

GYŰRŰBORDÁS ZÁRT KÖRHENGERHÉJ SZIGORÚ ELMÉLETÉNEK EGYES EREDMÉNYEI¹

Dr.-Ing. G. ACKERMANN,
MŰSZAKI EGYETEM, DRESDEN

[Beérkezett 1965. február 18-án]

A gyűrűbordás zárt körhengerhéj számítása a vázolt eljárással az egyensúlyi csoportok által történő terhelés esetében háromtagú mátrixegyenletekre, antimetrikus terhelés esetében hattagú mátrixegyenletekre vezet. Ezek az egyenletek, ha csak az ismeretlenek száma nem túl nagy, az ismeretes egyenletmegoldási módszerekkel megoldhatók.

A végtelen hosszú, folytatólagos körhengerhéj esetében, amikor minden nyílásban két kifelé nyúló gyűrűborda van alkalmazva, a közbenső mezőnek teljes alakváltozása és metszeti erői vannak megadva. A henger belsejében működő vízteher a Fourier-sor $n = 0, 1, 2$ tagjaira és a saját súly van számításba véve. Összehasonlítás okából az alakváltozások és metszeti erők a borda nélküli körhengerhéj esetére is ki vannak számítva. Az eredmények azt mutatják, hogy a gyűrűbordák alkalmazása a metszeti erők ábráját lényegesen megváltoztatja, és a gyűrűbordák környékén jelentős többletfeszültségek keletkeznek. További vizsgálatok azt mutatták, hogy a metszeti erők nagymértékben függenek a d_{0j} magasságtól, az e_{zj} különptosságtól és az l_s bordatávolságtól.

I. Bevezetés

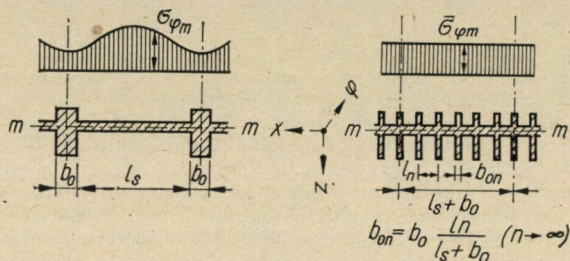
A forgásfelület alakú héjakat ma már többnyire előregyártott acélbeton elemekből építik meg, mert így gazdaságosabb, mint monolitos kivitelben. Avégett, hogy a nagyfelületű építmények lehetőleg kis súlyúak legyenek, vékony szerkezeteket építenek nagy szilárdságú beton felhasználásával. A szerelés alatti stabilitásnak, az elemek közötti kapcsolatok megbízhatóságának és a kész építmény kihajlás elleni biztonságának érdekében az elemek szélein erősítéseket kell alkalmazni. A kész szerkezet tehát acélbeton héjból és e héjjal egybeépített, bizonyos kiváltságos irányban alkalmazott bordákból áll. Az ilyen szerkezet erőtanai számításánál a bordaméreteket s főleg a bordatávolságokat a szerkezet főméreteihez képest kicsinynek tekintik. Egy-egy borda hatását közelítésképpen a bordák közötti távolságon egyenletesen elosztottnak veszik. Így, amint az 1. ábrán érzékeltetve van, az adott szerkezet helyett olyan szerkezetet tételeznek fel, amelynél a bordák „egyenletesen vannak elosztva”, mint valamely izotróp szerkezetnél, de a bordák irányában mért merevség különbözik a másik kiváltságos irányban mért merevségtől. Az ilyen szerkezet tehát nem izotróp, azonban a szokásos rugalmasságtani

¹ Kivonat a Cottbusi Építészeti Műegyetem mérnöképítészeti tagozata által elfogadott „Die strenge Theorie für die geschlossene Kreiszyllinderschale mit Ringrippen” című doktori értekezésből.

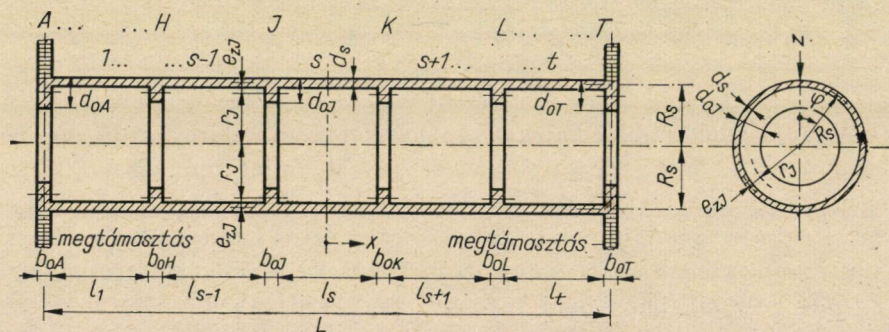
feltevések mellett az ilyen szerkezetre is felállíthatók alapvető differenciálegyenletek. E differenciálegyenleteket KLÖPPEL és SCHARDT [1], DISCHINGER [2], AAS-JAKOBSEN [3], BARTA [4] és mások munkáiban találhatjuk meg.

Újabbban azonban a b_0 , d_0 , l_s bordaméretetek (2. ábra) már nem kicsinyek a szerkezet L , R főméreteihez képest, mert például néhány kivitelezett szerkezeten [5, 6]

$$\frac{l_s}{L} = 0,19 \div 0,15, \quad \frac{d_0}{L} = 0,015 \div 0,027, \quad \frac{l_s}{R} = 0,11 \div 0,17.$$



1. ábra. A gyűrűfeszültség ábrája a tényleges esetben és az egyenletesen megoszló bordák esetében



2. ábra. Az ortotróp körhengerháj jelölései

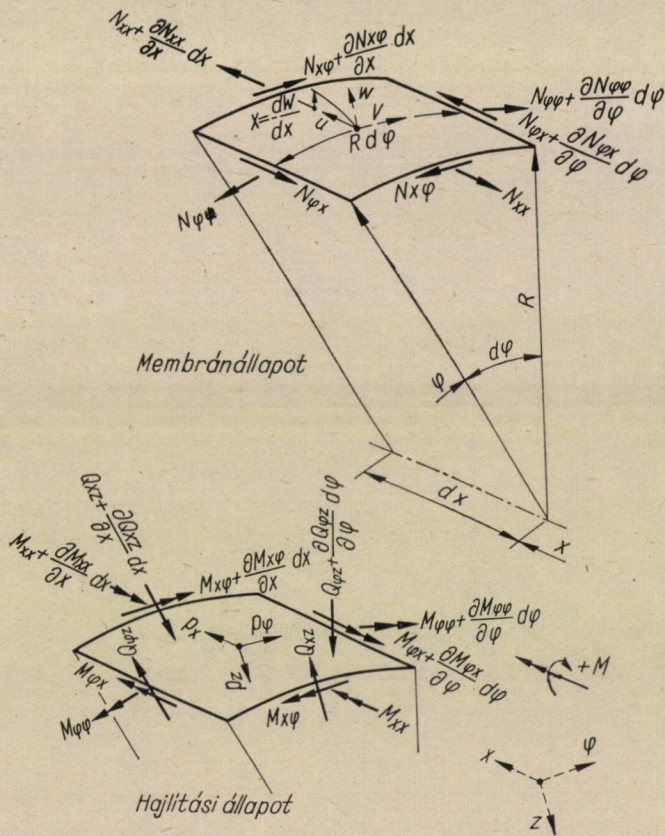
Ekkor természetesen az „egyenletesen elosztott bordák” feltételezése már nem helytálló.

Egy irányban bordákkal ellátott lemezek esetére RÜDIGER [7] vezetett le képleteket, mégpedig oly módon, hogy az anizotróp lemezművek elméletének eredményeiben az élszögeket zérussá tette. Gyűrűirányú bordákkal ellátott körhengerháj esetére szigorú megoldás ez ideig még nem ismeretes, s erre az esetre a Wlassowtól [8], Schnelltól [9], Mieselától [10] és Esslingertől [11] származó számítási eljárások nem alkalmazhatók, mert azok olyan közelítésekben alapulnak, amelyek a szóban levő szerkezetek esetében nem engedhetők meg.

Jelen dolgozatban a gyűrűbordás zárt körhengerhéj szigorú elméletének néhány eredményét tesszük közzé.

