

A földi mágneses tér gradienseinek meghatározása mesterséges holdak méréseiből és a kurszki mágneses anomália inverziója

KIS K.^{1,@}, P. T. TAYLOR², WITTMANN G.³

¹Eötvös Loránd Tudományegyetem, Geofizikai és Űrtudományi Tanszék, 1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/C

²Planetary Geodynamics Laboratory, NASA/GSFC, Greenbelt, MD 20771, USA

³MOL Magyar Olaj és Gázipari Nyrt., 1117 Budapest, Október huszonharmadika u. 18.

@E-mail: kisk@caesar.elte.hu

A földi mágneses tér gradienseit számítottuk ki mesterséges hold adataiból az európai régió területére különös tekintettel a kurszki mágneses anomáliára. A számítások a CHAMP mesterséges hold totális mágneses mérésein alapultak. Számításaink annak a kérdésnek a megválaszolására irányulnak, hogy az új ESA/Swarm mesterséges holdak mérései hogyan használhatók fel a földi mágneses anomália-tér gradienseinek és a földkéreg mágnesezettségének meghatározására. A tíz évig működő CHAMP hold adatait használtuk fel a Swarm mérések szimulációjára. Az európai régió keleti irányú gradiensét határoztuk meg, majd ezt követően a kurszki mágneses anomália északi, keleti és vertikális gradienseit számítottuk ki. A kurszki mágneses anomália vertikális gradiensét Hilbert-transzformációval is meghatároztuk. A kurszki mágneses anomália inverzióját simplex és simulated annealing módszerekkel számítottuk ki. Az inverziós számítások modellje horizontális fedő- és alaplappal rendelkező négyszög alakú ható volt. A hatók mélységei a mesterséges hold 324 km-es magasságától lefelé számítva történtek, így a felső lap mélysége 300 és 329 km között, míg alsó lapjának a mélysége 331 és 339 km között változott.

Kis, K., Taylor, P. T., Wittmann, G.: Determination gradients of the Earth's magnetic field from the measurements of the satellites and inversion of the Kursk magnetic anomaly

We computed magnetic field gradients at satellite altitude, over Europe with emphasis on the Kursk Magnetic Anomaly (KMA). They were calculated using the CHAMP satellite total magnetic anomalies. Our computations were done to determine how the magnetic field observations data from the new ESA/Swarm satellites could be utilized in determining the structure of the magnetization of the Earth's crust, especially in the region of the KMA. Ten years of CHAMP data were used to simulate the Swarm data. An initial east magnetic anomaly gradient map of Europe was computed and subsequently the north, east and vertical magnetic gradients for the KMA region were calculated. The vertical gradient of the KMA was also determined using Hilbert transforms. Inversion of the total KMA was derived using simplex and simulated annealing algorithms. The depth of the upper and lower boundaries are calculated downward from the 324 km elevation of the satellite. Our resulting inversion depth model is a horizontal quadrangle with upper 300–329 km and lower 331–339 km boundaries.

Beérkezett: 2014. november 20.; *elfogadva:* 2015. március 11.

Bevezetés

A korábbi tanulmányokban ismertetett, az európai régióra és a kurszki területre vonatkozó totális mágneses anomáliák gradienseinek meghatározása tesztszámításoknak tekinthetők. A kurszki mágneses anomália nagy kiterjedése és jelentős mágnesezettsége miatt mesterséges holdak méréseiből, így a 2013. november 22-én Föld körüli pályára állított Swarm mesterséges holdak mágneses méréseiből is meghatározhatók lesznek. A három Swarm hold geometriájából következően a gradiensek közvetlenül is kiszámít-

hatók. Azonban a földi mágneses tér gradiensei még e holdak működése előtti adatokból – mint például a 2000. július 15. és 2010. szeptember 19. között működött CHAMP mesterséges hold méréseiből – megfelelő eljárással meghatározhatók. A tanulmányba foglalt, a mágneses tér különböző módszerrel meghatározott gradiensei a nagyobb felbontóképességük következtében az anomáliák pontosabb értelmezéséhez járulnak hozzá. A kurszki mágneses anomália inverziója érdekes eredményeket szolgáltat a földtani ható modelljének horizontális és vertikális kiterjedéséről.

