SZEMNAGYSÁGVIZSGÁLATI ADATOKNAK SZEMCSEELOSZLÁSI FÜGGVÉNYEKKEL VALÓ LEÍRÁSA

PETHŐ SZILVESZTER
A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM, MISKOLC

[Beérkezett 1965. május 20-án]

A dolgozat a három leggyakoribb, a Gaudin—Schumann, a Rosin—Rammler és a Kolmogorov szemnagyságeloszlási függvényekkel kapcsolatban annak eldöntésére nyújt útmutatást, hogy valamely adott szemnagyságeloszlást melyik függvény írja le leginkább. A bemutatott eljárás matematikai-statisztikai módszereken alapszik. Az említett szemnagyság-eloszlási függvények képe bizonyos diagramhálókon egyenes. A dolgozat nemcsak az említett egyenesek meghatározási módját, hanem a függvények állandóinak számítási módszerét is bemutatja. A módszer gyakorlati alkalmazását számpélda ismerteti.

1. A módszer ismertetése

Azon kérdést, hogy egy adott szemnagyságeloszlás melyik szemcse-eloszlási függvény képét követi leginkább, és mekkora az állandók értéke, grafikus úton döntik el: olyan koordinátarendszerekben ábrázolják a szemnagyságvizsgálat összetartozó értékeit, amelyekben a függvény képe egyenes, és azon szemnagyságeloszlási függvénnyel közelítik a tapasztalati szemnagyság-eloszlást, amely szerint a szemcsevizsgálati adatok a leginkább kerülnek egy egyenesre, s az állandókat erről az egyenesről olvassák le.

A kérdés egzaktabb eldöntése, továbbá az állandók legmegbízhatóbb értékének meghatározása, a mért és a függvény által meghatározott értékek közti különbségek négyzetes összege minimumának kiszámítása a korrelációs számítás módszereivel történik; az itt bemutatott módon a függvény linearizált formájából meghatározzuk a változók szórását és kovarianciáját, ezekből kiszámítjuk a korrelációs együtthatót, felírjuk az egyenes, majd a szemcse-eloszlási függvény állandóit, végül a standard eltérés nagyságát is bemutatjuk. Ezek az értékek a leggyakrabban használt szemcseeloszlási függvényeknél (Rosin—Rammler, Schumann—Gaudin és Kolmogorov) a következők lesznek.

A Rosin—Rammler-féle szemcseeloszlási függvény linearizált alakjában

$$\log\log\frac{100}{s_D} = b\log d - b\log a + \log\log e \tag{1}$$

b és a az ismert állandókat, d szemnagyságot és s_D a d szemnagyságnál durvább szemek súlyszázalékát jelöli [1]. A változók — $\log\log(100/s_D)$ és $\log d$ — szórásait, kovarianciáját a szemcsevizsgálati adatokból számítjuk,

$$s^2_{\log\log\frac{100}{s_D}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\log\log\frac{100}{s_{Di}} - \overline{\log\log\frac{100}{s_D}}\right)^2}{n-1}, \tag{2}$$

$$s^2_{\log d} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(\log d_i - \overline{\log d})^2}{n-1}, \tag{3}$$

$$s_{\log\log 100/s_D \log d} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\log\log\frac{100}{s_{Di}} - \overline{\log\log\frac{100}{s_D}}\right)(\log d_i - \overline{\log d})}{n-1} \tag{4}$$

szerint, ahol n jelenti a szemnagyságosztályok számát, s a felül húzott vízszintes vonásokkal a számtani átlagokat jelöltük. Ezen értékekkel a korrelációs együttható

$$\varrho_{RR} = \frac{s_{\log\log 100/s_D \log d}}{s_{\log\log 100/s_D}\, s_{\log d}}. \tag{5}$$

