

Az árapály és a dagálysúrlódás nagyságrendjének áttekintése¹

ÓNODI TIBOR²

Néhány kagyló- és korallfaj mészvázának növekedésében napi, havi és éves ciklusok figyelhetők meg, ezekből megállapítható, hogy az év napokban kifejezett hossza a geológiai korok folyamán változott.

Az Apollo-11 lézertükrére alapozott távolságmérések szerint a Hold évente 3,8 cm-rel ($1\frac{1}{2}$ ") távolodik a Földtől [1].

A Föld forgásának lassulását a modern időmérések és a történelmi csillagászati események feldolgozásai is igazolják [2], [3].

Mindhárom jelenség oka az árapály jelensége. Ennek megállapítása mellett azonban fontos a mennyiségtani elemzés is. Kérdés, hogy a három forrás energetikailag összhangban van-e egymással, és mekkora erők okozzák a jelenséget.

T. ÓNODI: Earth–Moon system and quantity of tidal friction

The life cycle of corals is influenced by the moonlight and tide motion and by the same way by the day and night cycle and seasons. Consequently the length of year and month can be defined on fossil coral reefs.

Based on measurement of laser-mirror on the Moon's surface, the orbit of Moon is about 38 mm higher each year [1]. The slowing rotation of Earth is also detected by modern time measurements [2], [3].

The tide force accelerates the Moon and slows down the Earth's rotation. As the angular momentum is a conserved quantity, the sum of angular momentum of Earth's rotation and the angular momentum of the Moon's orbit is constant. The cumulative energy of the Earth–Moon system is continuously decreasing. The "lost" energy converts to other energy forms, as tidal wave, deformation, grinding and finally thermal energy. The quantity of this energy conversion is comparable with the energy consumption of the industry, consequently even total exploitation of tidal energy could not substitute the fossil energy sources.

A Föld és Hold mozgása

A Hold a 27 nap 7 óra 43 perc 12 másodperc sziderikus holdhónapnak megfelelő periódusidejű keringő mozgást végez, a Hold fényváltozásai így a szinodikus keringési időnek megfelelő 29,5 napos ciklussal változnak. A kétféle hónap oka, hogy a Föld keringése miatt a Holdnak egy kicsit tovább kell keringenie, durván a kör $1/12$ -ével, hogy újra ugyanabba a fázisba kerüljön. A Hold a Föld–Hold rendszer közös tömegközéppontja körül kering, ez a tömegközéppont 4670 km-rel eltér a Föld középpontjától.

A Föld a Nap körül is kering 365,2122 napos ciklusidővel (szakszóval: tropikus év). De tengelykörüli forgást is végez, 23h 56' 4" periódussal. A Nap így körülbelül 24 óránként delel. A keringés miatt ugyanis egy kicsit többet kell fordulni a következő delelésig, a Földnek 365 nap alatt 366-szor kell megfordulnia. Csakhogy a Föld keringési szögsebessége változik, ezért a téli napközelség idején gyorsabban kering és így a napórával mért nap hosszabb 24 óránál. Ez magyarázza azt a jelenséget, hogy december első napjaiban 4 órákor már sötét van, viszont a téli napforduló idejére már érezhetően nyúlik a délután. A legsötétebb reggelek viszont január elejére esnek.

A Föld–Hold és a Nap–Föld rendszer pályája közel egy síkba esik, mindössze $5^\circ 8'$ az eltérés, míg a Föld forgástengelye közelítőleg $23^\circ 27'$ nagyságú szöget zár be az ekliptika síkjával, ennek a hatását pontosabb számítások esetében figyelembe kell venni.

A fentiek előrebocsátása azért fontos, mert a továbbiakban minden számítás a sziderikus időkön alapul, mivel ez

fejezi ki a tényleges mozgást. Az így számított értékekből a 2. táblázat a visszaszámolt, a polgári életben megszokott, tehát a fényváltozáson alapuló napokat és hónapokat is tartalmazza. Mellesleg a korallok is a fényváltozásokhoz időzítik az élettevékenységüket.

