

JÁRMŰSZERKEZETEK ELŐFESZÍTÉSÉNEK NÉHÁNY KÉRDÉSE

MICHELBERGER PÁL,

A MŰSZAKI TUDOMÁNYOK KANDIDÁTUSA
BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM

[Beérkezett 1965. május 10-én]

A statikailag határozatlan szerkezetekben az előfeszítés tudatos felhasználásával az erőjáték kedvezőbbé tehető, az élettartam és a teherbírás megnövelhető. A gyártás során fel-lépő véletlen méretpontatlanságok ezzel szemben számos esetben kedvezőtlenebb erőjátékot eredményeznek. A belső erők véletlenszerű megváltozása megbízhatatlanná teszi a szilárdsági számításokat, sőt a méréseket is.

Különösen jelentős a méreteltérések befolyása a nagyméretű járműszerkezeteken. Az autóbusz kocsiszekrény és alváz összeépítésénél előforduló méreteltérésekből származó igénybevételt szabályos szerkezeten negyedrendű szimultán differenciaegyenletek segítségével határozhatjuk meg. A gyártási pontatlanság véletlen előfordulása a matematikai statisztika módszereivel tárgyalható. A méreteltérések közelítőleg normális eloszlást követnek, és egy járművön belül páronként függetlenek. Ezért a méreteltérések várható értékéből és szórásából könnyen meghatározhatók a szerkezetben fellépő igénybevétel várható értéke és szórása.

1. Bevezetés

A járműszerkezetek és általában egyéb mechanikai szerkezetek szilárdsági méretezése is a „külső” (ismert, feltételezett, előírt stb.) terheléseken alapszik. Nem kisebb jelentőségű azonban az előfeszítő erők („belső terhelés”) befolyása a szerkezet teherbírására. A szerkezet tönkremenetele általában e két terhelés együttes hatására következik be. A belső terhelések (visszamaradó feszültségek) jellegüktől függően hátráltatják vagy elősegítik a tönkremenetelt.

Számos vizsgálat ellenére sem tekinthetjük a kérdést jelenleg elméletileg lezártnak. A kérdéssel foglalkozó kísérleti vizsgálatok során elsősorban a szerkezet vagy gépalkatrész felületi megmunkálással elérhető élettartam-, illetve teherbírás-növekedését igyekeztek tisztázni [1, 2].

A felületi megmunkálás (sörétezés, görgőzés stb.) általában csak kis területen idéz elő belső terhelést. Statikailag határozatlan szerkezeteken előfeszítéssel nagyobb kiterjedésben (szerkezeti méretekben) is lehetséges belső terheléseket létrehozni. Ezek a belső terhelések természetesen a külső terhelésekhez hozzáadódnak, és a szerkezet erőjátékát az előfeszítésmentes állapothoz képest átrendezik. Az átrendezés egyes szerkezeti elemek igénybevételének csökkenését eredményezi más elemek igénybevételének egyidejű növelése árán.

Közismert, hogy a statikailag határozatlan tartók merevebb elemei „gyűjtik” a belső erőket, a lágyabb elemek pedig bizonyos mértékig teher-

mentesülnek. Az egyes elemek teherbírása számos esetben azonban nem a merevséggel, hanem pl. a keresztmetszeti tényezővel arányos, ezért előfordulhat, hogy a kisebb merevségű tartóelem — bár nagyobb deformáció árán — nagyobb teherbírású. Megfelelően megválasztott előfeszítéssel a merevebb tartóelemekben a külső terhelésből származó igénybevétellel ellentétes előjelű belső erőt hozhatunk létre, melynek eredményeként az eredő belső erők átrendeződhetnek a merevebb és lágyabb tartóelemek között, és arányosakká válhatnak a teherbírással [3].

Az igénybevétel átrendeződését egyes esetekben elérhetjük az egyes tartóelemek anyagának (rugalmassági modulusának) megváltoztatásával is [4]. Míg azonban ez a módszer a külső terhelés hatására bekövetkező deformációkat megváltoztatja, addig az előfeszítés a deformációk nagyságát nem befolyásolja.

Az előfeszítés tudatos alkalmazásával általában kedvezőbb erőjátékot, nagyobb teherbírást érünk el. Számos esetben azonban a gyártás közben felépő, véletlen előfeszítések kedvezőtlen irányban változtatják meg az erőjátékot. Különösen káros, ha a stabilitási határukig terhelt szerkezeti elemek kapnak többlet-igénybevételt, vagy ha a fárasztó igénybevétel középfeszültsége toódik el nagyobb feszültség felé jelentősebben. Könnyen belátható, hogy ilyen esetekben sem a szerkezet teherbírását, sem élettartamát nem lehet megbízhatóan számítani, sőt a szerkezeten végzett mérések, fárasztó kísérletek sem adnak helyes képet az erőjátékról, teherbírásról, ill. élettartamról.

