ÚJ MÓDSZER A SZÖVETGEOMETRIÁBAN

MÉSZÁROS LAJOS
NEHÉZVEGYIPARI KUTATÓ INTÉZET

[Beérkezett 1965. november 8-án]

A szakirodalomból ismert Peirce-féle alapösszefüggésekben alapvető szerepet játszik a fonalkereszteződési szög, amelynek megválasztására semmiféle támpontunk sincs, és így ezeknek az összefüggéseknek az alkalmazása kifejezetten csak közelítésjellegű lehet. Ezért volt szükséges ennek a szögnek a szerepét más, egyszerűbben kezelhető, gyakorlatilag használható új paraméter bevezetésével helyettesíteni. Az új paraméter a kitöltési, ill. fedőtényezők függvényében közvetlenül meghatározható. Az új paraméter alapján a vászonkötésre új alapegyenleteket lehetett felírni. Segítségükkel lehetővé válik a vászonkötésű szövetek szerkezeti felépítés szerinti csoportosítása, és a szövet vastagságának, továbbá a beszövődés méreteinek egzakt meghatározása. A hajlatmagasság és a beszövődések között is a Peirce-féle közelítő összefüggések helyett egzakt összefüggések adódnak. Ennek alapján előre megadott négyzetmétersúlyú vászonkötésű szövetek tervezése lehetséges.

I. Bevezetés

A szöveteket rendszerint úgy készítik, hogy azok tulajdonságai bizonyos követelményeket (m^2—súly, szerkezet, fogás és esztétikai megjelenés) kielégítsenek úgy, hogy a használati célnak is lehető legjobban megfeleljenek. A szövetek jellegét túlnyomórészt azok felépítési tényezői: a fonalak sűrűsége, finomsági száma, beszövődése, kereszteződés-száma és hajlatmagassága határozza meg, mely utóbbi a szövet vastagságára nézve ad útbaigazítást. A szövetszerkezet geometriai felépítésében beállott változás módosítja, vagy legalábbis módosíthatja a szövet egyes használati tulajdonságait. Ezért válik aztán lehetővé a szövetgeometriai elvek alkalmazásával olyan szövetek tervezése, amelyek a kívánt célnak inkább megfelelnek.

A szövetszerkezeteknek gyakorlati, tehát könnyen mérhető (pl. m^2—súly, szélesség stb.) jellemzőin kívül lényegesen nehezebb pl. a szövet vastagságának mérése. Ez a szövet szerkezeti adottságaitól függő összetett tényező, amelyhez meg kell határozni a fonalak hajlatát és hullámmagasságát. Ezzel foglalkozik Peirce F. T. [1]. Véleménye szerint a fonalak elhelyezkedése a szövetben a beszövődésüktől függ, amelynek ismeretében a szövet elméleti vastagsága is adott. A szövetszerkezeteket vastagsága szerint legelőször Novikov [2] osztályozta. Módszere azonban nem terjedt el, mert a szöveteket nem lehet csupán kilenc osztályba sorolni. A szövetek vastagságát a lánc- és vetülékfonalak különböző hajlítási módjai határozzák meg. A fonalhajlatok magasságának számítására SZMIRNOV V. I. [3] adott egzakt összefüggéseket. Képleteit nyitott szövetekre is ki akarta terjeszteni. Ennek téves voltára azonban SZTRJÁKOV N. [4] hívta fel SZMIRNOV figyelmét.

PEIRCE elméletét a geometriai módszerrel dolgozta ki. Alapegyenleteit e cikk II. fejezete tartalmazza. Ezek hátrányai, hogy azokban a fonalkereszteződési szög szerepel, amelynek megválasztására semmiféle támpontunk sincs (pl. milyen szempont szerint kellene a Θ-t megválasztani cipővászonszövet esetében).

A fonalkereszteződési szög és a fedőtényező között ALPÁR B. [5] keresett összefüggéseket vászonkötésű szöveteknél, amelyeket azután szőhetőség szerint osztályozott. Szőhetőségi határokat, a fonal fajsúlyából kiindulva DICKSON J. B. [6] adott. Újabban KEMP A. [7] és HAMILTON B. [8] a fonaldeformációk figyelembevételével alkalmazzák a Peirce-féle alapegyenleteket. Nem vászonkötésű szövetek esetében is, a fonaldeformációkat WIECHMANN W. [9] vette számításba. Geometriai meggondolásokból indult ki a fonalsűrűségek számításainál, azonban lényegében BON [10] összefüggéseit alkalmazza. A fedőtényezőkkel kapcsolatos Peirce-féle egyenletet „jammed" (zárt) szerkezetű, nemcsak vászonkötésű egyszerű szövetek fonalsűrűségeinek meghatározására LOVE L. [11] terjesztette ki. A beszövődések számítására (a fonaldeformációk figyelembevételével) közelítő összefüggéseket közölt.

A fonalkereszteződési szöget, alapjában véve LOVE L. sem küszöbölte ki a Peirce-féle alapegyenletekből. Éppen ezért a fonalkereszteződési szög kiküszöbölésének problémáját, mint egyik legfontosabb célt tartva szem előtt, olyan új összefüggéseket kell keresni, amelyek nemcsak a szigorúan geometriai követelményeket elégítik ki tökéletesen, hanem a szövet szerkezetét több szempontból hiánytalanul jellemző szövetkitöltési tényezővel (ill. szövet-fedőtényezővel) is kapcsolatba hozzák.

A fonal- és szövetkitöltési tényezők közötti kapcsolat vizsgálata terén HAJÓS I. [12] ért el újabb eredményeket és közölt grafikus összefüggéseket.