2. Általános megoldás

A gyűrűbordás zárt körhengerhéjat jelen dolgozatban ortotróp körhengerhéjnak fogjuk nevezni. E héjat és jelöléseit a 2. ábra tünteti fel. Az s sorszám-mal megjelölt héjrészek és a J indexszel megjelölt bordák különböző méretűek



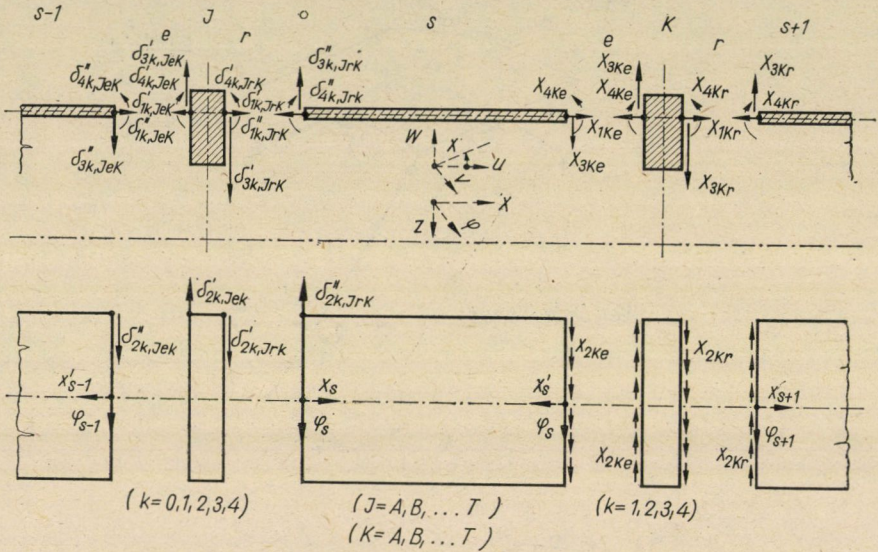
3. ábra. A pozitív alakváltozások, metszeti erők és terhelések definíciója a körhengerhéj valamely elemén

lehetnek, de a kivitelezés gyakorlati szempontjából kívánatos azokat megegyező méretekkel kialakítani, s csupán a támasztó bordákat ajánlatos a többi bordától eltérő méretekkel kialakítani. A számítás érdekében az ortotróp körhengerhéjat a J_e és J_r diszkontinuitási helyeken szétvágva képzeljük. Így-képpen a rövid izotróp körhengerhéjakat és a gyűrű alakú bordákat vesszünk szemügyre. E részek

$$\Delta \bar{v}_J = \Delta \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \chi \end{bmatrix}_J = \begin{bmatrix} u_{héj} - u_{borda} \\ v_{héj} - v_{borda} \\ w_{héj} - w_{borda} \\ \chi_{héj} - \chi_{borda} \end{bmatrix}_J = 0 \quad (1)$$

$(J = Ar, Be, \dots Ke, \dots Te)$

összeférhetőségi feltételeinek kielégítése végett bevezetjük a Ke és Kr átmetszések mentén működő statikailag határozatlan mennyiségek



4. ábra. Az alakváltozások és a statikailag határozatlan mennyiségek definíciója a körhenger és a gyűrűborda közötti átmetszés mentén

$$\bar{x}_K = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}_K \equiv \begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{x\varphi}^* \\ Q_{xz}^* \\ M_{x\varphi} \end{bmatrix}_K = \begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{x\varphi} - \frac{1}{R} M_{xx} \\ Q_{xz} + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{xx}}{\partial \varphi} \\ M_{x\varphi} \end{bmatrix}_K \quad (2)$$

$(K = Ar, Be, \dots Je, \dots Te)$

vektorait. Ezek egyenértékűek az s körhengerháj szélén keletkező N_{xx} , $N_{x\varphi}$, M_{xx} , $M_{x\varphi}$, Q_{xz} metszeti erőkkel, ha az M_{xx} csavaró nyomatékot a héjelméletben követett szokás szerint helyettesítő nyíró és csúsztató erőkre bontjuk szét. A 4. ábrán az \bar{x}_k vektornak az X_{kK} komponensei vannak értelmezve.

A J átmetszés mentén a

$$\vartheta_{k,JK} = \begin{bmatrix} \delta_{1k} \\ \delta_{2k} \\ \delta_{3k} \\ \delta_{4k} \end{bmatrix}_{JK} \quad (3)$$

$$(k = 0, 1, 2, 3, 4) \quad (J = Ar, Be, \dots Te) \quad (K = Ar, Be, \dots Te)$$

alakváltozási mennyiségekhez tartozó vektorok magukkal az X_{kK} statikailag határozatlan mennyiségekkel vannak meghatározva.

Felületen megoszló adott

$$y_{sJ} = \{P_x, P_\varphi, P_z\}_{sJ}$$

teher vagy peremen megoszló X_{kK} teher hatására az s körhengerhéjban és a J gyűrűbordában keletkező alakváltozási mennyiségek és metszeti erők $\vartheta_{k,JK}$ vektorai a felület alakú tartók és a rúdszerkezetű tartók statikájában használatos felvételek segítségével számíthatók ki. Ehhez szükséges, hogy a felületen megoszló terhet és a peremen megoszló terhet a gyűrű mentén 2π periódusú

$$\bar{p}_{sJ} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_\varphi \\ P_z \end{bmatrix}_{sJ} = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{bmatrix} P_{xn} \\ P_{\varphi n} \\ P_{zn} \end{bmatrix}_{sJ} = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \bar{p}_{xn} \cos n\varphi \\ \bar{p}_{\varphi n} \sin n\varphi \\ \bar{p}_{zn} \cos n\varphi \end{bmatrix}_{sJ} \quad (4.1)$$

$$(n = 0, 1, 2, \dots), (s = 1, 2, 3, \dots t) \quad (J = A, B, \dots K, \dots T)$$

és

$$\bar{x}_K = \sum_{n=0}^{\infty} \begin{bmatrix} X_{1n} \\ X_{2n} \\ X_{3n} \\ X_{4n} \end{bmatrix}_K \quad (4.2)$$

$$(K = Ar, Be, \dots Je, \dots Te)$$

Fourier-sorba fejtsük.² Itt az $n = 0, 2, 3, \dots$ tagok egyensúlyi csoportokat ábrázolnak, míg az $n = 1$ tag egy antimetrikus terhelési csoportot ír le. E kétféle esetet a következőkben külön-külön fogjuk tárgyalni.

2.1 Az egyensúlyi csoportok

E terhelési csoportok függetlenek a tartó megtámasztásától, mert a \bar{p}_{sJ} felületi terhek és a \bar{x}_K peremterhek együttvéve egyensúlyban vannak. Ha az

² A következő fejtegetésekben az ismeretlenek és az együtthatók indexét nem fogjuk kiírni. Tehát az összefüggések majd a Fourier-sornak csak az n indexű tagjára fognak vonatkozni.

ortotróp körhengerhájának $t - 1$ közbenső bordája van, akkor a $2t$ szétvágás mentén a $2 \cdot 4t$

$$\Delta \bar{v}_J = 0$$

összeférhetőségi feltétel teljesítése végett összesen $2t$

$$\bar{x}_K$$

vektort kell bevezetni $8t$

$$X_{kK}$$

statikailag határozatlan mennyiséggel.³ Ezek alakváltozásokat okoznak az s , ill. $s + 1$ körhenger és a K gyűrűborda J és L átmetszéseinél mindkét oldalán. (1) szerint a Jr átmetszésnél a Fourier-kifejtés n indexű tagjára ($n = 2, 3, \dots$) a mátrixszámítás szerint a

$$\Delta \bar{v}_{Jr} = \vartheta_{JrJe} \cdot \bar{x}_{Je} + \vartheta_{JrJr} \cdot \bar{x}_{Jr} + \vartheta_{JrKe} \cdot \bar{x}_{Ke} + \vartheta_{0,JrsJ} = 0. \quad (5)$$

képletet nyerjük. Itt a ϑ_{JrJe} mátrix például a δ_{ik} ($i = 1, 2, 3, 4; k = 1, 2, 3, 4$) alakváltozásokat jelenti a Jr átmetszés mentén, amikor az X_k statikailag határozatlan mennyiség a Je átmetszés mentén működik, tehát

$$\vartheta_{JrJe} = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & \delta_{14} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & \delta_{24} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} & \delta_{34} \\ \delta_{41} & \delta_{42} & \delta_{43} & \delta_{44} \end{bmatrix}_{JrJe}, \quad (6.1)$$

A $\vartheta_{0,JrsJ}$ vektor pedig a δ_{i0} ($i = 1, 2, 3, 4$) alakváltozásokat jelenti a Jr átmetszés mentén, amikor a terhek az s körhengerhájra vagy a J gyűrűbordára működnek, tehát

$$\vartheta_{0,JrsJ} = \begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \\ \delta_{30} \\ \delta_{40} \end{bmatrix}_{JrsJ}. \quad (6.2)$$

A ϑ_{JrJr} mátrix és a $\vartheta_{0,JrsJ}$ vektor a körhengerháj, ill. gyűrűborda ϑ''_{JrJr} , $\vartheta''_{0,Jrs}$, ill. ϑ'_{JrJr} , $\vartheta'_{0,JrJ}$ alakváltozásából tevődik össze, azaz

$$\vartheta_{JrJr} = \vartheta''_{JrJr} + \vartheta'_{JrJr}, \quad \vartheta_{0,JrsJ} = \vartheta''_{0,Jrs} + \vartheta'_{0,JrJ}. \quad (6.3)$$

³ Lásd ² lábjegyzetet.

Ha az ortotróp körhengerhéj mindegyik J_r és J_e átmetszésére felállítjuk az (1) szerint kifejezett $2 \cdot 4t$ összeférhetőségi feltételt, akkor mindegyik \mathfrak{X}_{Ke} és \mathfrak{X}_{Kr} ismeretlen vektorra háromtagú mátrixegyenletek rendszerét nyerjük:

$$\begin{aligned}
 \vartheta_{ArAr} \cdot \mathfrak{X}_{Ar} + \vartheta_{ArBe} \cdot \mathfrak{X}_{Be} &+ \vartheta_{0,Ar1A} = 0 \\
 \vartheta_{BeAr} \cdot \mathfrak{X}_{Ar} + \vartheta_{BeBe} \cdot \mathfrak{X}_{Be} + \vartheta_{BeBr} \cdot \mathfrak{X}_{Br} &+ \vartheta_{0,Be1B} = 0 \\
 \vartheta_{BrBe} \cdot \mathfrak{X}_{Be} + \vartheta_{BrBr} \cdot \mathfrak{X}_{Br} + \vartheta_{BrCe} \cdot \mathfrak{X}_{Ce} &+ \vartheta_{0,Br2B} = 0 \\
 \vartheta_{JrJe} \cdot \mathfrak{X}_{Je} + \vartheta_{JrJr} \cdot \mathfrak{X}_{Jr} + \vartheta_{JrKe} \cdot \mathfrak{X}_{Ke} &+ \vartheta_{0,JrSJ} = 0 \\
 \vartheta_{SeRr} \cdot \mathfrak{X}_{Rr} + \vartheta_{SeSe} \cdot \mathfrak{X}_{Se} + \vartheta_{SeSr} \cdot \mathfrak{X}_{Sr} &+ \vartheta_{0,SeRS} = 0 \\
 \vartheta_{SrSe} \cdot \mathfrak{X}_{Se} + \vartheta_{SrSr} \cdot \mathfrak{X}_{Sr} + \vartheta_{SrTe} \cdot \mathfrak{X}_{Te} &+ \vartheta_{0,SrTS} = 0 \\
 \vartheta_{TeSr} \cdot \mathfrak{X}_{Sr} + \vartheta_{TeTe} \cdot \mathfrak{X}_{Te} &+ \vartheta_{0,TeTT} = 0.
 \end{aligned} \tag{7}$$

