HEXAGONÁLIS SZERKEZETŰ KRISTÁLYSZEMCSÉKBŐL ÁLLÓ FERROMÁGNESES ANYAGOK DIFFERENCIÁLIS SZUSZCEPTIBILITÁSÁNAK TÉRERŐSSÉGTŐL VALÓ FÜGGÉSE ERŐS MÁGNESES TEREKBEN*

PÁL LÉNÁRD

KFKI, Ferromágneses Osztály

A mágneses telítettséghez közeli állapotban lévő ferromágneses anyagok differenciális szuszceptibilitása a legszorosabb kapcsolatban van a mágneses anizotrópiát jellemző állandókkal. Ha feltesszük, hogy a polikristályos anyag kristályszemcséi egymástól függetlenek és az anyag plasztikus deformációktól, külső és belső rugalmas feszültségektől mentes, akkor könnyen meghatározható a telítettséghez közeli állapotban a differenciális szuszceptibilitás értéke. Ebben a dolgozatban hexagonális szerkezetű kristályszemcsékből álló polikristályos ferromágneses anyagok differenciális szuszceptibilitásának a mágnesező térerősségtől való függésére vezetünk le egyszerű, erős mágneses terekre érvényes összefüggést.

1. §. A mágneses telítettséghez közeli állapotban a mágnesezési görbe alakját külső és belső mechanikai feszültségektől mentes polikristályos anyagokban csaknem kizárólag a mágneses anizotrópia határozza meg. Ennek alapján nyilvánvaló, hogy erős mágneses terekben a differenciális szuszceptibilitás is a legszorosabb kapcsolatban van a mágneses anizotrópiával.

Valóban, kimutatható, hogy a mágneses telítettséghez közeli állapotban a differenciális szuszceptibilitás egyszerűen a mágnesező térerősség negatív hatványai szerint haladó sorban állítható elő [1]. Ha eltekintünk a reális polikristályos anyagokban mindenkor meglévő (mikro és makro) belső feszültségek (plasztikus deformációk) hatásától és nem vesszük figyelembe az erős mágneses terekben mindig jelentkező „valódi" mágnesezést, akkor a sorfejtés első tagja $1/H$ harmadik hatványával kezdődik, az együtthatók pedig kizárólag a mágneses anizotrópia állandók algebrai kifejezései.

A mágneses telítettséghez közeli állapotban lévő, köbös szerkezetű kristályszemcsékből álló polikristályos anyagok differenciális szuszceptibilitásának térerősség-függését először *N. S. Akulov* [2] határozta meg. Számításaiban mechanikai feszültségektől mentes anyagra szorítkozott és feltételezte, hogy a texturamentes anyagban** a kristályszemcsék közötti mágneses kölcsönhatás

* Érkezett 1956. nov. 10.

** Texturamentesnek nevezzük azokat a polikristályos anyagokat, amelyekben a kristályszemcsék irány szerinti eloszlása kristálytanilag átlagosan izotróp.

elhanyagolható. Bár az utóbbi feltevés erősen vitatható [3], mégis sok kísérleti vizsgálat messzemenően igazolta *Akulov* számításait. Később *R. Gans* [4], *L. Kirenszkij* és *L. Szlobodszkij* [5], [6], [7] általánosították *Akulov* eredményeit.