A konstruktőrök ennek tudatában igyekeznek szűk mérettűrések előírásával a véletlenszerű előfeszítést és ezzel az erőjáték ellenőrizhetetlen megváltozását csökkenteni. Számos szerkezeten — elsősorban a kisebb és közepes méretű gépeken — az átlagos gyártási pontosság elegendő az előfeszítésből adódó véletlenszerű igénybevétel korlátozott, kis értéken való tartásához. Sajnos, a járműszerkezetek nagyobb geometriai méretei és előállításuk technológiája olyan tűréseket eredményeznek, melyek gyakran éreztetik kedvezőtlen hatásukat a jármű erőjátékában.

2. Az előfeszítés direkt esetének vizsgálata autóbusz szerkezeteken

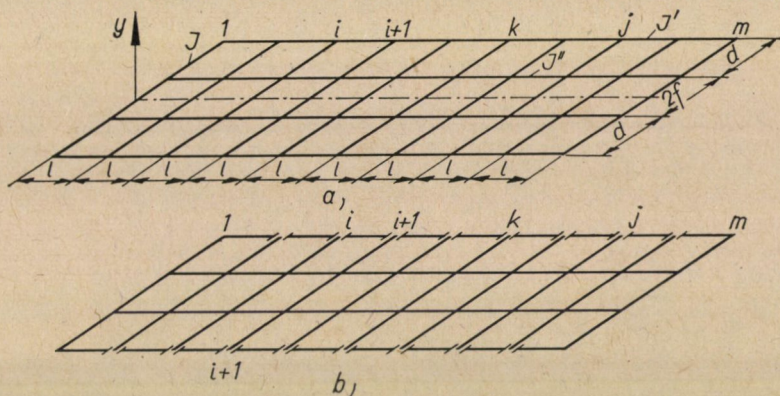
†

A jelenleg gyártott autóbuszok zömmel alváz vagy padlóvázas szerkezetűek. Nyilván a gyártás során sem az alváz (fenékváz), sem a felépítmény nem készül tökéletesen pontosan, hanem az előírt mérettől a tűréshatárokkal megadott értéken belül eltér. Ha a két szerkezeti elemet — a fenékvázat és a felépítményt — összeszereljük, azokat pontatlanságuktól függően többé-kevésbé előfeszítjük.

Elsőként az *előfeszítés direkt feladatát* oldjuk meg, vagyis feltételezzük, hogy a méreteltéréseket (pontatlanságot) minden egyes összeerősítési ponton

ismerjük. (Mégmértük minden összeerősítési pontban a fenékváz és a felépítmény gyártási pontatlanságát, vagy éppen tudatosan előírtuk a méreteltéréseket az erőjáték átrendezése érdekében.)

Mint már több dolgozatban kimutattuk, a statikai számításokban az alváz és padlóvázas autóbuszok egyaránt tartórácsnak tekinthetők [5, 6]. Vizsgálatunkban feltételezzük, hogy a tartórács rúdjaiknak csavarómerevsége elhanyagolható, a szerkezet szimmetrikus és szabályos, vagyis a hosszanti tartók hajlító merevsége egyenként a jármű teljes hosszában állandó, a



1. ábra. Szabályos alváz, ill. padlóvázas autóbusz statikai modellje *a*, és törzstartója *b*

keresztartók kiosztása egyenletes, és az összes keresztartó hajlítómerevsége egyenlő. A számítási modell (*a*) és az abból képzett törzstartó (*b*) az 1. ábrán látható. Geometriailag pontos tartóelemek (hosszartók, keresztartók) összeépítésekor nyilván nem ébred belső erő a szerkezetben, bármelyik szerkezeti elem y irányú méreteltérése esetén azonban a teljes tartórács igénybevételt szenved.