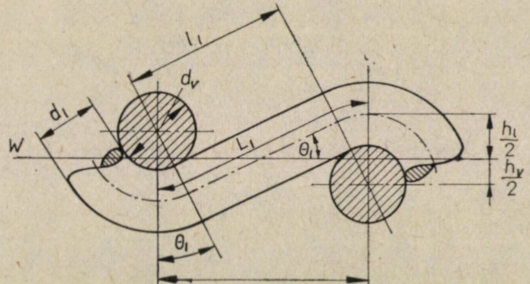
A problémafelvetésben keresett új alapegyenleteket a III. fejezet tartalmazza. Ezekben a fonalszakaszok nem mérhető új paramétereket jelentenek. Az új paraméterekkel kapcsolatosan ZILAHI M. [13] a következő kérdést vetette fel bírálatában: Hogyan lehet ezek használatát indokolttá tenni és egyáltalában bevezetésüknek bármilyen előnyét kimutatni.

A felvetett kérdésre a IV., V. és VI. fejezetben válaszolunk, míg bevezetésüknek teljes előnyeit a VII. fejezetben beszövődések egzakt meghatározásaiban és a VIII. fejezetben előre megadott m^2—súlyú vászonkötésű szövetek tervezésében domborítjuk ki. A IX. fejezetben a Peirce-féle beszövődést kifejező közelítő összefüggések helyett az egzakt kapcsolatokat mutatjuk meg, amelyek a bevezetett új paraméter értékek egy speciális esetében adódnak.

Az elmondottakból következik, hogy a levezetett összefüggések és törvényszerűségek általában csupán vászonkötésű szövetekre érvényesek. Hatásuk azonban kiterjed az egyszerű szövetekre is, de már nem az összetettekre, vagyis a bélelt, ill. kettős szövetekre.

II. Peirce-féle alapegyenletek

A fonalak a szövetben hullámszerűen helyezkednek el. A hullámosságot vagy beszövődést főképpen a lánc- és a vetülékfonalrendszer sűrűségi viszonyai határozzák meg. A fonalsűrűség változásával változik a beszövődés is, amely a szövet vastagságát, fedettség, hő-, lég- és vízáteresztőképességét, általában a szövet használati tulajdonságait befolyásolja. Ez volt az oka annak, hogy



1. ábra. Vászonkötés szerkezeti eleme

Jelmagyarázat: S_l, ill. S_v a lánc-, ill. vetüléksűrűség 10 cm-re vonatkoztatottan; d_l, ill. d_v a lánc-, ill. vetülékfonal átmérője [mm]; t_l, ill. t_v a lánc-, ill. vetülékfonalak egymástól mért távolsága [mm]; w a Peirce-féle szövettengely; θ_l, ill. θ_v a lánc-, ill. vetülékfonal tengelyének a szövettengellyel bezárt szöge; h_l, ill. h_v a lánc- és vetülékfonal tengelyeinek a szövettengelytől merőleges irányú elmozdulás, a hullám magassága [mm]; $D = d_l + d_v$ a szövet vastagsági paramétere [mm]; L_l, ill. L_v a két szomszédos vetülékfonal, ill. láncfonal keresztmetszete között haladó láncfonaldarabka, ill. vetülékfonaldarabka; l_l, ill. l_v a két szomszédos vetülékfonal, ill. láncfonal keresztmetszete között haladó láncszakasz, ill. vetülékszakasz; $d = d_v/d_l$ átmérő viszonyszám; $b_l = L_l/t_v - l$ a láncbeszövődés; $b_v = L_v/t_l - l$ a vetülékbeszövődés.

F. T. Peirce [1] kapcsolatot keresett a fonalsűrűség és a hullámmagasság, ill. a beszövődés között. Számításait tisztán geometrikus alapon végezte el, a következők feltételezésével: a fonal homogén, körkeresztmetszetű hengeres; a fonalak tökéletesen hajlékonyak és a szövetben deformációmentesek; a feldolgozás során a fonal anyagában és tömöttségében változatlan marad.

A szövet legkisebb szerkezeti elemét az 1. ábra mutatja.

A Peirce-féle alapegyenletek a következők: az 1. ábrából kiolvashatóan *két szomszédos* (például vetülék) *keresztmetszet távolsága:*

$$t_v = D \sin \Theta_l + (L_l - D\Theta_l) \cos \Theta_l . \tag{1}$$

A lánc hullámmagassága pedig:

$$h_l = (L_l - D\Theta_l) + D(1 - \cos \Theta_l) . \tag{2}$$

A szövet vastagsági paramétere Peirce szerint kifejezhető úgy is, hogy

$$D = h_l + h_v, \tag{3}$$

amit később SZMIRNOV [14] is bizonyított. A *szövet vastagsága*

$$v_l = h_l + d_l. \tag{4}$$

Az (1)—(4) egyenletek a Peirce-féle alapegyenletek. Segítségükkel a szövet legkisebb szerkezeti elemének méreteit meghatározhatjuk.