Az a körülmény, hogy erős mágneses terekben a differenciális szuszceptibilitás bizonyos feltételek mellett a legszorosabb kapcsolatban van a mágneses anizotrópiával, felhasználható az anizotrópia állandó értékének megbecsülésére. Először *E. Czerlinsky* [8] kísérelte meg polikristályos nikkel és vas esetében a differenciális szuszceptibilitás térerősség-függésének felhasználásával az egykristályra jellemző anizotrópia állandó meghatározását. Ezeknek a vizsgálatoknak az ad különös jelentőséget, hogy a mágneses tulajdonságok kialakításában oly fontos szerepet játszó anizotrópia állandót polikristályos anyagokra vonatkozó mágneses mérések alapján határozhatjuk meg. Természetesen a mágneses anizotrópia legsikeresebben egykristályokon tanulmányozható, azonban egykristályok előállítása rendszerint körülményes, és így tájékoztató méréseket érdemes megfelelően kezelt polikristályos anyagokon végezni. *E. Czerlinsky* után *H. Polley* [9], *I. M. Puzei* [10] végeztek hasonló jellegű méréseket. Megállapítható, hogy a polikristályos anyagokra vonatkozó mérések alapján számított anizotrópia állandók nikkel, vas és néhány köbös szerkezetű, homogén nikkel-ötvözet esetében jól megegyeznek az egykristályokra vonatkozó mérésekből meghatározott anizotrópia állandókkal.

A plasztikus deformációk hatásával elméletileg *W. Brown* [11] és *L. Néel* [12], kísérletileg pedig *N. Z. Mirjaszov* [13] és *K. M. Balsova* [14] foglalkozott. Mivel az anizotrópia tulajdonságok vizsgálatára csak plasztikus deformációktól mentes próbatesteket használhatunk fel, jelen keretek között nem kívánjuk a plasztikus deformációk hatását figyelembe venni.

Néhány egyszerűsítő feltevés mellett (a kristályszemcsék közötti mágneses kölcsönhatás elhanyagolása esetében) a mágneses intenzitásra (s így a differenciális szuszceptibilitásra is) nagy térerősségek mellett könnyen vezethetünk le jól használható kifejezést. Csupán fel kell írni egyetlen tetszőleges helyzetű kristályszemcse szabad-energiájának mágneses részét, amelynek minimumára vonatkozó feltételből a telítettséghez közeli állapotban meghatározható a mágneses intenzitás-vektor helyzete.

Mivel feltevésünk szerint a kristályszemcsék egymástól függetlenek és térbeli eloszlásuk kristálytanilag izotróp, az egy kristályszemcsére vonatkozó eredményből a polikristályos anyag mágneses intenzitását egyszerű átlagolás révén kaphatjuk meg. (A differenciális szuszceptibilitást pedig a $\chi = \frac{dI}{dH}$ összefüggés alapján határozhatjuk meg.)

Az eljárásnak egyetlen kényes pontja az, hogy a kristályszemcsék közötti mágneses kölcsönhatást nem veszi figyelembe. Mivel minden egyes kristályszemcsében a mágneses intenzitás vektora más és más irányú (jóllehet az eltérés igen kicsi), még erős terekben is fennáll, hogy

$$\operatorname{div} \vec{I} \neq 0, \tag{1}$$

azaz a mágneses intenzitás térbeli inhomogenitása

$$\vec{h} = -\operatorname{grad} \int_V \frac{\operatorname{div} \vec{I}}{|\vec{r}-\vec{r}|}\, dv \tag{2}$$

belső „lemágnesező teret" hoz létre. Nyilvánvaló, hogy ez a belső lemágnesező tér erősen függ a kristályszemcsék nagyságától, alakjától, a szemcsék közötti határréteg tulajdonságaitól stb. Pontos meghatározása reális kristályokban kilátástalannak látszik, azonban bizonyos egyszerűsítő feltevésekkel minőségi szerepét tisztázni lehet. *T. Holstein* és *H. Primakoff* [5], valamint *L. Néel* [15] egy *W. Brown* [11] által ajánlott módszer segítségével számításokat végeztek a belső lemágnesező tér hatására vonatkozóan, azonban eredményeiket nagy óvatossággal kell kezelni, mert olyan fontos tényezőket, mint a kristályszemcsék alakja, nagysága stb., teljesen figyelmen kívül hagytak. Azok a polikristályos nikkelre és vasra vonatkozó kísérleti vizsgálatok, amelyek alapján számított anizotrópia állandók jól megegyeznek az egykristályokra vonatkozó mérések alapján számítottakkal, azt bizonyítják, hogy a belső lemágnesező tér hatásának sokkal kisebb jelentősége van, mint ahogy azt egyes szerzők [5], [15] állítják.

