

# RADIÁLHORNYS TURBOGENERÁTOR BANDÁZSSAPKA-RENDSZERÉNEK SZILÁRDSÁGI SZÁMÍTÁSA

HUSZÁR ISTVÁN

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA

és

SZEKERES ANDRÁS

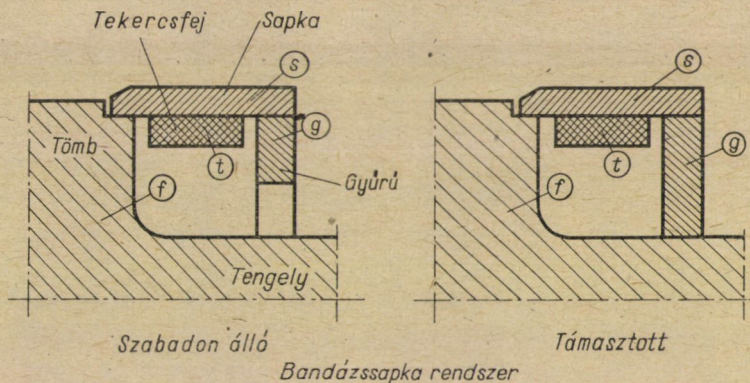
GANZ VILLAMOSÁGI MŰVEK

[Beérkezett 1965. szeptember 17-én]

A bandázssapka a turbogenerátor egyik mechanikailag legjobban igénybevett eleme. Szilárdsági ellenőrzésére számítási módszert dolgoztunk ki. Előbb a bandázssapka rendszer erőjátékát tisztáztuk a szerelés, forgás, melegedés és forgás-melegedés üzemállapotoknak megfelelően, majd az egyes alkatrészek mértékadó feszültségeit állapítottuk meg.

## I. Bevezetés

Radiálhornyos turbógenerátorok tekercsfejének lefogására elterjedt módszer a bandázssapka alkalmazása. A villamosipar többféle megoldást használ, amelyek mind két alapesetre vezethetők vissza (1. ábra). A szabadon álló

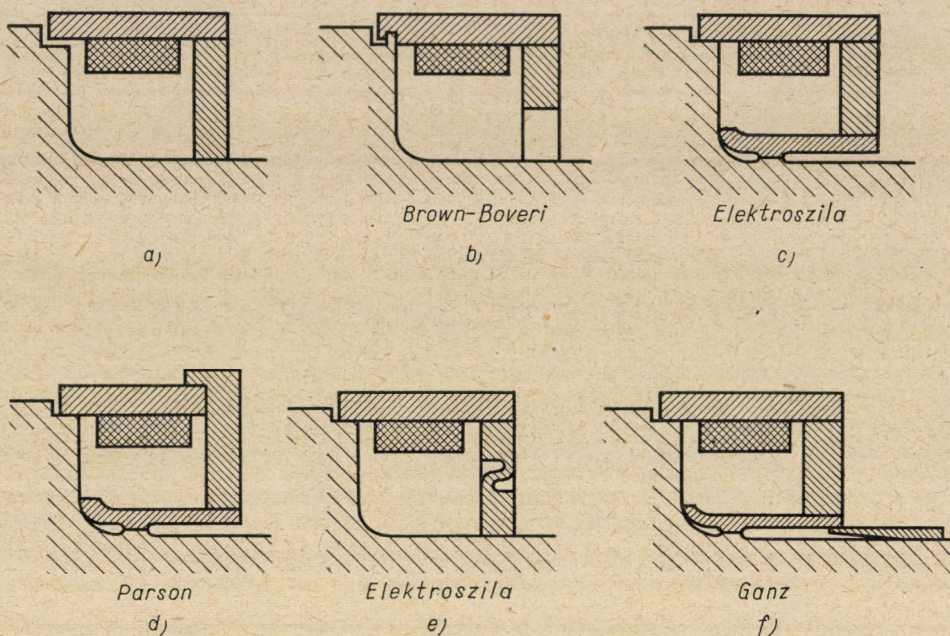


1. ábra

fendszer hátránya, hogy az axiális erőket a sapka és a tömb közötti illesztőfelületen fellépő súrlódásnak kell felvenni. A támasztott rendszernél viszont a rorgás során a tömb és a tengely relatív elfordulása miatt a gyűrűn váltakozó erőhatás adódik át a sapkára. E hátrányok kiküszöbölésére a szabadon álló és a támasztott rendszernek is több, továbbfejlesztett megoldása alakult ki (2. ábra) [1].

## II. A sapkarendszer számítása

A szilárdsági számítást a 2f. ábra szerinti kialakításra építjük fel, miután az 1. és 2. ábrán bemutatott összes többi felfogható úgy, mint ennek különleges esete.



2. ábra

A sapkarendszert a 3. ábra szerint sematizáljuk. A sapkát ( $s$ ) és a csöve-  
( $c$ ) hajlításra is dolgozó rugalmas, állandó vastagságú hengeres héjnak tekint-  
jük, vastagságuk alatt a közepes vastagságot értve. A rugót ( $r$ ) az alkotóirányú  
felhasítások miatt (7. ábra) befogott tartókból állónak tekintjük. A gyűrűt  
( $g$ ) és a tömb ( $f$ ) megfelelő részeit átfúrt tárcsának vesszük. A tekercsfejek ( $t$ )  
centrifugális erejét körszimmetrikusnak és a sapka belső felülete mentén egyen-  
letesen megoszlnak tekintjük.

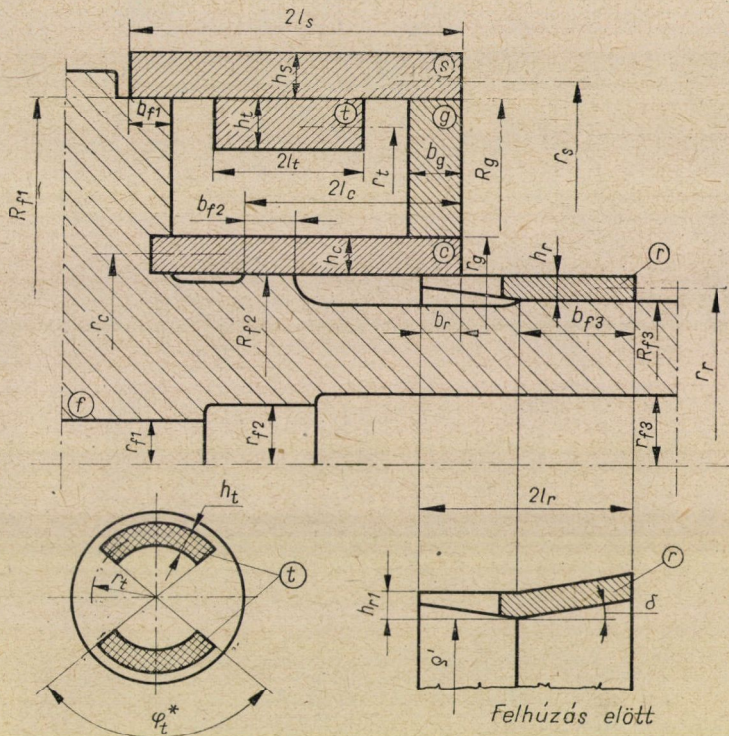
Külön-külön vizsgáljuk a szerelési ( $o$ ), forgási ( $\omega$ ), melegedési ( $\vartheta$ ) és  
üzemi ( $\omega\vartheta$ ) állapotot.

Mivel a bandázssapka-rendszer statikailag határozatlan szerkezet, az  
erőjáték tisztázásához deformációs összefüggéseket is fel kell használni. Ennek  
megfelelően először az elmozdulásokkal foglalkozunk, az erőjáték kiszámítása  
után pedig a kritikus helyeken fellépő feszültségeket határozzuk meg.