Az (1) és (2) egyenletekben a fonaltengelynek a szövettengellyel bezárt szöge Θ_1 szerepel, amelyet sem mérni nem lehet, sem pedig azzal számolni nem célszerű. Ezért PEIRCE a Θ_1 kiküszöbölése céljából az (1) alattiakat Taylor-sorba fejtette és a sor néhány tagját figyelembe véve kapta, hogy

$$t_v = L_l - \frac{4L_l\Theta_l^2}{2} + \frac{D \cdot \Theta_l^3}{2} - \ldots .$$

Ezt behelyettesítve a láncbeszövődés képletébe, írhatjuk:

$$b_l = \frac{L_l \dfrac{\Theta_l^2}{2} - D\dfrac{\Theta_l^3}{3} + \ldots}{L_l - L_l \cdot \dfrac{\Theta_l^2}{2} + D \cdot \dfrac{\Theta_l^3}{3} - \ldots} .$$

Ha Θ_1 kicsiny, akkor PEIRCE elegendőnek tartja csupán a sorbafejtés első tagjának figyelembevételét, tehát

$$\Theta_l = \sqrt{2b_l}. \tag{5}$$

A hullámmagasság kifejezése céljából sorbafejtve a (2) egyenletet is és annak első tagját véve figyelembe írható, hogy:

$$h_l = L_l \Theta_l.$$

Ezt egybevetve az (5) alattiakkal adódik, hogy:

$$h_l = t_v \sqrt{2b_l}. \tag{6}$$

PEIRCE így nyert közelítő összefüggést a fonalsűrűség, beszövődés és hajlatmagasság között, amely utóbbi a szövet vastagságát határozza meg (4) szerint.

PEIRCE a (6) összefüggését a nagyobb mértékű elhanyagolások miatt korrigálta, mivel nem tartotta elég jó megközelítő értéket adónak. Szellemes gyakorlati módszereket is talált a szövetgeometriai kapcsolatok és a Θ_l mérőeszközökkel történő meghatározására, ezek gyakorlati használatát azonban nem javasolta.

A fonal geometriai tengelyének a szövettengellyel bezárt Θ szöge igen fontos tényező, mert segítségével, ennek ismeretében a szövetszerkezeti jellemzőket egzakte meghatározhatjuk. Ezért olyan megoldást feladat keresni, amely lehetővé teszi a Θ-val történő számolást, vagy azt mellőzi a számításokból. PEIRCE szerint a fonalhajlásszögét Θ-t nem lehet kiküszöbölni „algebrailag" a számításokból. Kimutatjuk, hogy ez lehetséges a lánc, ill. vetülékszakasz segítségével.

III. A vászonkötés új alapegyenletei

Az 1. ábra alapján a két szomszédos vetülékkeresztmetszet között haladó l_l láncszakasz hossza:

$$l_l = L_l - D\Theta_l. \tag{7}$$

Ennek alapján a *láncfonalak* helyzetére vonatkozóan a Peirce-féle alapegyenleteket a következő alakba írhatjuk.

$$t_v = D\sin\Theta_l + l_l\cos\Theta_l \tag{8}$$

és

$$h_l = l_l\sin\Theta_l + D - D\cos\Theta_l. \tag{9}$$

A *vetülékfonalak* helyzetére vonatkozóan az indexek felcserélésével

$$t_l = D\sin\Theta_v + l_v\cos\Theta_v$$

és

$$h_v = l_v\sin\Theta_v + D - D\cos\Theta_v\,. \tag{10}$$

A (3) egyenletbe behelyettesítve a (9) alattiakat és beszorozva D-vel

$$h_v D = D^2\cos\Theta_l - l_l D\sin\Theta_l.$$

A (8) egyenlet l_l-lel szorozva

$$t_v l_l = l_l^2\cos\Theta_l + l_l D\sin\Theta_l.$$

Az utóbbi két egyenletet összeadva

$$h_v D + t_v l_l = (D^2 + l_l^2)\cdot\cos\Theta_l\,,$$

ahonnan

$$\cos\Theta_l = \frac{h_v D + t_v l_l}{D^2 + l_l^2}\,. \tag{11}$$

A gondolatmenet megismétlésével, beszorozva a (10) egyenletet l_l-lel, a (8) egyenletet $(-D)$-vel és az így kapott két egyenletet összeadva az adódik, hogy

$$h_v l_l - t_v D = (l_l^2 - D^2) \sin \Theta_l .$$

Ebből

$$\sin \Theta_l = \frac{t_v D - h_v l_l}{D^2 + l_l^2} . \tag{12}$$

A (11) és (12) egyenletet behelyettesítve a pitagoraszi trigonometrikus összefüggésbe kapjuk:

$$\left(\frac{h_v D + t_v l_l}{D^2 + l_l^2} \right)^2 + \left(\frac{t_v D - h_v \cdot l_l}{D^2 + l_l^2} \right)^2 = 1 . \tag{13}$$

Négyzetreemelve, összevonva és elosztva az egyenletet $(D^2 + l_l^2)$-tel azt kapjuk, hogy

$$\boxed{h_v^2 + t_v^2 = D^2 + l_l^2}^{\,*} \tag{14}$$

Ezzel az egyenlettel egyszerű, egyértelmű összefüggést sikerült találni, amellyel a vászonkötésű szövetek jellemzőit egzakt módon számolhatjuk, a fonal hajlásszögének ismerete nélkül.

Hasonlóképpen a (14) egyenlethez az indexek felcserélésével kapjuk, hogy

$$\boxed{h_l^2 + t_l^2 = D^2 + l_v^2}^{\,*} . \tag{15}$$

A (14) és (15) összefüggést célszerű a vászonkötés új alapegyenleteinek nevezni. A vászonkötés alapegyenleteiben a fonalszakaszok, mint új paraméterek szerepelnek. Meghatározásuk módjait a IV. és a VI. fejezet tartalmazza. Használatuk előnye pl., hogy lehetővé teszik a beszövődések egzakt számítását és előre megadott m^2—súlyra vászonkötésű szövetek tervezését is.