2.1. Az előfeszítés pontosabb vizsgálata

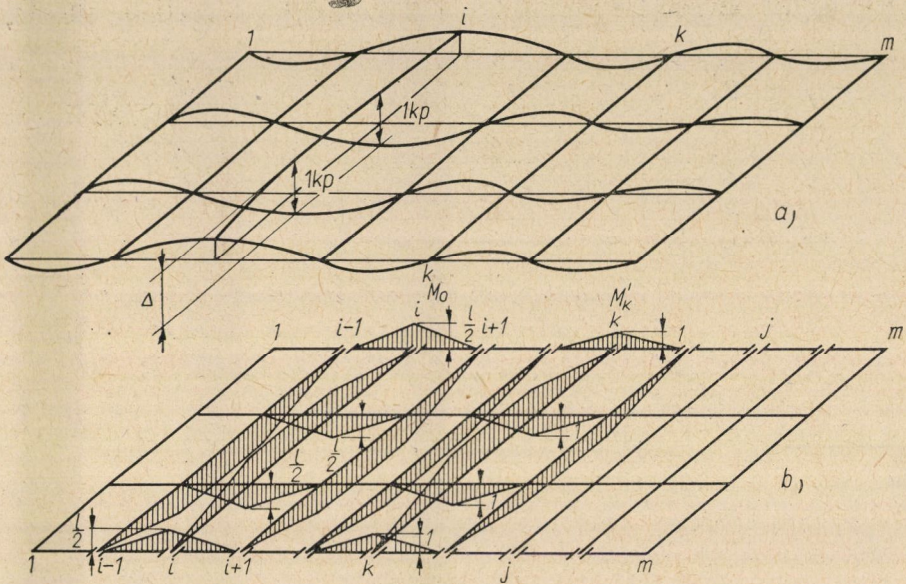
Tételezzük fel, hogy az i -edik keresztartó és a két középső hosszartó összeerősítési pontjaiban Δ nagyságú y irányú szimmetrikus hégzag van, melyet a szereléskor összehúzza, a hosszartók és a keresztartó között l kp nagyságú előfeszítő erők ébrednek (2a. ábra). Az i -edik keresztartó és a hosszartók között működő l kp előfeszítésből származó M_0 igénybevételi ábrát és a k -adik keresztartónál levő átmetszésben ható X_k ismeretlen nyomaték helyén működő l cmkp-os nyomatékból származó M'_k igénybevételi ábrát a 2b. ábrán levő törzstartóra rajzoltuk fel.

Az X_k nyomatékok meghatározására szolgáló egyenletrendszer együtthatói (terheléstényezői és egységtényezői) közismerten

$$\delta_{0k} = \sum \int \frac{M_0 M'_k}{JE} ds, \text{ illetve } \delta_{jk} = \sum \int \frac{M'_j M'_k}{JE} ds. \quad (1)$$

A kijelölt integrálások és szummációk elvégzése után bevezetve a

$$\gamma = \frac{l^3 J}{2d^2(d+3f)} \left(\frac{1}{J'} + \frac{1}{J''} \right)$$



2. ábra. a) Az i -edik keresztartónál levő Δ méreteltérés hatása a tartó deformációjára; b) a törzstartón keletkező M_0 , valamint M'_k hajlítónyomaték

jelölést, az előfeszítés környezetére felírható $i+1$ és $i+2$ jelű alakváltozási egyenlet az alábbi alakban adódik:

$$\begin{aligned} & 1/2 X_{i-2} + \left(2\gamma - \frac{3}{2} \right) X_{i-1} + \left(6\gamma + \frac{7}{2} \right) X_{i+1} + \left(\gamma - \frac{7}{2} \right) X_{i+2} + \\ & + X_{i+3} + \frac{l}{2} (3\gamma - 1) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} X_{i-1} + \left(\gamma - \frac{7}{2} \right) X_{i+1} + (4\gamma + 6) X_{i+2} + (\gamma - 4) X_{i+3} + X_{i+4} + \frac{l}{2} = 0.$$

Az $i-1$ és $i-2$ jelű egyenletet az (2) összefüggések i -re vonatkoztatott tükrözésével nyerhetjük. Az egyenletrendszer egyéb, általános k -edik egyenlete:

$$X_{k-2} + (\gamma - 4) X_{k-1} + (4\gamma + 6) X_k + (\gamma - 4) X_{k+1} + X_{k+2} = 0. \quad (3)$$

A (3) egyenlet homogén, lineáris, negyedrendű differenciaegyenletnek tekinthető, melynek zárt alakú megoldása:

$$X_k = C_1 \lambda_1^{k-i-1} + C_2 \lambda_2^{k-i-1} + C_3 \lambda_3^{k-i-1} + C_4 \lambda_4^{k-i-1}. \quad (4)$$

Mivel k értéke i -nél kisebb is és nagyobb is lehet, a (3) egyenlet két differenciaegyenletet jelent, melyeknek formális megoldása közös, a C konstansok értéke azonban különböző. A C állandókat mindkét differenciaegyenletben oly módon kell megválasztani, hogy a szerkezet végeire felírható négy kerületi feltételen kívül még a (2) egyenletek, ill. az azokból tükrözéssel származtatható $i - 1$ és $i - 2$ jelű egyenletek is teljesüljenek.

A λ tényező értékét a differenciaegyenlet karakterisztikus egyenletéből határozhatjuk meg [6].

A gyökök páronként reciprokok, valamint konjugált komplex számok, ha $|\gamma| < 24$.