### 1. Elmozdulások

**Szerelés ( $o$ ).** A 4. ábrán az egyes alkatrészek láthatók összeszerelés előtt.  
Ekkor a sapka és a tengely között  $s_{10}$ , a sapka és a gyűrű között  $s_{20}$ , a gyűrű és  
a cső között  $s_{30}$ , a cső és a rugó között  $s_{40}$ , továbbá a cső és a tengely között  
 $s_{50}$  túlfedés van, amelyeket a 4. ábrán felnagyítva kirajzoltunk. Összeszerelés

során egyrészt az egyes alkatrészek deformációi, másrészt az érintkezési helyeken ébredő erők ezekkel a túlfedésekkel kapcsolatosak. Az ábra alapján felírhatjuk a következő deformációs összefüggéseket:



3. ábra

$$s_{10} = w_{10} - u_{10},$$

$$s_{20} = w_{20} - u_{20},$$

$$s_{30} = -w_{30} + u_{30},$$

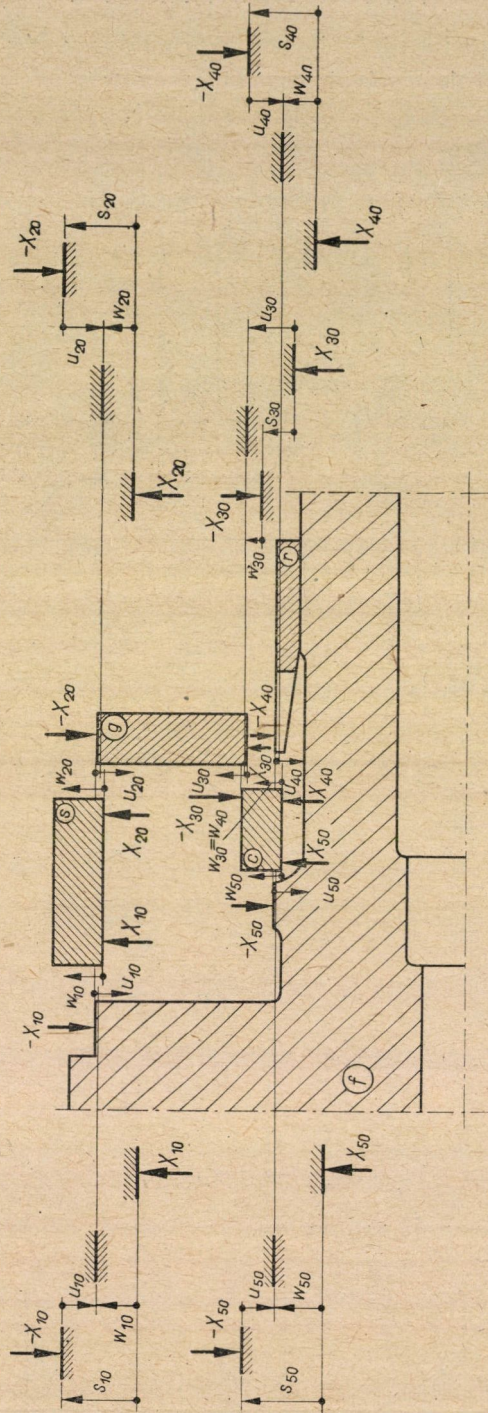
$$s_{40} = w_{40} - u_{40},$$

$$s_{50} = w_{50} - u_{50}.$$

(1')

Foglaljuk össze az elmozdulásokat az

$$s_0 = \begin{bmatrix} s_{10} \\ s_{20} \\ s_{30} \\ s_{40} \\ s_{50} \end{bmatrix}, \quad w_0 = \begin{bmatrix} w_{10} \\ w_{20} \\ -w_{30} \\ w_{40} \\ w_{50} \end{bmatrix}, \quad u_0 = \begin{bmatrix} u_{10} \\ u_{20} \\ -u_{30} \\ u_{40} \\ u_{50} \end{bmatrix}$$

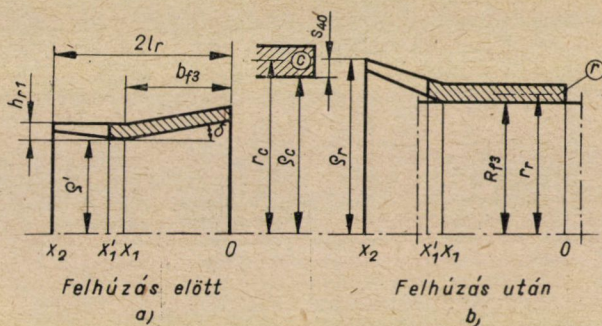


4. ábra

vektorba. Ekkor az (1') összefüggés a következő egyszerű formában írható:

$$s_0 = w_0 - u_0. \quad (1)$$

Az  $s_0$  vektor komponensei közül  $s_{10}$ ,  $s_{20}$ ,  $s_{30}$  és  $s_{50}$  értéke a géprajzokról közvetlenül leolvasható;  $s_{40}$  viszont a tengelyre felhúzott rugóra vonatkozik, így meghatározást a gyártási adatokból külön el kell végezni.



5. ábra

A rugót felmelegítve húzzák fel a tengelyre (5. ábra). Kihülés közben az  $Ox_1$  kúpos szakasz  $x_1$  pontja körül az  $x_2$  rugóvég kibillen és a szerelés előtti  $\varrho' + h_{r1}$  sugárról  $\varrho_r$  sugárra kerül. Feltéve, hogy a tengely  $R_{f3}$  sugarú részének deformációja elhanyagolható a rugóéhoz képest:

$$\varrho_r = R_{f3} + \kappa(2 \cdot l_r - b_{f3}) \tan \delta + h_{r1}.$$

A  $\kappa$  tényezővel vesszük figyelembe, hogy a rugó  $x_1x_2$  szakasza nem tud szabadon deformálódni az  $Ox_1$  szakasszal való kapcsolata miatt. ( $\kappa$  értékét a gyártási és a felhúzás utáni geometriai méretekből egyszerűen lehet számítani.) A keregett túlfedés

$$s_{40} = \varrho_r - \varrho_c,$$

ahol  $\varrho_c$  a cső gyártási mérete a rugóval való érintkezés helyén.

**Forgás ( $\omega$ ).** Az egyes alkatrészek a centrifugális erő hatására elmozdulnak. Ezt az alakváltozást két lépésben lehet előállítani. Képzeljük el először az egyes alkatrészeket egymástól függetlenül forgó állapotban deformálódva (a megfelelő deformációk, amelyek szabadon való forgáskor keletkeznének, felül  $\omega$  indexszel vannak jelölve), majd ilyen állapotban hajtsuk végre az összeszerelést. Az elmozdulásokra érvényes lesz most a 6. ábra szerint az

$$s_\omega = w_\omega - u_\omega \quad (2)$$

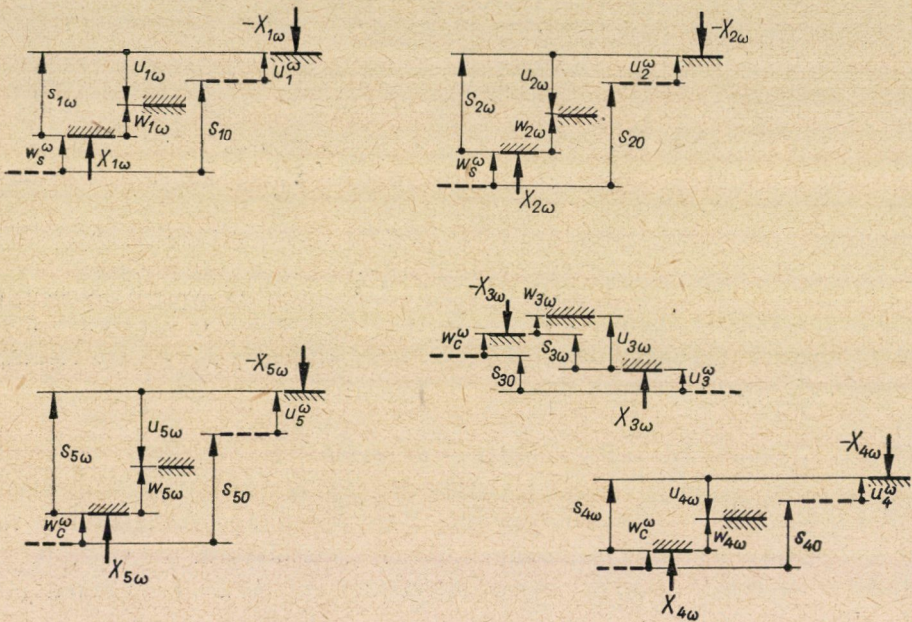
összefüggés, ahol

$$\mathbf{s}_\omega = \begin{bmatrix} s_{1\omega} \\ s_{2\omega} \\ s_{3\omega} \\ s_{4\omega} \\ s_{5\omega} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}_\omega = \begin{bmatrix} w_{1\omega} \\ w_{2\omega} \\ -w_{3\omega} \\ w_{4\omega} \\ w_{5\omega} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_\omega = \begin{bmatrix} u_{1\omega} \\ u_{2\omega} \\ -u_{3\omega} \\ u_{4\omega} \\ u_{5\omega} \end{bmatrix}.$$