IV. A szakaszviszonyszámok a fonalkitöltési tényezők függvényében

A lánc- ill. vetülékszakasznak a vastagsági paraméterrel alkotott hányadosát lánc- ill. vetülékszakasz viszonyszámának, röviden szakaszviszonyszámoknak nevezzük és l_l/D ill. l_v/D-vel jelöljük.

A szakaszviszonyszámokat a MURPHY J. [15] bevezette, fonalkitöltési tényezők ismeretében határozhatjuk meg. Például a láncszakasz viszonyszámot a vetülékkitöltési tényezővel (feltéve, hogy $D \neq 0$ és $\varepsilon_v \neq 0$) a következő függvénykapcsolat fejezi ki:

$$\frac{l_l}{D} = \sqrt{\frac{d^2}{(1+d)^2 \cdot \varepsilon_v^2} + \frac{h_l^2}{D^2} - \frac{2h_l}{D}}\,, \tag{16}$$

ahol h_l/D a lánchajlat-viszonyszám; $\varepsilon_v = d_v S_v/100$ a vetülékkitöltési tényező.

A vetülékkitöltési tényezőt ugyanis a (14) egyenlet figyelembevételével kifejezve következik az állítás.

A vetülékszakasz viszonyszámot a lánckitöltési tényezők függvényében hasonlóképpen számolhatjuk:

$$\frac{l_v}{D} = \sqrt{\frac{1}{(1+d)^2 \cdot \varepsilon_l^2} + \frac{h_l^2}{D^2} - 1}\,, \tag{17}$$

ahol $\varepsilon_l = d_l S_l/100$ a lánckitöltési tényező.

A szakaszviszonyszámokat közvetlen kapcsolatba hozhatjuk a szövetek jellegét jól érzékeltető ε típustényezővel, mely fogalmat HAJÓS I. [12] hozott be a szövetgeometriába. A típustényező ismeretében, ha például a szövetkitöltési tényező adott, akkor a lánc- és vetülékkitöltési tényezők másodfokú egyenlet gyökeiként adódnak.

Fel kívánjuk hívni a figyelmet arra, hogy a kitöltési tényezők és a fedőtényezők között szoros összefüggés van [10], a pontos számításoknál azonban mindig a kitöltési tényezők használatához kell visszatérni.

A (16) és (17) egyenletben szereplő nem mérhető lánchajlat-viszonyszám paramétert, a szövet vastagságából számolhatjuk. A lánchajlat-viszonyszám meghatározását az V. és a VI. fejezet tartalmazza.

V. A szövet vastagságának számítása

A szövet harmadik dimenzióját, a vastagságot a lánc- és vetülékfonalak hajlatmagasságai és azok átmérőinek együttese határozzák meg.

A szövet vastagsága láncirányban:

$$V_l = D\left(\frac{h_l}{D} + \frac{1}{1+d}\right) \tag{18}$$

és vetülékirányban:

$$V_v = D\left(\frac{h_v}{D} + \frac{d}{1+d}\right). \tag{19}$$

* Ezeknek az alapképleteknek a szerző már 1960. szeptember 15-én birtokában volt, amint HAJÓS ISTVÁNnak egy, a szerzőhöz írt levele dokumentálja.

Természetes azonban, hogy a lánc- és vetülékirányú szövetvastagságok egymástól nem függetlenek, azaz:

$$V_l = V(V_v).$$

Ez a függvénykapcsolat explicite, a (3) egyenlet alapján a (18) és (19) alattiak figyelembevételével a következő:

$$V_l = 2D - V_v. \tag{20}$$

Abban az esetben, ha

$$V_l = V_v \tag{21}$$

következik (20) egyenletből, hogy

$$V_l = V_v = D. \tag{22}$$

Ezeket a szöveteket egyenlő, egyenletes vagy paraméteres vastagságúaknak nevezhetjük.

A (20) függvénykapcsolatoknak Descartes-féle koordinátarendszerben ábrázolása céljából vezessük be a következő jelöléseket, hogy

$$y_l = \frac{V_l}{D}, \quad y_v = \frac{V_v}{D};$$

$$x_l = \frac{h_l}{D}, \quad x_v = \frac{h_v}{D};$$

továbbá

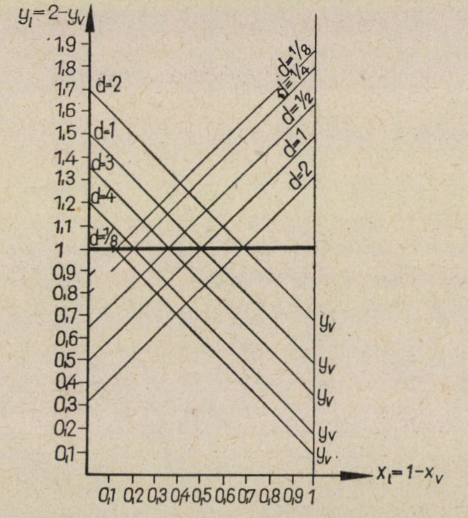
$$C_l = \frac{1}{1+d}, \quad C_v = \frac{d}{1+d}. \tag{23}$$

A bevezetett jelölésekkel a (20) egyenlet különböző értékei mellett az $y = f(x)$ derékszögű koordinátarendszerben $m = 1$ iránytangensű egyenesek egyenleteit adják. Az átmérőviszonyszám felvett értékeit az I. táblázat tar-

I. táblázat

d	1/8	1/4	1/2	1	2
$C_l = \frac{1}{1+d}$	0,889	0,8	0,66	0,5	0,33
$C_v = \frac{d}{1+d}$	0,111	0,2	0,33	0,5	0,66

talmazza. Az ábrázolt egyenessereget a 2. ábra mutatja be. E nomogramból az átmérőviszonyszám és az egyik hajlatviszonyszám ismeretében a szövet lánc- és vetülékirányú vastagsági tényezője leolvasható.