Kurszki mágneses anomália

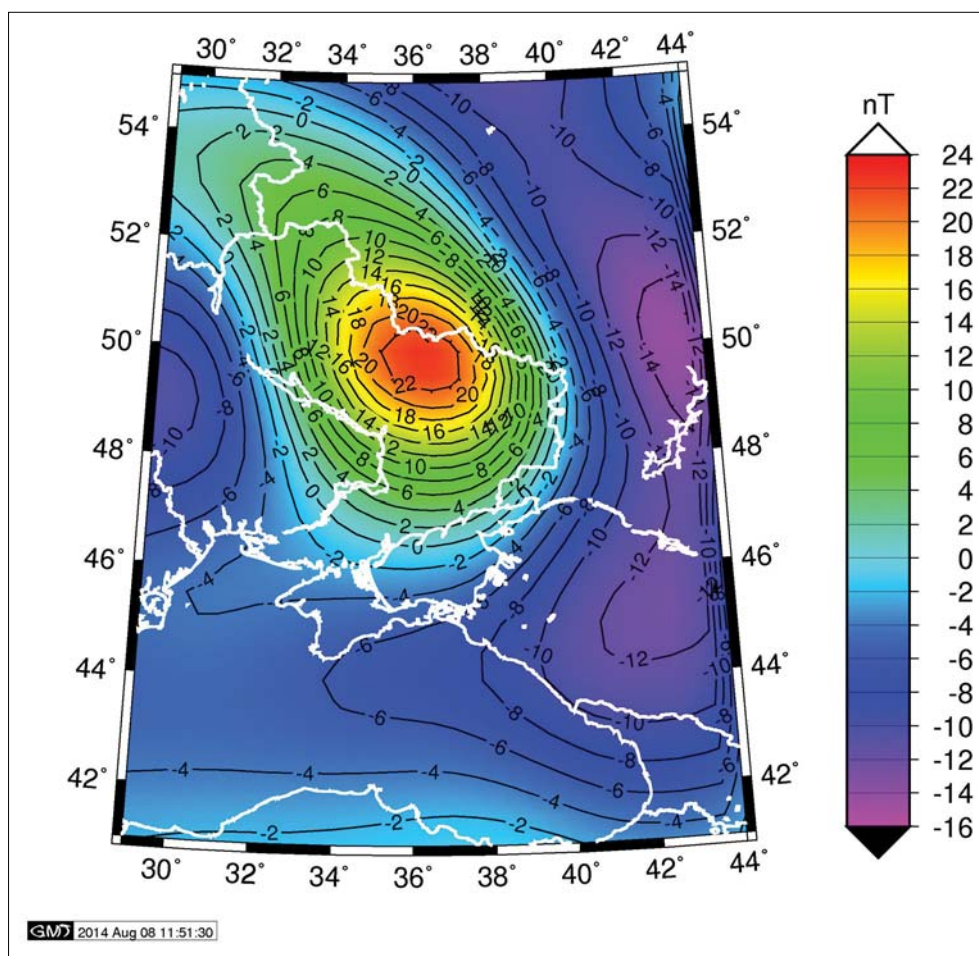
A bányászattal felszínre hozott vasércnek nagy gazdasági jelentőséggel bírnak. Ezért fontos azoknak a geológiai folyamatoknak a megismerése, amelyek a vasérctelepeket alakították ki. A vasérctelepek műrevalóságát az érc minősége és mennyisége szabja meg. Ezek a hatalmas kiterjedésű vasérctelepek Nyugat-Ausztráliában, Dél-Afrikában, Brazíliában, Ukrajnában, Kanadában és az Egyesült Államokban találhatók (Bekker et al. 2010). Geofizikai eljárásokkal – elsősorban mágneses kutatómódszerekkel – a vasérctelepek jól feltárhatók.

A kurszki mágneses anomália Moszkvától mintegy 400 km-re délre a Rjazany–Szaratov és Pripjaty–Dnyeper–Donyeck aulakogének (Shchipansky, Bogdanova 1996) között helyezkedik el. A mágneses anomália kiterjedése mintegy 190 000 km² kéregbeli mélysége 0,5–3,0 km-ig terjed ki. A kurszki mágneses anomáliát Heiland (1946) szerint I. N. Szmirnov fedezte fel 1874-ben. Az anomália leírását mind a korai szakirodalom (Lasareff 1923, Haalck 1929), mind a mai geofizikai szakirodalom (Lapina 1960, Taylor, Frawley 1987, Rotanova et al. 2005) ismerteti. Az anomália nagy ki-

terjedése és nagy mágnesezettsége következtében az anomália mesterséges holdak méréseivel is kimutatható (Magsat – Taylor, Frawley 1987, CHAMP – Rotanova et al. 2005). Az eredő mágnesezettség Heiland (1946) szerint $0,7 \times 10^3 \text{ Am}^{-1}$ illetve Taylor és Frawley (1987) szerint 3 Am^{-1} . A számítások során az eredő mágnesezettség értékét 3 Am^{-1} mértékűnek tekintettük. A kurszki anomáliát létrehozó ható eredő mágnesezettség vektorának irányát, az inklinációt és deklinációt Bhattacharyya (1980) 47° és 67° értékűnek határozta meg. Az inverziós számítások során ezt az értéket fogadtuk el. A CHAMP méréseiből 324 km magasságban meghatározott totális mágneses anomália az 1. ábrán látható (Kis et al. 2012). Az anomália északnyugat–délkelet irányban elnyúló alakja összetett szerkezetre utal, amelynek jobb felbontása a meghatározott gradiensektől várható.