$\mathbf{s}_\omega$  azonban a 6. ábra szerint meghatározható;  $\mathbf{s}_0$ , valamint a szabad forgáshoz tartozó deformációkat összefoglaló  $\mathbf{w}^\omega$  és  $\mathbf{u}^\omega$  vektor segítségével az

$$\mathbf{s}_\omega = \mathbf{s}_0 - \mathbf{w}^\omega + \mathbf{u}^\omega \quad (3)$$

összefüggés alapján.



6. ábra

A

$$\mathbf{w}^\omega = \begin{bmatrix} w_s^\omega \\ w_s^\omega \\ -w_c^\omega \\ w_c^\omega \\ w_c^\omega \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \mathbf{u}^\omega = \begin{bmatrix} u_1^\omega \\ u_2^\omega \\ -u_3^\omega \\ u_4^\omega \\ u_5^\omega \end{bmatrix}$$

vektorok komponenseit a következő módon számítjuk:

A szabad forgásnak megfelelő deformáció a sapkánál két részből tevődik össze. Egyik a saját centrifugális erőből, a másik a tekeresfejek centrifugális

erejéből adódik. A tekercsfejekre ható centrifugális erő a 3. ábra jelöléseivel

$$C_t = 2 \frac{\gamma_t}{g} (2l_t r_t \varphi_t h_t) r_t \omega^2.$$

Ezt a sapka palástfelülete mentén egyenletesen eloszló terhelésnek véve, a radiális megoszló erőrendszer

$$p_t = \frac{C_t}{2l_s 2r_s \pi} = \frac{\gamma_t \varphi_t l_t r_t^2}{g \pi l_s r_s} h_t \omega^2 = p_{t0} \omega^2.$$

Tehát a deformáció, vékony csőként felfogva [2],

$$w_s^{\omega} = \frac{\gamma_s}{g} \frac{r_s^3}{E_s} \omega^2 + \frac{p_{t0} r_s^2}{E_s h_s} \omega^2.$$

A cső deformációja, szintén vékony csőként felfogva, a 3. ábra jelöléseivel

$$w_c^{\omega} = \frac{\gamma_c}{g} \frac{r_c^3}{E_c} \omega^2.$$

Az  $u_1^{\omega}$ ,  $u_2^{\omega}$ ,  $u_3^{\omega}$  és  $u_5^{\omega}$  deformációkat úgy számítjuk, hogy a forgórész megfelelő részeit, valamint a gyűrűt átfúrt tárcsaként kezeljük [2]. Jelentse  $\gamma$ ,  $E$  és  $\nu$  a szóban forgó anyag faj súlyát, rugalmassági tényezőjét és Poisson-tényezőjét,  $g$  a nehézségi gyorsulást. A 3. ábra jelöléseivel a tengely 1-es helyén

$$u_1^{\omega} = \frac{\gamma_f}{g} \frac{R_{f1}^3}{E_f} \omega^2 \frac{1}{4} [1 - \nu_f + k_{f1}^2 (3 + \nu_f)],$$

ahol

$$k_{f1} = \frac{r_{f1}}{R_{f1}}.$$

A gyűrű külső pontjainak elmozdulása

$$u_2^{\omega} = \frac{\gamma_g}{g} \frac{R_g^3}{E_g} \omega^2 \frac{1}{4} [1 - \nu_g + k_g^2 (3 + \nu_g)],$$

ahol

$$k_g = \frac{r_g}{R_g}.$$

A gyűrű belső pontjaira pedig

$$u_3^{\omega} = \frac{\gamma_g}{g} \frac{r_g R_g^2}{E_g} \omega^2 \frac{1}{4} [3 + \nu_g + k_g^2 (1 - \nu_g)].$$

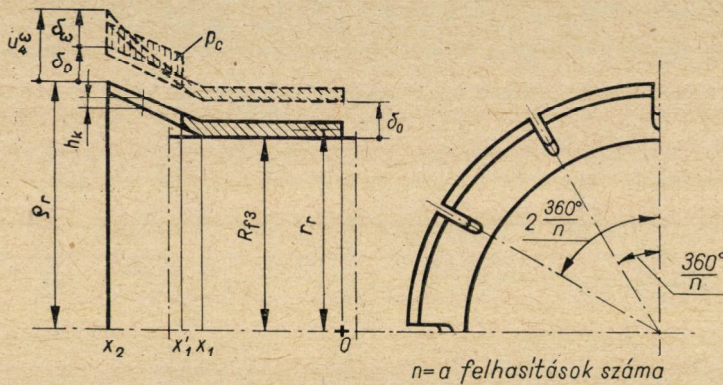
A tengely 2-vel jelölt helyén

$$u_5^\omega = \frac{\gamma_f}{g} \frac{R_{f2}^3}{E_f} \omega^2 \frac{1}{4} [1 - \nu_f + k_{f2}^2 (3 + \nu_f)],$$

ahol

$$k_{f2} = \frac{r_{f2}}{R_{f2}}.$$

A rugó  $x_2$  végének elmozdulása két részből tevődik össze (7. ábra). Egyrészt a tengelyen ülő  $Ox_1$  rész elmozdul az  $R_{f3}$  sugarú tengelyszakasz ki-



7. ábra

tágulása miatt  $\delta_0$  értékkel (feltételezzük, hogy a rugó és a tengely forgás közben sem válik el), másrészt az  $x_1x_2$  szakasz a saját centrifugális erő, mint megoszó terhelés hatására kihajlik  $\delta_\omega$  értékkel.  $\delta_0$ -t az előbbieket alapján

$$\delta_0 = \frac{\gamma_f}{g} \frac{R_{f3}^3}{E_f} \omega^2 \frac{1}{4} [1 - \nu_f + k_{f3}^2 (3 + \nu_f)]$$

összefüggéssel számítjuk, ha a tengely megfelelő szakaszát megint átfúrt tárcsának vesszük. Itt

$$k_{f3} = \frac{r_{f3}}{R_{f3}}.$$

Az  $x_1x_2$  szakaszra ható centrifugális erőnek megfelelő sugárirányban működő,  $x$  tengellyel párhuzamos vonal mentén megoszó terhelés a 7. ábra alapján

$$P_c = \frac{1}{n} \frac{\gamma_r}{g} (2\pi r_r h_k) r_r \omega^2,$$



ahol  $n$  az alkotóirányú felhasítások száma és  $\gamma_r$  a rugó anyagának a fajsúlya. Ennek felhasználásával a kihajlás [2]

$$\delta_\omega = \frac{\overline{p_c x_1' x_2'}^4}{8 I_k E_r}$$

ahol  $I_k$  a felhasításnak megfelelő konzolrésznek az  $x_1'x_2'$  szakaszon számított átlagos másodrendű nyomatéka. Ezek alapján tehát a rugóvég elmozdulása szabad forgás esetén

$$u_4^\omega = \delta_0 + \delta_\omega = \frac{\gamma_f R_{f3}^3}{g E_f} \omega^2 \frac{1}{4} [1 - \nu_f + k_{f3}^2 (3 + \nu_f)] + \frac{\overline{p_c x_1' x_2'}^4}{8 I_k E_r}$$