A mátrixokat (6.1) szerint elemeikkel, a vektorokat (2) és (6.2) képletek alapján kifejezvé, tizenkéttagú lineáris egyenletek rendszerét nyerjük. Ha innen az ismeretleneket kiszámítjuk, akkor a körhengerhéjak és gyűrűbordák alakváltozásai és erői a Fourier-kifejtés n indexű tagjára ($n = 2, 3, \dots$) meghatározhatók a különböző terhelési állapotok egymásra halmozása révén. A jelképes írásmódot megtartván, (7) most is fennáll, de

$$\Delta \bar{v}_J = \Delta \begin{bmatrix} w \\ \chi \end{bmatrix}_J = \begin{bmatrix} w_{héj} - w_{borda} \\ \chi_{héj} - \chi_{borda} \end{bmatrix}_J = 0, \tag{8.1}$$

$$(J = Ar, Be, \dots Kr, \dots Te)$$

$$\mathfrak{X}_K = \begin{bmatrix} X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}_K \equiv \begin{bmatrix} Q_{xz} \\ M_{x\varphi} \end{bmatrix}_K, \tag{8.2}$$

$$(K = Ar, Be, \dots Je, \dots Te)$$

$$\vartheta_{JrJe} = \begin{bmatrix} \delta_{33} & \delta_{34} \\ \delta_{43} & \delta_{44} \end{bmatrix}_{JrJe}, \quad \vartheta_{0,JrSJ} = \begin{bmatrix} \delta_{30} \\ \delta_{40} \end{bmatrix}_{JrSJ}. \tag{8.3}$$

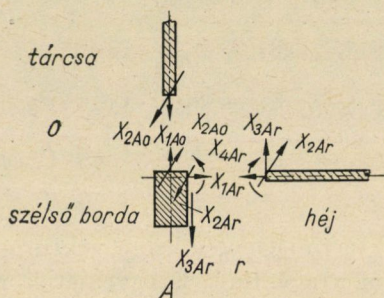
Látjuk tehát, hogy (7) most hattagú lineáris egyenletek rendszerét jelenti. A ortotróp körhengerhéj támaszainál az (1) összeférhetőségi feltételeket az adott peremfeltételeknek megfelelően kell alkalmazni (5. ábra). Ha a szerkezet

végére külső erő nem működik, akkor a $\Delta \bar{v}_J = 0$ ($J = Ar, Te$) összeférhetőségi feltételeket a peremerőkre vonatkozó

$$\mathfrak{X}_K = 0 \quad (K = Ar, Te) \quad (9)$$

feltételekkel kell helyettesíteni.

Ha az ortogonális körhengerhég, a méreteit illetően, az $x = 0$ -ra nézve szimmetrikus, akkor szimmetrikus vagy antimetrikus terhelés esetében statikailag határozatlan csoportterhek bevezetésével a (7) egyenletrendszer egyszerűsítése érhető el.



5. ábra. Statikailag határozatlan mennyiségek a végső gyűrűbordának a merev tárcsához való csatlakozásánál

2.2 Antimetrikus terhelési csoport

Ez a terhelési csoport független a tartó megtámasztásától. A körhengerhéjra működő valamely \bar{p}_s vagy \mathfrak{X}_K terhelés a 4. ábrán feltüntetett alaprendszer egyensúlyának biztosítására megköveteli a héjperemekre működő olyan támasztó erők létezését, amelyeket a csatlakozó gyűrűbordák és körhengerhéjak a támaszokra adnak át. A statikailag határozatlan mennyiségek (2) szerinti \mathfrak{X}_K vektora két csoportra⁴ bontható:

$$\mathfrak{X}_K = \begin{bmatrix} \mathfrak{X}^G \\ \mathfrak{X}^H \end{bmatrix}_K = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}_K = \begin{bmatrix} + & 1 & + & 1 \\ & & 0 & + & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathfrak{X}^M \\ \mathfrak{X}^B \end{bmatrix}_K, \quad (10)$$

$$(K = Ar, Be, \dots, Je, \dots, Te)$$

ahol

$$\mathfrak{X}_K^G = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}_K, \quad \mathfrak{X}_K^H = \begin{bmatrix} X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}_K.$$

⁴ Lásd ² lábjegyzetet.

Itt \mathcal{X}_K^G jelenti az alaprendszer ismeretlenjeit, \mathcal{X}_K^H a kibővített törzstartó ismeretlenjeit. \mathcal{X}_K^M jelenti a metszeti erőknek a membránrészlegét, \mathcal{X}_K^B a hajlítási részlegét. Ha az \mathcal{X}_K^M részlegvektorokat az s körhengerháj mindkét peremén egyesítjük, azaz

$$\mathcal{X}_s = \begin{bmatrix} \mathcal{X}_{Jr}^M \\ \mathcal{X}_{Ke}^M \end{bmatrix} \quad (11.1)$$

és egy új

$$\mathbf{C}_s = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ EC_3 \\ EC_4 \end{bmatrix}_s \quad (11.2)$$

vektorral helyettesítjük, akkor az alakváltozások és a metszeti erők ezen \mathbf{C}_s részlegvektorokból a tökéletesen hajlékony körhengerháj (membrán) egyensúlyi feltételeiből egyszerű módon levezethetők. Az (1) szerinti összeférhetőségi feltételek hasonlóképpen bonthatók két részre:

$$\Delta \bar{v}_J = \Delta \begin{bmatrix} \bar{v}^G \\ \bar{v}^H \end{bmatrix}_J = \Delta \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \chi \end{bmatrix}_J = 0, \quad (12)$$

$$(J = Ar, Be, \dots Ke, \dots Te)$$

ahol

$$\bar{v}_J^G = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}_J, \quad \bar{v}_J^H = \begin{bmatrix} w \\ \chi \end{bmatrix}_J,$$

(12) csak a Je és Jr átmetszési helyeken keletkező alakváltozásokat tartalmazza, de nem szól az erők egyensúlyáról.

A 4. ábrán feltüntetett törzstartóban a gyűrűborda \bar{v}_J^G alakváltozásai úgy választandók meg, hogy azok az s vagy $s - 1$ körhengerháj alakváltozásaival a Jr vagy Je átmetszések mentén megegyezők legyenek, és ezzel a $\Delta \bar{v}_J^G = 0$ ($J = Jr$ vagy Je) feltételeket kielégítsék. A J gyűrűborda a szomszédos s vagy $s - 1$ héjszakaszokkal olyan összefüggésben van, amely a 6. ábrán feltüntetett membránszerű megtámasztással van érzékeltetve.

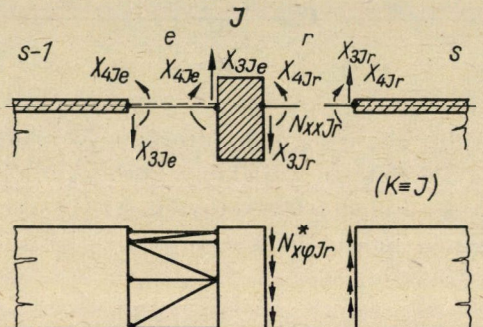
Ha az ortotróp körhengerhéjnak $t - 1$ közbenső gyűrűbordája van, akkor a t héjszakaszon st számú \mathbf{C}_s ($s = 1, 2, \dots t$) vektor áll rendelkezésünkre $4t$ állandóval, amelyekkel a $2t$ számú $\Delta \bar{v}_J^G = 0$ ($J = Ar, Br, \dots Sr$, vagy $J = Be, Ce, \dots Te$) összeférhetőségi feltételek kielégíthetők. További $2t$ állandó a 6. ábrán feltüntetett Je vagy Jr helyeken fennálló $2t$ számú egyensúlyi feltételből határozható meg. A $2t$ számú Je és Jr átmetszési helyeken

még $2t$ számú \mathfrak{X}_K^B vektort is figyelembe kell venni, ami $4t$ statikailag határozatlan mennyiséget jelent; e statikailag határozatlan mennyiségek a $\Delta \bar{v}_s^H = 0$ összeférhetőségi feltételek teljesítésére szolgálnak.