A korrelációs együttható abszolút értéke alapján döntjük el, hogy az adott szemcsevizsgálati adatok melyik szemcseeloszlási függvénnyel közelíthetők: a vizsgálatba bevont függvények közül azt tartjuk legmegfelelőbbnek, amelynél a korrelációs együttható (1)-et a legjobban megközelíti. Ha az egyenes egyenletének a szórások, a korrelációs együttható és az átlagok segítségével felírható alakját, azaz a

$$\begin{aligned} \log\log\frac{100}{s_D} &= \varrho_{RR}\frac{s_{\log\log 100/s_D}}{s_{\log d}}\log d + \overline{\log\log\frac{100}{s_D}} - \\ &- \varrho_{RR}\frac{s_{\log\log 100/s_D}}{s_{\log d}}\overline{\log d} = \tan\alpha\log d + c \end{aligned} \tag{6}$$

kifejezést összehasonlítjuk a linearizált formával, akkor a Rosin—Rammler-függvényben szereplő állandók számíthatók és azt kapjuk, hogy

$$b = \varrho_{RR}\frac{s_{\log\log 100/s_D}}{s_{\log d}} = \frac{s_{\log\log 100/s_D \log d}}{s^2_{\log d}} \tag{7}$$

és a

$$-b\log a + \log\log e = \overline{\log\log\frac{100}{s_D}} - \varrho_{RR}\frac{s_{\log\log 100/s_D}}{s_{\log d}}\overline{\log d}$$

egyenlőségből

$$\begin{aligned} a &= \operatorname{num}\log\left[\overline{\log d} + \frac{1}{b}\left(\log\log e - \overline{\log\log\frac{100}{s_D}}\right)\right] = \\ &= \operatorname{num}\log\left[\overline{\log d} - \frac{1}{b}\left(\overline{\log\log\frac{100}{s_D}} + 0{,}3622\right)\right]. \end{aligned} \tag{8}$$

A regressziós egyeneshez való szórást, a standard eltérést [3] az

$$S_{\log \log 100/D} = s_{\log \log 100/D} \sqrt{1 - \varrho_{RR}^2} \tag{9}$$

összefüggéssel számoljuk; a szemcsevizsgálatkor kapott és a fenti állandókkal rendelkező Rosin—Rammler-féle szemcseeloszlási függvénnyel számítható súlyszázalékok különbségeit pontról pontra határozhatjuk meg.

A Gaudin—Schumann-féle szemcseeloszlási függvény linearizált alakja (1)

$$\log s_F = \log 100 + b \log d - b \log A\,, \tag{10}$$

ahol $\log s_F$ és $\log d$ a változók, b és A az eloszlás állandói. A regressziós együttható a szórások és a kovariancia ismeretében

$$\varrho_{GS} = \frac{s_{\log \log s_F \log d}}{s_{\log s_F}\, s_{\log d}}\,. \tag{11}$$

Az egyenes egyenlete a szemcsevizsgálati adatokból:

$$\log s_F = \varrho_{GS} \frac{s_{\log s_F}}{s_{\log d}} \log d + \overline{\log s_F} - \varrho_{GS} \frac{s_{\log s_F}}{s_{\log d}} \overline{\log d}\,. \tag{12}$$

A (10)-nek a (12)-vel történő összehasonlításával az állandókra meg azt kapjuk, hogy

$$b = \varrho_{GS} \frac{s_{\log s_F}}{s_{\log d}} = \frac{s_{\log s_F \log d}}{s_{\log d}^2}\,, \tag{13}$$

és a

$$\log 100 - b \log A = \overline{\log s_F} - \varrho_{GS} \frac{s_{\log s_F}}{s_{\log d}} \overline{\log d}$$

egyenlőségből

$$A = \operatorname{num} \log \left[\overline{\log d} + \frac{1}{b} (2 - \overline{\log s_F}) \right]. \tag{14}$$