2. §. Míg a köbös szerkezetű kristályszemcsékből álló polikristályos anyagokkal kapcsolatban sok elméleti és kísérleti munka jelent meg, addig a hexagonális szerkezetű anyagokkal jóval kevesebben foglalkoztak. A telítettséghez közeli állapotban lévő hexagonális szerkezetű kristályszemcsékből álló polikristályos mágneses anyagok mágneses intenzitására először *R. Gans* [4] vezetett le egy hibás kifejezést, majd nemrégen *J. B. Kosztinyicin* [16] foglalkozott behatóan a hexagonális szerkezetű ferromágneses anyagok mágnesezési görbéinek elméletével. Azonban *R. Gans* kifejezésében a hibás tagra ő sem hívta fel a figyelmet.

Az eddig megjelent dolgozatokban, fölhasználva azt a körülményt, hogy erős mágneses terekben a mágneses intenzitás és a külső mágneses tér iránya közötti szög kicsi, a szabad-energia mágneses részét eme kis szög hatványai szerint haladó sorban állították elő és a mágneses intenzitás egyensúlyi helyzetének meghatározására az így nyert közelítő kifejezést használták fel. Az eljárás mindaddig jól használható, míg a közelítés magasabb rendű tagjaival nem kell számolni. A magasabb rendű tagok figyelembevétele igen elbonyolítja az egyébként egyszerű számításokat. Mi itt egy szigorúbb s egyben igen egyszerű módszert mutatunk be.

Keressük a telítettséghez közeli állapotban lévő, plasztikus deformációktól mentes polikristályos anyag átlagos mágneses intenzitását H^{-1} szerint haladó hatványsorban:

$$\bar{I} = I_s \sum_{k=0}^{\infty} b_k H^{-k}, \qquad (3)$$
$$(b_0 = 1).$$

Válasszuk ki a polikristályos anyag egy kristályszemcséjét és írjuk fel szabad-energiájának mágneses részét (a szomszédos kristályszemcsék lemágnesező hatásának elhanyagolásával) a következő alakban:

$$F_m = -HI_s \cos\vartheta + U(\theta, \vartheta), \qquad (4)$$

ahol ϑ a mágneses intenzitás vektora és a külső mágneses tér iránya közötti szög, θ pedig a kristályszemcse hexagonális tengelye és a külső mágneses tér iránya közötti szög, míg

$$U(\theta, \vartheta) = K_1 \sin^2(\theta - \vartheta) + K_2 \sin^4(\theta - \vartheta), \qquad (5)$$

ahol K_1 és K_2 az anizotrópia állandók.

Telítettséghez közeli állapotban a kiszemelt kristályszemcse mágneses intenzitását a (3) alatti kifejezéshez hasonlóan

$$I = I_s \sum_{k=0}^{\infty} a_k(\theta) H^{-k} \qquad (6)$$
$$(a_0 = 1)$$

alakú hatványsorban állíthatjuk elő.

A mágneses intenzitás egyensúlyi helyzetét a

$$\frac{dF_m}{d\vartheta} = 0 \quad \text{és} \quad \frac{d^2F_m}{d\vartheta^2} > 0 \qquad (7)$$

feltételekből határozhatjuk meg.

Elég erős terekben $\frac{d^2F_m}{d\vartheta^2} > 0$, úgyhogy a $\frac{dF_m}{d\vartheta} = 0$ feltételből valóban a mágneses intenzitás egyensúlyi helyzetének megfelelő mágnesezési görbét kapjuk. A (4) alatti kifejezésből következik, hogy

$$\sin\vartheta = -\frac{z}{I_s}\frac{dU}{d\vartheta}. \qquad (8)$$

Ha $z = \frac{1}{H} \to 0$, akkor ϑ szintén nullához tart. Ezért ϑ-t z hatványai szerinti haladó sorban állíthatjuk elő:

$$\vartheta(z) = \vartheta(o) + \vartheta'(o)z + \frac{1}{2}\vartheta''(o)z^2 + \cdots \qquad (9)$$