2. ábra. A szövetvastagsági tényező a lánchajlat-viszonyszám függvényében

A IV. fejezetben tárgyalt szakaszviszonyszámokat közvetlenül a szövetvastagság függvényében is kifejezhetjük. Így például a (17) egyenlet alapján a vetülékszakasz-viszonyszám:

$$\frac{l_v}{D} = \sqrt{\left(\frac{1}{(1+d)\,\varepsilon_l}\right)^2 + \left(\frac{V_l}{D} - \frac{1}{1+d}\right)^2 - 1}\,. \tag{24}$$

Ebből látható, hogy paraméteres vastagságú szövetek esetén a szakaszviszonyszám csupán a fonalkitöltési tényezőtől és a fonalátmérő viszonyszámától függ.

VI. A vászonkötésű szövetek csoportosítása szerkezeti felépítésük szerint

A vászonkötés új alapegyenletei szerint a vászonkötésű szöveteket a következő csoportokba sorolhatjuk aszerint, hogy

$$l_l = l_v = 0\,, \tag{25}$$

vagy

$$l_l = 0\,, \quad \text{de} \quad l_v \neq 0\,; \tag{26}$$

továbbá

$$l_v = 0 \quad \text{és} \quad l_l \neq 0\,; \tag{27}$$

végül

$$l_v \neq 0 \quad \text{és} \quad l_l \neq 0. \tag{28}$$

Vegyük ezeket sorjában vizsgálat alá.

1. *Zárt szövetszerkezetek*

Azok a szövetek, amelyekre (25), vagy (26), vagy (27) feltételek valamelyike fennáll.

a) *Láncban és vetülékben zárt szövetek.* Csak azok a szövetek, amelyekre a (25) alattiak fennállnak. Ezért:

$$h_v^2 + t_v^2 = D^2 \tag{29}$$

és

$$h_l^2 + t_l^2 = D^2. \tag{30}$$

A vetülékhajlat magassága a (16) egyenlet alapján a vetülékkitöltési tényezővel is kifejezhető

$$h_v = D\sqrt{1 - \left[\frac{d}{(1+d)\cdot \varepsilon_v}\right]^2}\,, \tag{31}$$

a lánchajlatmagasság (17) alapján pedig

$$h_l = D\sqrt{1 - \left[\frac{1}{(1+d)\cdot \varepsilon_l}\right]^2}\,. \tag{32}$$

Szmirnov V. L. [3] a (31) és (32) egyenletekkel szemben a fonalsűrűség különbségek felvételéből indul ki és azok alapján ad összefüggést a hajlatmagasságok számítására.

b) *Láncban zárt szövetek.* Azok a szövetfajták tartoznak ebbe a csoportba, amelyre a (26) feltételek fennállnak. Ezért:

$$h_v^2 + t_v^2 = D^2 \tag{33}$$

és

$$h_l^2 + t_l^2 = D^2 + l_v^2. \tag{34}$$

A vetülékszakasz hosszát a (17) egyenlet szerint is számolhatjuk, amelyben a lánchajlatmagasságot a (31) egyenlet alapján a (3) egyenlet határozza meg.

A lánchajlatmagasságot a szövetvastagsági tényezővel is meghatározhatjuk a 2. ábra alapján. A vetülékszakasz hosszát úgy is kifejezhetjük, ha a (34) egyenletből a (33) alattiakat kivonjuk, ekkor

$$l_v = \sqrt{h_l^2 - h_v^2 + t_l^2 - t_v^2}. \tag{35}$$

Ezeknek a szöveteknek közös főbb jellemzőjük a (35) egyenlet alapján az, hogy a láncsűrűség legtöbbször kisebb a vetüléksűrűségnél. A szövet vastagságát rendszerint a vetülékhajlat magassága determinálja.

c) *Vetülékben zárt szövetek.* Azok a szövetfajták, amelyekre a (27) feltételek állnak fenn. A vászonkötés alapegyenletei a következő alakot nyerik

$$h_v^2 + t_v^2 = D^2 + l_l^2 \tag{36}$$

és

$$h_l^2 + t_l^2 = D^2. \tag{37}$$

A láncszakasz hosszát a (16) egyenlettel is számolhatjuk, amelyben a lánchajlatmagasságot a (32) egyenlet határozza meg. A láncszakasz hosszát, ha (37) egyenletből a (36) alattit kivonjuk:

$$l_l = \sqrt{h_v^2 - h_l^2 + t_v^2 - t_l^2} \tag{38}$$

egyenlet fejezi ki. Ezeknek a szöveteknek közös főbb jellemzőjük a (38) egyenlet alapján az, hogy a vetüléksűrűség legtöbbször kisebb a láncsűrűségnél. A szövet vastagságát rendszerint a lánchajlat magassága determinálja. Általában ezeknek a szövetfajtáknak a szerkezeti felépítése a láncban zárt szövetek felépítésének ellentettje.

A szövetszerkezeti jellemzőket a szövet vastagsági tényezőjéből kiindulva is számolhatjuk.