A gyakorlatban általában $\gamma < 24$, ezért a (4) megoldást átalakíthatjuk r -rel jelölve a gyökök egynél kisebb abszolút értékét és Ψ -vel a valós tengellyel bezárt szöveget:

$$X_k = r^{|i-k|-1} [C_1 \cos(|i-k|-1)\psi + C_2 \sin(|i-k|-1)\psi] + r^{1-|i-k|} [C_3 \cos(|i-k|-1)\psi - C_4 \sin(|i-k|-1)\psi]. \quad (4')$$

Végtelen hosszú szerkezeten csak az egységnél abszolút értékben kisebb gyököket kell figyelembe venni (korábbi vizsgálataink szerint 3–5 keresztartó osztás már végtelen hosszúnak tekinthető [5–7]), ezért elegendő a (4') kifejezés első tagját használni. A tartórács igénybevétele — az i helyen levő előfeszítésből — a szuperpozíció elvének érvényessége esetén

$$M(i) = M_0 + \sum_{j=2}^{m-1} X_j M'_j. \quad (5)$$

Az 1 kp-os előfeszítés hatására bekövetkező Δ_i elmozdulás a hosszartók és keresztartó között

$$\Delta_i = \sum \int \frac{M(i) M'}{JE} ds, \quad (6)$$

ahol M' az i -edik keresztartó és a hosszartók találkozásánál a törzstartóra ható egységnyi terhelésből származó hajlítónyomaték, vagyis $M' = M_0/2$.

Nyilván y_i szerelési pontatlanság esetében az i -edik keresztartó és a hosszartók között y_i/Δ_i nagyságú előfeszítő erő ébred, mely a tartórácsban

$$M(y_j) = \frac{y_i}{\Delta_i} \left(M_0 + \sum_{j=2}^{m-1} X_j M'_j \right) = \frac{y_i}{\Delta_i} M(i)$$

hajlítónyomatékokat ébreszt.

Az eddigi vizsgálatban i értékét tetszőlegesen, de rögzített értéknek vettük fel. A pontatlanság — és ezért az előfeszítés is — azonban bármely keresztartónál előfordulhat. Minden keresztartónál az i -hez hasonlóan két-két negyedrendű differenciaegyenletet írhatunk fel (a jármű végén elhelyezkedő keresztartónál egy-egy differenciaegyenlet elfajul), melyeknek megoldása csak páronként függ egymástól. A szimultán differenciaegyenletek teljes megoldását az összes differenciaegyenlet külön-külön nyert megoldásának összegeként állíthatjuk elő. A k -adik keresztartónál a hosszartóra ható hajlítónyomaték nyilván

$$M_k = \sum_{i=2}^{m-1} \frac{y_i}{\Delta_i} M_k(i). \quad (7)$$

Jóllehet a (7) kifejezés igen rövid és áttekinthető formában adja meg az y_i pontatlanságok ($i = 2, 3, \dots, m-1$) okozta belső erők alakulását, kezelése mégis felette nehézkes, mivel M_k meghatározásához tulajdonképpen $2(m-2)$ negyedrendű differenciaegyenletet kell megoldani.

2.2. Az előfeszítés közelítő vizsgálata

A számítási munka jelentősen egyszerűsíthető, ha a keresztartók a hosszartókhoz képest merevnek tekinthetők. Teljesen merev keresztartó esetében a 2.1-ben definiált γ értéke a végtelenhez tart, és az egyenletrendszer általános, k -adik egyenlete a (3) kifejezés helyett az alábbi egyszerű alakot ölti:

$$X_{k-1} + 4X_k + X_{k+1} = 0. \quad (8)$$

A (8) egyenlet általános megoldása:

$$X_k = C_1 \lambda_1^{i-k-1} + C_2 \lambda_2^{i-k-1}.$$

A λ_1 és λ_2 tényezők értéke a differenciaegyenlet karakterisztikus egyenletéből határozható meg. A két gyök a negyedrendű differenciaegyenlet gyökeihez hasonlóan reciproka egymásnak. C értékei a kerületi feltételekből és a (2) egyenletekből származtatható, az előfeszítés környezetére felírható alábbi egyenletből határozhatók meg:

$$2X_{i-1} + 6X_{i+1} + X_{i+2} + \frac{3l}{2} = 0. \quad (9)$$

A pontos vizsgálathoz hasonlóan elegendő az egynél abszolút értékben kisebb gyököt figyelembe venni. Bevezetve a $\lambda_1 = -e^{-\varphi} = -2 + \sqrt{3}$ jelölést, a [7] dolgozat alapján a (8) egyenlet megoldása

$$X_k = e^{\varphi} X_{i \pm 1} (-e)^{-\varphi|i-k|}, \quad (10)$$

ahol a \pm előjel az $i < k$ esetre vonatkozik. A (10) összefüggés lehetővé teszi, hogy a szimultán differenciaegyenletekre felírt (7) általános megoldást részletesebben kifejtjük és gyakorlati számítás céljaira használhatóvá tegyük. A [7] dolgozatban közölt részleteket mellőzve,