*Melegedés ( $\vartheta$ ).* Az egyes alkatrészek a túlmelegedés hatására kitágulnak. A forgási állapotnál elmondottak mintájára itt is két lépéssel állíthatjuk elő a deformációt a 6. ábra szerint, az  $\omega$  index helyére  $\vartheta$  indexet téve. (A szabadon levő alkatrészek melegedésének megfelelő deformációk felül  $\vartheta^*$  indexszel vannak jelölve.) Az elmozdulásokra az

$$s_\vartheta = w_\vartheta - u_\vartheta \tag{4}$$

összefüggés érvényes, ahol

$$s_\vartheta = \begin{bmatrix} s_{1\vartheta} \\ s_{2\vartheta} \\ s_{3\vartheta} \\ s_{4\vartheta} \\ s_{5\vartheta} \end{bmatrix}, \quad w_\vartheta = \begin{bmatrix} w_{1\vartheta} \\ w_{2\vartheta} \\ -w_{3\vartheta} \\ w_{4\vartheta} \\ w_{5\vartheta} \end{bmatrix}, \quad u_\vartheta = \begin{bmatrix} u_{1\vartheta} \\ u_{2\vartheta} \\ -u_{3\vartheta} \\ u_{4\vartheta} \\ u_{5\vartheta} \end{bmatrix}.$$

$s_\vartheta$  meghatározható  $s_0$  és a szabad melegedésnek megfelelő deformációkat összefoglaló  $w_\vartheta$  és  $u_\vartheta$  vektorok segítségével a 6. ábra alapján a következő összefüggés szerint:

$$s_\vartheta = s_0 - w^\vartheta + u^\vartheta. \tag{5}$$

A

$$w^\vartheta = \begin{bmatrix} w_s^\vartheta \\ w_c^\vartheta \\ -w_c^\vartheta \\ w_c^\vartheta \\ w_c^\vartheta \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad u^\vartheta = \begin{bmatrix} u_1^\vartheta \\ u_2^\vartheta \\ -u_3^\vartheta \\ u_4^\vartheta \\ u_5^\vartheta \end{bmatrix}$$

vektorok komponenseinek kiszámításánál feltételezzük, hogy az egyes alkatrészek szerelési állapothoz képesti  $\vartheta$  túlmelegedése egyenletes. Az  $\alpha$  hőtágulási együtthatóval, valamint a 3. ábra jelöléseivel a sapkánál

$$w_s^\vartheta = r_s \alpha_s \vartheta_s ;$$

a csőnél

$$w_c^\vartheta = r_c \alpha_c \vartheta_c ;$$

a tengely 1-gyel jelölt helyén

$$u_1^\vartheta = R_{f1} \alpha_f \vartheta_f ;$$

a gyűrűnél kívül

$$u_2^\vartheta = R_g \alpha_g \vartheta_g ;$$

a gyűrűnél belül

$$u_3^\vartheta = r_g \alpha_g \vartheta_g ;$$

és a tengely 2-vel jelölt helyén

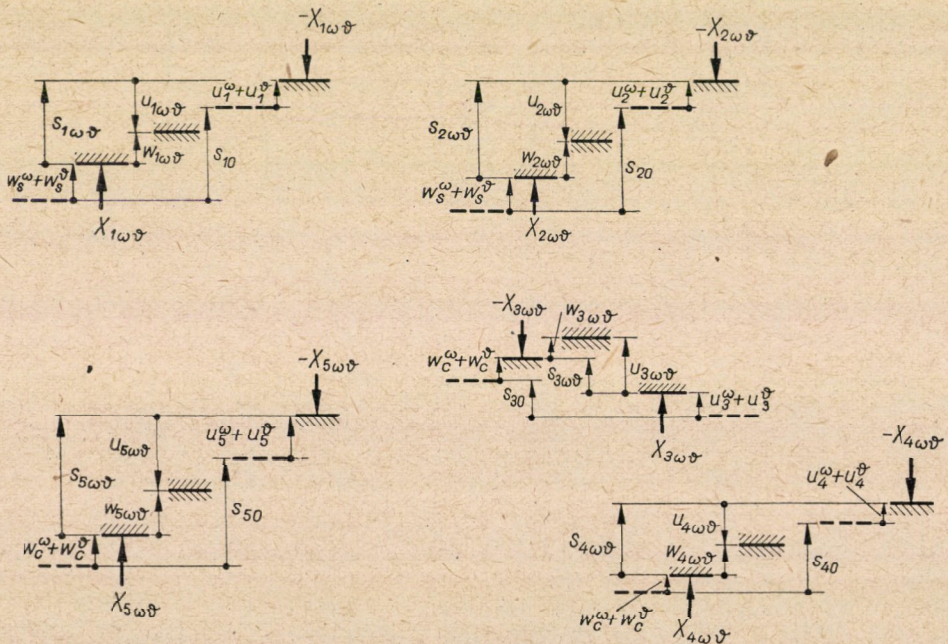
$$u_5^\vartheta = R_{f2} \alpha_f \vartheta_f .$$

A rugó szabad melegedés hatására történő elmozdulása egyenlő az  $R_{f3}$  sugarú tengelyszakasz elmozdulásával (feltételezve, hogy elválás ebben az üzemiállapotban sem keletkezik), azaz

$$u_4^\vartheta = R_{f3} \alpha_f \vartheta_f .$$

Üzem ( $\omega\vartheta$ ). Az üzemi, tehát egyidejű forgási és melegedési állapotnak megfelelő összefüggéseket az előbbieket alapján közvetlenül felírhatjuk (8. ábra). Egrészét

$$s_{\omega\vartheta} = w_{\omega\vartheta} - u_{\omega\vartheta} , \tag{6}$$



8. ábra

ahol

$$s_{\omega\vartheta} = \begin{bmatrix} s_{1\omega\vartheta} \\ s_{2\omega\vartheta} \\ s_{3\omega\vartheta} \\ s_{4\omega\vartheta} \\ s_{5\omega\vartheta} \end{bmatrix}, \quad w_{\omega\vartheta} = \begin{bmatrix} w_{1\omega\vartheta} \\ w_{2\omega\vartheta} \\ -w_{3\omega\vartheta} \\ w_{4\omega\vartheta} \\ w_{5\omega\vartheta} \end{bmatrix}, \quad u_{\omega\vartheta} = \begin{bmatrix} u_{1\omega\vartheta} \\ u_{2\omega\vartheta} \\ -u_{3\omega\vartheta} \\ u_{4\omega\vartheta} \\ u_{5\omega\vartheta} \end{bmatrix}.$$

Másrészt

$$s_{\omega\vartheta} = s_0 - w^\omega + u^\omega - w^\vartheta + u^\vartheta. \quad (7)$$

## 2. Erőjátékok

A kis felfekvési szélességek miatt az illesztőfelületeken fellépő erők axiális irányú megoszlásától eltekinthetünk, csak az erdőjükkal számolunk, melyeket a kerületen megoszlóknak fogunk fel.

*Szerelés (o).*  $w_0$  és  $u_0$  deformációkat a 4. ábra alapján határozhatjuk meg az  $X_{10}, \dots, X_{50}$  erőkkal. A sapka  $w_{10}$  és  $w_{20}$  deformációit az  $X_{10}$  és  $X_{20}$  erő szabja meg:

$$\begin{aligned} w_{10} &= \beta_{11} X_{10} + \beta_{12} X_{20}, \\ w_{20} &= \beta_{21} X_{10} + \beta_{22} X_{20}. \end{aligned}$$

A cső  $w_{30}, w_{40}$  és  $w_{50}$  elmozdulásai pedig  $-X_{30}, X_{40}$  és  $X_{50}$  erőkkal

$$\begin{aligned} w_{30} &= -\beta_{33} X_{30} + \beta_{34} X_{40} + \beta_{35} X_{50} = w_{40}, \\ w_{50} &= -\beta_{53} X_{30} + \beta_{54} X_{40} + \beta_{55} X_{50}. \end{aligned}$$

A forgórész I-gyel jelölt helyének  $u_{10}$  deformációja  $-X_{10}$  erővel számolva

$$u_{10} = -\alpha_1 X_{10}.$$

A gyűrű  $u_{20}$  és  $u_{30}$  elmozdulása kívül és belül  $-X_{20}$  és  $X_{30}$  erő hatására

$$\begin{aligned} u_{20} &= -\alpha_2 X_{20} + \alpha_{23} X_{30}, \\ u_{30} &= -\alpha_{32} X_{20} + \alpha_3 X_{30}. \end{aligned}$$

A rugó deformációja a terhelő  $-X_{40}$  erővel

$$u_{40} = -\alpha_4 X_{40}.$$

A forgórész 2-vel jelölt helyén a  $-X_{50}$  erő kapcsán

$$u_{50} = -\alpha_5 X_{50}.$$

összefüggés érvényes. Az  $\alpha_{i0}$  és  $\beta_{ij}$  értékek az egységnyi  $X_{i0}$  erőrendszerhez tartozó elmozdulások, azaz rugóállandók. Meghatározásukat a Rugóállandók című szakasz tartalmazza.