2. *Nyitott szövetszerkezetek*

Csak azok a szövetek, amelyekre a (28) feltételek fennállnak. Ezekre a (14) és (15) alapegyenletek teljesülnek.

$$h_v^2 + t_v^2 = D^2 + l_l^2 \tag{39}$$

és

$$h_l^2 + t_l^2 = D^2 + l_l^2. \tag{40}$$

Legfőbb jellemzőjük ezeknek a szöveteknek az, hogy a lánc- és vetülékirányú szövetvastagságuk egyenlő, azaz

$$V_l = V_v = D.$$

Ezt V. I. SZTRJÁKOV [4] is bizonyította. Ezért:

$$h_l = d_v = \frac{Dd}{1+d} \tag{41}$$

és

$$h_v = d_l = \frac{D}{1+d}\,. \tag{42}$$

A láncszakasz hossza a (16) alapján a (41) egyenlet figyelembevételével

$$l_l = D \sqrt{\frac{d^2}{(1+d)^2 \varepsilon_v^2} + \left(\frac{d}{1+d}\right)^2 - \frac{2d}{1+d}} \tag{43}$$

a vetülékszakasz hossza pedig a (17) szerint

$$l_v = D \sqrt{\frac{1}{(1+d)^2 \varepsilon_l^2} + \left(\frac{d}{1+d}\right)^2 - 1} \tag{44}$$

összefüggésből számolható. A lánc- és vetülékszakasz négyzetének hosszkülönbsége a (39) és (40) egyenletek alapján

$$l_l^2 - l_v^2 = t_v^2 - t_l^2 + h_v^2 - h_l^2\,, \tag{45}$$

amelyben

$$\nu = (l_l - l_v)\,(l_l + l_v) \tag{46}$$

szorzat a szövetnyitottság mértéke. Ha például $\nu = 0$, a szövet négyzetesen nyitott, mert $l_l = l_l \neq 0$. A (45) egyenletben, az ismeretlenek száma kettőre redukálható: a Peirce-féle hullámegyenlet (3) és a (39), (40) egyenletek figyelembevételével. Ezáltal például a vetülékszakasz hossza a láncsűrűség függvényében explicite adódik.

VII. A beszövődés meghatározása

A szövetek négyzetméter súlyának számításához ismerni kell a lánc- és vetülékbeszövődések mértékét. A beszövődések pontosabb meghatározására HAJÓS I. [18] közelítő összefüggéseket adott. A beszövődések és a fonalkereszteződési szög között ALPÁR B. [5] keresett összefüggéseket vászonkötésű szöveteknél. Nemcsak vászonkötésű egyszerű szövetek beszövődéseinek számításaira a Peirce-féle egyenletek alapján LOVE L. [11] közelítő képleteket közölt. A beszövődések megközelítőbb meghatározására KUTJEPOV O. Sz. [19] adott összefüggéseket.

A beszövődés számítására közölt összefüggéseknek közös főbb hiányosságuk az, hogy a fonalszakaszokat csupán hozzávetőlegesen vették figyelembe a számításokban. A beszövődések egzakt meghatározását éppen a szakaszviszonyszámok fogalmának bevezetése teszi lehetővé. Egzakt meghatározásuk céljából a Peirce-féle (1) egyenletet átalakítjuk. Előbb azonban definíció szerint az 1. ábra alapján kifejezzük a láncbeszövődést:

$$b_l = \left[\frac{\frac{L_l}{D}}{\frac{t_v}{D}} - 1 \right] 100\% , \tag{47}$$

ahol

L_l/D a láncviszonyszám;
t_v/D a vetüléktérköz-viszonyszám.

A két szög összegére vonatkozó trigonometriai összefüggés szerint az (1) egyenletet a következő alakban írhatjuk:

$$C_0 \sin (\Theta_l + \lambda_1) = C_0 \sin \Theta_l \cos \lambda_l + C_0 \cos \Theta_l \sin \lambda_l ,$$

ahol $C^0 \geq 0$ és $\lambda_l = 0$

Összevetve ezt (9) egyenlettel, következik, hogy e két egyenlet egymással megegyezik az

$$l_l = C_0 \sin \lambda_l$$

és

$$D = C_0 \cos \lambda_l$$

választás esetében. Ezért

$$t_v = C_0 \sin (\Theta_l + \lambda_l) .$$

A $C_0 \geq 0$ meghatározása céljából a két egyenletet négyzetre emelve és összeadva kapjuk

$$C_0^2 = l_l^2 + D^2 .$$

Ezt behelyettesítve az előbbi egyenletbe az (1) alattiakkal ekvivalens egyenletre jutunk:

$$t_v = \sqrt{l_l^2 + D^2} \sin (\Theta_l + \lambda_l) . \tag{48}$$

Csupán $\lambda_l = 0$ számot kell még meghatározni. Elosztva az l-re felírt egyenletet D egyenletével, azt kapjuk, hogy

$$\lambda_l = \text{arc tan} \frac{l_l}{D} ,$$

ami a láncszakasz mérőszáma. Kifejezve a (48) egyenletből Θ_l értékét

$$\Theta_l = \arcsin \frac{t_v}{\sqrt{l_l^2 + D^2}} - \lambda_l .$$

Ide behelyettesítve (7) alattiakat kapjuk

$$\frac{L_l - l_l}{D} = \arcsin \frac{t_v}{\sqrt{l_l^2 + D^2}} - \lambda_l ,$$

ahonnan a lánchossz-viszonyszám

$$\frac{L_l}{D} = \arcsin \frac{t_v}{\sqrt{l_l^2 + D^2}} - \lambda_l + \frac{l_l}{D} . \tag{49}$$

Ennek figyelembevételével a (47) alapján a láncbeszövődés egzakt értéke:

$$b_l = \left[\frac{\arcsin \dfrac{t_v}{\sqrt{l_l^2 + D^2}} - \lambda_l + \dfrac{l_l}{D}}{\dfrac{t_v}{D}} \right] 100\,\% . \tag{50}$$

A vetülékbeszövődésre, az indexek felcserélésével adódik

$$b_v = \left[\frac{\arcsin \dfrac{t_v}{\sqrt{l_l^2 + D^2}} - \lambda_v + \dfrac{l_v}{D}}{\dfrac{t_l}{D}} - 1 \right] 100\,\% . \tag{51}$$

Ha például a szövet láncban zárt, akkor a láncbeszövődés (50) alattiak szerint

$$b_l = \left[\frac{\arcsin \dfrac{t_v}{D}}{\dfrac{t_v}{D}} - 1 \right] 100\,\% , \tag{52}$$

mert $l_l = 0$. A vetülékbeszövődés megegyezik az (51) alattiakkal ($l_v = 0$), ahol $\lambda_v = \mathrm{Arctan}\,(l_v/D)$.

