

Tóth Bence[◇]

Állomásközök és térközök hatása a vasúthálózat modelljének pontosságára

DOI 10.17047/Hadtud.2023.33.E 137

A cikkben bemutatom a magyarországi vasúthálózat térközszintű gráfmodelljét és ennek segítségével jellemzem a hálózatot. A hálózatra terhelt uniform forgalomból meghatározom az egyes vonalszakaszok kapcsolatköztségét, azaz a rajtuk mérhető forgalmat. Az egyes vonalszakaszok kizárásával a hálózat átlagosúthossz-növekedése mellett a hálózaton okozott teljes úthossznövekmény is számítható, mely egyes esetekben a 25 %-ot is eléri. A térközszintű felbontásnak köszönhetően nem csak az egyes vonalszakaszok és állomások viselkedése vizsgálható normál üzemi és zavart körülmények között, hanem az eltérő paraméterű csatlakozó vonalak hatása egymásra is.

Kulcsszavak: vasút, gráfelmélet, térköz, modell, pontosság

The effect of block-section-level resolution on the accuracy of railway network models

In the present paper, a block-section-level graph model of the railway network of Hungary is presented and the system is characterized by using this model. By applying a uniform traffic, the betweenness centrality of each line section, i.e. its traffic load is calculated. By modeling the disruption of each line section with total closure, the average increase in the route lengths and the effect on the total route length of the system, which can be as high as 25 %, can be calculated. Due to the block-section-level resolution, not only the behaviour of single line sections and stations can be described in normal and disrupted circumstances but also the effect of lines with different parameters on each other.

Keywords: railway, graph theory, block section, accuracy

Bevezetés

Infrastruktúra-hálózatok valós helyzetekben mutatott viselkedése, különösen zavarok esetén, (kísérleti lehetőség híján) csak modellek használatával jelezhető előre. A probléma különös jelentőséggel bír a védelmi célú kutatásokban, ha létfontosságú rendszerelemek viselkedését szeretnénk modellezni.¹ Ugyanakkor az is igaz, hogy egy modell mindenképpen leegyszerűsítése a valós rendszernek és csak bizonyos, a modell felállítója által kiválasztott paramétereket vesz figyelembe annak leírására. A modellek validálása azonban lehetséges megtörtént zavarhelyzetek hatásainak vizsgálatával.²

Ilyen kritikus infrastruktúra a vasút is, ahol emellett a katonai szállítások szervezésének a közlekedési rendszer jellemzői miatt mindig szorosan együtt kell működnie a hálózat polgári üzemeltetésével. Emellett a vasúti közlekedés szempontjából Magyarország szerepe földrajzi

[◇] okl. fizikus, PhD, habilitált egyetemi docens, Nemzeti Közszolgálati Egyetem, Hadtudományi és Honvédtisztképző Kar, Természettudományi Tanszék, toth.bence@uni-nke.hu, 1101 Budapest, Hungária krt. 9-11., +36 1 432 9000 / 29260, ORCID: 0000-0003-3958-187X

¹ Lévai 2020, 380–395.

² Szászi 2014, 89–92.

fekvése miatt is felértékelődött a NATO szövetségi szintű közlekedési rendszerében az ország tranzit szerepe miatt.^{3,4}

Különösen aktuális az ország földrajzi elhelyezkedésének szerepe a jelenlegi biztonsági környezetben, hiszen 2014 után, és különösen a 2022-ben kezdődött ukrajnai háború miatt az ország szerepe felértékelődött mind az országvédelem, mind a védelmi tervezés szempontjából.⁵ Magyarország közlekedési infrastruktúráját fel kell készíteni a befogadó nemzeti támogatás mellett a Magyar Honvédség szállítási feladatainak minél hatékonyabb ellátására. Ezen mozzatások tervezéséhez a lehető legpontosabban kell ismerni nem csak a hálózat aktuális teljesítőképességét, hanem esetleges zavarok esetén a lehetséges alternatív útirányokat, módokat is.

Ezért szükséges a hálózat viselkedésének minél pontosabb leírása annak a lehetséges zavarokra való reagálásának megértéséhez. Különösen igaz ez az intermodalitás szempontjából, amikor például nagy távolságú légi szállítás után a célba juttatás vasúton, a repülőtér iparvágány-kapcsolatán keresztül történik, mellyel több MH objektum is rendelkezik.⁶

A modellek felbontását azonban nem érdemes minden határon túl finomítani, mivel a valós hálózatban rejlő bizonytalanságok miatt ezzel nem fog együtt járni a kapott eredmények pontosságának növekedése. Egy korábbi cikkemben bemutattam a magyarországi vasúthálózat egyszerű matematikai modelljét,⁷ melyben mindössze az elágazó- és csatlakozó állomások, a zsákvonalak végpontjai és a határállomások szerepeltek, de már az egyes vonalak középállomásai sem. Ezt a modellt az egyszerűség kedvéért állomásszintű modellnek fogom nevezni. Az most bemutatandó továbbfejlesztett változatra, mely tartalmazza a hálózatban található összes főjelzőt, a nyílt vonali térközjelzőket is, térközszintű modellként fogok hivatkozni. Jelen cikkben a térközszintű modellnek a felépítését fogom tárgyalni és néhány hálózati paraméter kiszámításán keresztül be fogom mutatni az állomásszintű modellhez képesti egyezéseket és különbségeket, valamint az előrelépéseket az egyes hálózati elemek működésének alaposabb megértésében.

1. A magyarországi vasúthálózat térköz szintű gráfmodellje

A magyarországi vasúthálózatot egy élsúlyozott irányított gráffal modelleztem. A gráf csúcsai, azaz ahol az egyes élek találkoznak (98%-ban) a vasúthálózat főjelzői (bejárati-, kijárati-, illetve térközjelzők) voltak. Ennek oka, hogy a vasúti közlekedés jelzők között történik. Ettől eltérő eset (például egy nyíltvonali megállás) általában rendkívüli esemény miatt történik.

³ Szászi 2012, 402–425.

⁴ Szászi 2018, 173–187.

⁵ Boda et al. 2016, 2–23.

⁶ Orosz, Szászi 2020, 95–113.

⁷ Tóth 2018a, 505–519.

1.1 Jelzők és vágánykapcsolataik

A gráf csúcsait összekötő élek a jelzők közti vasúti pályát reprezentálták annak bizonyos tulajdonságaival együtt. Lehetőség van az élekhez a megfelelő vonalszakasz hosszát vagy menetidejét hozzárendelni, mint ún. súlyt. A menetidő kiszámítása egyszerűen a megfelelő pályaszakasz hosszának és a rajta engedélyezett sebesség hányadosaként történt; ez az érték tehát még a tiszta menetidőnél is rövidebb, ezért a kapott menetidő-értékek a valós értékek egy alsó korlátját jelentik. Ezzel szemben a menetvonalak hossza néhány méteres pontossággal számítható, mivel két jelző távolsága méter pontossággal ismert.

Emellett az egyes vonalszakaszokhoz hozzá rendelhető annak villamosítottága (mint bináris változó), a már említett engedélyezett sebesség, a közlekedtethető vonathossz, a tengelyterhelés vagy a vágányszám. Az összes adat forrása a VPE Kft. weblapja volt.^{8,9} Az itt nem szereplő honvédségi iparvágányok hosszadatai a vonatkozó kormányrendelet¹⁰ alapján, illetve saját távolságmérés¹¹ és a szakirodalom¹² alapján lettek a modellbe beépítve.

Mivel a gráfot alapvetően honvédelmi célú alkalmazások modellezésére építettem fel, ahol kisebb engedélyezettsebesség-érték vonatkozott a nagyobb tengelyterhelésű vagy a mozdonyal továbbított szerelvényekre, ott ezt az alacsonyabb sebességértéket vettem alapul a számolásokhoz.

A modellgráf összesen 5184 csúcsot tartalmaz, melyből 1689 állomási bejáratú jelzőt, 1493 állomási kijáratú jelzőt, 1888 térközjelzőt, 114 pedig egyéb vágánykapcsolati pontot (például határátmenet, iparvágány) reprezentál. A jelzők közti vágánykapcsolatokat 6780 él írja le a modellgráfban.

A modellbe 0 km/h engedélyezett sebességű vasútvonalak (pl. Lepsény – Csajág – Papkeszi), sőt, akár már teljesen felszedett pályák (pl. az 1CM, a „Nagy-Burma” vágány) is bekerültek, megkönnyítendő a modell későbbi alkalmazását fejlesztési tervek modellezésére. A jövőbeli kiegészítések között szerepelhetnek például a Budapesti Agglomerációs Vasúti Stratégia által előirányzott Budapest-Kelenföld – Budapest-Nyugati vasúti alagút, a Horog utcai deltavágány vagy a 150. sz. vonal felvezetése az Összekötő vasúti hídra.¹³

1.2 Állomások

Egy állomást az annak végein található bejáratú jelzők definiálnak.¹⁴ Azonban egy vonat leközlekedtetése nem a bejáratú jelzőig történik, hanem a célállomás területére, azaz a bejáratú jelzőn belülre. Ezért az egyes menetvonalakat minden esetben a kiinduló- és a célállomás megfelelő kijáratú jelzői között értelmeztem: a menetvonal hosszát (távolságban vagy időben) két kijáratú jelző (vagy esetleg iparvágányt reprezentáló csúcs) között számítottam.