A kurszki vasérctelep kialakulása

A jelentős kiterjedésű vasérctelepeket szövettani formájuk szerint sávós vasérc formációnak (angolul *banded iron for-*



1. ábra A kurszki totális mágneses anomáliák a CHAMP méréseiből levezetve 324 km magasságban, az anomáliák ábrázolása Albers-féle vetületben történt, az izovonalak egysége nT, értékközük 2 nT

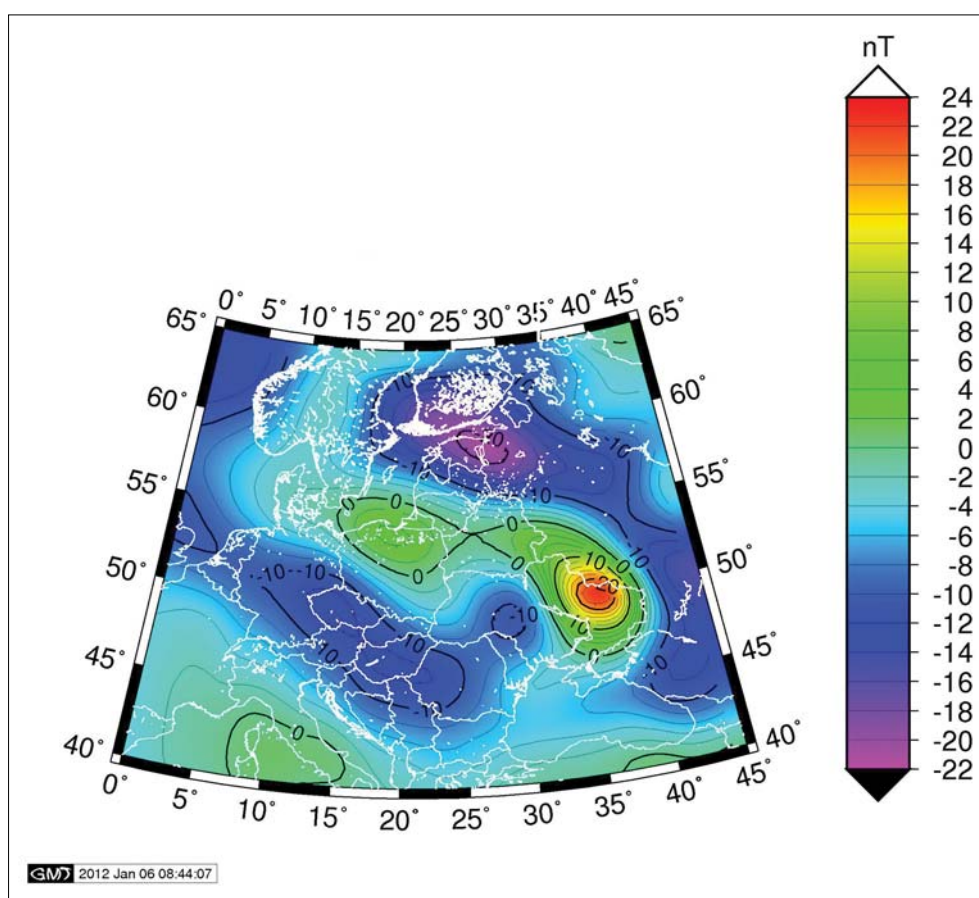
Figure 1 Kursk total magnetic anomaly map computed from CHAMP satellite magnetic data at 324 km altitude and plotted in an Albers equal area conic projection. The contour interval is 2 nT, range is given by 20 color levels

mation, rövidítve BIF), illetve szemcsés vas formációnak (angolul *granular iron formation*, rövidítve GIF) nevezik.

Ezeknek a tengeri üledékes eredetű, hatalmas kiterjedésű vasérctelepeknek időbeli kialakulása az archaikumban és a neoproterozoikumban ment végbe. Kialakulásuk maximuma 2,6 milliárd évvel ezelőtt következett be. A BIF-ek az archaikus és a korai paleoproterozoikumban dominánsak, GIF-ek a paleoproterozoikumban sokkal gyakoribbak. A kurszki vasérctelepet létrehozó földtani folyamatok leírása megtalálható Voskresenskaya (1965), Alexandrov (1973), Shchipansky és Bogdanova (1996), Bekker et al. (2010), továbbá Kovács és Pálfy (2014) tanulmányaiban.