Foglaljuk össze a rugóállandókat a

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \beta_{21} & \beta_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{33} & -\beta_{34} & -\beta_{35} \\ 0 & 0 & -\beta_{43} & \beta_{44} & \beta_{45} \\ 0 & 0 & -\beta_{53} & \beta_{54} & \beta_{55} \end{bmatrix}$$

és az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_2 & \alpha_{23} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{32} & -\alpha_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_5 \end{bmatrix}$$

mátrixokba, az erőket pedig az

$$\mathbf{X}_0 = \begin{bmatrix} X_{10} \\ X_{20} \\ X_{30} \\ X_{40} \\ X_{50} \end{bmatrix}$$

vektorba. Ekkor a felírt összefüggések ( $w_0$  és  $u$  előbbi kifejezéseivel) a következő egyszerű formában írhatók:

$$w_0 = \mathbf{B} \mathbf{X}_0 \quad (8)$$

és

$$u_0 = \mathbf{A} \mathbf{X}_0. \quad (9)$$

A (8) és (9) összefüggést az (1) egyenletbe helyettesítve, az

$$s_0 = (\mathbf{B} - \mathbf{A}) \mathbf{X}_0 \quad (10)$$

egyenletet kapjuk, amelyből  $X_0$  meghatározható. Ennek komponensei az egyes illesztőfelületeken szereléskor fellépő erők.

*Forgás ( $\omega$ ).* A 6. ábra és az előbbieket alapján, valamint az erőknek az

$$\mathbf{X}_\omega = \begin{bmatrix} X_{1\omega} \\ X_{2\omega} \\ X_{3\omega} \\ X_{4\omega} \\ X_{5\omega} \end{bmatrix}$$

vektorban való összefoglalásával felírhatjuk a

$$\mathbf{w}_\omega = \mathbf{B} \mathbf{X}_\omega \quad (11)$$

és

$$\mathbf{u}_\omega = \mathbf{A} \mathbf{X}_\omega \quad (12)$$

összefüggéseket. Majd a (11) és a (12) összefüggést a (2) egyenletbe helyettesítve, megkapjuk a forgás közben az illesztőfelületeken ébredő erők számítására alkalmas összefüggést:

$$\mathbf{s}_\omega = (\mathbf{B} - \mathbf{A}) \mathbf{X}_\omega \quad (13)$$

*Melegedés ( $\vartheta$ ).* Definiálva a melegedésnél fellépő erőket összefoglaló

$$\mathbf{X}_\vartheta = \begin{bmatrix} X_{1\vartheta} \\ X_{2\vartheta} \\ X_{3\vartheta} \\ X_{4\vartheta} \\ X_{5\vartheta} \end{bmatrix}$$

vektort, a 6. ábra alapján az előbbiekkal teljesen azonosan felírhatjuk az elmozdulások és erők kapcsolatát:

$$\mathbf{w}_\vartheta = \mathbf{B} \mathbf{X}_\vartheta, \quad (14)$$

$$\mathbf{u}_\vartheta = \mathbf{A} \mathbf{X}_\vartheta. \quad (15)$$

Majd a (4) összefüggés felhasználásával

$$\mathbf{s}_\vartheta = (\mathbf{B} - \mathbf{A}) \mathbf{X}_\vartheta. \quad (16)$$

*Üzem ( $\omega\vartheta$ ).* Az előbb mondottak alapján (8. ábra).

$$\mathbf{w}_{\omega\vartheta} = \mathbf{B} \mathbf{X}_{\omega\vartheta} \quad (17)$$

és

$$\mathbf{u}_{\omega\vartheta} = \mathbf{A} \mathbf{X}_{\omega\vartheta}, \quad (18)$$

valamint a (6) összefüggéssel

$$\mathbf{s}_{\omega\vartheta} = (\mathbf{B} - \mathbf{A}) \mathbf{X}_{\omega\vartheta}. \quad (19)$$

A (19) egyenlet segítségével tehát meghatározhatók az üzem közben az illesztőfelületeken fellépő erők, vagyis az

$$\mathbf{X}_{\omega\vartheta} = \begin{bmatrix} X_{1\omega\vartheta} \\ X_{2\omega\vartheta} \\ X_{3\omega\vartheta} \\ X_{4\omega\vartheta} \\ X_{5\omega\vartheta} \end{bmatrix}$$

vektor komponensei.

## 3. Rugóállandók

A sapka és a cső rugóállandóit a héjelmélet alapján számítjuk [3], mégpedig az éleken működő radiális, vonalmentén megoszló terhelésnek megfelelően, a szimmetria és a felcserélhetőségi tétel felhasználásával. A sapkára

$$\beta_{11} = \beta_{22} = B_s(\sinh \mu_s \cosh \mu_s - \sin \mu_s \cos \mu_s),$$

$$\beta_{12} = \beta_{21} = B_s(\sinh \mu_s \cos \mu_s - \cosh \mu_s \sin \mu_s).$$

Itt

$$B_s = \frac{2}{E_s} \sqrt{\frac{r_s^3}{h_s^3}} \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu_s^2)}}{\sinh^2 \mu_s - \sin^2 \mu_s}$$

és

$$\mu_s = \frac{2l_s}{\sqrt{h_s r_s}} \sqrt[4]{3(1-\nu_s^2)}.$$

$E_s$  és  $\nu_s$  a sapka anyagának rugalmassági és Poisson tényezője;  $r_s$ ,  $l_s$  és  $h_s$  a 3. ábrán bekottázott méretek. A csőre

$$\beta_{33} = \beta_{44} = \beta_{55} = B_c(\sinh \mu_c \cosh \mu_c - \sin \mu_c \cos \mu_c),$$

$$\beta_{53} = \beta_{54} = \beta_{35} = B_c(\sinh \mu_c \cos \mu_c - \cosh \mu_c \sin \mu_c).$$

Itt

$$B_c = \frac{2}{E_c} \sqrt{\frac{r_c^3}{h_c^3}} \frac{\sqrt[4]{3(1-\nu_c^2)}}{\sinh^2 \mu_c - \sin^2 \mu_c}$$

és

$$\mu_c = \frac{2l_c}{\sqrt{h_c r_c}} \sqrt[4]{3(1-\nu_c^2)}.$$

$E_c$  és  $\nu_c$  a cső anyagának rugalmassági és Poisson tényezője, a méretek pedig a 3. ábrán láthatók.