⁸ Vasútvonalak

⁹ VPE vasúthálózati térkép

¹⁰ 277/2014. (XI. 14.) Kormányrendelet

¹¹ Google Maps: <https://maps.google.hu>

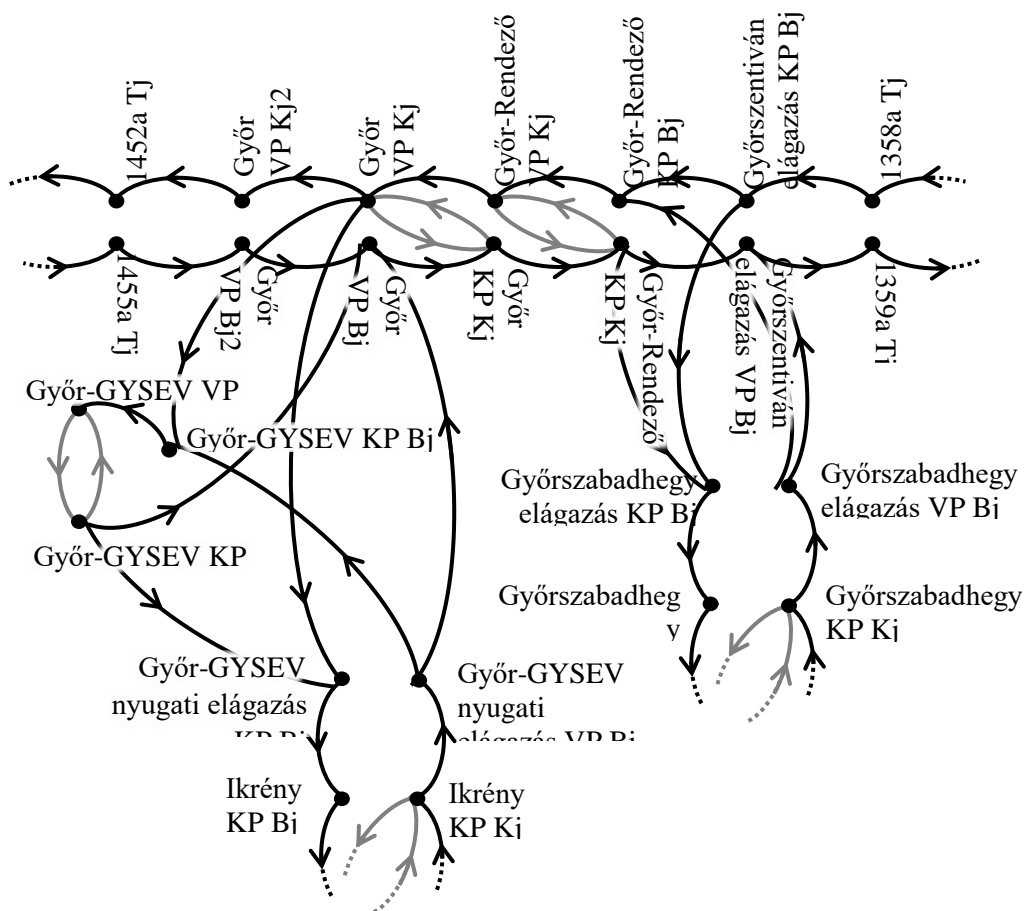
¹² Szászi 2009a, 1–22.

¹³ Lévai 2022, 342–354.

¹⁴ F. 2. sz. Forgalmi Utasítás, 21.

A menetirányváltást csak az arra alkalmas állomásokon (melyekből összesen 710 szerepel a modellben) tettem lehetővé a kezdőponti és a végponti kijárat jelzőket egy 0 km, illetve 10 perc súlyú éllel összekötve. Ez utóbbi a megállástól a menesztésig terjedő időtartamnak egy alsó korlátja, hiszen mivel mozdonyal továbbított szerelvényekről beszélünk, ezért tartalmaznia kell a szétakasztás, körüljárás, rájárás, fékpróba idejét.

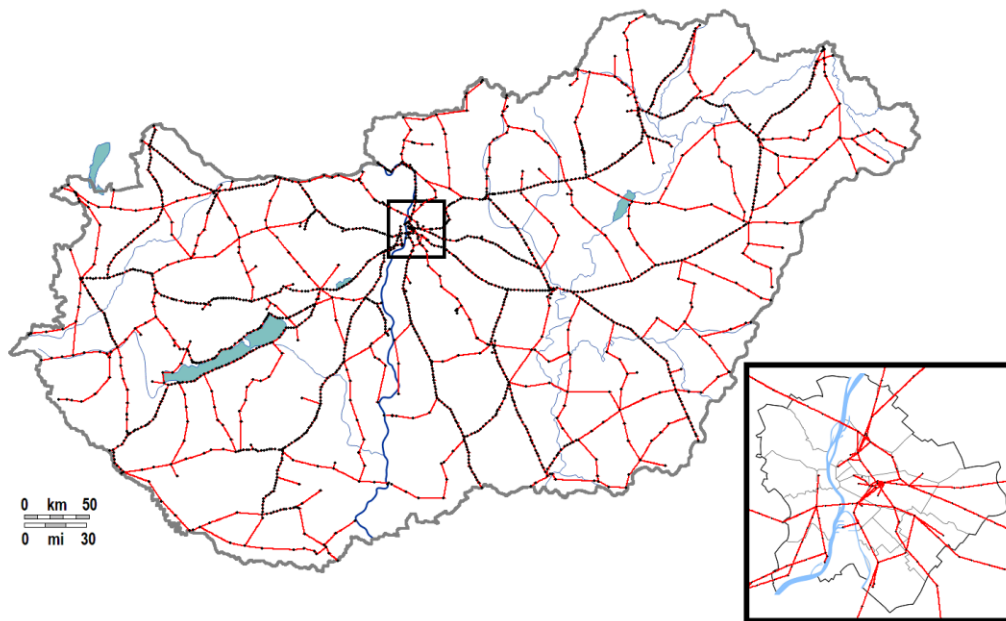
Ennek a plusz időtartamnak a menetidőben történő figyelembe vételéhez szükség volt az egyes vasútvonalakon a páros és a páratlan irányú közlekedést eltérő élekkel leírni (és az éleket megfelelően irányítani) akkor is, ha a pálya egyvágányú, mivel így volt biztosítható, hogy a legrövidebbút-kereső algoritmus figyelembe vegye az állomási irányváltások esetén a fordulódőket, azaz a 10 perc súlyú élt. A másik ok az állomások azonos oldali bejárat és kijárat jelzői közti távolság volt, mivel ellentétes irányban közlekedve például egy térközjelző az ahhoz legközelebbi bejárat és kijárat jelző eltérő távolságra van. A gráf felépítésének elvét az 1. ábrán Győr állomás és környékének diagramján mutatom be, míg a teljes hálózat diagramja a 2. ábrán látható.



1. ábra

Győr állomást és környékét leíró részgráf diagramja

(forrás: szerkesztette a szerző)



2. ábra

A magyarországi vasúthálózat gráfjának diagramja

(forrás: szerkesztette a szerző)

2. Számítási módszerek

A következőkben röviden bemutatom a modellezéshez használt szoftveres háttérrel, valamint azokat a matematikai mérőszámokat és módszereket, melyeket a hálózat kvantitatív jellemzésére használtam.

2.1 Szoftverkörnyezet

A számolásokat az *R* programozási nyelv és környezetben¹⁵ végeztem a Csárdi Gábor és Nepusz Tamás által kifejlesztett *igraph* csomag¹⁶ alkalmazásával. A két állomás (azaz azok kijárat jelzői) közötti, menetidő vagy menetvonalhossz szempontjából legrövidebb utat a csomag *distances()* függvényével lehet meghatározni. Ez a függvény olyan élsúlyozott gráfok esetében, melyek csak nemnegatív súlyú éleket tartalmaznak (mint esetünkben is), a Dijkstra-algoritmust¹⁷ használja a legrövidebb út¹⁸ meghatározásához.

Mivel azonban nem állomások, hanem azok kijárat jelzőit reprezentáló gráfcúcsok közti távolságot számítjuk ki, először szükséges meghatározni mindkét állomás mindkét (kezdőponti és végponti) kijárat jelzője között a legrövidebb utat és ezek közül kiválasztani a legrövidebbet. Menetidők esetében ugyanis ezek közül kettő 10 percnyi, egy pedig 20 percnyi felesleges fordulót tartalmaz, amikor az egyes konkrét menetvonalakat az állomások távolabbi végétől

¹⁵ R Core Team 2012.

¹⁶ Csardi, Nepusz 2006, 1695.

¹⁷ Dijkstra 1959, 269-271.

¹⁸ A „legrövidebb út” kifejezést összefoglaló értelemben fogom használni a minimális menetvonalhosszra és minimális menetidőre, ahol kifejezetten az egyikről lesz szó, azt külön jelezni fogom.

indítjuk és/vagy oda érkeztetjük és ezért induláskor és/vagy érkezéskor az algoritmus a beállított kijárat jelzőhöz vezető 10 perces fordulóél(eke)t is beszámítja a legrövidebb útba. Az így meghatározott két jelző között a programcsomag *shortest paths()* függvényével meghatározhatóak az érintett gráfélek (*\$epath*), azaz maga a menetvonal.