Árapály

A Hold vonzása következtében a delelő Hold irányába ható gravitációs erő egy kicsit kisebb, pontosan $1/285864$ -ed részével, $34,3 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2$ -tel kisebb, mint a felszíni gravitáció. A Föld ellentétes oldalán viszont a tömegközéppont körüli keringés következtében ható röpítő erő ellensúlyozza, hogy itt a Hold irányába ható vonzóerő $1/305481$ részével, $32,1 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2$ -tel kisebb, mint a nehézségi gyorsulás átlagos értéke. A különbség $2,2 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2$, ennek fele 36 cm-rel emeli meg a potenciálfelületet a Hold irányába és ugyanennyivel süllyesztí erre merőlegesen. Azért fele, mert a harmadik tengely irányába nincs változás, a forgástengely környékén az „örök apály” uralkodik. A világtengereknek a potenciálfelülethez igazodni igyekvő mozgásáról nevezzük a jelenséget árapály jelenségnek és a jelenséget okozó erőket árapály erőknek.

A Hold által keltett árapály periódusideje 12 óra 20 perc (24 óra 40 percenként kétszer). Kérdés, hogy ebből az energiából mennyi vész el a súrlódásra, mennyi a rugalmas alakváltozás, és milyen rezonanciákat jelent. Mindenesetre sok kötött keringést végző, szilárd felszínű hold és a két belső bolygó, de különösen a Merkúr esete bizonyítja, hogy a dagálysúrlódás a szilárd felszínű égitesteknél is jelentős.

A Nap által okozott árapály következtében a nehézségi erőter potenciálfelülete közelítőleg 16,5 cm-t változik, mert bár a vonzóerő nagyobb, de az árapály erő a távolság harmadik hatványával csökken.

¹ Beérkezett: 2007. március 10-én

² H-5000 Szolnok, Bajcsy-Zsilinszky u. 8.

Az árapály erők a szárazföldekre is hatnak, és ha a tengereknek nem lenne külön mozgásuk, nem is lehetne hétéköznapi módszerekkel észlelni.

A Nap által keltett árapály viszont 12 órás ciklussal jelentkezik. A Nap és a Hold árapályhulláma egymásra szuperponálódik, újholdkor és holdtöltekor összegződik — ezt nevezzük szökőárnak (nem tévesztendő össze a tengerek alatt bekövetkező földrengés által okozott cunamival, a szökőhullámmal), első és utolsó negyedkor viszont, amikor a két hatás gyengíti egymást, vakár a neve.

A Föld hidroszférája nem ennyire szabályosan reagál az árapály erőkre. A tengereken a dagály magassága sokszorosra lehet a számítottak, mivel az árapály a hullámmozgás törvényei szerint nem csillapodik le azonnal, hanem ideoda hullámmzás és hullám-visszaverődés formájában alakítja ki az apály-dagály képet [4], [5], [6]. Ha a Hold hirtelen eltűnne, az óceánok árapályá csak több napos késéssel csillapodna le, azaz az árapály energiája a tengerekben tárolódik is.

A tengervíz egy részének elmaradása a Föld forgásától, valamint a kéreg deformációjából eredő súrlódás részben fékezi a Föld forgását, ugyanakkor a Föld–Hold tengelyre merőleges súlyponteltolódás miatt a gravitációs erő által gyorsítja a Hold keringését, az viszont az úrhajózási paradoxon szerint magasabb pályára kerül, és emiatt lassul.

Geológiai adatok

Az egyes kagyló- és korallfajok mészvázának növekedésében megfigyelhető ciklusok havi ingadozását az okozza, a Hold és Nap konstellációjából adódó vakár és szökőár jelentősen befolyásolja a korallok életfeltételeit. A fosszilis korallok növekedésvonalai adták a legszebb és legmeglepőbb eredményeket — pl. a Metridium korall függőleges növekedési vonalai alapján (FLÜGEL 1975, [7] p. 114–120) az év hosszára az 1. táblázatban látható eredmények adódtak.