A forgórészt és a gyűrűt vastagfalú csőnek tekintve számítjuk a rugóállandókat [2]. A forgórész 1-gyel jelölt helyén a 3. ábra és az előzőleg bevezetett jelölések alapján

$$\alpha_1 = \frac{R_{f1}}{E_f b_{f1}} \left( \frac{1 + k_{f1}^2}{1 - k_{f1}^2} - \nu_f \right).$$

A gyűrű külső átmérőjére

$$\alpha_2 = \frac{R_g}{E_g b_g} \left( \frac{1 + k_g^2}{1 - k_g^2} - \nu_g \right),$$

illetve

$$\alpha_{23} = \frac{R_g}{E_g b_g} \frac{2k_g^2}{1 - k_g^2}.$$

I. táblázat

A sapkán fellépő feszültségek

|                |   |  |
|----------------|---|--|
| Középen        | Axiális (hajlító) feszültség              | $\sigma_a = \frac{6}{h_s^2} \frac{2 l_s}{\mu_s} \frac{\sinh \frac{\mu_s}{2} \sin \frac{\mu_s}{2}}{\sinh \mu_s + \sin \mu_s} (X_1 + X_2)$ |
|                | Tangenciális (forgásból eredő) feszültség | $\sigma_t = \frac{\gamma_s}{g} r_s \omega^2$   |
|                | Redukált feszültség                       | $\sigma = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_a^2 + \sigma_t  \sigma_a }$  |
| A tömboldalon  | Tangenciális (hajlító) feszültség         | $\sigma_t = \frac{E_s}{r_s} (w_1 + w_1^w) = \frac{E_s}{r_s} (\beta_{11} X_1 + \beta_{12} X_2 + w_1^w)$                                   |
|                | Radiális (forgásból eredő) feszültség     | $\sigma_r = - \frac{1}{b_{f1}} X_1$  |
|                | Redukált feszültség                       | $\sigma_t = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_r^2 - \sigma_t \sigma_r}$  |
| A gyűrűoldalon | Tangenciális (hajlító) feszültség         | $\sigma_t = \frac{E_s}{r_s} (w_2 + w_2^w) = \frac{E_s}{r_s} (\beta_{21} X_1 + \beta_{22} X_2 + w_2^w)$                                   |
|                | Radiális feszültség                       | $\sigma_r = - \frac{1}{b_g} X_2$   |
|                | Redukált feszültség                       | $\sigma = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_r^2 - \sigma_t \sigma_r}$  |

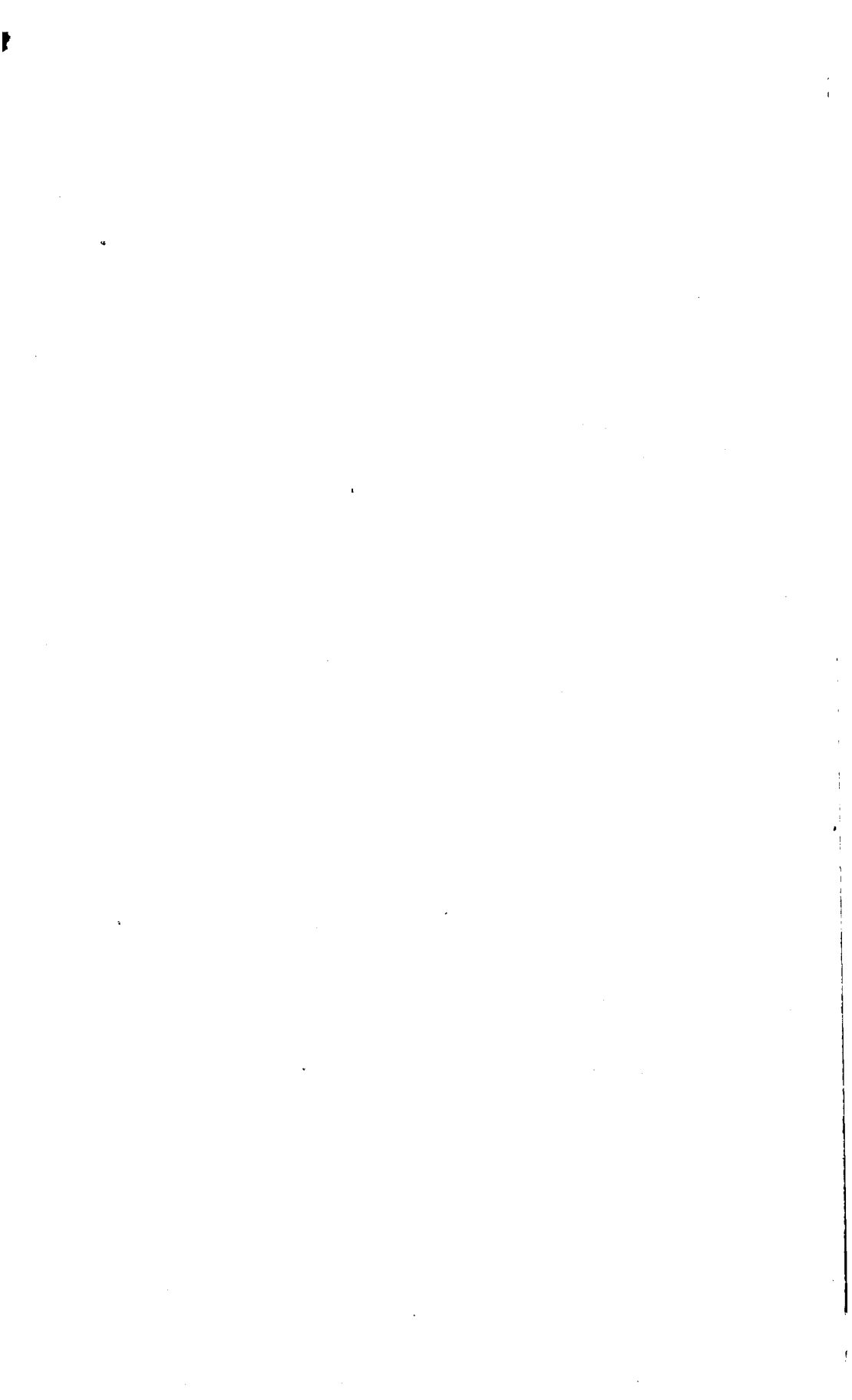




II. táblázat

A csövön fellépő feszültségek

|                      |   |  |
|----------------------|---|--|
| Középen              | Axiális (hajlító) feszültség              | $\sigma_a = \frac{6}{h_c^2} \frac{2l_c}{\mu_c} \frac{\sinh \frac{\mu_c}{2} \sin \frac{\mu_c}{2}}{\sinh \mu_c + \sin \mu_c} (-X_3 + X_4 + X_5)$ |
|                      | Tangenciális (forgásból eredő) feszültség | $\sigma_t = \frac{\gamma_c}{g} r_c \omega^2$   |
|                      | Redukált feszültség                       | $\sigma = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_a^2 + \sigma_t  \sigma_a }$  |
| A gyűrűoldalon kívül | Tangenciális feszültség                   | $\sigma = \frac{E_c}{r_c} (w_3 + w_3^w) = \frac{E_c}{r_c} (-\beta_{33} X_3 + \beta_{34} X_4 + \beta_{35} X_5 + w_3^w)$                         |
|                      | Radiális feszültség                       | $\sigma = -\frac{1}{b_g} X_3$  |
|                      | Redukált feszültség                       | $\sigma = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_r^2 - \sigma_t \sigma_r}$  |
| A gyűrűoldalon belül | Tangenciális feszültség                   | $\sigma_t = \frac{E_c}{r_c} (w_4 + w_4^w) = \frac{E_c}{r_c} (-\beta_{43} X_3 + \beta_{44} X_4 + \beta_{45} X_5 + w_4^w)$                       |
|                      | Radiális feszültség                       | $\sigma_r = -\frac{1}{b_r} X_4$  |
|                      | Redukált feszültség                       | $\sigma = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_r^2 - \sigma_t \sigma_r}$  |
| A tömb oldalon       | Tangenciális feszültség                   | $\sigma_t = \frac{E_c}{r_c} (w_5 + w_5^w) = \frac{E_c}{r_c} (-\beta_{53} X_3 + \beta_{54} X_4 + \beta_{55} X_5 + w_5^w)$                       |
|                      | Radiális feszültség                       | $\sigma_r = -\frac{1}{b_{f2}} X_5$   |
|                      | Redukált feszültség                       | $\sigma = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_r^2 - \sigma_t \sigma_r}$  |