2.2 Kapcsolatköztiség

Ha meghatároztuk minden lehetséges állomáspár között a legrövidebb utat, akkor az egyes élekhez hozzárendeljük azt a számot, ahány legrövidebb út érinti azt. Ezt a mérőszámot nevezzük kapcsolatköztiségnek (betweenness centrality).¹⁹ Azonban ezt érdemes normálni az összes menetvonal darabszámával, hogy egy relatív (százalékos) mennyiséget kapjunk. Ez az egyes hálózati elemek forgalma uniform hálózati forgalom mellett, azaz amikor minden állomás kapacitása és igénye is egységnyi. Ezzel azonban azt feltételezzük, hogy egyszerre csak egyetlen vonat van jelen a hálózatban és ezek útvonalait összegezzük, vagyis az egyes vonalszakaszok kapacitáskorlátait nem vesszük figyelembe. Ez a modell következő lépésben tervezett fejlesztésével lesz lehetséges, amikor az időegységre vett áteresztőképességet, mint súlyt is hozzárendelhetjük az egyes vonalszakaszokhoz.

Hálózati elem lehet nyíltvonal pályaszakasz és állomás is. Ez utóbbi teljes forgalmát megadja a kezdőponti bejárat jelzőjétől a végponti kijárat jelzőjéig és a végponti bejárat jelzőjétől a kezdőponti kijárat jelzőjéig közlekedő vonatok darabszáma, mivel ebben a menetirányváltó szerelvények is már figyelembe lettek véve.

2.3 Zavarok modellezése

Megvizsgáltam az egyes vonalszakaszok zavarának hatását a teljes hálózatra, azaz hogy ha az adott két jelző között nem lehetséges a közlekedés, akkor hogyan változik a többi vonalszakasz forgalma. Vagyis teljes kizárást feltételeztem, de úgy, hogy a szerelvény leközlekedtetése előtt már ismerjük a zavart vonalszakaszt, azaz a zavart hálózatban a legrövidebb utat már ennek ismeretében tudjuk tervezni.

Ehhez a kizárt vonalszakaszt reprezentáló gráfbeli él súlyát végtelen értékre módosítottam. Ha létezik a két vizsgált jelző között út, akkor a legrövidebbút-kereső algoritmus megtalálja a véges hosszúságú kerülőutat, azonban ha nem létezik ilyen út, akkor a kerülőút hosszára végtelen értéket ad eredményül. Ez egyrészt azt jelenti, hogy az adott vonalszakasz a hálózat szempontjából „végtelenül” fontos, hiszen nem helyettesíthető. Másrészt természetesen pl. az Esztergom – Esztergom-Kertváros állomásköz nem végtelenül fontos abban az értelemben, hogy attól, hogy Esztergom vasúton nem elérhető, a hálózat többi része tőle függetlenül teljes értékűen funkcionál. Ezért ilyen zsákvonalak esetében a kizárásuk esetén okozott végtelen menetvonalhossz- vagy menetidő-növekményt nem vettem figyelembe.

3. Eredmények

Felhasználva a fenti mennyiségeket, egymással összehasonlítható módon jellemezhetjük a magyarországi vasúthálózat egyes vonalszakaszait. A számításokat elvégeztem mind a

¹⁹ Lin, Ban 2013, 658–685.

távolságokkal, mind a menetidőkkel súlyozott hálózatra; a következőekben ezeket az eredményeket mutatom be, a két súlyozás közti hasonlóságokon és különbségeken keresztül bemutatva a hálózat inherens tulajdonságait, valamint a kiemelt vonalszakaszok jellemzőit.

3.1 Átlagos úthossz

A hálózat átlagos úthossza az összes legrövidebb út hosszának átlaga.²⁰ Ez a magyarországi vasúthálózatra a két vizsgált súlyozással 229,7km és 151,9 perc. Ezek az értékek 2,71-szer, illetve 3,23-szor kisebbek, mint a hálózat átmérője, ami az összes állomáspár közti legrövidebb utak közül a leghosszabbat, illetve a leglassabbat jelenti és esetünkben 622,9 km, illetve 491perc.²¹ Ennek okai, hogy a hálózat a szélei felé „ritkul”, azaz középpontjától, Budapesttől távolodva egyre kevesebb transzverzális kapcsolat áll rendelkezésre; valamint hosszú zsákvonalat (zsákvonalszereket) tartalmaz, mint például a Mátészalkánál, Szentlőrincnél vagy Miskolc-Gömörinél csatlakozó vonalak, melyekből az említett elágazó állomásokig mindenképpen el kell közlekednie a vonatoknak, hogy a zsákvonalszereken kívüli állomásokat el tudják érni.

Kiszámíthatjuk az átlagos menetvonalhossz növekedését zavar esetén is, ha az egyes vonalszakaszok által a teljes hálózaton okozott növekményeket kiátlagoljuk. Ehhez egyesével (külön-külön) minden gráfbeli él súlyát végtelenné tettem és meghatároztam minden $\langle a,b \rangle$ állomáspár között a legrövidebb út hosszát (távolságban, illetve időben). Jelöljük az i -edik él kizárása esetén az a és b állomások közti távolságot ℓ_{abi} -vel, a menetidőt pedig t_{abi} -vel, a távolságukat a zavarmentes hálózatban pedig ℓ_{ab0} -val, a menetidőt pedig t_{ab0} -val. Amelyik viszonylatban legalább egy esetben végtelen lett az út hossza, azaz nem létezett kerülőirány, azt a viszonylatot egyáltalán nem vettem figyelembe a számításoknál.

Ebből meghatározható minden i vonalszakasz esetén a zavart hálózatban a megnövekedett átlagos úthossz. Minden i vonalszakaszra kiátlagolva az átlagos úthosszt azt kapjuk, hogy az átlagos menetvonalhossz zavar esetén 230,3 km, azaz az mindössze 0,66 km-rel nő meg. Átlagosan tehát ekkora növekményt okoz egy vonalszakasz kiesése, ami lényegesen rövidebb, mint az európai létfontosságú infrastruktúraelemekre elvárt, a kiesésükből származó megengedhető menetvonalhossz-növekmény.²² Hasonlóan, az átlagos menetidő zavar esetén 152,85 percrek adódik, mely mindössze 0,97 perccel több a zavarmentes hálózatra kapott értéknél. Vagyis egy véletlenszerűen kiválasztott vonalszakasz zavara csak kismértékben befolyásolja a hálózat egészének teljesítményét.

Ha az ℓ_{abi} , illetve t_{abi} értékeket összegezzük minden $\langle a,b \rangle$ állomáspárra és normáljuk a zavarmentes hálózatbeli összeggel, akkor az adott hálózati elem által a teljes hálózaton okozott menetvonalhossz-, illetve menetidőnövekményt kapjuk meg, melyeket jelöljünk $\Delta\ell_i$ -vel, illetve Δt_i -vel:

²⁰ Barthelemy 2010, 6–7.

²¹ Tóth 2022, 415–423.

²² Horváth, Lévai 2021, 131–146.

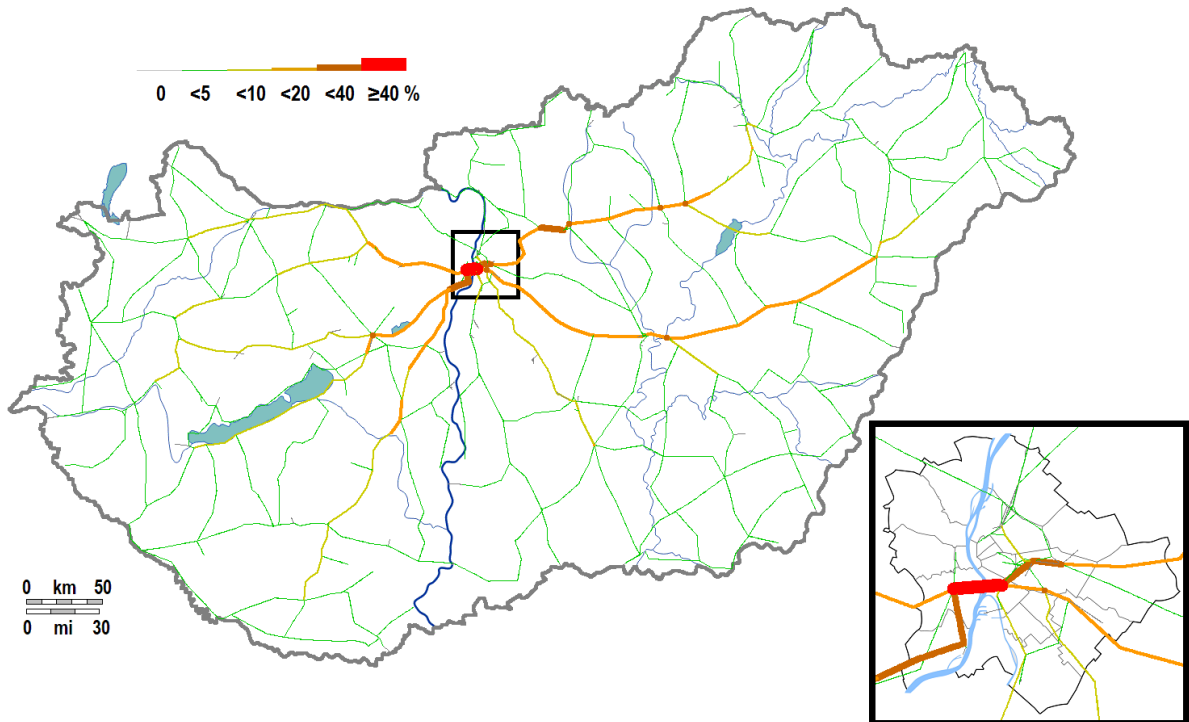
$$\Delta \ell_i = \sum_{\substack{\langle a,b \rangle \\ \ell_{abi} < \infty \forall i}} \frac{\ell_{abi}}{\ell_{ab0}}$$

$$\Delta t_i = \sum_{\substack{\langle a,b \rangle \\ t_{abi} < \infty \forall i}} \frac{t_{abi}}{t_{ab0}}$$

Ezen számításokból kapott eredmények bemutatása előtt azonban vizsgáljuk meg, mekkora az egyes hálózati elemeken mérhető forgalom.