A $\Delta \bar{v}_J^G$ (12) összeférhetőségi feltételek helyettesítendőők a

$$\Delta \bar{v}_J^G = \Delta \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}_J = 0 \quad (13)$$

($J = Ar, Br, \dots Sr$ vagy $J = Be, Ce, \dots Te$)



6. ábra. A körhengerháj és a gyűrűborda nyúlásmerev és nyírásmercv csatlakozása (membrán-szerű megtámasztás) az átmetszésnél

összeférhetőségi feltételekkel, valamint a

$$\bar{s}''_{Je} = \bar{s}''_{Jr} + \Delta \bar{s}_J, \quad \bar{s}_{Je} = \bar{s}'_{Je} - \bar{s}''_{Jr} - \Delta \bar{s}_J = 0 \quad (14)$$

($J = A, B, \dots T$)

vagy

$$\bar{s}''_{Jr} = \bar{s}''_{Je} - \Delta \bar{s}_J, \quad \bar{s}_{Jr} = \bar{s}''_{Jr} - \bar{s}''_{Je} + \Delta \bar{s}_J = 0$$

egyensúlyi feltételekkel. Itt a \bar{s}''_{Je} vagy a \bar{s}''_{Jr} vektor az $s - 1$ vagy s körhengerháj N_{xx} és $N_{x\varphi}^*$ metszeti erőit jelenti, azaz

$$\bar{s}''_{Je} = \begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{x\varphi}^* \end{bmatrix}_{Je} \quad (15)$$

$\Delta \bar{s}_J$ a metszeti erőknek a J gyűrűbordára jutó megváltozását jelenti.

A $\Delta \bar{v}_J^G$ (13) és $\Delta \bar{v}_J^H$ (12) összeférhetőségi feltételek, valamint a \bar{s}_J (14) egyensúlyi feltételek segítségével a meghatározásra szolgáló $8t$ egyenlet felállítható. Ezek a Jr átmetszési helyen a Fourier-kifejtés $n = 1$ tagjára mátrixszámítás felhasználásával így írhatók:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{v}_{Jr}^G &= \vartheta_{JrHr}^G \cdot \mathfrak{X}_{Hr}^B + \vartheta_{JrJe}^G \cdot \mathfrak{X}_{Je}^B + \vartheta_{JrJr}^G \cdot \mathfrak{X}_{Jr}^B + \\ &+ \vartheta_{JrKe}^G \cdot \mathfrak{X}_{Ke}^B + \bar{c}_{Jrs-1}^G \cdot \mathbf{C}_{s-1} + \bar{c}_{Jrs}^G \cdot \mathbf{C}_s + \\ &+ \bar{c}_{0,Jrs-1}^G + \bar{c}_{0,Jrs}^G = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{s}_{Jr} &= \bar{s}_{JrHr} \cdot \bar{x}_{Hr}^B + \bar{s}_{JrJe} \cdot \bar{x}_{Je}^B + \bar{s}_{JrJr} \cdot \bar{x}_{Jr}^B + \\
&+ \bar{s}_{JrKe} \cdot \bar{x}_{Ke}^B + \bar{s}_{Jrs-1} \cdot \mathbf{C}_{s-1} + \bar{s}_{Jrs} \cdot \mathbf{C}_s + \\
&+ \bar{s}_{0,Jrs-1} + \bar{s}_{0,Jrs} = 0, \\
\Delta \bar{v}_{Jr}^H &= \vartheta_{JrHr}^H \cdot \bar{x}_{Hr}^B + \vartheta_{JrJe}^H \cdot \bar{x}_{Je}^B + \vartheta_{JrsJr}^H \cdot \bar{x}_{Jr}^B + \\
&+ \vartheta_{JrKe}^H \cdot \bar{x}_{Ke}^B + \bar{c}_{Jrs-1}^H \cdot \mathbf{C}_{s-1} + \bar{c}_{Jrs}^H \cdot \mathbf{C}_s + \\
&+ \bar{c}_{0,Jrs-1}^H + \bar{c}_{0,Jrs}^H = 0.
\end{aligned} \tag{16}$$

Az alkalmazott jelölések így értendők: Például a ϑ_{JrJe}^G vagy ϑ_{JrJe}^H mátrix a δ_{ik} ($i = 1, 2; k = 3, 4$) vagy δ_{ik} ($i = 3, 4; k = 3, 4$) alakváltozásokat jelenti a Jr átmetszés mentén, amikor az X_K statikailag határozatlan mennyiség a Je átmetszés mentén működik, azaz

$$\vartheta_{JrJe}^G = \begin{bmatrix} \delta_{13} & \delta_{14} \\ \delta_{23} & \delta_{24} \end{bmatrix}_{JrJe}, \quad \vartheta_{JrJe}^H = \begin{bmatrix} \delta_{33} & \delta_{34} \\ \delta_{43} & \delta_{43} \end{bmatrix}_{JrJe}. \tag{17.1}$$

A \bar{c}_{Jrs}^G és \bar{c}_{Jrs}^H mátrix az s körhengerháj C_k állandóinak a γ_{ik} ($i = 1, 2; k = 1, 2, 3, 4$) vagy γ_{ik} ($i = 3, 4; k = 1, 2, 3, 4$) együtthatóit jelenti a Jr átmetszés mentén, azaz

$$\bar{c}_{Jrs}^G = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} & \gamma_{14} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} & \gamma_{24} \end{bmatrix}_{Jrs}, \quad \bar{c}_{Jrs}^H = \begin{bmatrix} \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} & \gamma_{34} \\ \gamma_{41} & \gamma_{42} & \gamma_{43} & \gamma_{44} \end{bmatrix}_{Jrs}. \tag{17.2}$$

A $\bar{c}_{0,Jrs}^G$ vagy $\bar{c}_{0,Jrs}^H$ vektor az s körhengerháj vagy a J gyűrűborda \bar{p}_{sJ} terhelésének a γ_{i0} ($i = 1, 2$) vagy γ_{i0} ($i = 3, 4$) együtthatóit jelenti a Jr átmetszés mentén, azaz

$$\bar{c}_{0,Jrs}^G = \begin{bmatrix} \gamma_{10} \\ \gamma_{20} \end{bmatrix}_{Jrs}, \quad \bar{c}_{0,Jrs}^H = \begin{bmatrix} \gamma_{30} \\ \gamma_{40} \end{bmatrix}_{Jrs}. \tag{17.3}$$

A γ_{ik} együtthatók mint alakváltozási mennyiségek, úgy mint a δ_{ik} értékek, a 4. ábra szerint értelmezendők. A \bar{s}_{JrJe} vagy \bar{s}_{Jrs} metszeti erőkre a (14) és (15) figyelembevételével hasonló jelölésmód érvényes. A (16) egyenletekben a mátrixok, vektorok és metszeti erők a körhengerhájra, ill. gyűrűbordára vonatkozó részlegekből tevődnek össze.

Ha most is felállítjuk az ortotrop körhengerháj minden Jr és Je átmetszésére a $2 \cdot 4t$ egyensúlyi és összeférhetőségi egyenletet, akkor minden \bar{x}_K^B és \mathbf{C}_s vektorra hattagú mátrixegyenleteknek a (18) rendszerét nyerjük