III. táblázat

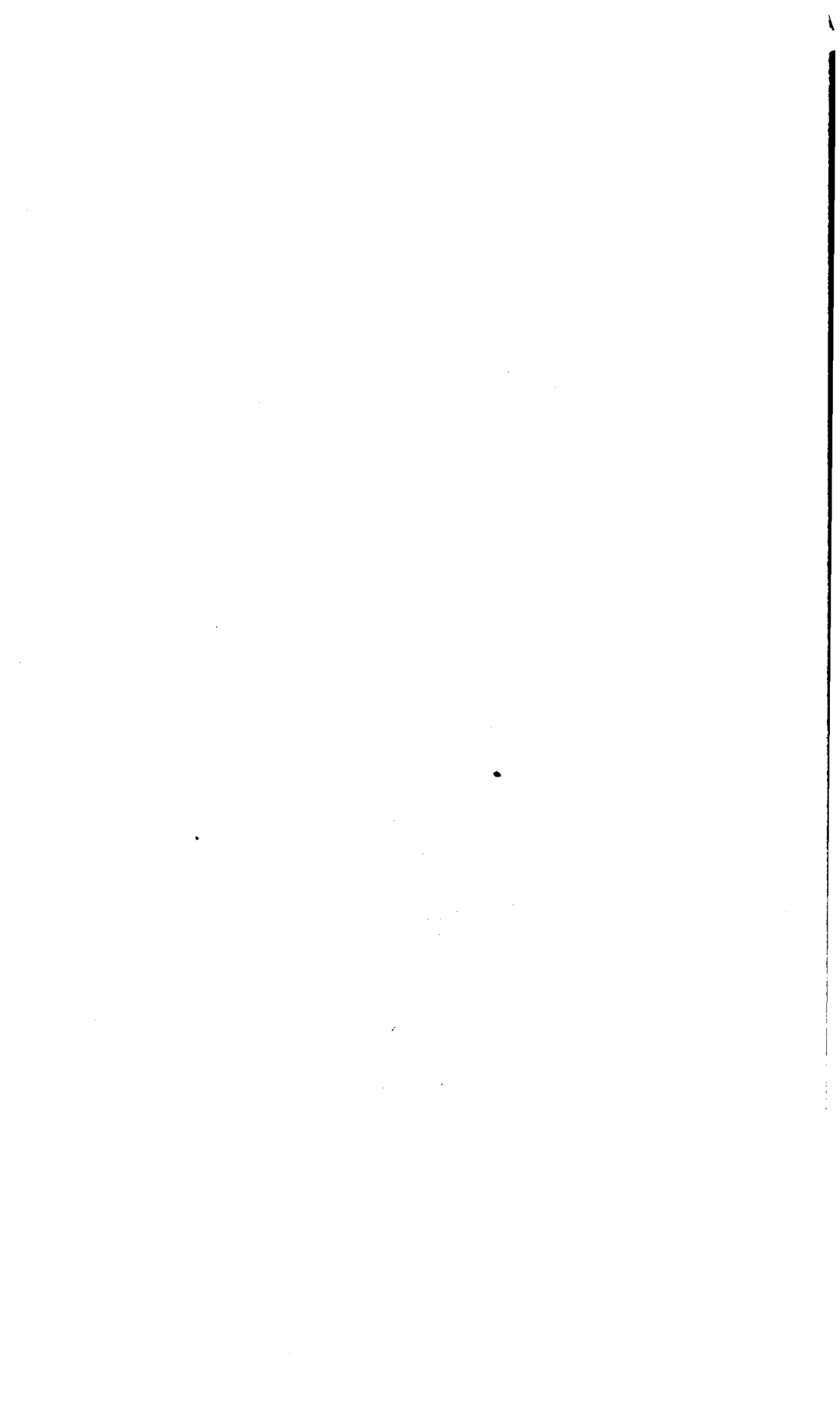
A központosító gyűrűn fellépő feszültségek

|       |                         |   |
|-------|-------------------------|---|
| Belső | Tangenciális feszültség | $\sigma_t = \frac{2}{b_g} \frac{k_g^2}{1-k_g^2} X_3 - \frac{1}{b_g} \frac{1+k_g^2}{k-k_g^2} X_2 + \frac{\gamma_g}{g} R_g^2 \frac{\omega^2}{4} [(3+\nu_g)k_g^2 + (1-\nu_g)]$ |
|       | Radiális feszültség     | $\sigma_r = -\frac{1}{b_g} X_2$   |
|       | Redukált feszültség     | $\sigma = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_r^2} - \sigma_t \sigma_r$   |
| Külső | Tangenciális feszültség | $\sigma_t = \frac{1}{b_g} \frac{1+k_g^2}{1-k_g^2} X_3 - \frac{2}{b_g} \frac{1}{1-k_g^2} X_2 + \frac{\gamma_g}{g} R_g^2 \frac{\omega^2}{4} [3+\nu_g + k_g^2(1-\nu_g)]$       |
|       | Radiális feszültség     | $\sigma_r = -\frac{1}{b_g} X_3$   |
|       | Redukált feszültség     | $\sigma = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_r^2} - \sigma_t \sigma_r$   |

IV. táblázat

A rugó feszültségei

|                 |                              |   |
|-----------------|------------------------------|---|
| Az $X_1$ helyen | Tangenciális feszültség      | $\sigma_t = \frac{E_r}{R_{f3}} \left[ R_{f3} - \varrho' + \frac{\gamma_f}{g} R_{f3}^3 \omega^2 \frac{1}{4} \frac{1-\nu_f + k_{f3}^2(3+\nu_f)}{E_f} \right]$ |
|                 | Axiális (hajlító) feszültség | $\sigma_a = \frac{p_c x_1' x_2' e_k'}{2 I_k'} - \frac{2 \pi r_f x_1' x_2' e_k'}{I_k'} X_4$  |
|                 | Redukált feszültség          | $\sigma = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_a^2} - \sigma_t \sigma_a$   |



A gyűrű *belső* átmérőjére

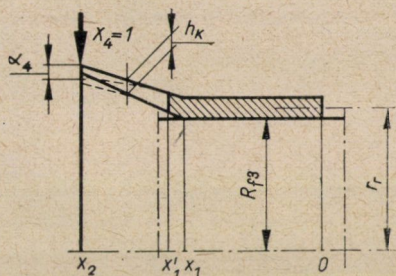
$$a_{32} = \frac{r_g}{E_g b_g} \frac{2}{1 - k_g^2},$$

illetve

$$a_3 = \frac{r_g}{E_g b_g} \left( \frac{1 + k_g^2}{1 - k_g^2} + \nu_g \right).$$

A forgórész  $R_{f2}$  sugarú részére

$$a_5 = \frac{R_{f2}}{E_f b_{f2}} \left( \frac{1 + k_{f2}^2}{1 - k_{f2}^2} - \nu_f \right).$$



9. ábra

A rugó  $\alpha_4$  rugóállandóját, befogott tartónak véve, határozhatjuk meg a 7. és 9. ábra alapján [2].

$$\alpha_4 = \frac{2\pi r_r \frac{1}{x'_1 x_2}}{3 I_k E_r}.$$

Összefoglalva tehát a különféle állapotokban fellépő erőket az

$$s = (B - A) X \quad (20)$$

összefüggésből számíthatjuk. Itt  $s$  jelenti az egyes állapothoz tartozó és a gyártási adatokból, valamint a (3), (5), (7) kifejezésekkel meghatározható fedéseket;  $B$  és  $A$  a 302. oldalon értelmezett mátrixok;  $X$  pedig a kérdéses állapothoz tartozó erőket foglalja össze.

#### 4. Feszültségek

Az erők ismeretében az egyes alkatrészekben ébredő feszültségeket az idevonatkozó irodalom alapján egyszerűen számíthatjuk, ezért a részleteket mellőzzük. A sapkát és a csövet héjnak tekintjük, a tengelyt és a gyűrűt forgó

vastagfalú csőként kezeljük [3], [2]. Bemutatjuk a veszélyes helyeken fellépő feszültségek számítására szolgáló összefüggéseket, de az egyes üzemállapotokat jelentő indexeket az egyszerűség kedvéért elhagyjuk. A redukált feszültségeket Huber—Mises—Hencky elmélete alapján számítjuk (I, II, III. és IV. táblázat).