3.2 Kapcsolatköztiség

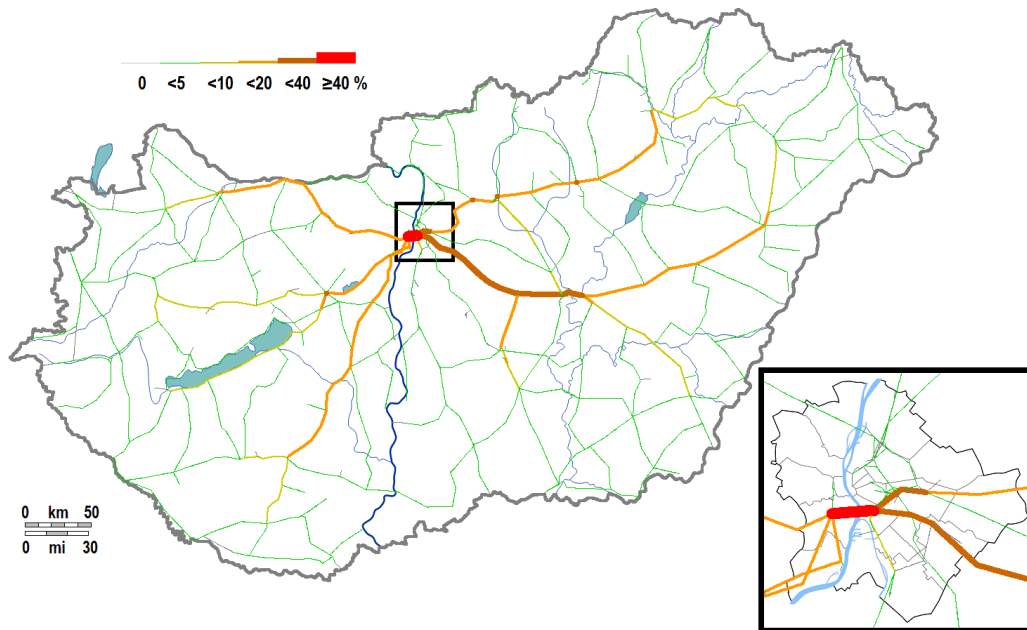
A magyarországi vasúthálózat egyes hálózati elemeinek kapcsolatköztiség-értékeit minimális menetvonalhosszakkal és minimális menetidőkkel számolva, mindkét esetben lenormálva az összes menetvonal számával, a 3., illetve a 4. ábrán láthatjuk. A tárgyalás könnyebbé kedvéért a minimális menetvonalhosszakra vonatkozó eredményeket az (ℓ) , a minimális menetidőkre vonatkozóakat pedig (t) -vel fogom jelölni a megfelelő eredmény mellett.



3. ábra

A hálózati elemek normált kapcsolatköztisége minimális menetvonalhosszak esetén

(forrás: szerkesztette a szerző)



4. ábra

*A hálózati elemek normált kapcsolatköztsége minimális menetidők esetén
(forrás: szerkesztette a szerző)*

Általánosságban megállapítható, hogy mind menetidő, mint menetvonalhossz szempontjából a Ferencváros – Kelenföld állomásköz a legforgalmasabb: az összes menetvonal 45,2%-a (ℓ), illetve 47,8%-a (t) halad át rajta. Ezek azonban hálózati szintű értékek; csak azon menetvonalakat vizsgálva, melyek áthaladnak a Dunán, az menetvonalak 84,4%-a (ℓ), illetve 87,7%-a (t) halad át ezen az állomásközön. Ennek oka a már többször tárgyalt hiánya a megfelelő kapacitású Duna-hidaknak.²³

Hálózati szempontból az 1. sz. Budapest – Hegyeshalom – Rajka vasútvonal az ország legforgalmasabb és ezért legfontosabb vonala; ugyanakkor rendkívül zavarérzékeny is. Amikor a 2022. július 10-ére virradó éjjel Biatorbágy és Herceghalom között utoléréses baleset történt és több tehervonati vagon kisiklott megrongálva mindkét vágányt, a forgalom majdnem két napig egyáltalán nem volt lehetséges az adott szakaszon: az egyvágányú közlekedés 11-én este, a normál üzemi forgalom azonban csak 12-én hajnalban állt helyre. Az kérdéses vonalszakasznak ugyanakkor létezik a hálózatban elméleti kerülőútja a 2. sz. Budapest – Esztergom és a 4. sz. Esztergom – Almásfüzitő vonalakon keresztül, ráadásul a Budapest–Almásfüzitő távolság ezeken a vasútvonalakon közlekedve csak kb. 2,5 km-rel hosszabb, mint az 1. sz. vonalakon (átlagolva Rákos és Kőbánya-Kispest állomások és Almásfüzitő távolságát a két útvonalon). Ugyanakkor a 4. sz. vonal alacsony pályasebessége miatt a menetidőkülönbség a két útvonal menetidejében majdnem kétszeres (47 perc és 90 perc). A 2. sz. vonal felújítása személyforgalmilag annak mindenképpen javára vált, de vonalvezetése (és nem melleleg a rajta található Kopár-hágói alagút ürszelvénye miatt) miatt nem valószínű, hogy valaha is valódi teherforgalmi alternatívát nyújtson az 1. sz. vonalnak. Emellett mindkét vonal kezdőpontja a

²³ Szászi 2013, 98–107.

főváros, ezért egy Budapesten belüli zavar esetén a megoldás csak egy délebbre építendő új híd lenne.^{24,25}

A két különböző élsúlyozásból adódó szembevetendő különbségek ellenére több hasonlóságot is láthatunk a hálózat viselkedésében minimális menetvonalhosszak és minimális menetidők esetében. Mindkét súlyozásnál az 1. sz., a 20. sz. Székesfehérvár – Szombathely, a 30a és 30. sz. Budapest – Székesfehérvár – Gyékényes, a 80a és 80. sz. Budapest – Hatvan – Miskolc – Szerencs, a 100a és 100. sz. Budapest – Cegléd – Szolnok – Debrecen – Nyíregyháza és a 120a és 120. sz. Budapest – Újszász – Szolnok – Békéscsaba fővonalak alkotják a hálózat gerincét, ami azt jelenti, hogy ezeken a vasútvonalakon halad a legtöbb menetvonal, akár minimális menetidőre, akár minimális menetvonalhosszra optimalizálunk. A magasabb pályasebesség természetesen eredményezi, hogy célszerű a lassabb mellékvonalokról a lehető leggyorsabban eljutni a legközelebbi fővonalra és az út legnagyobb részét ott megtenni. A minimális menetvonalhosszak ábrájával való összehasonlításból azonban azt is látjuk, hogy a hálózat felépítéséből fakadóan többnyire ezek a vonalak esnek a kilométerben legrövidebb utakra is (valamint a 142. sz. Budapest – Lajosmizse – Kecskemét, a 108. sz. Debrecen – Füzesabony és a 13. sz. Tatabánya – Pápa és a 150. sz. Budapest – Kunszentmiklós-Tass – Kelebia vonalak egyes szakaszai is). Azaz a hálózat topológiája is a fővonalakon való közlekedésnek kedvez, függetlenül pályasebességtől, villamosítástól, vágányszámtól, tengelyterheléstől.

A 3–4. ábráknak ugyanakkor feltűnő különbsége, hogy a 80/80a és a 100/100a vonalak forgalma távolságok esetén egyforma, míg menetidőket vizsgálva a 100a vonalat sokkal több menetvonal érinti. Ennek okát a 142. sz. vonal paramétereiben kell keresnünk. Míg a 142. sz. vonalon Kecskemét kb. 7 kilométerrel, azaz csak 8%-kal van közelebb Budapesthez, mint Ceglédén át; addig a 100a és 140. sz. vonalakon a menetidő 29 perccel rövidebb, mindössze kétharmada, mint Lajosmizsét érintve. A 100a vonal „többlete” (t) a 142. sz. vonalon jelenik meg (ℓ). Ez természetesen azt is mutatja, hogy megfelelő pályasebesség esetén a 142. sz. vonal a Dél-Alföld elérésében megfelelő alternatíva lehetne a 100. sz. vonal helyettesítésére. Ezt a szerepet azonban felújítása után valószínűleg a 150. sz. vonal, mint TEN-T hálózati elem fogja betölteni²⁶; ebben az esetben azonban csak a 155. sz. Kiskunhalas – Kiskunfélegyháza vonalon lehetne a forgalmat tovább vezetni. Ez utóbbinak azonban erre nemcsak a kapacitása elégtelen, hanem földrajzi elhelyezkedése sem, ráadásul Kiskunfélegyházánál hiányoznak a megfelelő deltavágányok.