$$\begin{aligned}
 & \vartheta_{ArAr}^G \cdot \mathcal{X}_{Ar}^B + \vartheta_{ArBe}^G \cdot \mathcal{X}_{Be}^B \\
 & \bar{s}_{BrAr} \cdot \mathcal{X}_{Ar}^B + \bar{s}_{BrBe} \cdot \mathcal{X}_{Be}^B + \bar{s}_{BrBr} \cdot \mathcal{X}_{Br}^B + \bar{s}_{BrCe} \cdot \mathcal{X}_{Ce}^B \\
 & \vartheta_{BrAr}^G \cdot \mathcal{X}_{Ar}^B + \vartheta_{BrBe}^G \cdot \mathcal{X}_{Be}^B + \vartheta_{BrBr}^G \cdot \mathcal{X}_{Br}^B + \vartheta_{BrCe}^G \cdot \mathcal{X}_{Ce}^B \\
 & \bar{s}_{CrBr} \cdot \mathcal{X}_{Br}^B + \bar{s}_{CrCe} \cdot \mathcal{X}_{Ce}^B + \bar{s}_{CrCr} \cdot \mathcal{X}_{Cr}^B + \bar{s}_{CrDe} \cdot \mathcal{X}_{De}^B \\
 & \vartheta_{CrBr}^G \cdot \mathcal{X}_{Br}^B + \vartheta_{CrCe}^G \cdot \mathcal{X}_{Ce}^B + \vartheta_{CrCr}^G \cdot \mathcal{X}_{Cr}^B + \vartheta_{CrDe}^G \cdot \mathcal{X}_{De}^B \\
 & \dots \\
 & \bar{s}_{JrHr} \cdot \mathcal{X}_{Hr}^B + \bar{s}_{JrJe} \cdot \mathcal{X}_{Je}^B + \bar{s}_{JrJr} \cdot \mathcal{X}_{Jr}^B + \bar{s}_{JrKe} \cdot \mathcal{X}_{Ke}^B \\
 & \vartheta_{JrHr}^G \cdot \mathcal{X}_{Hr}^B + \vartheta_{JrJe}^G \cdot \mathcal{X}_{Je}^B + \vartheta_{JrJr}^G \cdot \mathcal{X}_{Jr}^B + \vartheta_{JrKe}^G \cdot \mathcal{X}_{Ke}^B \\
 & \dots \\
 & \bar{s}_{SeRr} \cdot \mathcal{X}_{Rr}^B + \bar{s}_{SeSe} \cdot \mathcal{X}_{Se}^B + \bar{s}_{SeSr} \cdot \mathcal{X}_{Sr}^B + \bar{s}_{SeTe} \cdot \mathcal{X}_{Te}^B \\
 & \vartheta_{SeRr}^G \cdot \mathcal{X}_{Rr}^B + \vartheta_{SeSe}^G \cdot \mathcal{X}_{Se}^B + \vartheta_{SeSr}^G \cdot \mathcal{X}_{Sr}^B + \vartheta_{SeTe}^G \cdot \mathcal{X}_{Te}^B \\
 & \vartheta_{TeSr}^G \cdot \mathcal{X}_{Sr}^B + \vartheta_{TeTe}^G \cdot \mathcal{X}_{Te}^B \\
 & \vartheta_{ArAr}^H \cdot \mathcal{X}_{Ar}^B + \vartheta_{ArBe}^H \cdot \mathcal{X}_{Be}^B \\
 & \vartheta_{BeAr}^H \cdot \mathcal{X}_{Ar}^B + \vartheta_{BeBe}^H \cdot \mathcal{X}_{Be}^B + \vartheta_{BeBr}^H \cdot \mathcal{X}_{Br}^B \\
 & \vartheta_{BrAr}^H \cdot \mathcal{X}_{Ar}^B + \vartheta_{BrBe}^H \cdot \mathcal{X}_{Be}^B + \vartheta_{BrBr}^H \cdot \mathcal{X}_{Br}^B + \vartheta_{BrCe}^H \cdot \mathcal{X}_{Ce}^B \\
 & \vartheta_{CeBr}^H \cdot \mathcal{X}_{Br}^B + \vartheta_{CeCe}^H \cdot \mathcal{X}_{Ce}^B + \vartheta_{CeCr}^H \cdot \mathcal{X}_{Cr}^B \\
 & \dots \\
 & \vartheta_{JrHr}^H \cdot \mathcal{X}_{Hr}^B + \vartheta_{JrJe}^H \cdot \mathcal{X}_{Je}^B + \vartheta_{JrJr}^H \cdot \mathcal{X}_{Jr}^B + \vartheta_{JrKe}^H \cdot \mathcal{X}_{Ke}^B \\
 & \dots \\
 & \vartheta_{SeRr}^H \cdot \mathcal{X}_{Rr}^B + \vartheta_{SeSe}^H \cdot \mathcal{X}_{Se}^B + \vartheta_{SeSr}^H \cdot \mathcal{X}_{Sr}^B + \vartheta_{SeTe}^H \cdot \mathcal{X}_{Te}^B \\
 & \vartheta_{TeSr}^H \cdot \mathcal{X}_{Sr}^B + \vartheta_{TeTe}^H \cdot \mathcal{X}_{Te}^B
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \bar{c}_{Ar1}^G \cdot \mathbf{C}_1 \\
 & + \bar{s}_{Br1} \cdot \mathbf{C}_1 + \bar{s}_{Br2} \cdot \mathbf{C}_2 \\
 & + \bar{c}_{Br1}^G \cdot \mathbf{C}_1 + \bar{c}_{Br2}^G \cdot \mathbf{C}_2 \\
 & + \bar{s}_{Cr2} \cdot \mathbf{C}_2 + \bar{s}_{Cr3} \cdot \mathbf{C}_3 \\
 & + \bar{c}_{Cr2}^G \cdot \mathbf{C}_2 + \bar{c}_{Cr3}^G \cdot \mathbf{C}_3 \\
 & \dots \\
 & + \bar{s}_{Jrs-1} \cdot \mathbf{C}_{s-1} + \bar{s}_{Jrs} \cdot \mathbf{C}_s \\
 & + \bar{c}_{Jrs-1}^G \cdot \mathbf{C}_{s-1} + \bar{c}_{Jrs}^G \cdot \mathbf{C}_s \\
 & \dots \\
 & + \bar{s}_{Set-1} \cdot \mathbf{C}_{l-1} + \bar{s}_{Set} \cdot \mathbf{C}_l \\
 & + \bar{c}_{Set-1}^G \cdot \mathbf{C}_{l-1} + \bar{c}_{Set}^G \cdot \mathbf{C}_l \\
 & + \bar{c}_{Tel}^G \cdot \mathbf{C}_l \\
 & + \bar{c}_{Ar1}^H \cdot \mathbf{C}_1 \\
 & + \bar{c}_{Be1}^H \cdot \mathbf{C}_1 \\
 & + \bar{c}_{Br1}^H \cdot \mathbf{C}_1 + \bar{c}_{Br2}^H \cdot \mathbf{C}_2 \\
 & + \bar{c}_{Ce2}^H \cdot \mathbf{C}_2 \\
 & \dots \\
 & + \bar{c}_{Jrs-1}^H \cdot \mathbf{C}_{s-1} + \bar{c}_{Jrs}^H \cdot \mathbf{C}_s \\
 & + \bar{c}_{Set-1}^H \cdot \mathbf{C}_{l-1} + \bar{c}_{Set}^H \cdot \mathbf{C}_l \\
 & + \bar{c}_{Tel}^H \cdot \mathbf{C}_l
 \end{aligned}$$

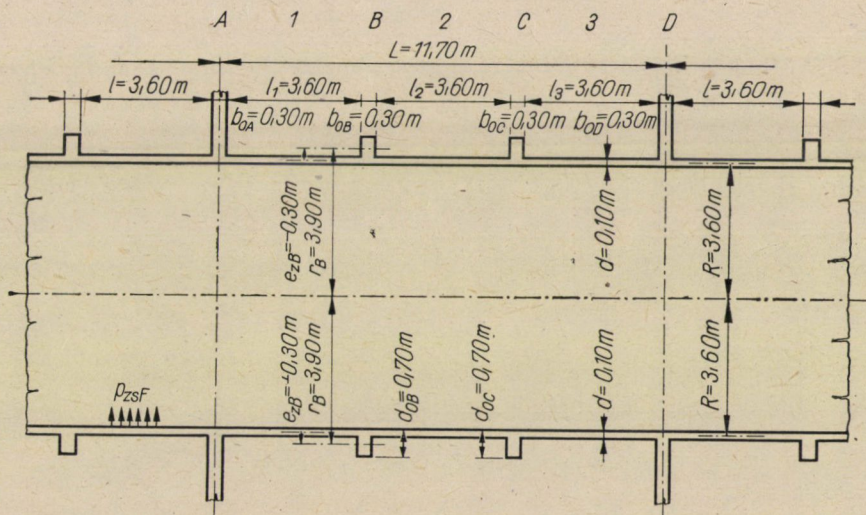
$$\begin{aligned}
 & + \bar{c}_{Ar1}^G \cdot \mathbf{C}_1 \\
 & + \bar{s}_{0,Br1} + \bar{s}_{0,Br2} \\
 & + \bar{c}_{0,Br1}^G + \bar{c}_{0,Br2}^G \\
 & + \bar{s}_{0,Cr2} + \bar{s}_{0,Cr3} \\
 & + \bar{c}_{0,Cr2}^G + \bar{c}_{0,Cr3}^G \\
 & \dots \\
 & + \bar{s}_{0,Jrs-1} + \bar{s}_{0,Jrs} \\
 & + \bar{c}_{0,Jrs-1}^G + \bar{c}_{0,Jrs}^G \\
 & \dots \\
 & + \bar{s}_{0,Set-1} + \bar{s}_{0,Set} \\
 & + \bar{c}_{0,Set-1}^G + \bar{c}_{0,Set}^G \\
 & + \bar{c}_{0,Tel}^G \\
 & + \bar{c}_{0,Ar1}^H \\
 & + \bar{c}_{0,Be1}^H \\
 & + \bar{c}_{0,Br1}^H + \bar{c}_{0,Br2}^H \\
 & + \bar{c}_{0,Ce2}^H \\
 & \dots \\
 & + \bar{c}_{0,Jrs-1}^H + \bar{c}_{0,Jrs}^H \\
 & + \bar{c}_{0,Set-1}^H + \bar{c}_{0,Set}^H \\
 & + \bar{c}_{0,Tel}^H
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \bar{c}_{Ar1}^G \cdot \mathbf{C}_1 \\
 & + \bar{s}_{Br1} \cdot \mathbf{C}_1 + \bar{s}_{Br2} \cdot \mathbf{C}_2 \\
 & + \bar{c}_{Br1}^G \cdot \mathbf{C}_1 + \bar{c}_{Br2}^G \cdot \mathbf{C}_2 \\
 & + \bar{s}_{Cr2} \cdot \mathbf{C}_2 + \bar{s}_{Cr3} \cdot \mathbf{C}_3 \\
 & + \bar{c}_{Cr2}^G \cdot \mathbf{C}_2 + \bar{c}_{Cr3}^G \cdot \mathbf{C}_3 \\
 & \dots \\
 & + \bar{s}_{Jrs-1} \cdot \mathbf{C}_{s-1} + \bar{s}_{Jrs} \cdot \mathbf{C}_s \\
 & + \bar{c}_{Jrs-1}^G \cdot \mathbf{C}_{s-1} + \bar{c}_{Jrs}^G \cdot \mathbf{C}_s \\
 & \dots \\
 & + \bar{s}_{Set-1} \cdot \mathbf{C}_{l-1} + \bar{s}_{Set} \cdot \mathbf{C}_l \\
 & + \bar{c}_{Set-1}^G \cdot \mathbf{C}_{l-1} + \bar{c}_{Set}^G \cdot \mathbf{C}_l \\
 & + \bar{c}_{Tel}^G \cdot \mathbf{C}_l \\
 & + \bar{c}_{Ar1}^H \cdot \mathbf{C}_1 \\
 & + \bar{c}_{Be1}^H \cdot \mathbf{C}_1 \\
 & + \bar{c}_{Br1}^H \cdot \mathbf{C}_1 + \bar{c}_{Br2}^H \cdot \mathbf{C}_2 \\
 & + \bar{c}_{Ce2}^H \cdot \mathbf{C}_2 \\
 & \dots \\
 & + \bar{c}_{Jrs-1}^H \cdot \mathbf{C}_{s-1} + \bar{c}_{Jrs}^H \cdot \mathbf{C}_s \\
 & + \bar{c}_{Set-1}^H \cdot \mathbf{C}_{l-1} + \bar{c}_{Set}^H \cdot \mathbf{C}_l \\
 & + \bar{c}_{Sr1}^H \cdot \mathbf{C}_l \\
 & + \bar{c}_{Tel}^H \cdot \mathbf{C}_l
 \end{aligned}$$

A (17)-nek megfelelő mátrixok és a (10)-nek, (11)-nek és (17,3)-nak megfelelő vektorok elemeivel a (18)-ból egy tizenhattagú lineáris egyenletrendszer adódik. Ha ezekből az ismeretleneket kiszámítjuk, akkor az antimetrikus terhelési esetre az összes alakváltozások és metszeti erők a körhengerhéjakban és a gyűrűbordákban (membránterhelési állapot és az egyes terhelési állapotok egymásrahalmazásával) meghatározhatók. Az ortotróp körhengerhéj támaszainál fennálló peremfeltételek most is külön veendőek figyelembe. Statikailag határozatlan csoportterhek bevezetésével a (18) egyenletrendszer esetében is egyszerűsítés érhető el.