Ezek a vasérctelepek jelentős mennyiségű vasat és sávosan kovás anyagot tartalmaznak. A keletkezési folyamat magyarázata során a vas és a kova eredetéről kell számot adni. A vas tenger alatti és légköri eredetű vulkáni tevékenységből, valamint tengerfeneket elérő hőoszlopok anyagából származhat. A vas kiválása a környezet redox viszonyaitól függ, ugyanis a redukált Fe(II)-oldatban marad, míg az oxidált Fe(III) kicsapódik, amennyiben a tengervíz és az atmoszféra oxigén szegény (anoxikus) redukzív körülményekkel rendelkezik. Ezeknek a vasérctelepeknek keletkezését a mintegy 2,4 milliárd évvel ezelőtt be-

következett Nagy Oxigéndúsulási Esemény akadályozta meg. Ekkor az atmoszférában és a hidroszférában az oxigéntartalom került túlsúlyba, és megszűnt a redukzív környezet. Ez valószínűleg a vulkáni tevékenység csökkenése következtében alakult ki. A BIF-ek keletkezésének 1,88 milliárd évvel ezelőtti újabb csúcsa jelentkezik, ekkor ismét erősödött a magmás tevékenység. A BIF-ek és GIF-ek összetételét vizsgálva kiderült, hogy a vas származási helye valószínűleg tengeri eredetű, mivel nem tartalmaz a folyók által szállított szárazföldi eredetű üledéket. Bekker et al. (2010) a Fe(II) oxidációjának három lehetséges változatát foglalja össze. Az első változat szerint az oxigén forrása a tengerek felső rétegeiben élő kékmoszatok fotoszintézise. Itt a tengerek felső rétegeiben egy felső vékony oxidációs zóna van, amely alatt viszont az oxigén hiányos, redukzív vastartalmú vízoszlopban az oxidált Fe(III) kicsapódik. A második változat szerint a vasoxidáló baktériumok a felelősek, amelyek oxigénszegény körülmények között élnek. Ezek a proterobaktériumok víz és szén-dioxid felvételével képesek a Fe(II)-tartalmú oldatot Fe(III)-tartalmúvá oxidálni. A vasoxidáló baktériumok a tengervíz mélyebb rétegeiben élnek anoxikus körülmények között. A harmadik változat alapján az ultrabiolya fény oxidálja a Fe(II)-tartalmú oldatot. Ez a hatás hatékonyan működhe-



2. ábra | Totális mágneses anomália térkép a CHAMP méréseiből levette 324 km magasságban Európa egy részére vonatkozóan. Az anomáliák ábrázolása Albers-féle vetületben történt, az izovonalak egysége nT, értékközük 2 nT

Figure 2 | Total magnetic field anomaly map over part of Europe computed from CHAMP satellite magnetic data 324 km elevation, plotted in an Albers equal area conic projection. Contour interval is 2 nT, anomaly range is given by 24 color levels

tett az ózonpajzs kialakulása előtt. Bár Bekker et al. (2010) hangsúlyozza, hogy ennek a hatásmechanizmusnak kisebb a valószínűsége. Az említett vasércformációkban kovás és vastartalmú rétegek váltakozva fordulnak elő. Itt a hőmérsékleti viszonyokban bekövetkező változások lehetnek a létrehozó folyamatok. A vasban gazdag rétegek a nagyobb hőmérsékleti viszonyok között jöhetnek létre, míg a kovában dúsabb rétegek a kisebb hőmérsékletű tengervízben csapódnak ki.

Gradiensek meghatározása a CHAMP mesterséges hold mérési adataiból

Swarm mesterséges holdak méréseiből a mágneses tér gradiensei közvetlenül is meghatározhatók, hiszen itt egyszerre három mesterséges hold működik egymás alatt, illetve mellett. A közvetlen meghatározást megelőzően a CHAMP mesterséges hold mágneses méréseiből is meghatározhatók a mágneses tér gradiensei.

A kurszki mágneses anomália-gradiensekkel történő vizsgálatát jelen szerzők részben már elvégezték (Taylor et al. 2014). Jelen tanulmány azokat módszereket mutatja be, amelyek a korábbi cikkben nem szerepeltek.