Millió éve	0	65	135	180	230	345	500	600
Év akkori napban	365	371	377	381	385	390	412	424

1. táblázat. Az év hossza ([7] szerinti geológiai időkben)

Table 1. Length of year in days in geologic times

További megállapítás, hogy a devon koralloknál (345–396 millió éve) havi növekedésváltozást észleltek, és ezek a növekedésvonalak átlagosan 30,6 napos kötegekbe rendeződtek,

éles vonalakkal elválasztva, amik a lárvák kirajzásával magyarázhatók.

A fenti táblázat alapján, az összes bizonytalansággal számolva, az év napjainak száma 10 millió évenként majdnem egy nappal kevesebb, azaz a nap hossza durván 3 1/3 perccel nő ezalatt.

A másik érdekes eredmény, hogy ha a devon koralloknál a napi növekedésvonalak átlagosan 30,6-es kötegekben rendeződtek, azaz a holdfázisok ennyi időközönként követték egymást, akkor a fenti táblázat szerint számított és a geológiai értékek jól egyeznek. Az adott számítási modell érdekessége, hogy 4 milliárd évre visszamenőleg hihető értékeket ad, bár valószínűleg komoly korrekcióra szorul, hiszen az árapályhatás a lapultságtól és a Hold távolságától függően változik. Még tovább menve, 4,3 és 4,35 milliárd év körül komoly belső ellentmondásokat láthatunk. Nem biztos, hogy ez a Föld–Hold rendszer kialakulásának az ideje, de az árapály erők jelenlegi adataira alapozva a kezdeti állapot nem írható le.

A [8] forrás adataiban belső ellentmondás van, mert állítása szerint 900 millió évvel ezelőtt a nap 18 órás volt, a másik állítás szerint évszázadonként 1,5 (1,48) milliszekundummal nő, gyors számolás után kiderül, hogy a 6 órás (21 600 s) rövidülés 9 millió évszázad alatt átlagosan 2,4 ms-mal rövidülne. (Igaz, ez viszont már több, mint a cikk szerinti eredmény.)

A Föld–Hold rendszer mozgása geológiai időtávlatban

Az Apollo-11 lézer-reflektorai által mért 38 mm/év növekedés a Hold távolságában 2 ms/évszázad lassulást tételez fel. A Kepler-törvény értelmében ugyanis az évi tíz milliárdod rész távolodás millió évenként egy tízezred rész távolodást jelent ez linearizálható formában a keringési idő másfél tízezred részének megfelelő növekedést jelent millió évenként, azaz durván 0,035 s keringési idő növekedést 100 évenként.

Az. 1. táblázatbeli idők mellett 2 ms/100 év egyenletes naphossz növekedéssel és az egyenletesen távolodó Holddal számolva a 2. táblázatbeli értékek jönnek ki. A Föld lapultsága annyiban érdekes, hogy néhány geológiai jelentőséget ez is befolyásol. A lemeztectonikában például figyelembe kell venni, hogy egy kontinentális lemez észak-déli irányú mozgása a lapultsággal arányos deformációval is jár. Gömbfelület gömbön deformáció nélkül csúsztható és forgatható.

Millió éve	0	65	135	180	230	280	345	500	600
Nap/év	365	371	377	381	385	390	396	412	424
Nap/év(számított)	365,24	370,82	377,02	381,12	385,78	390,56	396,94	413,05	424,15
Naphossz (s)	86 400	85 100	83 700	82 800	81 800	80 800	79 500	76 400	74 400
Szider. hónap (s)	2 360 592	2 337 840	2 313 338	2 297 586	2 280 085	2 262 583	2 239 831	2 185 576	2 150 573
Szider. hónap/év	13,368	13,498	13,641	13,753	13,840	13,947	14,089	14,439	14,674
Akkori nap/holdhó	29,53	29,67	29,82	29,93	30,04	30,17	30,33	30,74	31,02
Föld lapultsága	1/299	1/290	1/281	1/275	1/268	1/262	1/253	1/234	1/222

2. táblázat. A Föld forgásának és a Hold keringésének visszaszámított értéke

Table 2. Rotation time of Earth and orbital period of Moon as calculated back

A még régebbi, prekambriumi idők árapályára további információt jelentenek a rhodéziai sztromatolitok [7]. A sztromatolitizátonyok jórészt az árapályövben képződtek és lemezis felépítésűek. A kalcitrétegek 20-as csoportokba rendeződnek, ez pedig a szökőár-vakár ciklus szerint fél szinodikus hónapot jelent. A fenti adatokat 2,8 milliárd évre lineárisan visszavetítve 47,48 nap/hónap arányt kapunk. Ez a 20%-on belüli hiba arra utal, hogy kellő korrekcióval a földtörténet igen korai szakaszára is alkalmazható a dagálysúrlódás itt leírt modellje.