3. Az egyenletrendszerek mátrixai és vektorai

Az s körhengerhéj és a J gyűrűborda azon alakváltozásai és metszeti erői, amelyeket a felületi terhek és a peremterhek okoznak, az izotróp körhengerhéjak szigorú hajlításelméletével [12] és görbetengelyű rudakra vonat-



7. ábra. A végtelen hosszú, folytatólagos, ortotróp körhengerhéj rendszere

kozó feltevésekkel kiszámíthatók. Ebből az együtthatók mátrixai, a terhelési számok vektorai és a metszeti erők, amelyek a (7) és (18) egyenletrendszerekben fellépnek, levezethetők. Ezekre vonatkozó teljes fejtegetés a [13]-ban található meg.

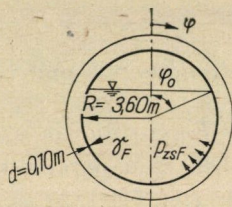
4. Számpélda

A végtelen hosszú, folytatólagos, ortotróp körhengerhéj támaszait merev tárcsák alkotják, és minden mezőben két kifelé nyúló gyűrűborda van.

Ennek a körhengerhéjnak egy közbenső mezőjét a 7. ábra tünteti fel. A *B* és *C* helyeken a kifelé nyúló gyűrűbordákat, az *A* és *D* helyeken a megtámasztó tárcsákat látjuk, amelyeknek nyúlási merevességét *e* példában, egyszerűsítés okából, végtelen nagyoknak tételezzük fel. Az *A* és *B* tárcsáknál tehát a

$$u_{sn} = v_{sn} = w_{sn} = \chi_{sn} = 0 \tag{s-1,3}$$

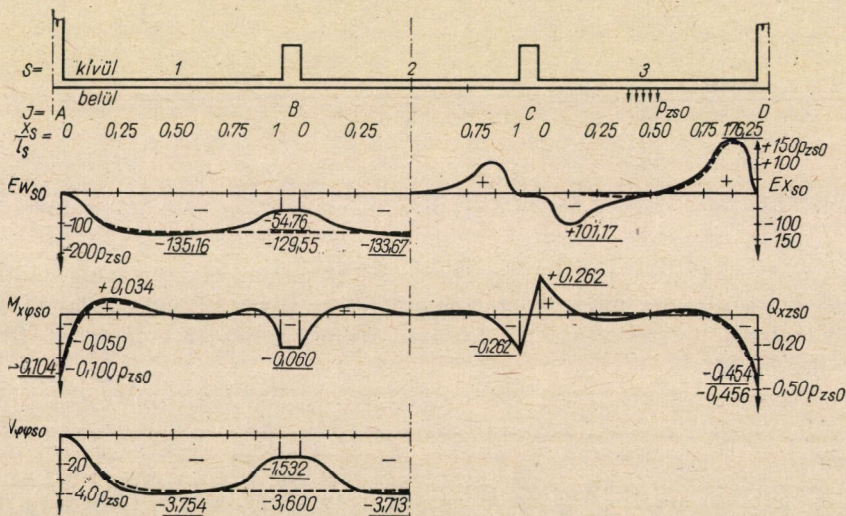
peremfeltételek állnak fenn.



8. ábra. Az ortotróp körhengerhéj víztöltés okozta terhelése

A körhengerhéj belsejében az egész hossza mentén állandó vízteher működik (8. ábra). Ezt gyűrűirányban Fourier-sorban felírván

$$P_{zsF} = -\frac{\gamma_F R}{\pi} \left[\sin \varphi_0 + (\pi - \varphi_0) \cos \varphi_0 - (\sin \varphi_0 \cos \varphi_0 + \pi - \varphi_0) \cos \varphi + \right. \\ \left. + \sin \varphi_0 \left(2 - \frac{4}{3} \sin^2 \varphi_0 - 2 \cos^2 \varphi_0 \right) \cos 2\varphi + \dots \right] \tag{19}$$

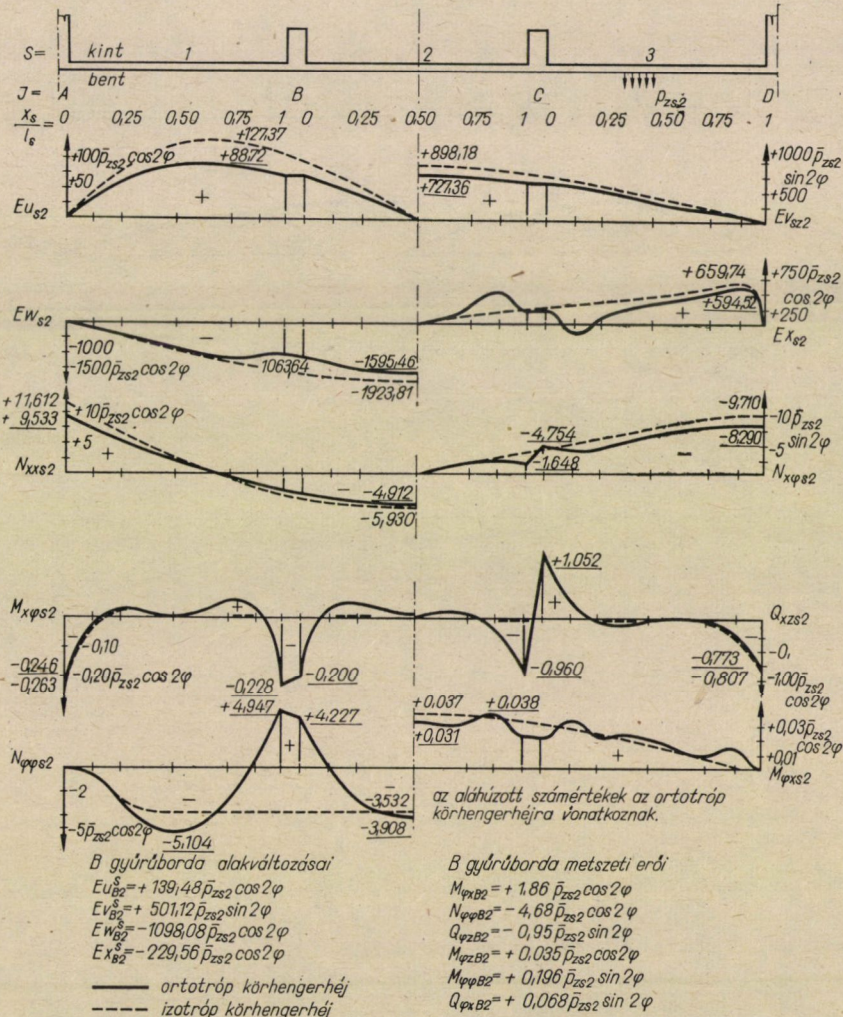


9. ábra. Alakváltozások és metszeti erők az ortotróp körhengerhéjban (*n* = 0)

A következőkben azonban e kifejtésnek csak első három tagját ($n = 0, 1, 2$) fogjuk figyelembe venni, minthogy ezek már megmutatják azt, ami e szerkezetnél lényeges.