A Kolmogorov-féle (lognormális) szemcseeloszlási függvény képe akkor egyenes, ha az ordinátán kumulatív súlyszázalékok valószínűségi léptékkel, az abszcisszán pedig a szemnagyságok logaritmusai szerepelnek. A valószínűségi léptékkel arányos értékeket a

$$\Phi(u_p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{-\frac{u^2}{2}}\, du$$

standard normális eloszlás táblázatból vehetjük; a szemcsevizsgálati adatokból számítható kumulatív súlyszázalékok százzal osztott értékeihez a megfelelő

I. táblázat

Szemnagyságvizsgálati adatok és összehasonlításuk a szemcseeloszlási függvényekkel

Csokor	mm	Súly, %	Kum. súly, %		$100\left(\frac{d}{10,235}\right)^{0,6135}$		$100\exp\left(-\frac{d}{4,074}\right)^{0,805}$		$\frac{100}{\sqrt{2\pi}\cdot 0,7225d}\int_{-\infty}^{\log d}\exp\left[-\frac{(\log d-0,314)^2}{2\cdot 0,7225^2}\right]dd$	
			s_D	s_F	s_F	Diff.	s_D	Diff.	s_F	Diff.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
—	13,3	0	0	100,1	117,6	+17,5	—	—	—	—
—	9,4	3,5	3,5	96,5	95,1	—1,4	14,0	+10,5	81,9	—14,6
3	6,7	15,5	19,0	81,1	77,0	—4,1	22,6	+3,6	76,0	—5,1
4	4,7	17,4	36,4	63,7	62,0	—1,7	32,6	—3,8	69,0	+5,3
6	3,3	12,0	48,4	51,7	50,1	—1,6	42,8	—5,6	61,3	+9,6
8	2,4	9,1	57,5	42,6	40,7	—1,9	52,5	—5,0	53,3	+10,7
10	1,7	9,2	66,7	33,4	32,7	—0,7	64,9	—1,8	44,7	+11,3
14	1,2	6,3	73,0	27,1	26,5	—0,6	69,4	—3,6	36,6	+9,5
20	0,83	5,4	78,4	21,7	21,6	—0,1	75,4	—3,0	29,6	+7,9
28	0,59	4,3	82,7	17,4	17,4	0	81,0	—1,7	22,5	+5,1
35	0,42	3,1	85,8	14,3	14,0	—0,3	85,3	—0,5	16,8	+2,5
48	0,30	2,9	88,7	11,4	11,4	0	88,6	—0,1	12,1	+0,7
65	0,21	2,4	91,1	9,0	9,2	+0,2	91,3	+0,2	8,4	—0,6
100	0,15	1,9	93,0	7,1	7,4	+0,3	93,3	+0,3	5,7	—1,4
150	0,10	1,2	94,2	5,9	6,0	+0,1	94,9	+0,7	3,6	—2,3
200	0,074	1,1	95,3	4,8	4,9	+0,1	96,1	+0,8	2,3	—2,5
200	—	4,8	100,1	0	—	—	—	—	—	—
		100,1		Regressziós módszerrel	absz. eltérések összege	30,6		41,2		89,1
					szórásnégyzet	22,3		15,9		57,2
				Grafikus úton	absz. eltérések összege	29,5		75,3		
					szórásnégyzet	35,6		92,4		

u_p abszcissza értékeket a táblázatból kikeressük. A szórások és a kovariancia kiszámítása után a regressziós együtthatót a

$$\varrho_K = \frac{s_{u_p \log d}}{s_{u_p s \log d}} \tag{15}$$

képlet szerint, az egyenes egyenletét pedig az

$$u_p = \varrho_K \frac{s_{u_p}}{s_{\log d}} \log d + \overline{u_p} - \varrho_K \frac{s_{u_p}}{s_{\log d}} \overline{\log d} \tag{16}$$

összefüggés szerint írhatjuk fel. Ezen egyenletből az

$$s_F = \frac{100}{\sqrt{2\pi}\,\sigma d} \int_{-\infty}^{\log d} \exp\left[-\frac{(\log d - m)^2}{2\sigma^2}\right] dd$$