Történelmi csillagászati adatok

Egyik mellékága ennek az okfejtésnek hatással van a történelmi dátumokra is. Miután a nap hossza évszázadonként 2 ms-mal, azaz naponta 0,054758 μ s-mal nő, ennek halmozódása több száz év alatt jelentős lehet. Különösen fontos ez a teljes napfogyatkozások értékelésénél, mivel a teljesség sávja kb. 150 km, ami kb. 6 percnél felel meg, ez pedig már 300–400 év alatt összejön. A részleges napfogyatkozásokat pedig, lévén kevésbé drámaiak, nem mindig jegyezték fel. Így a napfogyatkozásokra igazított kronológiával óvatosan kell bánni.

Az időeltolódás Y évvel, illetve C évszázaddal ezelőtt:

$$\Delta t = 54,758 \cdot 10^{-9} \cdot (365,2422 \cdot Y)^2 / 2 = 0,00365241 \cdot Y^2 = 36,5241 \cdot C^2$$

A [3] által közölt, napfogyatkozások feljegyzéseiből visszszámolt adatok 22,5 és 46,5 között változnak, ami 1,23–2,54 ms/évszázad lassulást jelentene, elég hektikus változásokkal. Más irodalmi adatok ezt 1,4 ms/évszázad [8] és 1,11 ms/évszázad [9] értékben állapítják meg.

Egy 3500 évvel ezelőtt a Közel-Keleten leírt csillagászati eseménynél például ez az időeltolódás 44742 másodperc, ami a Föld 186 fokkal történő elfordulásának felel meg. Így viszont az adott esemény éppen a Föld túlsó oldaláról látszott. Ezer évvel ezelőtti eseménynél is 15 fokos eltolódást jelent szélességi körben, ami például egy teljes napfogyatkozás esetén jelentős, hiszen nem mindegy, hogy Bizáncból vagy Bagdadból volt látható.

Az időeltolódás számításánál figyelembe kell venni, hogy jó néhány nap volt az utóbbi évszázadban, amikor ezt a lassulást egy szökőmásodperccel helyesbítették, hogy az időeltolódás megszűnjék.

A Föld–Hold rendszer energetikai viszonyai

A Föld belsejének sűrűségeloszlását a PREM (Preliminary Reference Earth Model) adja meg, segítségével a Föld tömege és tehetetlenségi nyomatéka ellenőrizhető [10]. A külső mag, az alsó és a felső köpeny esetén jó közelítést ad a lineáris eloszlás (3. táblázat). Miután a Föld tömege és tehetetlenségi nyomatéka csillagászati úton is meghatározható, csak az a földmodell fogadható el, amelyik alapján mindkét mennyiség egyezik a csillagászattal is.

A gömbhéj tömege:

$$dm = 4 \cdot \rho \cdot \pi dr \quad (1)$$

ahol

r — sugár (m)

ρ — sűrűség (kg/m^3).

dr vastagságú gömbhéj tehetetlenségi nyomatéka:

$$d\theta = 8/3 \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^4 dr. \quad (2)$$

Ebből kiindulva és az (1), (2) egyenleteket integrálva kapjuk, hogy a Föld tömege $5,868745 \cdot 10^3$ Et (a pontos érték $5,974 \cdot 10^3$ Et), a Föld tehetetlenségi nyomatéka pedig $7,850751 \cdot 10^{10}$ Et $\cdot$ km 2 (a pontos érték $8,02 \cdot 10^{10}$ Et $\cdot$ km 2). A hiba a tömeg számításánál mindössze 1,7%, a forgási ellipszoid alakot figyelembe véve ez a hiba felére csökken. Tehát a köpeny határai közt lineáris tömegeloszlást nem nagyon kell korrigálni. (Megj.: E=Exa-, 10^{18} .)