4.1 Forgásszimmetrikus terhelés ($n = 0$)

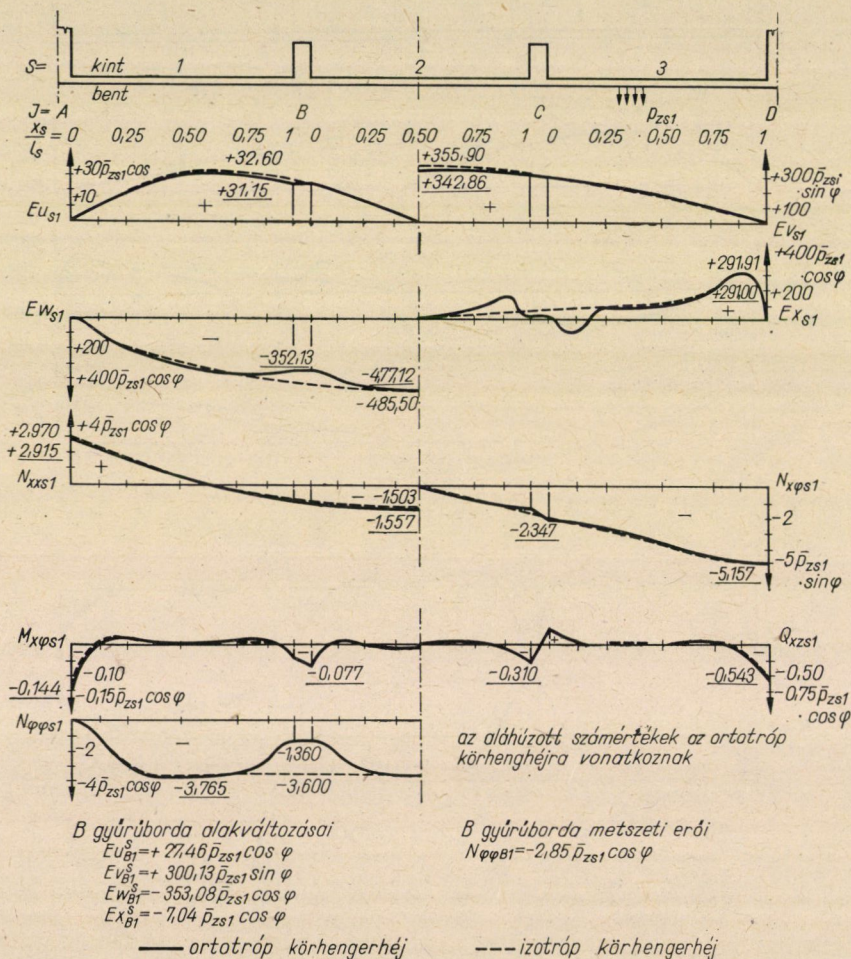
A 9. ábrán az alakváltozások és a metszeti erők vannak feltüntetve az ortotróp körhengerhéj esetében, és összehasonlításképpen az izotróp körhengerhéj esetében is. A gyűrűbordáknak a sugárirányú Ew_{s0} elmozdulásokra kifejtett merítő hatása az ábrából kiviláglik. E hatás folytán a gyűrűbordák közvetlen közelében $M_{x\varphi s0}$ hajlító nyomatékok és Q_{xzs0} nyíró erők keletkeznek. Forgásszimmetrikus terhelés esetében azonban ezek a metszeti erők gyorsan csillapodnak, úgyhogy a p_{zs0} gyűrűteher már a gyűrűbordától számított $x_s/l_s = 0,25$ -nél e metszeti erőket egyedül az $N_{\varphi\varphi s0}$ veszi fel, és e terhelés az $N_{\varphi\varphi s0}$ gyűrűerőt csak akkor csökkenti, ha a gyűrűbordák távolsága egymástól kicsiny. A peremzavarás mérve lényegileg a gyűrűborda nyúlási merevségétől függ. Így azután $M_{x\varphi s0}$ a B gyűrűbordában csak félakkora lesz, mint az A megtámasztó tárcsában. A B gyűrűborda alakváltozásai és metszeti erői szintén a 10. ábrán vannak feltüntetve.



10. ábra. Alakváltozások és metszeti erők az ortotróp körhengerhéjban ($n = 2$)

4.2 Periodikus terhelés ($n = 2$)

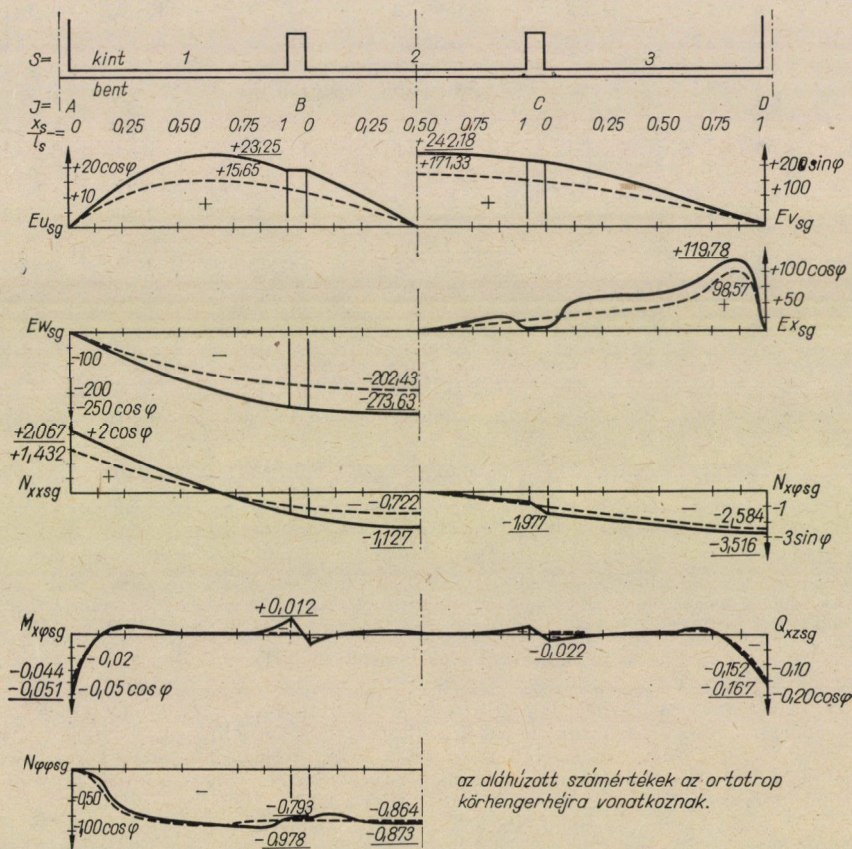
A 10. ábrán is az alakváltozások és a metszeti erők vannak feltüntetve az ortotróp körhengerhéj esetében, és összehasonlítás okából az izotróp körhengerhéj esetében is. Itt is jól látható a gyűrűbordák által a sugárirányú Ew_{s2} elmozdulásokra kifejtett hatás. De ellentétben a forgásszimmetrikus terhelés esetével, ez a hatás már nem korlátozódik keskeny sávra. Ew_{s2} csökkenése folytán az Eu_{s2} és Ev_{s2} elmozdulások és az $E\chi_{s2}$ elfordulás még a keskeny sávon is csökkennek. A gyűrűfeszültségállapotnak zavarása állván be, a bordákban most is $M_{\varphi s2}$ -hajlítónyomatékok és $Q_{xz s2}$ nyírőerők keletkeznek. Nagyságuk azonban már nemcsak a gyűrűbordák nyúlási merevségétől, hanem még inkább azok hajlítási merevségétől, valamint attól függ, hogy a héjfelület melyik részéről van szó. De az $M_{\varphi s2}$ hajlítónyomaték a B gyűrűbordában hozzávetőlegesen akkorára adódik, mint az A támasztó tárcsában. A gyűrűbordák merevítő hatása erősen befolyásolja az $N_{\varphi \varphi s2}$ gyűrű erőt. Így az nemcsak az egyes szakaszokban lesz számszerűleg nagyobb, hanem a gyűrűbordák szűkebb környezetében előjelváltozást is szenved. Viszont az $M_{\varphi x s2}$ hajlítónyomaték a gyűrűben helyileg csak kismértékben változik



11. ábra. Alakváltozások és metszeti erők az ortotróp körhengerhéjban ($n = 1$)

meg. Az N_{xxs2} és $N_{x\varphi s2}$ metszeti erők, amelyek főleg az Eu_{s2} és Ev_{s2} elmozdulásoktól függenek úgy, mint azok is, nagyságra nézve kisebbek lesznek, de eloszlásmódjuk csak lényegtelenül tér el az izotróp körhenger metszeti erőinek eloszlásmódjától. Összehasonlításnál figyelembe kell venni azt, hogy a merev támasztótárcsák az alakváltozások és metszeti erők eloszlását az izotróp körhengerhéjban és hasonló mértékben az ortotróp körhengerhéjban is, lényegesen befolyásolják. Amikor a támasztó tárcsák igen távol vannak egymástól, akkor a gyűrűbordák hatása még kirívóbb.

A B gyűrűborda alakváltozásai és metszeti erői szintén a 10. ábrán vannak megadva. A gyűrűborda síkjában tetemes $N_{\varphi\varphi B2}$ gyűrűerők és $M_{\varphi x B2}$ gyűrűhajlítónyomatékok lépnek fel. Minthogy a gyűrűborda hajlítási merevsége a körhenger hajlítási merevségéhez képest lényegesen nagyobb, a külső erőkből keletkező gyűrűhajlítást túlnyomólag a gyűrűborda veszi fel. Viszont azok a metszeti erők, amelyek a hajlítási merevségből kifolyólag a gyűrűborda síkjára merőlegesen, valamint a csavarásból keletkeznek, annyira lényegtelenek, hogy gyakorlati számításnál elhanyagolhatók.



B gyűrűborda alakváltozásai:

$$Eu_{s1} = +20,58 \cos \varphi$$

$$Ev_{s1} = +217,98 \sin \varphi$$

$$Ew_{s1} = -248,84 \cos \varphi$$

$$Ex_{s1} = -5,28 \cos \varphi$$

B gyűrűborda metszeti erői:

$$N_{\varphi\varphi B1} = -1,66 \cos \varphi$$

— ortotróp körhengerhéj

--- izotróp körhengerhéj

12. ábra. Alakváltozások és metszeti erők az ortotróp körhengerhéjban (sajátsúly)

I. táblázat

Az ortotróp és izotróp körhengerháj néhány elmozdulásának és metszeti erőjének kimutatása