Kolmogorov-féle szemcseeloszlási függvényben szereplő σ és m állandókra ($u_p = 1$ és 0 helyettesítése, s az így kifejezhető log d-k kivonása, ill. $u_p = 0$ helyettesítése révén) azt kapjuk, hogy

$$\sigma = \frac{s_{\log d}}{\varrho_K s_{u_p}} = \frac{1}{\tan\alpha} \tag{17}$$

$$m = \overline{\log d} - \overline{u_p} \frac{s_{\log d}}{\varrho_K s_{u_p}} = \overline{\log d} - \frac{1}{\tan\alpha} \overline{u_p}. \tag{18}$$

2. Példa a módszer alkalmazására

Az ismertetett módszer és a bemutatott összefüggések alkalmazását az I. táblázat első öt oszlopában szereplő szemnagyságvizsgálati adatokra mutatjuk be. (A szemnagyságvizsgálati adatokat az [1] és [2] művek megjelölt helyeiről vettük át.)

A II. táblázatban a Rosin—Rammler-féle szemcseeloszlási függvényre vonatkozó szórások és a kovariancia kiszámítását látjuk. A táblázat 5., 6. és 7. oszlopainak értékeit számológéppel számoltuk úgy, hogy a megfelelő szorzatokat a számológépen összegeztük.

A III. táblázatban a Kolmogorov-féle szemnagyságeloszlásra találjuk meg a szórások és a kovariancia számítását. A táblázat 1. oszlopában az u_p értékek szerepelnek az s_F súlyszázalékok alapján. Az első sorban a 4,8%-hoz tartozó $u_p = -1{,}6650$ értéket látjuk, melyet a standard normális eloszlás táblázatából kerestük ki úgy, hogy a $\Phi(u_p) = 1 - 4{,}8/100 = 0{,}952$-höz tartozó u_p-t negatív előjellel vettük. Ha $s_F > 50\%$, akkor u_p pozitív előjelű. A következőkben a szórások és a kovariancia kiszámításának egy kevesebb munkával járó módját mutatjuk be: a megfelelő összefüggések, melyeket az (1), (2) és (3) képletek kifejtése révén nyerhetünk, a táblázat alján megtalálhatók. Ezen összefüggések alkalmazásával a II. táblázat 3. és 4. oszlopában szereplő kivonásokat nem kell elvégeznünk [3].

A IV. táblázatban mindhárom szemcseeloszlási függvényre megtaláljuk a szórások és kovariancia, a regressziós együttható és a regressziós egyenes állandóit, továbbá a standard eltérés és az eloszlásfüggvények állandóinak értékét. Az adott szemcseeloszláshoz a legnagyobb regressziós együtthatót a Gaudin—Schumann-féle szemnagyságeloszlási függvénnyel való közelítés révén kapjuk, $\varrho_{GS} = 0{,}9991$, s ennek megfelelően a standard eltérés is ennél a függvénynél a legkisebb. (Az $s_{\log d}$ a Rosin—Rammler-féle és a lognormális függvénynél

II. táblázat

Szórások és a kovariancia számítása a Rosin—

	$\log\log \frac{100}{s_D}$	$\log d$	$\log\log \frac{100}{s_D} - \overline{\log\log \frac{100}{s_D}}$	$\log d - \overline{\log d}$
	1.	2.	3.	4.
	0,1631	0,9742	1,0803	1,0535
	—0,1419	0,8248	0,7753	0,9041
	—0,3576	0,6720	0,5596	0,7513
	—0,5016	0,5221	0,4156	0,6014
	—0,6192	0,3733	0,2986	0,4526
	—0,7550	0,2177	0,1622	0,2970
	—0,8642	0,0674	0,0530	0,1467
	—0,9759	—0,0740	—0,0587	0,0053
	—1,0841	—0,2299	—0,1669	—0,1506
	—1,1772	—0,3799	—0,2600	—0,3006
	—1,2848	—0,5302	—0,3676	—0,4509
	—1,3915	—0,6819	—0,4743	—0,6026
	—1,5031	—0,8327	—0,5859	—0,7534
	—1,5850	—0,9830	—0,6678	—0,9037
	—1,6799	—1,1308	—0,7627	—1,0515
Összeg	—13,7579	—1,1900		
Átlag	—0,9172	—0,0793		