$$M_k = \pm 3e^{\varphi} \sum_{i=1}^m A_i y_i e^{-\varphi|i-k|} (-1)^{|i-k|}, \quad (11)$$

mely kifejezésben olyankor, amidőn az i összegezési index különbözik a rögzített k indextől,

$$\begin{aligned} A_1 = A_m = A &= \frac{-2}{\alpha l^2(4e^{-\varphi} - 15)}, \\ A_2 = A_{m-1} &= -6A, \\ A_3 = A_4 = \dots = A_{m-2} = B &= \frac{6}{\alpha l^2(2e^{-\varphi} - 7)}; \end{aligned}$$

olyankor viszont, amidőn az i összegezési index megegyezik a rögzített k indexszel:

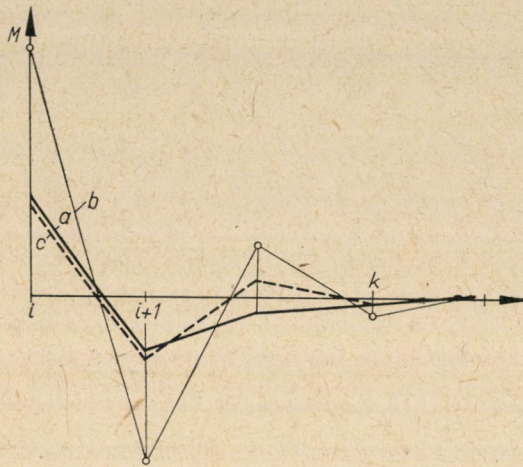
$$\begin{aligned} A_1 = A_m &= 0, \\ A_i &= -A \frac{9 - 2e^{-\varphi}}{e^{\varphi}}, \text{ ha } 3 > i \text{ vagy } i > m - 2, \\ A_i &= B \frac{5 - e^{-\varphi}}{3e^{\varphi}}, \text{ ha } 2 < i < m - 1, \end{aligned}$$

továbbá

$$\alpha = \frac{1}{J'E} + \frac{1}{J''E}.$$

A (11) összefüggés szigorúan csak $\gamma \rightarrow \infty$ esetében ad helyes eredményeket. Gyakorlatilag $\gamma = 4 \div 10$, ami a (7) és (11) összefüggés között elég jelentős különbségeket eredményez. A (3) és (8) differenciaegyenletekből számított belső erők csillapodásának jellege azonban mindkét esetben jól megegyezik (3. ábra), csak a kezdő értékek térnek el egymástól. A merev keresztartóval adódó kezdő értéket közelíthetjük a rugalmas keresztartó figyelembevételével

nyert eredményhez, ha a valóságosnál merevebbnek feltételezett tartórácsot a hossztartók valódi merevésének meghatározott mértékű csökkentésével az eredeti merevségig meglágyítjuk. A hossztartók új, képzelt merevségét abból a feltételből számíthatjuk ki, hogy 1 cm-es szerelési pontatlanság mindkét esetben (valódi és képzelt merevség) azonos előfeszítő erőt okoz. A képzelt hossztartó merevségéhez tartozó adatokat *-gal jelölve, azonos tartórács-



3. ábra. A belső erők csillapodása egységnyi méreteltérés esetében; a) rugalmas keresztartó, eredeti hosszartó merevség; b) merev keresztartó, eredeti hosszartó merevség; c) merev keresztartó, képzelt hosszartó merevség

merevség esetében $\Delta = \Delta^*$, melyből a (6) egyenlet figyelembevételével levezethető:

$$\frac{1}{J^*} + \frac{1}{J^{**}} = \frac{\left(\frac{1}{J'} + \frac{1}{J''}\right) (3X_{i-1}l^2 + l^3) + \frac{d^2}{Jl} (d + 3f) (2X_{i-2} - 2X_{i-1} + 3l)}{3X_{i-1}^*l^2 + l^3} \quad (12)$$

A szokásos merevségi viszonyoknál

$$\frac{1}{J^*} + \frac{1}{J^{**}} \approx 2 \div 4 \left(\frac{1}{J'} + \frac{1}{J''} \right) \quad (12')$$

A (12) összefüggés figyelembevételével a (11) egyenlet az előfeszítés direkt feladatának könnyen kezelhető, közelítő megoldását adja meg.

3. Az előfeszítés indirekt feladatának vizsgálata

A gyártás során legtöbbször nincs mód mérésre, még kevésbé számításra, ezért a technológus számára nem a direkt, hanem az *indirekt feladat* megoldása szükséges, vagyis az a kérdés tisztázandó, mekkora az a maximális szerelési pontatlanság, amely még nem eredményez a tervező által megengedett igénybevételnél nagyobb belső erőket.