### III. A számítás programja\*

Az előzőkből látható, hogy a számítás végrehajtása bonyolult. Mivel pedig az esetek többségében csak többszöri próbálkozással nyerjük az optimális megoldást, ugyanakkor figyelembe kell venni a gyártási tűréseket is, a számítás jelentékeny időt vesz igénybe. Ezért érdemes a számítást számológépre vinni. Ennek megfelelően elkészült a program, éspedig a *National Elliott 803* elektronikus digitális számológépre.

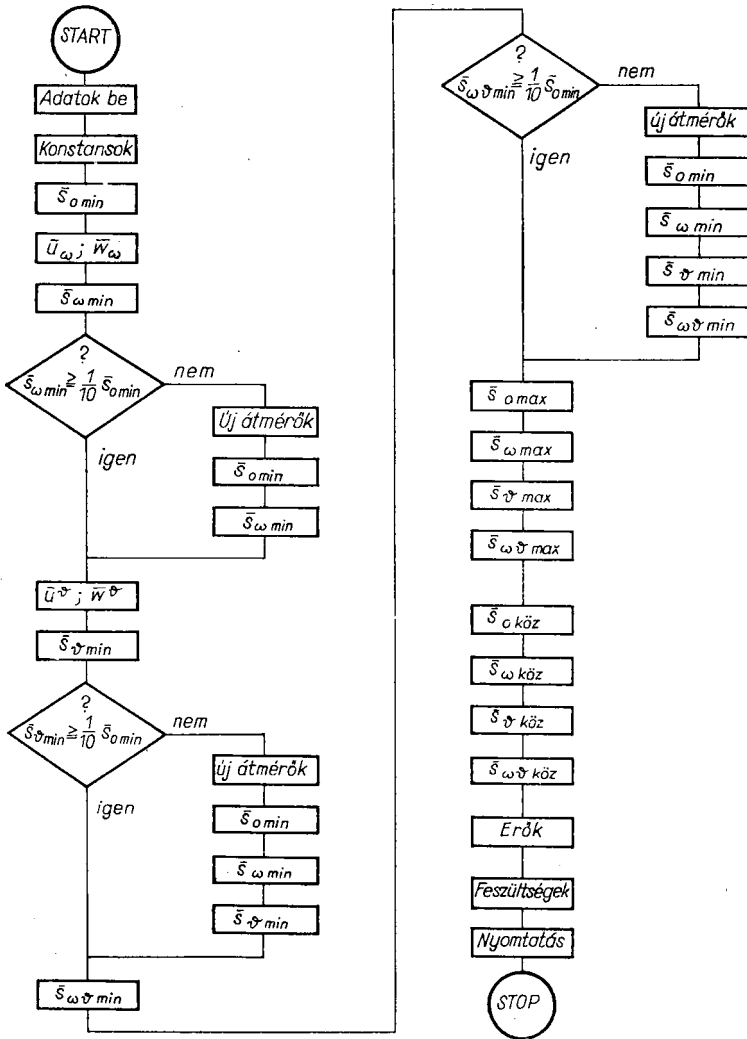
A program makro felépítése a 10. ábrán látható. A gép az adatszagról bevitt geometriai méretek, anyagállandók és egyéb állandók felhasználásával először kiszámítja az üzemállapottól nem függő konstansok értékét. Ezután meghatározza az  $s_0$  vektor komponenseinek (szerelési túlfedéseknek) minimális értékét, figyelembe véve a gyártási tűréseket. A  $w^0$  és  $u^0$  vektor komponenseinek (szabadon forgó alkatrészek deformációinak) kiszámítása után kerül sor az  $s_0$  vektor komponenseinek (forgási túlfedéseknek) minimumára. Ha ezek közül valamelyik nem teszi ki a szerelési túlfedések legalább 10%-át, akkor a megfelelő (kiindulásul felvett) átmérő megváltoztatására és ezzel együtt a szerelési és forgási túlfedés újbóli meghatározására kerül sor. Ezután kiszámítja a  $w^0$  és  $u^0$  vektorok komponenseit, azaz a szabadon melegedő alkatrészek deformációit és ezekkel a minimális melegedési túlfedéseket ( $s^0$ ). Ha az üzemi (forgás melegedési együttes) túlfedések ( $s_{\omega\theta}$ ) minimumai kisebbek, mint a szerelési 10%-a, akkor a megfelelő átmérők megváltoztatására és ezekkel a minimális túlfedések újbóli számítására kerül sor. Ezután kiszámítja a maximális és közepes túlfedéseket. Majd az ezekhez tartozó erőket ( $X$ ) és feszültségeket határozza meg mind a négy üzemállapotban. Végül kinyomtatja a megváltoztatott átmérőket, a túlfedéseket és feszültségeket.

### IV. Zárószó

Az előzőekben a 2f. ábra szerinti rendszerre mutattuk be a számítási módszert. Ennél a kivitelnél az öt illeszkedési helynek megfelelően az elmozdulásokat, erőket és feszültségeket 5 dimenziós vektorokba foglaltuk. A 2. ábra többi megoldására a módszer úgy alkalmazható, hogy a kivitelnek megfelelően

\* Itt mondunk köszönetet DETTRICH ÁRPÁD programozó-matematikusnak a program ellenőrzéséért és a kipróbálásnál nyújtott segítségéért.

az 5 dimenziós vektorok 1, 2 vagy 3 komponensét 0-nak vesszük. A mátrixok elemeinek meghatározásakor hasonlóan értelemszerű változtatást eszközölünk.



10. ábra

A leírt számítási módszer behatóbb képet ad a bandázssapka-rendszer szilárdsági viszonyairól, mint a korábban alkalmazott módszerek [1, 4–8]. Mint minden közelítő számításhoz, úgy itt is célszerű ellenőrző szilárdsági méréseket végezni, másrészt a szokásosnál kiterjedtebb anyagvizsgálatot, annál is inkább, mivel a bandázssapka szilárdsági szempontból a turbogenerátor egyik legkényesebb eleme.

A sapkát állandó vastagságú hengeres héjnak tekintettük. Azonban a végeken a keresztmetszetei mások, mint középen. Továbbá a tekercsfejek centrifugális erejének megoszlását az egész sapka felületére egyenletesnek vettük és elhanyagoltuk a tömb és tengelyvég relatív elfordulása miatt ébredő aszimmetrikus igénybevételt. A csövet és a gyűrűt a szellőző hornyok és furatok miatt csak durván közelíthetjük állandó vastagságú hengeres héjjal, illetve középen átfúrt, állandó vastagságú tárcsával. A rugó — mely keményedő jelleggel a tömb és tengely relatív elfordulása miatt keletkező többlet terhelés csökkentésére szolgál — feladatának megfelelő sajátos kialakítása miatt számítással csak közelítéssel követhető. Az illeszkedő felületeknél szokásos átmeneteknél feszültségcsúcsok lépnek fel, amelyeket számítással csupán nehezen határozhatunk meg. A gyártási sajátfeszültségeket pedig csak méréssel lehet megállapítani.

## IRODALOM

1

1. HUSZÁR ISTVÁN: Bandázssapka-rendszer szilárdsági számítása. *Ganz Villamosági Közlemények* (1965), 2.
2. MUTNYÁNSZKI ÁDÁM: Szilárdságtan. Tankönyvkiadó, Budapest 1957.
3. BIEZENO—GRAMMEL: Technische Dynamik, I. Springer, Berlin 1953.
4. Villamosgépek, V. Szerkezettan (Szerkesztette: LISKA JÓZSEF). Tankönyvkiadó, Budapest 1954.
5. SCHWERIN, E.: Zur Festigkeitsberechnung massiver Wicklungskappen elektrischer Maschinen. *ETZ* (1931).
6. КРАСОВСКИЙ, Б. Н.: Вопросы прочности электрических машин. Изд. Академии Наук СССР, Москва 1951.
7. KELLENBERG, W.: Zur Festigkeitsberechnung der Rotorkappen von Turbogeneratoren. *Brown Boveri Mitteilungen* 45 (1958).
8. HÜTTE IV. A., Elektrotechnik; Teil A. 28. Auflage, Berlin 1957.