III. táblázat

Szórások és a kovariancia rövidített számítási módjának

	u_p	$\log d$	Σu_p^2
	1.	2.	3.
	—1,6650	—1,1308	
	—1,5633	—0,9830	
	—1,4685	—0,8327	
	—1,3406	—0,6819	
	—1,2055	—0,5302	
	—1,0667	—0,3799	
	—0,9385	—0,2299	
	—0,7823	—0,0740	
	—0,6097	—0,0674	
	—0,4289	+0,2177	
	—0,1867	+0,3733	
	+0,0426	+0,5221	
	+0,3505	+0,6720	
	+0,8815	+0,8248	
	+1,8114	+0,9742	
Összeg	—8,1697	—1,1900	20,992240
Átlag	—0,5446	—0,0793	$s_{u_p}^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} u_{pi}^2 - n\overline{u}_p^2\right) = 0,96982$

Rammler eloszlásfüggvénnyel kapcsolatban

$\Sigma\left(\log\log\frac{100}{s_D}-\overline{\log\log\frac{100}{s_D}}\right)^2$	$\Sigma(\log d-\overline{\log d})^2$	$\Sigma\left(\log\log\frac{100}{s_D}-\overline{\log\log\frac{100}{s_D}}\right)(\log d-\overline{\log d})$
5.	6.	7.
4,201874	6,337413	5,101668
$s^2_{\log\log 100/s_D}=\frac{4{,}201874}{14}=$ $=0{,}30013$	$s^2_{\log d}=\frac{6{,}337413}{14}=$ $=0{,}45267$	$s_{\log\log 100/s_D\ \log d}=\frac{5{,}101668}{14}=$ $=0{,}36441$

bemutatása a Kolmogorov eloszlásfüggvénnyel

$\Sigma(\log d)^2$	$\Sigma\, u_p \log d$
4.	5.
7,431740	9,419054
$s^2_{\log d}=\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}(\log d_i)^2-n\,\overline{\log d^2}\right]=0{,}45267$	$s_{u_p\log d}=\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n}u_{pi}\log d_i-n\bar{u}_p\overline{\log d}\right)=$ $=0{,}6265$

IV. táblázat

Az eloszlásfüggvények szórásai és állandói

Szórások és állandók		Gaudin—Schumann	Rosin—Rammler	Lognormális
1.		2.	3.	4.
s_y		$s_{\log s_F} = 0{,}440$	$s_{\log\log \frac{100}{s_D}} = 0{,}548$	$s_{u_p} = 0{,}984$
s_x		$s_{\log d} = 0{,}716$	$s_{\log d} = 0{,}673$	$s_{\log d} = 0{,}673$
s_{yx}		$s_{\log s_F \log d} = 0{,}315$	$s_{\log\log \frac{100}{s_D} \log d} = 0{,}364$	$s_{u_p \log d} = 0{,}627$
ϱ		0,9991	0,988	0,945
Regressziós egyenes állandói	$\tan \alpha$	0,613	0,805	1,384
	c	1,380	−0,911	−0,435
Standard eltérés		0,019	0,085	0,322
Eloszlásfüggvény		$b = 0{,}613$	$b = 0{,}805$	$\sigma = 0{,}7225$
		$A = 10{,}235$	$a = 4{,}074$	$m = 0{,}314$

ugyanaz — 0,673 —, a Gaudin—Schumann-féle eloszlásnál az $s_{\log d}$ ettől eltér, mivel itt a szórások számításánál a $d = 13{,}3$ és $s_F = 100{,}1$ értékeket is figyelembe vettük.) A szemnagyságvizsgálati adatok a lognormális eloszlást követik legkevésbé, a regressziós együttható 0,945.

