszerűen kell K értékét a kívánt állapotnak megfelelően helyettesíteni, azaz a kérdéses ω , illetve ϑ értéket használva.

III. A rugóállandók meghatározása

A rugóállandók meghatározására a 4. ábrán vázolt rendszert mutatjuk be példaként.

1. A gyűrű

A gyűrű egy pontjának elmozdulása sugárirányban ω szögsebesség esetén [5]:

$$y_{gc} = \frac{D_o}{2} \varepsilon = \frac{D_o}{2} \frac{\sigma}{E_g} = \frac{D_o}{2E_g} \mu_g \left(\frac{D_o}{2} \right)^2 \omega^2 = c_{gc} \omega^2,$$

amelyből

$$c_{gc} = \frac{D_o^3 \mu_g}{8E_g},$$

ahol E_g a rugalmassági tényező, μ_g a sűrűség.

A gyűrű egy pontjának elmozdulása Z számú rúddal számolva, rudanként Q erő esetén [5]:

$$y_{gQ} = \frac{D_o}{2} \varepsilon = \frac{D_o}{2} \frac{\sigma}{E_g} = \frac{D_o}{2E_g} \frac{D_o q}{2v} = \frac{D_o^2}{4E_g v} \frac{Z Q}{D_o \pi b} = c_{gQ} Q.$$

Itt a gyűrűt terhelő Q erőket a gyűrű $D_o \pi b$ felületén egyenletesen megoszló

$$q = \frac{Z Q}{D_o \pi b}$$

erőrendszerrel helyettesítettük. Tehát,

$$c_{gQ} = \frac{Z D_o}{4 \pi E_g b v}.$$

Az M nyomaték nem okoz sugárirányú elmozdulást a gyűrű súlypontjában,

$$c_{gM} = 0.$$

A centrifugális erőnek megfelelően a gyűrű keresztmetszete nem fordul el, tehát

$$\gamma_{gc} = 0.$$

Szimmetria miatt a Q erőrendszer okozta szögelfordulás is zérus, így

$$\gamma_{gQ} = 0.$$

A gyűrű elfordulása az M nyomaték hatására [6]:

$$\varphi_{gM} = \frac{3ZD_o M}{\pi E_g b^3 v} = \gamma_{gM} M,$$

vagyis

$$\gamma_{gM} = \frac{3ZD_o}{\pi E_g b^3 v}.$$

2. A rúd

A rúd egy pontjának elmozdulása ω szögsebességnél úgy számítható, mintha a rúdra

$$p = \mu_r \frac{D_k}{2} \omega^2 \frac{d^2 \pi}{4}$$

egyenletesen megoszló terhelés hatna [5]:

$$y_{rc} = \frac{p l^4}{8I E_r} = \frac{D_k l^4}{d^2 E_r} \mu_r \omega^2 = c_{rc} \omega^2,$$

ahol E_r a rugalmassági tényező és μ_r a sűrűség. Tehát

$$c_{rc} = \frac{D_k l^4 \mu_r}{d^2 E_r}.$$

A rugóállandókban szereplő l érték a rudak ún. redukált hosszát jelenti. Ezzel vesszük figyelembe azt, hogy a rúd effektív befogási keresztmetszete nem a lemezttest szélén, hanem attól beljebb helyezkedik el:

$$l = l_o - \frac{b}{2} + \psi d,$$

ahol ψ értéke mérések alapján szigetelés nélküli rudaknál: $\psi = 0,2 \div 0,5$; és szigetelt rudaknál: $\psi = 0,1 \div 0,3$.

A lemezttest sugárirányú deformációját elhanyagolhatjuk kicsisége miatt az y_{rc} -hez képest, azaz a rudak befogási helyének elmozdulásával nem számolunk. A rúdvégek elmozdulása Q erő hatására [5]:

$$y_{rQ} = \frac{Q l^3}{3I E_r} = \frac{64l^3 Q}{3\pi d^4 E_r} = c_{rQ} Q,$$

így

$$c_{rQ} = \frac{64l^3}{3\pi E_r d^4}.$$

A rúdvég elmozdulása M nyomaték hatására [5]:

$$y_{rM} = \frac{M l^2}{2I E_r} = \frac{32l^2 M}{\pi d^4 E_r} = c_{rM} M,$$

azaz

$$c_{rM} = \frac{32l^2}{\pi d^4 E_r}.$$

A rúdvég elfordulása a saját centrifugális erő hatására ω szögsebesség esetén [5]:

$$\varphi_{rc} = \frac{p l^3}{6I E_r} = \frac{4D_k l^3}{3d^2 E_r} \mu_r \omega^2 = \gamma_{rc} \omega^2,$$

ezzel

$$\gamma_{rc} = \frac{4D_k l^3 \mu_r}{3d^2 E_r}.$$

A rúdvég Q erő hatására történő szögelfordulása [5]:

$$\varphi_{rQ} = \frac{Q l^2}{2I E_r} = \frac{32 l^2 Q}{\pi d^4 E_r} = \gamma_{rQ} Q,$$

vagyis

$$\gamma_{rQ} = \frac{32 l^2}{\pi d^4 E_r}.$$

Végül a rúdvég M nyomaték hatására történő elfordulása [5]:

$$\varphi_{rM} = \frac{M l}{I E} = \frac{64lM}{\pi d^4 E} = \gamma_{rM} M,$$

tehát

$$\gamma_{rM} = \frac{64l}{\pi d^4 E}.$$

Ha a rúd nem körkeresztmetszetű, akkor a rugóállandók számítása termékszerszerűleg kissé módosul.