Érdeemes megfigyelni, az egyvágányú Boba-Ukk vonalszakasz mindkét súllyal optimalizálva forgalmasabbnak adódott, mint a kétvágányú Boba-Celldömölk szakasz. Ezen eredmény alapján érdemes lenne megvizsgálni a vonalszakasz kétvágányúsítását a valós forgalmi adatokat figyelembe véve. Ehhez a kérdéshez az is hozzá tartozik, hogy a 7441

²⁴ Tóth, Horváth 2019, 109–129.

²⁵ Tóth, Lévai 2021, 496–505.

²⁶ Horváth, Lévai 2021, 131–146.

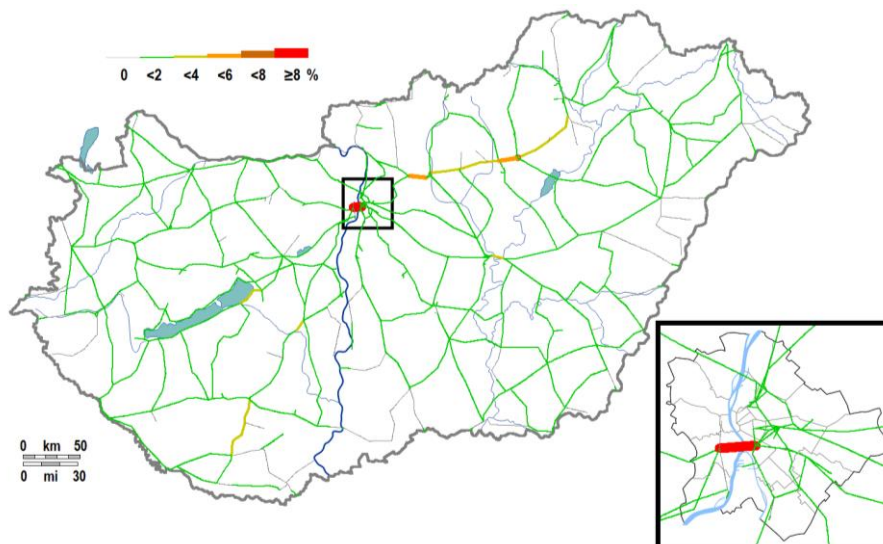
kilométernyi magyarországi vasútvonalból csak 1219 kilométer két- vagy többvágányú, ami 16,38%-ot jelent.²⁷ Ez a mutató az elmúlt tizenöt évben még 1 százalékot sem javult.²⁸

További fejlesztési lehetőség a 80. és 100. fővonalak között optimális helyen található 108. sz. vonal. A minimális menetvonalhosszak ábráján az látszik, hogy az egyik fővonal zavara esetén ez megfelelő útvonal lehetne a forgalom másik fővonalra vezetésére,²⁹ azonban erre a vonal jelenlegi állapotában (villamosítatlan, egyvágányú, 80 km/h engedélyezett sebességgel) nem alkalmas, ahogy az a minimális menetidők ábrájából ki is derül.

Hasonló, de fordított a helyzet a 82. sz. vonal esetében, mely a 120a és a 80. sz. vonalak között biztosít transzverzális kapcsolatot. Azt látjuk, hogy bár a minimális hosszúságú menetvonalak esetén nem tartozik a preferált vonalak közé, minimális menetidők esetén azonban a vonal a pálya kedvező paraméterei miatt hatékony kapcsolatot biztosít a két fővonal között.

3.3. Vonalszakasz zavarának hatása a hálózatra

A 3.1 pontban láttuk, hogy egy véletlenszerűen zavart vonalszakasz átlagosan csak nagyon kismértékű hatást gyakorol a hálózat egészének teljesítményére. Azonban mi a helyzet, ha nem az összes vonalszakasz átlagát vizsgálunk, hanem mindet külön-külön, különös tekintettel a nagy kapcsolatköztiségű, azaz forgalmas vonalszakaszokra? Ehhez megvizsgáltam az egyes pályaszakaszok forgalomból való kiesése esetén azok hatását a hálózat egészére az okozott össz-menetvonalhossz, illetve összmenetidő-növekedésen keresztül. A $\Delta \ell_i$, illetve Δt_i értékeket ábrázolva a megfelelő vonalszakaszra az 5. és 6. ábrákat kapjuk.



5. ábra

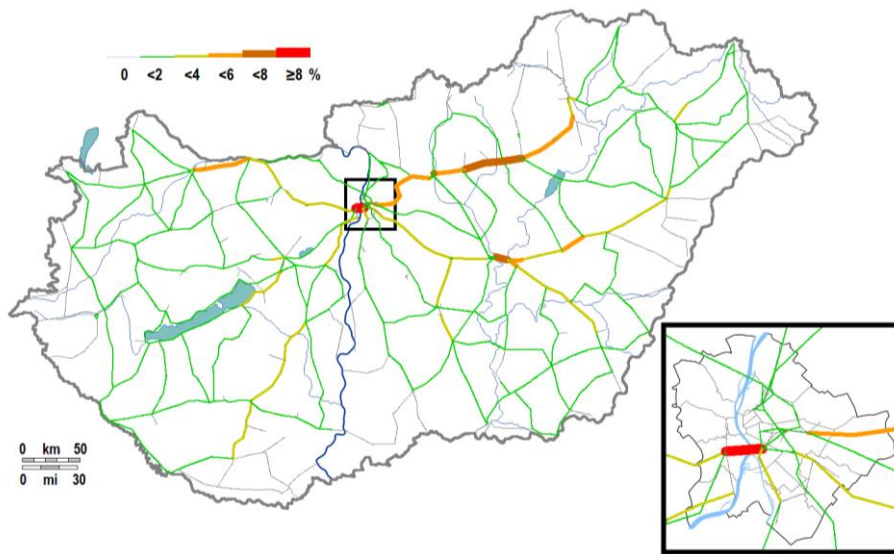
Az egyes hálózati elemek által kizárása által a hálózaton okozott teljes menetvonalhossz-növekmény a zavarmentes hálózathoz képest minimális hosszúságú menetvonalak esetén

(forrás: szerkesztette a szerző)

²⁷ Út- és vasúthálózat

²⁸ Szászi 2007, 32–59.

²⁹ Szászi 2009b, 101–125.



6. ábra

Az egyes hálózati elemek által kizárása által a hálózaton okozott teljes menetidő-növekmény a zavarmentes hálózathoz képest minimális menetidejű menetvonalak esetén

(forrás: szerkesztette a szerző)

Ami első ránézésre nyilvánvaló, az a Kelenföld – Ferencváros állomásköz, és így az itt található Összekötő vasúti híd által a hálózatból való kiesése esetén okozott rendkívül magas növekmény: a Δt értéke 12,6% a Δt értéke pedig 25,5%. Azt látjuk tehát, hogy ennek a forgalmas állomásköznek a kiesése esetén – megfelelő kerülőút hiányában – a rajta áthaladó menetvonalak (melyek, mint láttuk kb. az összes menetvonal felét jelentik) hossza átlagosan másfélszeresére nő minimális menetidők esetében.

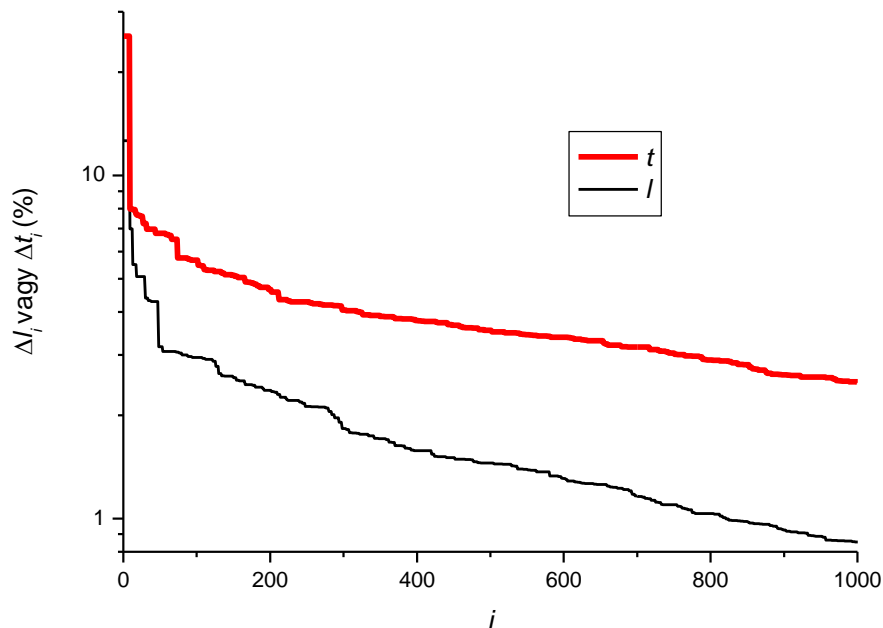
Minimális menetvonalhosszak esetén a következő legnagyobb hálózati növekményt Füzesabony állomás kiesése okozná kerekén 7,00%-al, majd Kál-Kápolna és Hatvan 5,50 %-os, illetve 4,39%-os teljes növekménnyel. Jelentős az ezeken az állomásokon áthaladó 80a és 80. sz. fővonal által okozott növekmény: a Kál-Kápolna – Füzesabony állomásköz kiesése 5,08%, az Aszód – Tura állomásközé pedig 4,29% növekedést okozna a hálózat összes menetvonalának összhosszában. Megemlítendő még a Szolnok – Szajol állomásköz, melyen az egyetlen kétvágányú villamosított Tisza-híd található és már a kapcsolatköztisége kiemelkedő volt: ennek a műtárgynak a kiesése 2,34%-os növekményt okozna a hálózaton.