A szemcseeloszlási függvények állandóival az I. táblázatban kiszámítottuk a megfelelő súlyszázalékokat, s ezeknek a vizsgálati adatokból számítható súlyszázaléktól való eltéréseit [1, 2]. A táblázatban ezenkívül még megtaláljuk az abszolút eltérések összegét és az eltérések szórásnégyzetét; ezek az értékek természetesen annál kisebbek, minél nagyobb a regressziós együttható. — Érdekes összehasonlítást tehetünk, ha az abszolút eltérések összegét és a szórásnégyzeteket összehasonlítjuk a grafikus úton szerkesztett egyenesekből számítható értékekkel. TAGGART munkájában ugyanis a Schumann—Gaudin és a Rosin—Rammler szerinti koordinátarendszerben megrajzolt egyenesek állandóival (ezek az állandók $A = 9{,}5$, $b = 0{,}623$. ill. $a = 6{,}3$ és $b = 0{,}625$ a 10,2, 0,614, 4,1 és 0,805 helyett) a megfelelő súlyszázalékok és súlyszázalék differenciák megtalálhatók, s ezen differenciák alapján az abszolút eltérések összegét és a szórásnégyzeteket az I. táblázat utolsó két sorában összehasonlítás céljából kiszámítottuk.

Az V. táblázatban a megfelelő állandókkal a legfontosabb statisztikai jellemzőket — az átlagos szemnagyságot vagy várható értéket, az átlagos szemnagyság szórásnégyzetét, a leggyakoribb szemnagyságot vagy móduszt és az 50%-os szemnagyságot vagy mediánt — találjuk kiszámítva; A Schumann—Gaudin- és Rosin—Rammler-féle függvények esetében a grafikus úton kiértékelt állandókkal számított matematikai statisztikai jellemzőket is kiszámítottuk. Ezek a megfelelő oszlopok második soraiban találhatók meg. A táblázat első oszlopában a szemcsevizsgálati adatokból közvetlenül számítható statisztikai jellemzők szerepelnek. A táblázatban feltüntettük azokat az összefüggéseket is, melyekkel az egyes

V. táblázat

Matematikai statisztikai jellemzők

Statisztikai jellemzők	Szemcsevizsgálati adatokból	Schumann—Gaudin eloszlásból	Rosin—Rammler eloszlásból	Lognormális eloszlásból
1.	2.	3.	4.	5.
Átlagos szemnagyság vagy várható érték	$\frac{\sum_{i=1}^{n} s_i d_i}{100} = 3{,}781$	$\frac{b}{b+1} A = 3{,}897$ 3,647	$a \frac{1}{b} ! = 4{,}596$ 9,006	$e^{m+\frac{\sigma^2}{2}} = 1{,}777$
Szórásnégyzet	$\frac{1}{n-1}\left[\frac{\sum_{i=1}^{u} s_i d_i^2}{100} - n\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} s_i d_i}{100}\right)^2\right] =$ $= 9{,}178$	$\left[\frac{b}{b+2} - \left(\frac{b}{b+1}\right)^2\right] A^2 = 9{,}449$ 8,137	$a^2\left[\frac{2}{b} ! - \left(\frac{1}{b} !\right)^2\right] = 33{,}112$ 226,757	$e^{2m+\sigma^2}(e^{\sigma^2} - 1) = 21{,}645$
Leggyakoribb szemnagyság vagy módus	0—0,074 mm között $\left(\frac{4{,}8}{0{,}074} = 64{,}9\%/\text{mm a max. gyak.}\right)$	0 (vagy ∞)	$a \sqrt[b]{\frac{b-1}{b}} = \text{imag.}$	$m = 0{,}314$
50%-os szemnagyság vagy medián	3,215	$\frac{A}{\sqrt[b]{2}} = 3{,}304$ 3,123	$a \sqrt[b]{0{,}69315} = 2{,}584$ 3,505	$m = 0{,}314$

statisztikai jellemzők értékei kiszámíthatók. (Ezek a statisztikai jellemzők pl. a [4—6] munkákban megtalálhatók).