Az egyik lehetséges megoldáshoz a CHAMP méréseiből az európai régió egy részére levezetett totális mágneses anomália-térképet használtuk fel kiindulásként, amely gömbi polárkoordináta-rendszerben írja le a mágneses anomáliákat 324 km magasságban (2. ábra) (Kis et al. 2012). A térkép

északi részén jelentkező jelentős negatív anomália a Balti-pajzs helyzetét mutatja. A Dániától a Fekete-tengerig húzódó pozitív anomáliából negatív anomáliába átmenő zóna a Tornquist-vonal indikációja, ez választja el a perkambriumi Európát a paleozoikustól. A mágneses anomália-térkép keleti részén világosan látszik a későbbi vizsgálatok tárgyát képező, kurszki mágneses anomália. Az anomáliatérkép részletesebb földtani értelmezése megtalálható Kis et al. (2012) tanulmányában.

Tekintsük azokat az anomáliaadatokat, amelyeket azonos pólustávolságú, de különböző hosszúságú pontokra vonatkoznak! A két pont Δ gömbi távolságát a gömbháromszögek koszinusztétele határozza meg, amely szerint

$$\cos \Delta = \cos \vartheta \cos \vartheta + \sin \vartheta \sin \vartheta \cos (\lambda_2 - \lambda_1), \quad (1)$$

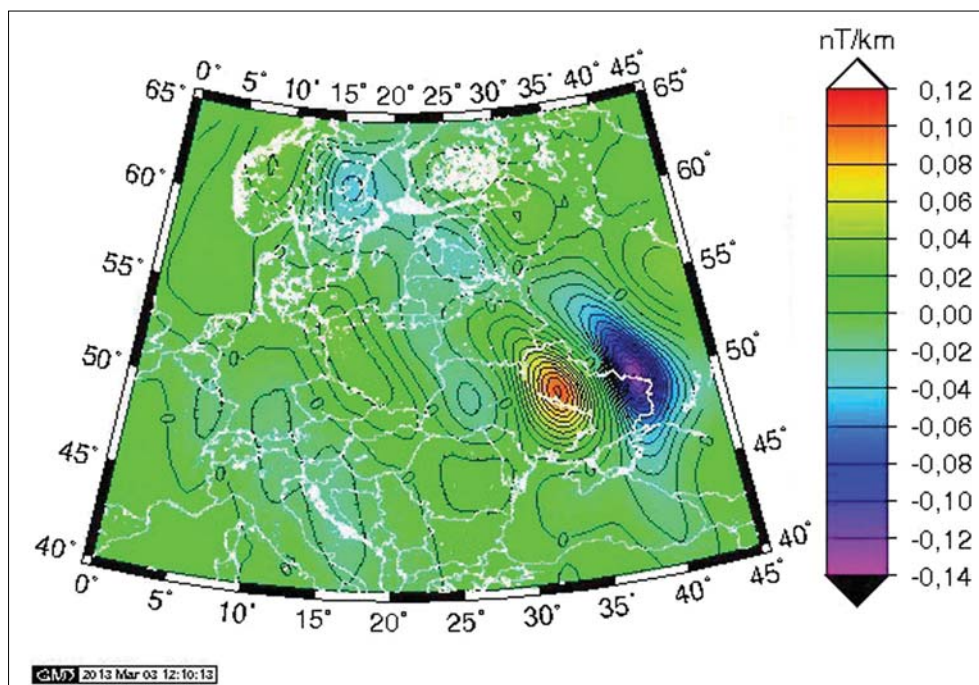
ahol ϑ a pólustávolság λ_1 és λ_2 a két kiválasztott pont hosszúságait jelentik. A két pont d távolságát a

$$d = R \arccos \Delta \quad (2)$$

összefüggés adja, ahol az R sugár = 6371,2 km + 324 km. A keleti irányú gradiens a