Míg a direkt feladatnak mindig csak egy megoldása van, addig az indirekt feladat több megoldású. A megoldás többértékűsége abból adódik, hogy az egyes tartóelemekben előidézett igénybevétel nemcsak a szerelési pontatlanságok nagyságától, hanem azok sorrendi elrendezésétől is függ. A szerelési pontatlanság nagysága stochasztikus jelenség, és ezért vizsgálatához a matematikai statisztika módszereit kell figyelembe venni.

3.1. A szerelési pontatlanság jellemző értékei

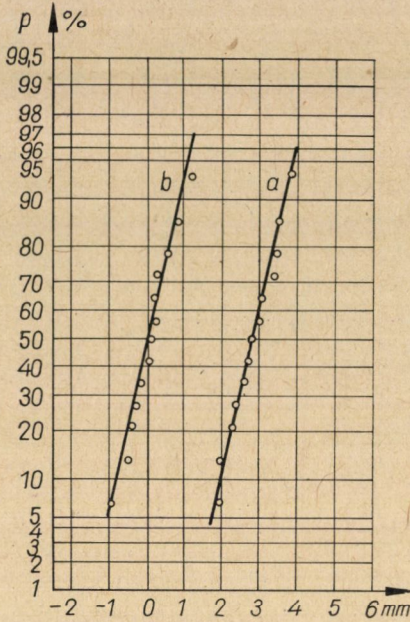
A szerelési pontatlanságok (résméretek) nagyságát 13 db azonos típusú, 11 keresztartós autóbusz egyenként 22 összeerősítési pontján mértük meg. A szerelési technológia megegyezett a [8] dolgozatban leírt folyamattal. A mérések elemzéséből megállapítható, hogy az egyes összeszerelési helyeken a résméretek jó közelítéssel normális valószínűségi eloszlást követnek.

A lemért résnagyságokat a koci hossz tengelyére vonatkoztatva szimmetrikus, illetve antiszimmetrikus összetevőkre bonthatjuk. Mindkét összetevő külön is normális valószínűségi eloszlást követ, és szórásuk minden összeerősítési ponton (kivéve az első és utolsó keresztartót, ahol a szórás zérus nagyságú) közel azonos, 0,6–1 mm között változik. A szimmetrikus résméretek várható értéke közelítőleg a szórás háromszorosa, az antiszimmetrikus résméretek várható értéke pedig zérus. A 4. ábrán feltüntettük egy összeszerelési pont szimmetrikus, ill. antiszimmetrikus résméreteinek eloszlását Gauss-féle papíron.

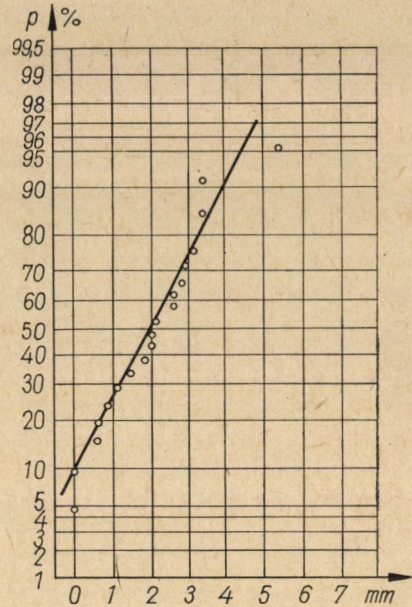
A különböző helyeken mért résnagyságok eloszlása egymástól páronként független. Teljes függetlenség méréseink szerint nem áll fenn, mivel egy-egy jármű különböző összeépítési pontjain mért résméretek nagyjából ugyancsak normális eloszlást mutatnak (5. ábra). A következő valószínűségyszámítási megfontolásokhoz a páronkénti függetlenség elegendő feltétel.

Mivel a résméret alsó és felső határa a szerelési technológia következtében korlátos, a normális eloszlás feltételezése elvileg nem helytálló, mert normális eloszlásnál — ha igen kis valószínűséggel is — igen nagy rések, ill. túlfedések is előfordulhatnak. Igen jó közelítést nyerhetünk azonban akkor, ha az előforduló maximális résméretet szimmetrikus esetben a szórás hatszorosával vesszük egyenlőnek, a várható résméretet pedig a maximális rés felével tekintjük egyenlőnek. A fenti feltételek alapján a résméretek sűrűségfüggvénye az 1 és m keresztartó kivételével

$$f(y) = \frac{6}{y_{\max} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{18(y - y_{\max}/2)^2}{y_{\max}^2} \right]. \quad (13)$$



4. ábra. A méreteltérések eloszlása:
a) szimmetrikus; b) antiszimmetrikus



5. ábra. Egy autóbuszon mért
részletek eloszlása

3.2. A szerelési pontatlanságból adódó igénybevétel jellemző értékei

A részletek eloszlását ismerve, a (7), illetve (11) összefüggés alapján az igénybevétel várható értékét és szórását is egyszerűen kiszámíthatjuk, mivel a keletkező hajlítónyomaték-értékek az y részletek lineáris kombinációjával állíthatók elő.