VIII. Megadott négyzetméter súlyra vászonkötésű szövetek tervezése

A gyakorlatban célszerű előírt négyzetméter súlyra szövetet tervezni. A szövet óhajtott négyzetméter súlyából kiindulva bizonyos szövetjellemzők (pl. szövet-típustényező, szövetkitöltési tényező) ismeretében a vászonkötés alapegyenleteinek alkalmazásával a szövet szerkezeti paramétereit (pl. fonalfinomsági számok, fonalsűrűségek) meghatározhatjuk.

A szövet négyzetméter súlyát a következő összefüggés fejezi ki:

$$G = \frac{S_l S_v}{10}\left[\frac{L_l}{N_l} + \frac{L_v}{N_v}\right][g/m^2]. \tag{54}$$

A láncsűrűség:

$$S_l = \frac{G}{\frac{S_v}{10}\left[\frac{L_l}{N_l} + \frac{L_v}{N_v}\right]}. \tag{55}$$

Ebben az egyenletben az ismeretlenek száma kettővel csökken, ha explicite kifejezzük az

$$S_v = S_v(L_l) \tag{56}$$

és

$$L_v = L_v(L_l) \tag{57}$$

függvénykapcsolatot.

Az (56) alatti explicit függvénykapcsolatra (48) és (7) alapján adódik:

$$S_v = \frac{100}{D\sqrt{l_1 + \frac{l_l^2}{D^2}\sin\left(\frac{L_l - l_l}{D} + \lambda_l\right)}} = \frac{100}{D\sqrt{1 + \frac{l_l^2}{D^2} - \left(\frac{h_v}{D}\right)^2}}, \tag{58}$$

ahol

$$\frac{l_l}{D} = \sqrt{\frac{d^2}{(l+d)^2\,\varepsilon_v^2} + \frac{h_l^2}{D^2} - \frac{2\,h_l}{D}} \tag{59}$$

és

$$\frac{h_l}{D} = \frac{V_l}{D} - \frac{1}{1+d} = 1 - \frac{h_v}{D}. \tag{60}$$

Az (57) alatti függvénykapcsolat meghatározása céljából a VII. fejezetben alkalmazott gondolatmenet megismétlésével átalakítva a (9) egyenletet, kapjuk

$$\frac{L_v}{D} = \frac{l_v}{D} + \arccos\frac{1 - \cos\frac{L_l}{D}}{\sqrt{1 + \frac{l_v^2}{D^2}}} - \lambda_v, \tag{61}$$

ahol

$$\frac{L_l}{D} = \arcsin\frac{\sqrt{1 + \frac{l_l^2}{D^2} - \frac{h_v^2}{D^2}}}{\sqrt{1 + \frac{l_l^2}{D^2}}} - \lambda_l + \frac{l_l}{D}, \tag{62}$$

amely (49) alapján (14) figyelembevételével adódik; továbbá:

$$\frac{l_v}{D} = \sqrt{\frac{1}{(l+d)^2\,\varepsilon^2\,\varepsilon_v^2} + \frac{h_l^2}{D^2} - 1}\,. \tag{63}$$

Eme egyenletek alapján a szövet óhajtott négyzetméter súlyából kiindulva különböző szerkezetű vászonkötésű szövetek tervezhetők.

Számpélda. Zárt ruhaszövet készítendő vászonkötésben 200 g/m² súlyban úgy, hogy a szövet felületén a láncfonalak domináljanak, $N_l = N_v = 60/2$ pamutcérnából. Mennyi a lánc- és vetüléksűrűség, a lánc- és vetülékbeszövődés és a szövet vastagsága?

A lánc- és vetülékfonal átmérője (V. ö. [16], [17]).

$$d_l = d_v = \frac{1{,}25}{\sqrt{30}} = 0{,}228\ \text{mm}\,.$$

A vastagsági paraméter

$$D = d_l + d_v = 0{,}228 + 0{,}228 = 0{,}456\ \text{mm}\,.$$

Előírt, hogy a láncfonalak domináljanak a szövet felületén. Ezért $V_l > V_v$ és így a 2. ábra alapján legyen $h_v/D = 0{,}397$. Így (62) szerint

$$\frac{L_l}{D} = \arcsin\sqrt{1 - 0{,}397^2} = \frac{7}{9}\cdot\frac{\pi}{2}\,.$$

A *vetüléksűrűség* (58) szerint

$$S_v = \frac{100}{0{,}546\cdot\sin\frac{7}{9}\,\frac{\pi}{2}} = 235{,}23/10\ \text{cm} \approx 235/10;$$

a *láncsűrűség* pedig (55) szerint

$$S_l = \frac{200}{23{,}52\left[\dfrac{\frac{7}{9}\,\frac{\pi}{2}\cdot 0{,}456}{30} + \dfrac{0{,}456\arccos\left(1-\cos\frac{7}{9}\,\frac{\pi}{2}\right)}{30}\right]} = 275/10\ \text{cm}.$$