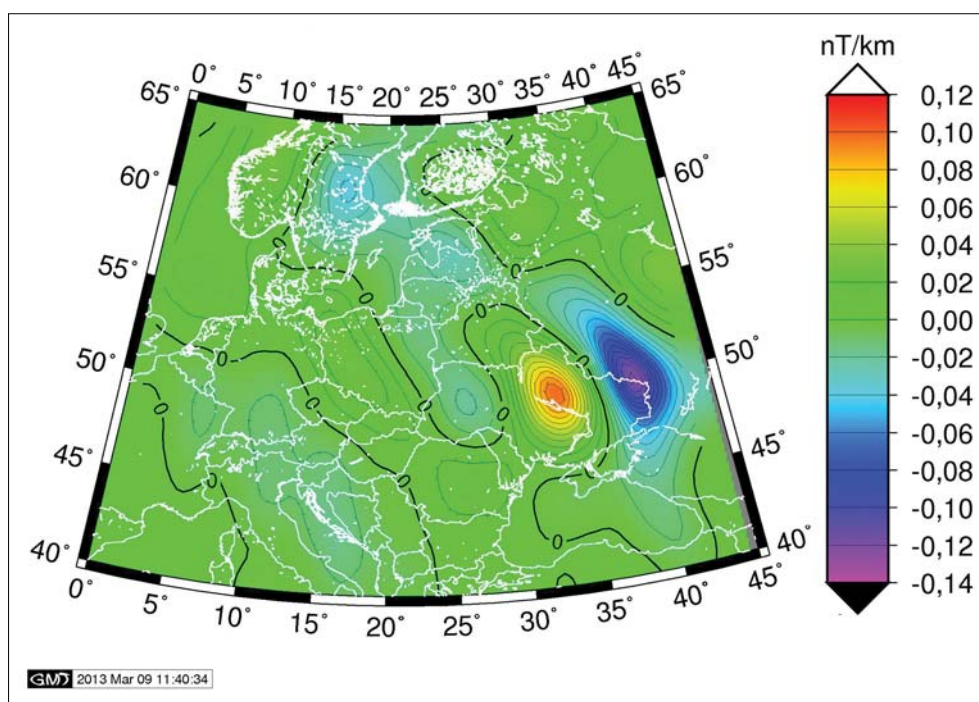
$$[T(R, \vartheta, \lambda_2) - T(R, \vartheta, \lambda_1)]/d \quad (3)$$

összefüggéssel approximálható, ahol T a totális mágneses anomália teret jelenti. Az így meghatározott keleti irányú gradiens térképek a 3., 4. és 5. ábrán láthatók. A 3. ábrán keleti irányú gradiens meghatározásakor a $\lambda_2 - \lambda_1$ hosszúságkülönbség 1° , ekkor a d távolságkülönbség 88,86 km és 49,75 km között változik a meridiánkonvergencia miatt.



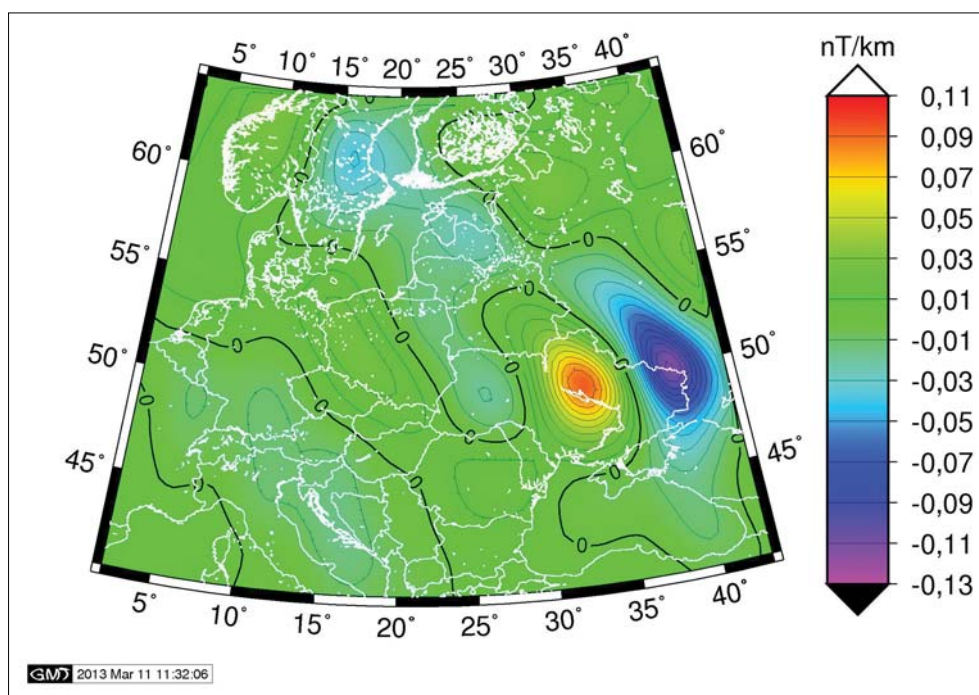
3. ábra Az európai totális mágneses anomáliák (2. ábra) keleti irányú gradiense a CHAMP méréseiből levezetve 324 km magasságban Albers-féle vetületben ábrázolva. Az approximált keleti irányú gradiens meghatározásakor a gömbi távolság 1° . Az izovonalak egysége nT/km, értékközüik 0,2 nT/km

Figure 3 East gradient of the European total magnetic anomalies (Fig. 2), on an Albers equal area conic projection, were computed from CHAMP magnetic data at 324 km altitude. The spherical distance is 1° for the approximated east direction gradient, anomaly contours is 0.2 nT/km, anomaly range is given by 13 color levels