A táblázatok megfelelő adataiból (súlyszázalék differenciák, abszolút eltérés, szórásnégyzet, átlagos szemnagyság stb.) arról győződhetünk meg, hogy a Schumann—Gaudin-féle eloszlásfüggvénnyel írhatjuk le legjobban a kiválasztott szemnagyságvizsgálati adatokat, tehát azzal a függvénnyel, melyre vonatkozóan a korrelációs együttható a legnagyobb volt. Az eredményekből azt is látjuk, hogy a szemcseeloszlási függvényekkel számítható súlyszázalékok és statisztikai jellemzők annál inkább eltérnek a mérési eredményektől s az ezekből számítható statisztikai értékektől, minél kisebb az illető függvénnyel kapcsolatban a korrelációs együttható értéke. (Pl. az átlagos szemnagyságok a vizsgálati adatokból számítható átlagos szemnagyságok

$$\frac{3{,}897}{3{,}781}100 = 103\%, \quad \frac{4{,}596}{3{,}781}100 = 121\% \quad \text{és} \quad \frac{1{,}777}{3{,}781}100 = 47\%$$

a csökkenő korrelációs együtthatók sorrendjében.) Ha a mérési eredmények összetartozó értékpárjai igen jól meghatározzák az egyenest, akkor a grafikus úton kiértékelt állandókkal számolható súlyszázalékok és statisztikai jellemzők természetesen alig különböznek az eredeti adatoktól, ill. a regressziós módszerrel meghatározható értékektől. Kisebb korrelációs együttható esetén viszont elég nagy a tévedés lehetősége. (Pl. az utolsó táblázat adataival a Schumann—Gaudin-féle eloszlás esetében a statisztikai jellemzők különbségei 3,897 — 3,781 = = 0,116, 9,449 — 9,178 = 0,271 és 3,304 — 3,215 = 0,089, ill. 3,781 — 3,647 = 0,134, 9,178 — 8,137 = 1,041 és 3,215 — 3,123 = 0,092; Rosin—Rammler-féle eloszlás esetében pedig 4,596 — 3,781 = 0,815, 33,112 — 9,178 = 23,934 és 3,215 — 2,584 = 0,631, ill. 9,006 — 3,781 = 5,225, 226,757 — 9,178 = 217,579 és 3,505 — 3,215 = 0,290). Ezért a felvetett kérdésnek — a szemcsevizsgálati adatoknak a legmegfelelőbb függvénnyel való leírásának, a szemnagyságeloszlási függvényben szereplő állandók legvalószínűbb értéke meghatározásának — egzakt eldöntésére a bemutatott módszer a grafikus módszernél alkalmasabb, utóbbinál ui. a legmegfelelőbb függvény megkeresésekor még nehézséget okoz az a körülmény, hogy az ordinátán az egyes szemcseeloszlási függvények esetében más-más értékek (loglog $100/s_D$ log s_F és valószínűségi skála) szerepelnek.

IRODALOM

1. TARJÁN G.: Ércelőkészítéstan. Tankönyvkiadó, Budapest 1964; 71.
2. TAGGART, A. F.: Handbook of Mineral Dressing. John Wiley & Sons Inc., New York, 1948, 19—147.
3. FORRAI S.—PATVAROS J.: Anwendung der linearen Korrelationsrechnung im Bergbau. *Mitteilungen der technischen Universität für Schwerindustrie*, Miskolc 1964, 55—81.
4. BEKE B.: Aprításelmélet. Szilikátkémiai Monográfiák IV. Akadémiai Kiadó, Budapest 1963.
5. BATEL, W.: Korngrößenmesstechnik, Springer-Verlag, Berlin /Göttingen/Heidelberg 1960.
6. HERDAN, G.: Small Partide Statistics. Butterworth, London/ Toronto/ Sydney/ Wellington/ Durban 1960.