	Mélység [km]	Sűrűség [kg/m^3]
Kéreg	0– 30	2500– 2900
Felső köpeny	30– 700	3300– 4300
Alsó köpeny	700–2900	4300– 5500
Külső mag	2900–5150	10000–12300
Belső mag	5150–6371	13300–13300

3. táblázat. A Föld belsejének sűrűsége [3]

Table 3. Density vs. depth of the Earth

Hasonló megállapítást tehetünk a tehetetlenségi nyomaték értékére is. Itt ez a durva számítással is mindössze 2% körüli hibát eredményez. A forgási ellipszoiddal számolva szintén felére csökken a hiba.

A további számításokban az általánosan elfogadott értékek lettek figyelembe véve. Ezek alapján kiszámítható a Föld perdülete és mozgási energiája (4. táblázat).

Millió éve	nap/év	Perdület, Π (Et $\cdot$ km 2 /s)	Kinetikus energia, E (EJ)
0	365	5,833694E+6	2,126999E+11
65	371	5,925407E+6	2,194403E+11
135	377	6,020978E+6	2,265761E+11
180	381	6,084692E+6	2,313967E+11
230	385	6,148406E+6	2,362681E+11
280	390	6,228048E+6	2,424287E+11
345	396	6,323620E+6	2,499260E+11
405	403	6,435119E+6	2,588173E+11
500	412	6,578476E+6	2,704772E+11
600	424	6,769618E+6	2,864233E+11

4. táblázat. A Föld perdülete és mozgási energiája

Table 4. Angular moment and kinetic energy of Earth

Sokkal érdekesebbek a különbségek évi átlagai. Fel tűnően egyenletesek a változások. Amennyiben ezek el térnek a jelenlegi pontos mérésektől, az még mindig magyarázható azzal, hogy itt százmillió éves átlagokról van szó, amelyben még egy-két jégkorszak tömegátrendeződése is elvész (5. táblázat).

Miközben a Föld perdülete a fenti értékekkel csökkent, addig a Hold impulzusnyomatéka a 38 mm/év sugárnövekedésből adódóan 1428271 Gt $\cdot$ km 2 /s értékkel nő évente, ami 1-2%-on belül a fenti táblázat szórásába belefér. A Hold potenciális energiája 7,534 EJ-lal nő évente, a mozgási energiája pedig 3,767 EJ-lal csökken. Az összesített energia nyeresége tehát 3,767 EJ. Ennyivel tudunk elszámolni a Föld energiaveszteségéből, azaz kb. 3,7%-kal.

Millió év	$\Delta I/\text{év}$ (Gt·km ² /s)	$\Delta E/\text{év}$ (EJ)	ΔTd (s/év)
65–0	1410971	103,6984	2,062928E-05
135–65	1387290	102,7868	1,996021E-05
180–135	1394436	103,8714	1,985236E-05
230–180	1368316	102,4706	1,927809E-05
280–230	1408410	106,1743	1,958860E-05
305–280	1420077	107,9019	1,945158E-05
405–345	1485002	113,8701	1,998759E-05
500–405	1489566	115,5546	1,961104E-05
600–500	1559874	122,8724	1,995548E-05

5. táblázat. A Föld perdületének kinetikai energiájának és forgási idejének évi változása az adott időszak kezdetétől (I = perdület, Gt·km²/s)

Table 5. Yearly average change of Earth's angular moment, kinetic energy and rotation time from the beginning of the given period

Ezek alapján a Föld forgási sebessége évenként kb. 20 μ s-mal lassul, tehát ennyivel nő a nap hossza. A Föld lassulásából származó forgásienergia-veszteség 100 EJ/év körüli. Ez a földi hőáramból 6 mW/m² értéket magyaráz meg, ami több mint egy nagyságrenddel kisebb a tapasztalati értéknél (65 mW/m²). A radioaktív elemek bomlására épülő számításokat tehát csak a harmadik számjegyben szükséges korrigálni.