4. ábra Az európai totális mágneses anomáliák (2. ábra) keleti irányú gradiense a CHAMP méréseiből levezetve 324 km magasságban Albers-féle vetületben ábrázolva. Az approximált keleti irányú gradiens meghatározásakor a gömbi távolság 2°. Az izovonalak egysége nT/km, értékközük 0,2 nT/km

Figure 4 East gradient of the European total magnetic anomalies (Fig. 2) computed from the CHAMP magnetic data at an altitude of 324 km (Albers projection). The spherical distance is 2° for the approximated east direction gradient, anomalies contour interval 0.2 nT/km, anomaly range is presented with a range by 13 color levels



5. ábra Az európai totális mágneses anomáliák (2. ábra) keleti irányú gradiense a CHAMP méréseiből levezetve 324 km magasságban Albers-féle vetületben ábrázolva. Az approximált keleti irányú gradiens meghatározásakor a gömbi távolság 4°. Az izovonalak egysége nT/km, értékközük 0,2 nT/km

Figure 5 East gradient of the European total magnetic anomalies (Fig. 2) computed from the CHAMP magnetic data at an altitude of 324 km (Albers projection). The spherical distance is 4° for the approximated east direction gradient, anomalies contour interval is nT/km, anomaly range is given by 12 color levels

A 4. ábrán a hosszúságkülönbség 2° , ekkor a távolság 177,71 km és 99,51 km között változik, míg az 5. ábrán a hosszúságkülönbség 4° , amikor is a távolság 355,42 km és 199,02 km között változik. Ezek az ábrák világosan mutatják a kurszki mágneses anomália által okozott keleti irányú változást. A keleti irányú gradiensek meghatározásakor lényegében az 1° hosszúságkülönbség is megfelelő eredményt mutat.

A mágneses tér gradienseinek meghatározásának második módszere az x , y és a z tengelyirányú gradiensek átviteli függvényének és súlyfüggvényeinek vizsgálatán alapul (Kis, Pusztai 2006). A gradiensek átviteli függvényei jól ismertek a szakirodalomban (Blakely 1995):

$$\begin{aligned} S_{dx}(f_x, f_y) &= j2\pi f_x, & S_{dy}(f_x, f_y) &= j2\pi f_y, \\ S_{dz}(f_x, f_y) &= j2\pi (f_x^2 + f_y^2)^{1/2}, \end{aligned} \quad (4)$$

ahol S_{dx} , S_{dy} és S_{dz} az x , y és a z tengelyirányú gradiensek átviteli függvényei, f_x és f_y az x és y tengelyirányú térfrekvenciák, j az imaginárius egység. A gradiensek meghatározhatóságának érdekében a Gauss-féle

$$S^w(f_x, f_y) = \exp\{-k^2(f_x^2 + f_y^2)\} \quad (5)$$

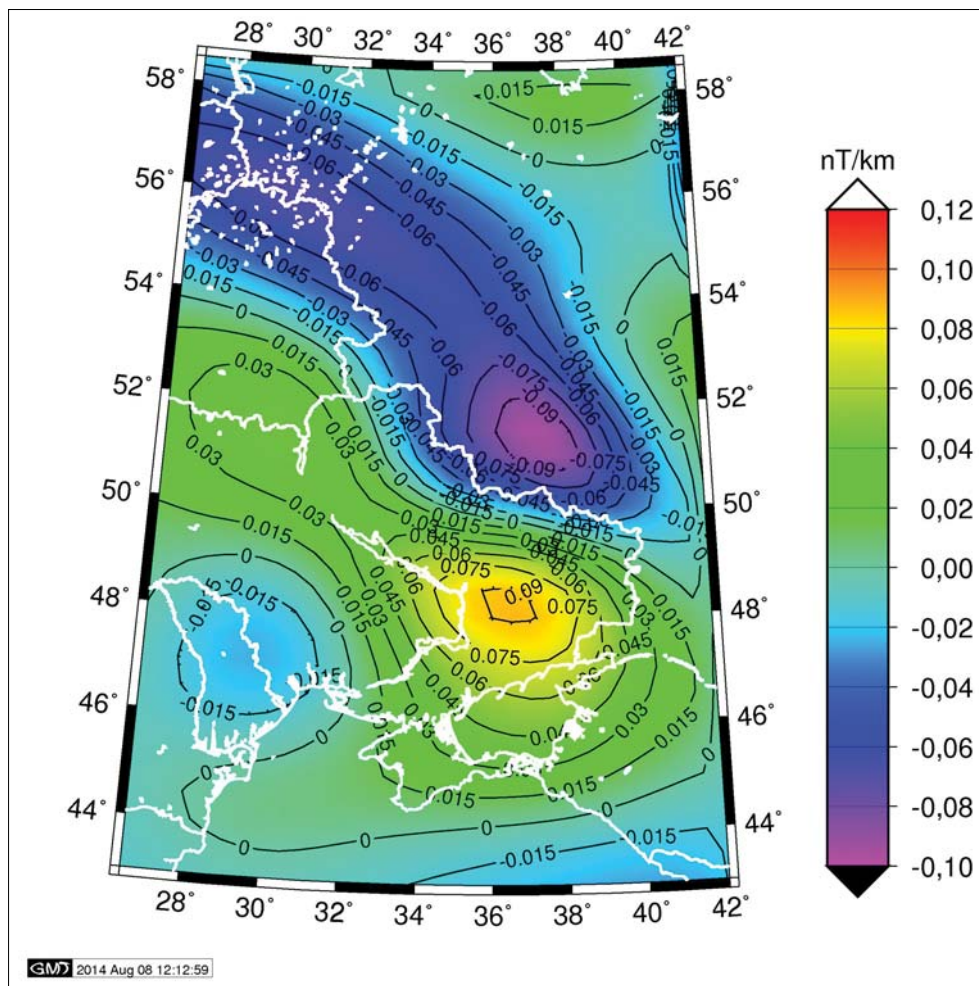
csonkító függvény alkalmazása célszerű, ahol k a csonkító függvény alkalmasan választott paramétere. A csonkított gradiensek meghatározott súlyfüggvényei