Minimális menetidők esetén sokkal több, jelentős növekményt okozó hálózati elemet találunk. Kiemelendők Hatvan (7,99%) és Szajol (7,96%) állomások, illetve a Szolnok – Szajol (7,71%) és a Vámosgyörk – Füzesabony (6,97%) állomásközök, de ezek már csak kevesebb, mint harmad akkora összmenetidő-növekedést okoznak a hálózaton mint a fentebb kiemelt Összekötő vasúti híd. A 80. sz. fővonal kétvágányú Budapest – Miskolc szakasza és az 1. sz. fővonal Budapest és Győr között, kiemelten a Komárom – Győr szakasza, illetve a 100. és 120. sz. fővonalak kisebb szakaszai mutatnak jelentős növekedést. Ezek oka a megfelelő kerülőutak hiánya: a fővonalak közötti transzverzális vonalak nem csak elégtelen kapacitásúak

(ami nem szerepel a modellben), de alacsony rajtuk az engedélyezett sebesség, ezért egy megfelelő paraméterű fővonal elérését csak rendkívül korlátozott mértékben tudják biztosítani.

A 40. sz. fővonal Pusztaszabolcs – Rétság szakaszának kiesése esetén okozott menetidőnövekedés szignifikánsan kisebb a vonal többi szakaszához képest. Ennek oka a megfelelő redundancia,³⁰ melyet nagyobb részben a mezőföldi 42. és 43. sz. vonalak, kisebb részben a 44. és 45. sz. vonalak biztosítanak.

Csökkenő sorrendbe rendezve az első ezer gráfbeli élt a Δl_i , illetve Δt_i értékeik szerint, a 7. ábrán látható eredményt kapjuk.



7. ábra

Az ezer legnagyobb Δl_i , illetve Δt_i érték csökkenő sorrendben. Vékony fekete vonal: menetvonalhosszak, vastag piros vonal: menetidők
(forrás: szerkesztette a szerző)

Azt látjuk, hogy minimális menetidőkkel számolva az egyes hálózati elemek által okozott növekmény sokkal jelentősebb, mint minimális menetvonalhosszak esetén. Ennek oka a hálózat már említett kettőssége, miszerint a fővonalak nem csak minimális menetidők, hanem minimális menetvonalhosszak esetén is forgalmasnak adódnak. Ez azt jelenti, hogy nagy Δt_i értékű vonalszakaszt kizárva a kerülőút kilométerben is hosszabb lesz; ugyanakkor ezen a kerülőúton az engedélyezett sebesség is alacsonyabb, ezért még egységnyi távolságon is hosszabb ideig tart a bejárása mint a zavarmentes hálózatbeli optimális útvonalon. A kerülőutak tehát hosszabbak és lassabbak, ami a menetidő fokozott növekedését eredményezi.

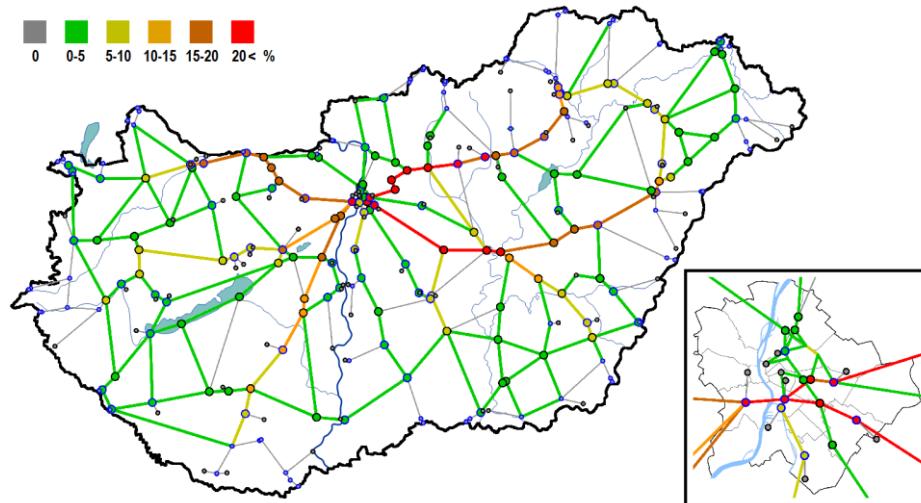
4. Összehasonlítás korábbi eredményekkel

Hasonlítsuk most össze a térközszintű gráfmodellből kapott eredményeket az állomásszintű modellből kapott eredményekkel.

³⁰ Tóth 2019, Paper 37.

4.1 Kapcsolatköztiség

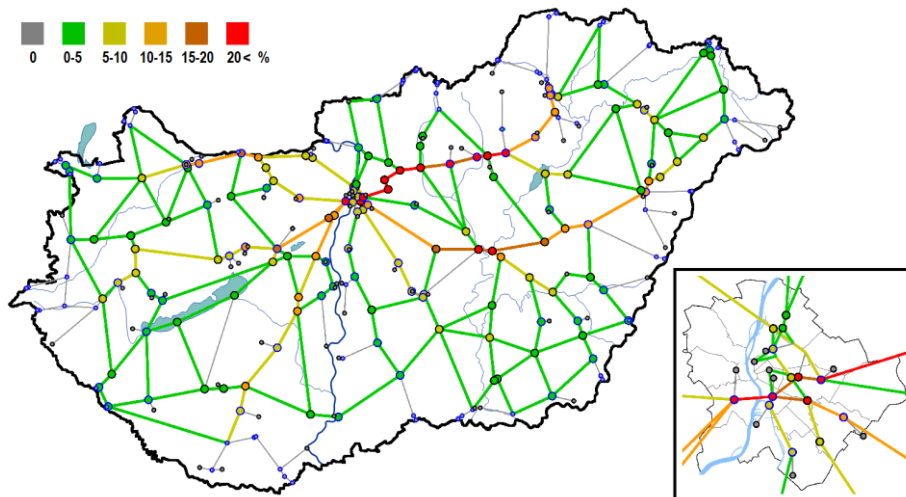
A 8. ábrán az minimális menetvonalhosszak esetén kapott normált kapcsolatköztiség-értékeket láthatjuk, a 9. ábrán pedig a minimális menetidőkkel számítottat.



8. ábra

A hálózati elemek normált kapcsolatköztisége minimális menetvonalhosszak esetén

(forrás: Tóth 2017, 59.)



9. ábra

A hálózati elemek normált kapcsolatköztisége minimális menetidők esetén

(forrás: Tóth 2017, 61.)

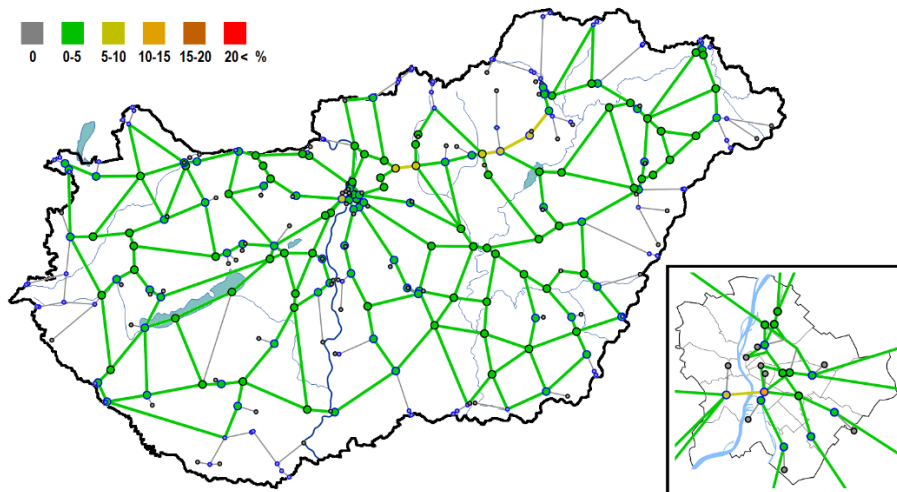
A térszintű modellben kétszer annyi állomás szerepel és azok területileg egyenletesebben oszlanak el, ezért a szimulált forgalom is egyenletesebb. Így meg lehet határozni, hogy az egyes vasútvonalak középállomásairól az adott vonalon melyik irányban preferáltabb a közlekedés. Míg például a 121. sz. vonal az állomásszintű modellben (természetesen) homogénnek látszik, addig

a térközsintű modellben a vonal Medgyesegyházától Kétegyháza felé forgalmasabbnak adódott mind minimális menetvonalhossz, mind minimális menetidő esetén. Ez azt jelenti, hogy az innen kiinduló menetvonalak döntő többségét célszerűbb Kétegyháza felé vezetni, hogy mielőbb elérje a 120 km/h-ra engedélyezett 120. sz. fővonalat, ami a korábbiaknál is jobban kiemeli a délkelet-alföldi mellékvonalak állapotát.³¹

Hasonló a helyzet a 154. sz. vonal Jánoshalma-Kiskunhalas szakaszán (ℓ), a 155. sz. vonal Jászszentlászló-Kiskunfélegyháza szakaszán (t), a 140. sz. vonal Kiskunfélegyháza-Csengele szakaszán (t), a 82. sz. vonal Portelek-Hatvan szakaszán (t) vagy a 30. sz. vonal Balatonszentgyörgy-Sávoly szakaszán (ℓ, t), stb. is.