3. A gyűrű és a rúdrendszer illesztése

Szerelésnél mint láttuk, fedéssel vagy játékkal lehet a gyűrűt és a rúdrendszert illeszteni. Ilyenkor a rendszer elő van feszítve. Célszerű az előfeszí-

tést úgy meghatározni, hogy a legkedvezőtlenebb állapot során fellépő feszültséghez ellenkező előjellel adódjék hozzá. Mégpedig az y_{rg} -értékét úgy határozzuk meg, hogy a kényesebb elemben fellépő feszültség, a szerelési és az üzemi határértéknek megfelelő szélső értéket tekintve, abszolút értékben körülbelül azonos legyen.

Az y_{rg} szélső határát megszabja az, hogy a rúd szereléskor nem deformálódhat maradón. Ezért az y_{rg} értékét úgy választhatjuk meg, hogy a befogás helyén

$$\sigma_m \leq \sigma_F$$

értéknél nagyobb feszültség ne lépjen fel.

A hajlított tartókra érvényes összefüggés alapján a rúd szélső szálában fellépő feszültség (példaként körkeresztmetszetre)

$$\sigma_h = \frac{Q l_o d}{I} \frac{d}{2} \leq \sigma_m.$$

Ugyanekkor a rúd behajlása

$$y_{rg} = \frac{Q l_o^3}{3I E_r} = \frac{2\sigma_h}{l_o d} \frac{l_o^3}{3E_r} \leq \frac{l_o^3 \sigma_m}{1,5dE_r}.$$

IV. A feszültségek számítása

1. Feszültségek a gyűrűben

A Z számú rúdnak megfelelő sugárirányú q megoszló terhelés üzemben a III. 1. pont szerint számítható ki. Ennek ismeretében a feszültség, a 4. ábra jelölésével [5]:

$$\sigma'_g = \frac{D_o q}{D_k - D_b},$$

amelynek előjelét q előjele határozza meg.

M nyomaték hatására a kifordulásból számítható feszültség a szélső szálakban [6]:

$$\sigma''_g = \pm \gamma_{gM} M \frac{b}{D_o} E_g.$$

A gyűrű forgásból nyerhető feszültsége az egész keresztmetszetben [5]:

$$\sigma'''_g = \mu_g \left(\frac{D_o}{2} \right)^2 \omega^2.$$

Végül a redukált feszültség a legveszélyesebb pontban (az előjelektől függően a legkedvezőtlenebb esetet véve)

$$\sigma_g = \sigma'_g \pm \sigma''_g + \sigma'''_g.$$

2. Feszültségek a (körkeresztmetszetű) rúdban

a) Az 1 jelzésű helyen a Q erő hatásából adódó hajlító feszültség a szélső szálakban:

$$\sigma'_k = \pm \frac{32Ql_*}{\pi d^3},$$

ahol a 4. ábra szerint

$$l_* = l_o - 0,5b.$$

Az M nyomatékból származó hajlító feszültség a szélső szálakban:

$$\sigma'_r = \pm \frac{32M}{\pi d^3}.$$

A tehetetlenségi erőkből nyerhető terhelést III. 2. pontban megadott kifejezéssel számíthatjuk. Ennek megfelel az

$$M_p = \mu_r \left(\frac{D_k}{2} \right) \omega^2 \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{l_*^2}{2}$$

nyomaték a befogás helyén.

A szélső szálban fellépő hajlító feszültség:

$$\sigma'''_r = \pm \frac{2\mu_r D_k l_*^2 \omega^2}{d}.$$

A redukált feszültség (az előjeleket figyelembe véve)

$$\sigma_r = \pm \sigma'_r \pm \sigma''_r \pm \sigma'''_r.$$

b) A 2 jelzésű helyen a nyomatékból származó hajlító feszültség a szélső szálakban

$$\sigma_{rg} = \pm \frac{32M}{\pi d^3}.$$

Az egyes feszültségeket természetesen a legkritikusabb üzemiállapotnak megfelelően kell számítani, hogy a szilárdsági ellenőrzést elvégezhesük.

IRODALOM

1. LISKA: Villamosgépek V (Szerkezettan). Tankönyvkiadó, Budapest 1954.
2. BÁLINT: Aszinkron motorok kalickáinak szilárdsági méretezése. *Elektrotechnika* 1955.
3. LENGYEL: Különleges kalickás forgórészek tervezése. Mérnöki Továbbképző Intézet, Budapest 1955.
4. BRAMBILLA: Alcuni problemi relativi alla costruzione e al dimensionamento delle gabbie rotoriche dei motori asincroni. *L'Elettrotecnica* 1964.
5. MUTNYÁNSZKY: Szilárdságtan. Tankönyvkiadó, Budapest 1957.
6. Красовский: Вопросы прочности электрических машин. Изд. Академии Наук СССР, Москва 1951.