A (8) alatti kifejezésből könnyű meghatározni $\vartheta'(o)$-t. Valóban

$$\vartheta'(o) = -\frac{1}{I_s}\left(\frac{dU}{d\vartheta}\right)_{\vartheta=0}. \tag{10}$$

Vezessük be a következő jelölést:

$$\left(\frac{d^k U}{d\vartheta^k}\right)_{\vartheta=0} = U_k. \tag{10'}$$

Elemi számításokkal kapjuk a (9) alatti hatványsor többi együtthatóját is:

$$\left.\begin{aligned} \vartheta''(o) &= 2 I_s^{-2} U_2^2 U_1, \\ \vartheta'''(o) &= -I_s^{-3}(U_1^3 + 6 U_2 U_1 + 3 U_3 U_1^2), \\ \vartheta^{(IV)}(o) &= I_s^{-4}(16 U_2 U_1^3 + 36 U_3 U_1^2 + 24 U_2 U_1 + 4 U_4 U_1^3), \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Mivel erős terekben $\vartheta(z) \ll 1$, $\cos\vartheta(z)$-t sorba fejthetjük $\vartheta(z)$ hatványai szerint, azaz

$$\cos\vartheta(z) \sim 1 - \frac{1}{2!}\vartheta^2(z) + \frac{1}{4!}\vartheta^4(z) - \cdots \tag{12}$$

A $\vartheta(z)$-re nyert kifejezést felhasználva, meghatározhatók a (6) alatti hatványsor együtthatói:

$$\left.\begin{aligned} &a_1 = 0, \quad a_2 = \frac{1}{2} I_s^{-2} U_1^2, \quad a_3 = -I_s^{-3} U_1^2 U_2, \\ &a_4 = I_s^{-4}\left(\frac{1}{8} U_1^4 + \frac{1}{2} U_1^3 U_3 + \frac{3}{2} U_1^2 U_2^2\right) \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Ha feltételezzük, hogy a kristályszemcsék térbeli eloszlása kristálytanilag izotróp, akkor az

$$\bar{I} = I_s \sum_{k=0}^{\infty} H^{-k} \int_0^{\pi/2} a_k(\theta) \sin\theta \, d\theta \tag{14}$$

kifejezés szolgáltatja a polikristály átlagos mágneses intenzitását.

Jelöljük P_m^l-mel a $\sin^l\theta \cos^m\theta$ kifejezést. A (13) alatti együtthatók a következőképpen módosulnak:

$$\left.\begin{aligned} a_1 = 0, \quad a_2 &= I_s^{-2}(2K_1^2 P_2^2 + 8 K_1 K_2 P_2^4 + 8 K_2^2 P_2^6), \\ a_3 = -I_s^{-3}\{8(P_4^2 &- P_2^4) K_1^3 + 16(5P_4^4 - 3P_2^6) K_1^2 K_2 + 32(7P_4^6 - \\ &- 3P_2^8) K_1 K_2^2 + 64(3P_4^8 - P_2^{10}) K_2^3\}, \\ a_4 = I_s^{-4}\{6(4P_6^2 &+ 4P_2^6 - 13P_4^4) K_1^4 + 48(10P_6^4 + 4P_2^8 - \\ &- 19P_4^6) K_1^3 K_2 + 48(56P_6^6 + 12P_2^{10} - 75P_4^8) K_1^2 K_2^2 + \\ &+ 192(30P_6^8 + 4P_2^{12} - 31P_4^{10}) K_1 K_2^3 + 36(44K_6^{10} + 4P_2^{14} - \\ &- 37P_4^{12}) K_2^4\}, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Felhasználva a

$$\overline{P}_{2n}^{2k}=\int_0^{\pi/2} P_{2n}^{2k+1}(\theta)d\theta=\frac{2^k k!(2n-1)!!}{(2n+2k+1)!!} \tag{16}$$