4.2 Vonalszakasz zavarának hatása a hálózatra

Az egyes vonalszakaszok kizárásának hatását a teljes hálózat össz-menetvonalhosszára, illetve összmenetidejére a 10. és a 11. ábrákon láthatjuk.

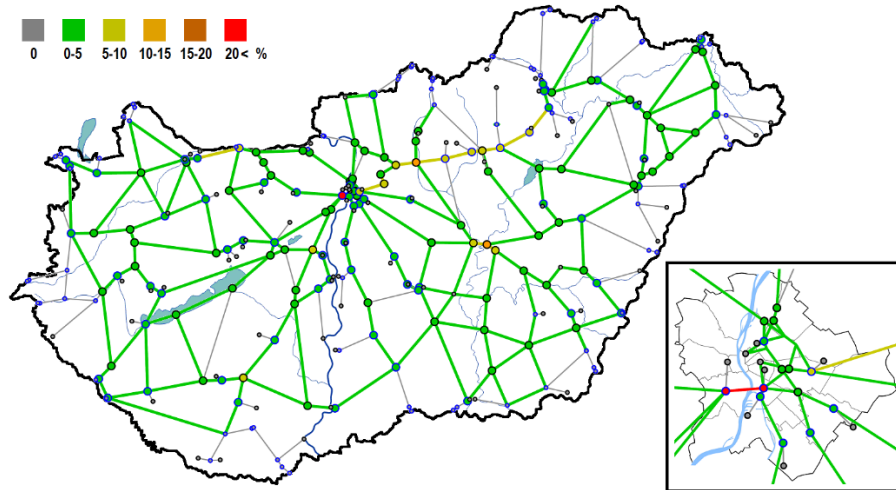


10. ábra

Az egyes hálózati elemek által kizárása által a hálózaton okozott teljes menetvonalhossz-növekmény a zavarmentes hálózathoz képest minimális hosszúságú menetvonalak esetén

(forrás: szerkesztette a szerző)

³¹ Tóth 2018b, 118–132.



11. ábra

Az egyes hálózati elemek által kizárása által a hálózaton okozott teljes menetidő-növekmény a zavarmentes hálózathoz képest minimális menetidejű menetvonalak esetén

(forrás: szerkesztette a szerző)

Mindkét súlyozás esetén a legjelentősebb növekményt Ferencváros állomás kizárása okozza 11,9%-al (ℓ) és 24,9%-al (t). Kelenföld állomás kiesése a hálózathoz 9,41% (ℓ) és 21,6%-nyi (t) növekményt eredményez, a Ferencváros – Kelenföld állomásköz (azaz az Összekötő vasúti híd) kizárása pedig 9,69%-al (ℓ), illetve 21,4%-al (t) növeli a hálózat összmenetvonalhosszát, illetve összmenetidejét.³²

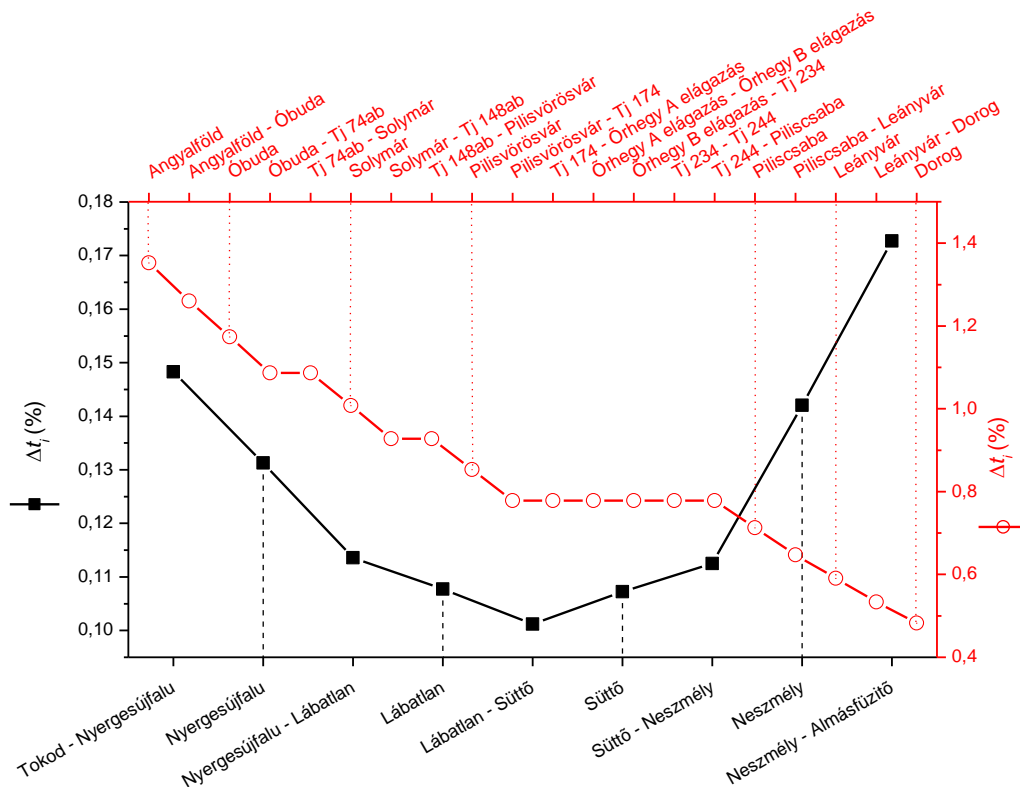
A Szolnok – Szajol állomásköz, vagyis az egyetlen kétvágányú villamosított Tisza-híd kiesése minimális menetidők esetén már „csak” a Kelenföld – Ferencváros által okozottnak a harmadát, 8,45%-os növekedést okoz az összmenetidőben, Hatvan állomás kizárása pedig Kelenföldének is csak a felét, 10,8%-ot.

Minimális menetvonalhosszak esetén a helyzet kiegyenlítettebb, a következő állomás, Füzesabony 9,24%-os, a Füzesabony – Mezőkeresztes-Mezőnyárád állomásköz pedig 7,01%-os össznövekményt okoz.

4.3 Vonalszakaszok hálózati szintű hatásának változása a vasútvonal mentén

Összehasonlítva a két modellből kapott eredményeket azt látjuk tehát, hogy egyrészt a részletesebb térközsintű modellből pontosabban megállapíthatóak a kritikus vonalszakaszok, mivel a vonalak középállomásainak elérhetősége függ attól, hogy az adott vonal kezdő- vagy végpontjához vannak közelebb és hogy a csatlakozó vonalak milyen infrastrukturális paraméterekkel rendelkeznek. Ennek demonstrálását láthatjuk a 12. ábrán a 2. sz. Budapest – Esztergom és a 4. sz. Esztergom – Almásfüzitő vonalakra.

³² Tóth 2017, 52–66.



12. ábra

Az egyes hálózati elemek által kizárása által a hálózaton okozott teljes menetidő-növekmény a zavarmentes hálózathoz képest minimális menetidejű menetvonalak esetén a 2. sz. Budapest – Esztergom (piros ○, jobb oldali skála) és a 4. sz. Esztergom – Almásfüzitő (fekete ■, bal oldali skála) vonalra. A függőleges szaggatott vonalak az állomásokat jelzik
(forrás: szerkesztette a szerző)

A 2. sz. vonal esetén a kezdőponttól a végpont felé monoton csökken a Δt_i értéke, csak a térközjelzőknél konstans. Ennek oka, hogy a térközjelzők gráfpontjai nem kezdő- vagy végpontjai egyetlen menetvonalnak sem, ezért bármely irányban kizárva a szomszédos vonalszakaszt, az azonos hatással van a hálózatra. Bár a bemutatott vonalszakasz mindkét végpontja elérhető alternatív útvonalon, míg kezdőponti vége magas engedélyezett sebességű vonalokhoz csatlakozik Budapesten, addig a végponti vége az alacsony engedélyezett sebességű 4. sz. vonalhoz. Például Piliscsaba még Almásfüzitőtől is gyorsabban elérhető Budapesten át, mint a 4. sz. vonalon keresztül, bár a fővároson útvonal távolságban 2,3-szor hosszabb (Kőbánya-felsőn át). Az összes menetvonalat figyelembe véve tehát a 2. sz. vonalat a kezdőpontja felől érdemesebb bejárni.

Ezzel szemben a 4. sz. vonal esetén a Δt_i értékek a Lábatlan – Süttő állomásközre minimálisak és innen a vonal kezdő- és végpontja felé is növekednek. Mivel csak rendkívül kevés olyan menetvonal van, melyek úgy haladnak át a 4. sz. vonalon, hogy a kezdő- és végpontjuk sem annak egyik állomása, ezért ezek az áthaladó menetvonalak csak kis járulékot adnak a Δt_i értékéhez. A Lábatlan – Süttő állomásköz tehát valóban a vonal „közepén” található: ez van időben a legmesszebb annak kezdő- és végpontjától.