A várható értékeket felülvonással jelölve,

$$\begin{aligned} \bar{y}_1 &= \bar{y}_m = 0, \\ \bar{y}_2 &= \bar{y}_3 = \dots = \bar{y}_i = \dots = \bar{y}_{m-1} = \bar{y}_{\max}/2. \end{aligned} \quad (14)$$

A hajlítónyomaték várható értékének meghatározására egyszerűbb összefüggéseket nyerhetünk, ha koordináarendszerünket a [7] dolgozat szerint $y_{\max}/2$ értékkel eltoljuk (ez a hajlítónyomaték értékét nem változtatja). Természetesen ezzel a (14) kifejezés kissé átalakul:

$$\begin{aligned} \bar{y}'_1 &= \bar{y}'_m = y_{\max}/2, \\ \bar{y}'_2 &= \bar{y}'_3 = \dots = \bar{y}'_{m-1} = 0. \end{aligned} \quad (14')$$

A (11) összefüggés figyelembevételével a k -adik összeerősítési helynél a hosszanti tartóelemekben ébredő hajlítónyomaték várható értéke:

$$|\bar{M}_k| = 3e^\varphi \frac{y_{\max}}{2} A \{ (-1)^{k-1} e^{-\varphi(k-1)} + (-1)^{m-k} e^{-\varphi(m-k)} \}. \quad (15)$$

A (15) kifejezés maximális értéke a $k = 2$ és $k = m - 1$ helyen jön létre, a jármű közepe táján nagysága gyakorlatilag zérusra csökken.

A hajlítónyomaték szórását az egyes rések szórásából számított hajlítónyomatékok négyzetösszegéből vont négyzetgyök adja meg. $\sigma(M_k)$ -vel jelölve a k helyen ébredő hajlítónyomaték szórását, a (11) összefüggés segítségével

$$\sigma(M_k) = \sqrt{9e^{2\varphi} \sum_{i=1}^m A_i^2 \sigma^2(y_i) e^{-2\varphi|i-k|}}. \quad (16)$$

Mivel $\sigma(y) = y_{\max}/6$, a (16) kifejezés átalakítható

$$\sigma(M_k) = \frac{e^\varphi y_{\max}}{2} \sqrt{\sum_{i < k} A_i^2 e^{-2(k-i)\varphi} + \sum_{i > k} A_i^2 e^{-2(i-k)\varphi} + A_k^2}. \quad (16')$$

A (16') kifejezés részletesebb matematikai vizsgálatával kimutatható, hogy $\sigma(M_k)$ értéke a jármű közepén éri el maximális nagyságát.

Megjegyezzük, hogy míg a rések sűrűségfüggvényét minden összeerősítési pontban (kivéve az elfajuló eloszlású 1 és m helyet) egységesen a (13) egyenlet írta le, addig a nyomatékok várható értékét és szórását minden k helyen más és más összefüggés adja meg, következésképp a sűrűségfüggvények is eltérőek (6. ábra).

Vegyük fel, hogy a megengedhető hajlítónyomaték értéke

$$M_{\text{meg}} \geq M_{\max} = |\bar{M}_k \pm 3\sigma(M_k)|_{\max}, \quad (17)$$

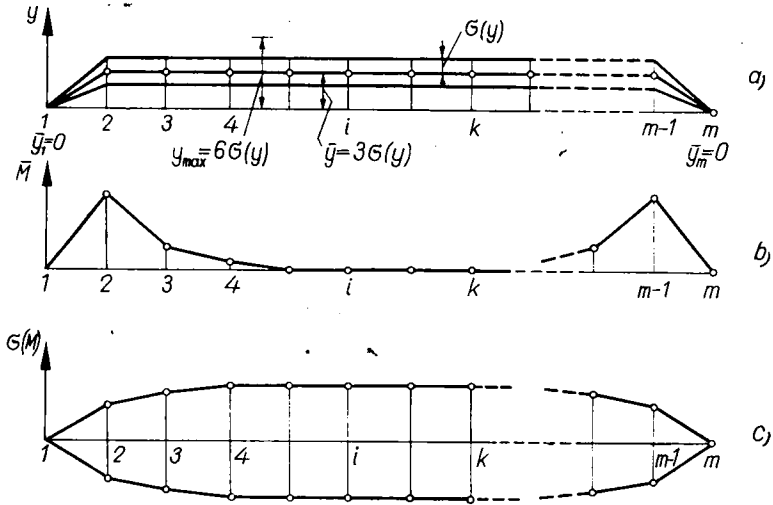
vagyis bármely összeerősítési helyen mindig kisebb a hajlítónyomaték értéke, mint a kérdéses helyen nyert hajlítónyomaték várható értékének és háromszoros szórásának összege. Ezzel gyakorlatilag kizártuk a megengedhetőnél nagyobb hajlítónyomaték keletkezésének lehetőségét.