A világ kőolajtermelése 85 millió bbl/nap (bbl = „blue barrel”, a Standard Oil által használt hordókról elnevezve, 42 US gallon), ami a durva átszámítással 4,25 milliárd tonna/év termelésnek felel meg, ami 43 MJ/kg fűtőértékkel számolva kb. 170 EJ energiát jelent. Ez pedig első közelítésben azt jelenti, hogy az árapály energiája 100%-os kihasználás esetén sem pótolná az olajtermelést.

Következtetések

- Az árapály energiájának zöme az egész földkéregre hat, az óceánoké csak a látható zavar.
- Az energiaveszteség összemérhető az emberiség energiafogyasztásával.
- A földi hőáramnak csak a töredéke magyarázható az árapály energiaveszteségével.
- A geológiai módszerekkel nyomonkövethető időben a lineáris modell jól alkalmazható, a Föld–Hold távolság 38 mm/év növekedése és a 2 ms/évszázad forgási idő növekedés ellentmondásmentesen illeszkedik egymáshoz és a paleontológia állításaihoz.
- A kezdeti 4 milliárd évvel ezelőtti időszakra a lineáris modell kiterjesztése ellentmondáshoz vezet, az időben csökkenő árapályerő viszont még nagyobb ellentmondást eredményez.

— A jövőben néhány milliárd évig a lineáris modell nyugodtan alkalmazható.

A kétoldalúan kötött keringés kialakulása, azaz a Föld lelassulása a keringési időhöz csak olyan hosszú időtávon következhet be, ami nagyságrendekkel több, mint a Nap várható élettartama. A kötött keringés a perdület-megmaradással és a Hold-pálya 557 000 km sugarával számolva a mostani nap hossza 55-szörösének megfelelő forgási idővel következne be. Ez állandó mértékű lassulással is legalább négy és fél milliárd évet jelent, de ha az árapályerő és a fékezőerő csökkenésével is számolunk, akkor több tízmilliárd évet jelent, tehát amíg a Nap süt, addig a Holdat is látjuk felkelni és lenyugodni.

HIVATKOZÁSOK

- [1] The Moon, <http://www.astro.auth.gr/antikatosprismoi/nineplanets/nineplanets/luna.html>
- [2] The geophysical effects of the Earth's slowing rotation. <http://novan.com/earth.htm>
- [3] ESPENAK F.: Eclipse Predictions and Earth's Rotation. <http://suneearth.gsfc.gov/eclipse/sehelp/rotation.html>
- [4] CZELNAI R. 1999: A világóceán. Vince Kiadó
- [5] Oceans Levels?...Not Along Isthmus Coast. The Panama Canal Review, January 4, 1963. <http://www.serve.com/czbrats/articles/oceans.htm>
- [6] Sea level or lock type canal? Battle of the levels is not new. The Panama Canal Review, January 7, 1957. <http://www.serve.com/czbrats/articles/sealevel.htm>
- [7] BALÁZS B., FÉNYES I., GÉCZY B., HORVÁTH J. 1980: Mi az idő? Gondolat Kiadó, Budapest (114–120. o. FLÜGEL adatai)
- [8] The Moon. <http://www.nineplanets.org/luna.html>
- [9] Tides, the standard, but incorrect version. <http://www.this-magic-sea.com/tide.htm>
- [10] MESKÓ A.: A Föld szerkezetének megismerése. TV Egyetem, A változó világ II. A változó Föld p.29–38

A szerkesztőség megjegyzése:

1. A szerző számításainál a tetszőleges pontosságot adó sorfejtések helyett csak ezeknek első tagját alkalmazta, ezért megoldásai jó becsléseknek tekinthetők.
2. Akiknek a szerző érdekes okfejtése felkeltette érdeklődését, azok a téma részletesebb kifejtését megtalálhatják a következő szakkönyvekben:
 - EGYED L. 1956: A Föld fizikája, Akadémiai Kiadó, Budapest
 - MELCHIOR P. 1966: The Earth Tides, Pergamon Press
 - STACEY F. D. 1977: Physics of the Earth. John Wiley & Sons