Ebből a példából tehát azt láthatjuk, hogy egy vasútvonal mentén ábrázolva a Δt_i értékét nem csak az egyes vonalszakaszok hálózatra gyakorolt hatásáról, hanem a vonal hálózatbeli szerepéről és a vonal egyes szakaszainak a vonalon betöltött szerepéről is kaphatunk információt.

5. Összefoglalás

A cikkben bemutattam a magyarországi vasúthálózat térközszerű gráfmodelljét. A vonalszakaszokat azok hosszával, illetve az engedélyezett sebességből számított menetidővel súlyozva és a hálózatra egy uniform forgalmat terhelve (minden állomáspár között meghatározva a legrövidebb utat hosszban, illetve menetidőben) meghatározhatóak a hálózatot és az egyes infrastruktúraelemeket jellemző paraméterek.

A modell segítségével mind hálózati, mind vasútvonal szinten demonstráltam annak alkalmazhatóságát az egyes hálózati elemek sérülése esetén a hálózat teljesítőképességében bekövetkező változások előrejelzésére, melynek nem csak a befogadó nemzeti támogatás szempontjából, hanem országvédelmi szempontból is kiemelt jelentősége lehet.

Meghatározva az átlagos menetvonalhosszat, illetve menetidőt azt láttuk, hogy egy véletlenszerűen kizárt vonalszakasz a teljes hálózat össz-menetvonalhosszát, illetve összmenetidejét csak minimális mértékben növeli meg. Ez azonban csak az átlag, a nagy kapcsolatköztiségű vonalszakaszok kizárása (mindkét súlyozás esetén) jelentős, akár 25 %-ot meghaladó növekményt is okozhat. Ezek az eredmények a magyarországi vasúthálózat teljesítményének erős függését mutatják bizonyos kiemelt vonalszakaszoktól.

A kapott eredményeket összehasonlítva a korábban felállított, állomásszintű modellel a nagyléptékű eredmények azonosnak adódtak, azonban az egyes vonalak részletes viselkedése csak az új modellben vált láthatóvá. Ezzel lehetővé vált az egyes vonalak térköz szintű jellemzése, illetve a csatlakozó vasútvonalakhoz való viszonyuk vizsgálata.

A mű TKP2020-NKA-09 számú projekt a Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból biztosított támogatással, a Tématerületi Kiválósági Program 2020 pályázati program finanszírozásában valósult meg.

FELHASZNÁLT IRODALOM

277/2014. (XI. 14.) Kormányrendelet a vasúti közlekedési hatóság által kiszabható bírság mértékéről és megfizetésének részletes szabályairól.
<https://net.jogtar.hu/jogszabaly?docid=a1400277.kor> (Letöltés ideje: 2022.07.30.)

Barthelemy, M. 2010. Spatial networks. *Physics Reports* 499, 1–101. DOI: 10.1016/j.physrep.2010.11.002

Boda J., Boldizsár G., Kovács L., Orosz Z., Padányi J., Resperger I., – Szenes Z.: A hadtudományi kutatási irányok, prioritások és témakörök. *Államtudományi Műhelytanulmányok*, 2016, 16. 2–23. URL: hdl.handle.net/20.500.12944/7247

- Csardi G., Nepusz T 2006. The igraph software package for complex network research. *InterJournal, Complex Systems* 1695. <http://igraph.org>
- Dijkstra, E.W. 1959. A Note on Two Problems in Connexion with Graphs. *Numerische Mathematik* 1: 269-271. DOI: 10.1007/BF01386390
- F. 2. sz. Forgalmi Utasítás. https://www.mavcsoport.hu/sites/default/files/upload/public-procurement/document/public/f.2.sz.forgalmi_utasitas.pdf Letöltés ideje: 2022.07.30.
- Google Maps. <https://maps.google.hu> Letöltés ideje: 2022.07.30.
- Horváth Attila, Lévai Zsolt 2021. A magyarországi vasúthálózat létfontosságú elemeinek azonosítása. In: Földi László (szerk.): *Szemelvények a katonai műszaki tudományok eredményeiből I. Oktatói kötet*. 131–146. Budapest: Ludovika Egyetemi Kiadó ISBN 9789635314393
- Lévai Zsolt 2020. A katonai közlekedési támogatás vasútföldrajzi alapú vizsgálata. *Földrajzi Közlemények* 144 (4): 380-395. DOI: 10.32643/fk.144.4.3
- Lévai Zsolt 2022. A Budapesti Agglomerációs Vasúti Stratégia által javasolt új budapesti vasúthálózat helyettesíthetőségének vizsgálata., In: Horváth Gábor, Horváth Balázs (szerk.): *XX. European Transport Congress / XII. International Conference on Transport Sciences, Győr*, Közlekedéstudományi Egyesület, 342–354.
- Lin, J., Ban, Y. 2013. Complex Network Topology of Transportation Systems. *Transport Reviews* 33: 658–685. DOI: 10.1080/01441647.2013.848955
- Orosz Réka, Szászi Gábor 2020. A Magyar Honvédség légiszállító-képességének fejlesztési lehetőségei a gazdasági és katonai tényezők figyelembevételével. *Katonai Logisztika* 2020 (3): 95–113.
- R Core Team (2012). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>
- Szászi Gábor 2007. Magyarország közlekedési infrastruktúrájának fejlesztése napjainkban: Közút vagy vasút?. *Katonai Logisztika* 15 (2): 32–59.
- Szászi Gábor 2009a. A védelmi szempontból meghatározó repülőterek vasúti kapcsolatának helyzete Magyarországon. *Repüléstudományi Közlemények* 21 (Különszám): 1–22.
- Szászi Gábor 2009b. Jász-Nagykun-Szolnok megye vasúthálózatának védelmi szempontú elemzése. *Szolnoki Tudományos Közlemények* 13: 101–125.
- Szászi Gábor 2012. Transz Európai Közlekedési Hálózat (TEN-T) tervezett fejlesztési iránya, várható hatása Magyarország vasúthálózatának fejlesztésére. *Szolnoki Tudományos Közlemények* 16: 402–425.
- Szászi Gábor 2013. Long-span railway bridges in the transport system of Hungary. *Hadmérnök* 8 (2): 98–107.
- Szászi Gábor 2014. *A vasúti hálózati infrastruktúrával szemben támasztott újszerű védelmi követelmények kutatása, a továbbfejlesztés feltételrendszerének vizsgálata*, PhD értekezés, Budapest: NKE Katonai Műszaki Doktori Iskola

- Szászi Gábor 2018. Transzeurópai közlekedési hálózat. In Siposné Kecskeméthy Klára, Szászi Gábor: *Közlekedési hálózatok*. 173–187. Budapest: Dialóg Campus Kiadó.
- Tóth Bence 2017. Állomások és állomásközök zavarának gráfelméleti alapú vizsgálata a magyarországi vasúthálózaton. *Hadmérnök* 12 (4): 52–66.
- Tóth Bence 2018a. A magyarországi vasúthálózat zavarainak gráfelméleti alapú vizsgálata. In: Horváth Balázs, Horváth Gábor, Gaál Bertalan (szerk.): *Közlekedéstudományi Konferencia Győr 2018*, 505–519. Győr: Széchenyi István Egyetem.
- Tóth Bence 2018b. Menetidő- és menetvonalhossz növekedés gráfelméleti alapú vizsgálata a magyarországi vasúthálózaton állomások és állomásközök zavara esetén. *Hadmérnök* 13 (1): 118–132.
- Tóth Bence 2019. Forgalmatlan, de nélkülözhetetlen: A magyarországi vasúthálózat redundanciavizsgálata. In: Horváth Gábor, Gaál Bertalan, Horváth Balázs (szerk.): *Közlekedéstudományi Konferencia Győr 2019*. Paper 37. Győr: Széchenyi István Egyetem, 2019.
- Tóth, B. G., Horváth, I. 2019. How the Planned V0 Railway Line Would Increase the Resilience of the Railway Network of Hungary Against Attacks. *Academic and Applied Research in Military and Public Management Science* 18 (4): 109-129. DOI: 10.32565/aarms.2019.3.9
- Tóth Bence, Lévai Zsolt 2021. Új vasúti Duna-hidak helyszíneinek kvantitatív analízise a vasúthálózat szempontjából. In: Horváth Balázs, Horváth Gábor (szerk.): *XI. Nemzetközi Közlekedéstudományi Konferencia 2021*, 496–505. Győr: Széchenyi István Egyetem
- Tóth Bence 2022. A modellek felbontásának hatása az eredmények pontosságára – állomásköz vs. térköz. In: Horváth Gábor, Horváth Balázs (szerk.): *XX. European Transport Congress / XII. International Conference on Transport Sciences, Győr*. 415–423. Győr: Közlekedéstudományi Egyesület
- Út- és vasúthálózat. https://www.ksh.hu/stadat_files/sza/hu/sza0030.html Letöltés ideje: 2022.07.30.
- Vasútvonalak. http://www.vpe.hu/takt/vonal_lista.php Letöltés ideje: 2022.07.30.
- VPE vasúthálózati térkép. <https://takt.kapella2.hu/metronom-server/map> Letöltés ideje: 2022.07.30.