φ_0		P_{2sn}	$Ev_{2n}(x = \sigma)$		$Ev_{2n}(x = 2,10 \text{ m})$	
			a	b	a	b
0°	$n = 0$	-3,60	+481,20	+466,40	+197,10	+466,40
	$n = 1$	+3,60	-1717,60	-1747,80	-1267,70	-1557,36
	$n = 2$	—	—	—	—	—
	Σ		+2198,80	+2214,20	+1464,80	+2023,76
45°	$n = 0$	-2,72	+363,58	+352,38	+148,95	+352,38
	$n = 1$	+3,27	-1560,12	-1587,59	-1151,47	-1414,60
	$n = 2$	-0,27	+430,77	+519,43	+287,18	+410,67
	Σ		+2354,47	+2459,40	+1587,50	+2177,65
90°	$n = 0$	-1,14	+152,38	+147,69	+62,43	+147,69
	$n = 1$	+1,80	-858,78	-873,90	-633,83	-778,68
	$n = 2$	-0,77	+1228,50	+1481,33	+819,00	+1171,17
	Σ		+2239,55	+2502,92	+1515,25	+2097,54
135°	$n = 0$	-0,17	+22,72	+22,02	+9,31	+22,02
	$n = 1$	+0,33	-157,44	-160,22	-116,20	-142,76
	$n = 2$	-0,27	+430,77	+519,43	+287,18	+410,67
	Σ		+610,93	+701,67	+412,69	+575,45
			Mp/m		Mp/m	

a = ortotróp körhengerháj
b = izotróp körhengerháj

4.3 Antimetrikus terhelés ($n = 1$)

Az ortotróp körhengerháj alakváltozásai és metszeti erői a p_{2s1} állandó terhelés esetére a 11. ábrán, saját súlyra a 12. ábrán vannak feltüntetve. Összehasonlítás okából itt is fel vannak tüntetve az izotróp körhengerhájra vonatkozó értékek. p_{2s1} terhelésű ortotróp körhengerhájnál a sugárirányú Ev_{s1} elmozdulások a gyűrűborda környezetében kisebbek, mint az izotrópéknál. A gyűrűbordának nagyobb a nyúlási merevsége, mint a körhengerhájnak, tehát egyenlő terhelésnél kisebb alakváltozást szenved. Ez a hatás csak kismértékben befolyásolja az Eu_{s1} és Ev_{s1} elmozdulásokat és az $E\chi_{s1}$ elfordulásokat, s csak a gyűrűborda közvetlen közelében érvényesül. Lényegesebb ez a hatás az M_{xqs1} és Q_{xz1} metszeti erőkre, amelyek mintegy oly nagyok, mint a forgásszimmetrikus terhelés esetében, de a szélektől távolodva éppoly gyorsan csillapodnak. Az $N_{\varphi qs1}$ gyűrűerő is nagyjából úgy oszlik el, mint az $N_{\varphi qso}$ gyűrűerő. A hatásból csaknem semmi sem jut az N_{xxs1} és N_{xqs1} mennyiségekre.

Saját súlytal terhelt ortotróp körhengerháj esetében a gyűrűborda és a körhengerháj nyúlási merevségei megközelítőleg arányosak a két szerkezeti elem terheléseivel. Ezáltal a gyűrűborda merevítő hatása elenyészővé válik. Ez világosan kiténik a sugárirányú Ev_{sg} elmozdulások eloszlásából. Az ortotróp körhengerháj sugárirányú elmozdulásai, ellentétben

különböző töltési magasságok esetében ($\gamma_F = 1,0 \text{ t/m}^3$)

$M_{x\varphi sn} (x = 2,10 \text{ m})$		$M_{x\varphi sn} (x = 5,70 \text{ m})$		$N_{\varphi\varphi sn} (x = 0)$		$N_{\varphi\varphi sn} (x = 2,10 \text{ m})$		
a	b	a	b	a	b	a	b	
+0,22	0	+0,37	+0,37	+13,40	+12,96	+5,52	+12,96	—
-0,17	0	-0,52	-0,52	-12,96	-12,96	-4,90	-12,96	$\cos \varphi$
—	—	—	—	—	—	—	—	$\cos 2\varphi$
+0,39	0	+0,89	+0,89	+26,36	+25,92	+10,42	+25,92	$\varphi = 180^\circ$
+0,16	0	+0,28	+0,28	+10,10	+9,79	+4,17	+9,79	—
-0,15	0	-0,47	-0,47	-11,77	-11,77	-4,45	-11,77	$\cos \varphi$
+0,06	0	+0,07	+0,07	+1,06	+0,95	-1,34	+0,95	$\cos 2\varphi$
+0,37	0	+0,82	+0,82	+22,93	+22,51	+7,28	+22,51	$\varphi = 180^\circ$
+0,07	0	+0,12	+0,12	+4,23	+4,10	+1,75	+4,10	—
-0,08	0	-0,26	-0,26	-6,48	-6,48	-2,45	-6,48	$\cos \varphi$
+0,18	0	+0,19	+0,20	+3,01	+2,72	-3,81	+2,72	$\cos 2\varphi$
+0,33	0	+0,57	+0,58	+13,72	+13,30	+0,39	+13,30	$\varphi = 180^\circ$
						+5,56	+1,38	$\varphi = 90^\circ$
+0,01	0	+0,02	+0,02	+0,63	+0,61	+0,26	+0,61	—
-0,01	0	-0,05	-0,05	-1,19	-1,19	-0,45	-1,19	$\cos \varphi$
+0,06	0	+0,07	+0,07	+1,06	+0,95	-1,34	+0,95	$\cos 2\varphi$
+0,08	0	+0,14	+0,14	+2,88	+2,75	-0,63	+2,75	$\varphi = 180^\circ$
						+1,60	-0,34	$\varphi = 90^\circ$
Mpm/m		Mpm/m		Mp/m		Mp/m		

az izotróp körhengerhéjjal, a gyűrűbordák nagyobb súlya miatt nagyobbak. Ez a hatás természetesen az összes alakváltozás és metszeti erő összehasonlításánál figyelembe veendő. A gyűrűborda és körhengerhéj eltérő elfordulásaiból kifolyólag még $M_{x\varphi sg}$ hajlítónyomatékok és $Q_{x\varphi sg}$ nyíróerők is keletkeznek, amelyeknek azonban itt csak másodlagos jelentőségük van, és a szélektől számítva igen gyorsan csillapodnak. Ezek hatása is jelentéktelen az $N_{x\varphi sg}$, $N_{x\varphi sn}$, $N_{\varphi\varphi sg}$ metszeti erőkre.

A B gyűrűborda alakváltozásai és metszeti erői a 11. és 12. ábrán vannak feltüntetve.

4.4 A részleteredmények felsorolása

Az 1. táblázatban néhány elmozdulás és metszeti erő van felsorolva különböző φ_0 töltési magasságok esetére (lásd 8. ábrát) az ortotrop és az izotróp körhengerhéj esetére. Itt a 9., 10., 11. ábra szerinti $n = 0, 2, 1$ Fourier-tagokra vonatkozó eredmények a (19) egyenlet alapján vannak figyelembe véve.

A sugárirányú Ew_{sn} elmozdulások az izotróp körhengerhéj esetében mindig nagyobbak, mint az ortotrop körhengerhéjénál. A különbség $\varphi_0 = 135^\circ$, $x = 0$ esetében mintegy 15%. A bordánál $M_{x\varphi sn}$ hajlítónyomatékok keletkeznek, amelyek $\varphi_0 = 0^\circ$ esetében $\sigma_a = \pm 23,4$

kp/cm² hajlítási feszültséget okoznak. A megtámasztó tárcsáknál azonban ezek a hajlítónyomatékok közelítőleg egyenlők. Különösen nagy a különbség az $N_{\varphi\varphi sn}$ gyűrű erőnél az $x = 2,10$ m helyen. $\varphi_0 = 0^\circ$ esetében: $\sigma_a = \pm 10,42$ kp/cm² a $\sigma_b = \pm 25,92$ kp/cm²-tal szemben. $\varphi_0 = 90^\circ$ esetében: $\sigma_a = +5,56$ kp/cm² a $\sigma_b = +1,38$ kp/cm²-tal szemben, vagy $\sigma_a = +0,39$ kp/cm² a $\sigma_b = +13,30$ kp/cm²-tal szemben.

Ezek a nagy feszültségkülönbségek a gyűrűborda környezetében főleg az acélbeton és feszített beton szerkezet kivitelezésénél veendő figyelembe, és esetenként megfelelő acélbetétekkel felveendő.

IRODALOM

1. KLÖPPEL, K.—SCHARDT, R.: Systematische Behandlung der Differentialgleichungen für ebene anisotrope Flächentragwerke. *Der Stahlbau* (1960), 33.
2. DISCHINGER, F.: Die strenge Theorie der Kreiszyinderschale in ihrer Anwendung auf die Zeiß—Dywidag-Schalen. *Beton und Eisen* (1935), 257.
3. AAS-JAKOBSEN, A.: Die Berechnung der Zylinderschalen. Springer, Berlin 1958.
4. BARTA, TH.: Berechnung orthotroper Kreiszyinderschalen. *Bauplanung und Bautechnik* (1960), 505.
5. TRAVAUX 1964, 531.
6. BUYER, K.: Beispiele neuerer Schalenbauten. *Beton- und Stahlbetonbau* (1957), 1.
7. RÜDIGER, D.: Die strenge Theorie anisotroper prismatischer Faltwerke. *Ingenieur-Archiv* XXIII, (1955), 133.
8. WLASSOW, W. S.: Allgemeine Schalentheorie und ihre Anwendung in der Technik. Akademie-Verlag, Berlin 1958.
9. SCHNELL, W.: Krafteinleitung in versteifte Zylinderschalen. *Zeitschrift für Flugwissenschaften* (1955), 385; (1957), 1.
10. MIESEL, K.: Über die Festigkeit von Kreiszyinderschalen mit nichtachsensymmetrischer Belastung. *Ingenieur-Archiv* 1 (1929), 22.
11. ESSLINGER, M.: Aussteifungsringe bei Druckrohrleitungen. *Stahlbau* (1959), 233.
12. SCHMIDT, H.: Ein Beitrag zum Randstörungsproblem an den Binderscheiben der Kreiszyinderschalen. *Bauplanung u. Bautechnik* (1957), 15.
13. ACKERMANN, G.: Die strenge Theorie für die geschlossene Kreiszyinderschale mit Ringrippen. *Wissenschaftliche Zeitschrift der TU Dresden* 12 (1963), 1237.