A *lánczsövődés*

$$b_l = \frac{L_l - t_v}{t_v}\,100 = \frac{0{,}557 - 0{,}426}{0{,}426}\,100 = 3{,}08\,\%;$$

a *vetülékbeszövődés* pedig

$$b_v = \frac{D\arccos\left(1-\cos\frac{L_l}{D}\right) - t_l}{t_l}\,100 = \frac{0{,}388 - 0{,}364}{0{,}364}\,100 = 6{,}6\,\%.$$

A láncfonal hajlatmagassága

$$h_l = D - h_v = 0{,}456 - 0{,}181 = 0{,}275;$$

a *vetülékfonal hajlatmagassága* pedig

$$h_v = D - h_l = 0{,}456 = 0{,}181 \text{ mm};$$

A szövet láncirányú vastagsága

$$V_l = h_l + d_l = 0{,}273 + 0{,}288 = 0{,}501 \text{ mm};$$

a szövet vetülékirányú vastagsága pedig

$$V_v = h_v + d_v = 0{,}181 + 0{,}288 = 0{,}469 \text{ mm}.$$

IX. A hajlatmagasság meghatározása a beszövődés függvényében

A Peirce-féle összefüggés, amelyet a (6) egyenlet fejez ki, ha a h_l lánchajlatmagasság, a t_v vetülékfonal távolság és a b_v láncbeszövődés között tájékoztató jellegű. Mert, hiszen a (6) csak akkor áll fenn, ha Θ_1 elég kicsi, amikor is $t_v = L_l$. Éppen ezért szükséges az egzakt kapcsolatokat meghatározni a h_l, t_v és b_v értékek között. Ezt egy következő új egyenlet fejezi ki.

A vetülékbeszövődés összefüggéséből kifejezve t_l-et azt kapjuk, hogy

$$t_l = \frac{L_v}{1 + b_v}. \tag{64}$$

A (49) egyenlet alapján az indexek felcserélésével figyelembe véve, hogy $l_l = 0$, írhatjuk

$$\frac{L_v}{D} = \arcsin \frac{t_v}{D},$$

és így a (64) egyenletből következik a (30) alattiak figyelembevételével, hogy

$$h_l = \sqrt{D^2 - \left(\frac{D \cdot \arcsin t_l/D}{1 + b_v}\right)^2}, \tag{65}$$

amely egyenlet egzakt kapcsolatot ad a h_l, b_v és t_l értékek között a Peirce-féle közelítő (6) összefüggéssel szemben.

Hasonlóképpen adódik a kapcsolat a h_l, t_v és b_v értékek között nem zárt szerkezeti felépítésű* vászonkötésű szövetfajtákra is.

IRODALOM

1. Peirce, F. T.: Geometry of cloth structure. *Journal of the Textile Institute* (1937), 36—106.
2. Stscherbina, N.: A szövet szerkezeti fázisai. *Faserforschung und Textiltechnik* (1956), 1. sz.
3. *Смирнов, В. И.:* Об аналитической определении высот волн основных и уточных нитей в тканях положного переплетения. *Текстильная промышленность 12* (1963).

* Ezekben az esetekben azonban még az itt közölteken kívül egyéb matematikai megondolások is szükségesek, amelyek a szerző „Szövetgeometria" (Budapest 1963) c. műszaki doktori értekezésében találhatók.

4. *Стряков, Н.:* О книги В. И. Смирнова «Теоретические исследования строения ткани полотняного переплетения» *Текстильная промышленность* (1963), № 4.
5. ALPÁR BÉLA: Pamutszövőgépek egységes technológiai beállítása. Textilipari Kiskönyvtár 20, 1964.
6. DICKSON, J. B.: Practical Loom Experience on Weavblity Limits. *Textile Research Journa* (1954), 1083—1093.
7. KEMP, A.: *Journal of the Textile Institute* (1959); 49, T44.
8. HAMILTON, I. B.: General System of Woven—Fabric Geometry. *Journal of the Textile Institute* (1964), 55. T. 66. No 1.
9. WIECHMANN, W.: Von der Fadendichte zu Gewebedichte. *Melliand Textilberichte* (1950).
10. MÉSZÁROS LAJOS: A szövetszerkesztés alapelveinek fejlődése (Diplomaterv). Budapest 1958; 15, 36.
11. LOVE, L.: Graphical Relationships in Cloth Geometry for Plain, Twill, and Sateen Weaves. *Textile Research J.* (1954), 1073—1083.
12. HAJÓS ISTVÁN: Szövetek szerkesztése. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1961; 156—161.
13. ZILAHI MÁRTON: Mészáros L.: „Új módszer a szövetgeometriában" c. cikkének bírálata. Budapest 1966, 2275. szám.
14. SZMIRNOV, V. I.: Vászonszövetek sűrűsége, kiszámításának elmélete és módszere. *Magyar Textiltechnika* (1951).
15. MURPHY, J.: A szövés művészete, 1817.
16. VÉKÁSSY ALAJOS: Vetülékrendszerű hurkolt alapkelme mechanikai tulajdonságainak vizsgálata a tömöttségi tényező függvényében (Kandidátusi disszertáció 1962); 78—95.
17. AFONCSIKOV: Az *Ivanovái Textilkutató Intézet közleményei*, 1942.
18. HAJÓS ISTVÁN: A szövetszerkesztés újabb módszere és alkalmazása. Mérnöki Továbbképző Intézet, Budapest 1962.
19. KUTJEPOV, O. Sz.: A szövetek tervezésének módszertana. *Text. Prom.* (1950), No. 2.