összefüggést, hosszadalmas számítások után kapjuk, hogy

$$\left.\begin{aligned} b_1&=0,\\ b_2&=I_s^{-2}\left(\frac{4}{15}K_1^2+\frac{64}{105}K_1K_2+\frac{128}{315}K_2^2\right),\\ b_3&=I_s^{-3}\left(\frac{16}{105}K_1^3+\frac{128}{315}K_1^2K_2+\frac{512}{1155}K_1K_2^2+\frac{8192}{45045}K_2^3\right),\\ b_4&=0,\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Ezek után könnyen felírhatjuk a differenciális szuszceptibilitást, hiszen

$$\begin{aligned}\chi=2I_s^{-1}\left(\frac{4}{15}K_1^2+\frac{64}{105}K_1K_2+\frac{128}{315}K_2^2\right)H^{-3}+3I_s^{-2}\left(\frac{16}{105}K_1^3+\right.\\ \left.+\frac{128}{315}K_1^2K_2+\frac{512}{1155}K_1K_2^2+\frac{8192}{45045}K_2^3\right)H^{-4}+o(H^{-5}),\end{aligned} \tag{18}$$

ahol $o(H^{-5})$ az $\frac{1}{H^5}$-nél magasabbrendű tagokat jelöli.

Elvileg elképzelhető, hogy abban a térerősségtartományban, ahol a (18) alatti összefüggés érvényes, a (18)-ból megalkotható $\chi H^4=2b_2I_s^{-1}H+3b_3I_s^{-2}$ egyenes állandóit kísérletileg meghatározzuk és belőlük a K_1 és K_2 értékét kiszámítsuk. Azonban ez az eljárás igen nehézkes (és meglehetősen pontatlan) és így célszerűnek látszik a $K_e^2=b_2$ összefüggés alapján valamilyen effektív anizotrópia állandót (K_e) meghatározni. Mivel a hexagonális szerkezetű ferromágneses anyagok anizotrópia állandói 10^6 erg/cm^3 nagyságrendűek, a (18) alatti kifejezés csak igen erős mágneses terekben válik érvényessé. Valószínűleg ezzel kapcsolatos az a körülmény, hogy eddig kísérleti vizsgálatok nem igazolták a (18) alatti kifejezés helyességét.

IRODALOM

[1] С. В. Вонсовский, Современное учение о магнетизме, Москва—Ленинград 1952. стр. 297.

[2] *N. S. Akulov*, Z. f. Phys. *69*, 822, 1931.

[3] *T. Holstein* and *H. Primakoff*, Phys. Rev. *59*, 388, 1941.

[4] *R. Gans*, Ann. d. Physik *15*, 28, 1932.

[5] Л. В. Киренский и Л. И. Слободский, ДАН СССР *69*, 639, 1949.

[6] Л. В. Киренский и Л. И. Слободский, ДАН СССР *70*, 809, 1950.
[7] Л. В. Киренский и Л. И. Слободский, ДАН СССР *74*, 457, 1950.
[8] *E. Czerlinsky*, Ann. d. Physik *13*, 80, 1932.
[9] *H. Polley*, Ann. d. Physik *36*, 625, 1939.
[10] Н. С. Акулов и К. М. Пузей, Изв. АН СССР сер. физ. *11*, 533, 1947.
[11] *W. F. Brown*, Phys. Rev. *58*, 736, 1940.
[12] *L. Néel*, J. de Phys. et Rad. *9*, 184, 1948.
[13] Н. С. Акулов и Н. З. Мирясов, ДАН СССР *66*, 29, 1949.
[14] Н. С. Акулов и К. М. Большова, ДАН СССР *71*, 633, 1950.
[15] *L. Néel*, J. de Phys. et Rad. *9*, 193, 1948.
[16] Ю. Б. Костянидин, Диссертация, 1953. Москва.