A (15) és (16) figyelembevételével matematikailag kimutatható, hogy a (17) kifejezésnek a $k = 2$ és $k = m - 1$ kereszttartóknál helyi maximuma van. A $k = 2$ érték behelyettesítése után a (17) egyenletből y_{\max} értéke kifejezhető:

$$y_{\max} = \frac{\frac{2}{3} M_{\text{meg}} e^{-\varphi}}{-A + \sqrt{B^2 \frac{e^{-2\varphi}}{1 - e^{-2\varphi}} + A^2(9e^{-\varphi} - 2e^{-2\varphi})^2}}. \quad (18)$$

Ezzel a szereléskor még megengedhető legnagyobb résméretet (az y_{\max} értékek minimumát) meghatároztuk. A (18) kifejezéssel kiszámított résméret (megengedhető szerelési pontatlanság) — azonos geometriai és teherbírási feltételek mellett — kb. kétszer akkora adódik, mintha a réseket a legkedvezőtlenebb elrendezésben vesszük fel [8].

Előfordulhat, hogy egyes járműveken nem a hossztartók, hanem a kereszt-tartók igénybevétele éri el hamarabb a meg nem engedett értéket. A kereszt-



6. ábra. A méreteltérések és a belőlük keletkező igénybevételek paraméterei a járműszerkezeten: a) a méreteltérés várható értéke és szórása; b) a hajlítónyomaték várható értéke; c) a hajlítónyomaték szórása

tartókra ható P_k erők a hosszanti tartók hajlítónyomatékának lineáris függvényei,

$$P_k = \frac{2M_k - (M_{k-1} + M_{k+1})}{l}, \quad (19)$$

ezért a kereszttartók igénybevételenek várható értéke és szórása az előzőek alapján könnyen meghatározható.

4. Számpélda

Egy szabályos autóbusz geometriai adatai:

Teljes hossz: $L = 1100$ cm

Szélesség: $2(d + f) = 240$ cm

Kereszttartók távolsága: $l = 137,5$ cm

A kereszttartók inercianyomatéka: $J = 4000$ cm⁴

A hossztartók inercianyomatéka: $J'' = 3000 \text{ cm}^4$

Az oldalfal inercianyomatéka: $J' = 6000 \text{ cm}^4$

A tartók anyagának rugalmassági modulusa: $E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kp/cm}^2$

Merev keresztartós közelítés esetében a hosszanti tartók képzelt inercianyomatéka:

$$J^* = 2200 \text{ cm}^4; J^{**} = 1100 \text{ cm}^4$$

A megengedhető hajlítónyomaték a hosszartóban: $M_{\text{meg}} = 123\,000 \text{ kp cm}$

A megengedhető maximális résméret valószínűségszámítási megfontolással: $y_{\text{max}} = 4,7 \text{ mm}$.

IRODALOM

1. WEIBULL, W.: Fatigue Testing and Analysis of Results. Oxford etc. 1961.
2. Кудрявцев, П. И.: Остаточные сварочные напряжения и прочность соединений. Москва 1964, 47—50.
3. MINA, A.: Vasúti járművek tartószerkezetei. Mérnöki Továbbképző Intézet. Budapest 1952.
4. MICHELBERGER P.: Önhordó autóbusz-karosszériák tökéletesítése. Mérnöki Továbbképző Intézet, Budapest 1960.
5. MICHELBERGER, P.: Wirkung der Türöffnungen auf das Kräftespiel der Omnibus-Karosserien. *Periodica Polytechnica* 6 (1962), 115—128.
6. MICHELBERGER, P.: Das Kräftespiel einer infolge der Türöffnung unsymmetrischen Omnibuskarosserie mit elastischen Querträgern. *Periodica Polytechnica* 7 (1963), 189—199.
7. MICHELBERGER, P.: Die von Montage-Üngenauigkeiten stammenden Innenkräfte bei dem Zusammenbau von Fahrgestell und Wagenkasten eines Autobusses. *Acta Techn. Hung.* 44 (1963), 313—328.
8. MICHELBERGER, P.—KÖRMENDY, I.: Auswahl der Fertigungstoleranzen beim Zusammenbau von Wagenkasten und Fahrgestell an Autobussen mit Fahrgestell. *Periodica Polytechnica* 8 (1964), 247—258.