$$S_{dx}^w(x, y) = -(2\pi^2/k^4)x \exp\{-(\pi^2/k^2)(x^2 + y^2)\}, \quad (6)$$

$$S_{dy}^w(x, y) = -(2\pi^2/k^4)y \exp\{-(\pi^2/k^2)(x^2 + y^2)\}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} S_{dz}^w(x, y) &= (\pi^{5/2}/k^3) \exp\{-(\pi^2/k^2)(x^2 + y^2)\} \\ &\times M\left(-\frac{1}{2}, 1, \frac{\pi^2(x^2 + y^2)}{k^2}\right), \end{aligned} \quad (8)$$

ahol M konfluens hipergeometrikus függvény (Slater 1970). A (6)–(8) egyenletek levezetése megtalálható Kis és Pusztai (2006) tanulmányában, illetve Kis (2009, Appendix 14) könyvében. Ha a vázolt módszerrel kívánjuk a gradienseket meghatározni, akkor a CHAMP méréseiből levezetett, gömbi polárkoordináta-rendszerben adott adatokat transzformálni kell Descartes-féle derékszögű xyz koordináta-rend-



6. ábra A kurszki totális mágneses anomáliák (1. ábra) északi irányú gradiense a CHAMP méréseiből levezetve, 324 km magasságban, Albers-féle vetületben ábrázolva. Az izovonalak egysége nT/km, értékükük 0,015 nT/km
Figure 6 North gradient of the Kursk magnetic anomalies (Fig. 1) computed from the CHAMP data on an Albers' projection the contour interval is 0.015 nT/km, anomaly range is given by 11 color levels

szerbe. A transzformáció részletei megtalálhatók Kis et al. (2011) és Kis (2009, Appendix 16) könyvében. A gradiensek Descartes-féle koordináta-rendszerben történő meghatározása után azokat ismét gömbi polárkoordináta-rendszerbe kell transzformálni. Az ezzel a módszerrel meghatározott gradiensek láthatók a 6–8. ábrán Albers-féle vetületben ábrázolva. A matematikai értelmezésük szerint a gradiensek az anomáliák eloszlásában bekövetkező változásokat emelik ki. A változások okai a ható mélységbeli, illetve mágnesezettségbeli eloszlásban bekövetkező változások lehetnek illetve mindkettő együttesen. A hatások szétválasztása a gradienstérképekből egyértelműen nem határozható meg. A 6. ábrán látható északi irányú gradiens északnyugati irányban való elnyúlása (a szimmetriától történő eltérése) a vastelep északnyugat–délkelet irányú orientáltságára utal. A 7. ábrán látható keleti irányú gradiens a kelet–nyugat irányú változásokat emeli ki. Az anomália keleti irányban szintén aszimmetrikus: a gradiens pozitív anomáliája nagyobb kiterjedésű, mint a negatív anomália. A vertikális gradiens északnyugat–délkelet irányú aszimmetriát mutat.

A mágneses terek vertikális gradiense meghatározásának második eszköze a Hilbert-transzformáció. A Hilbert-

transzformációt Hardy (1932) angol matematikus vezette be, az elnevezést D. Hilbert német matematikus tiszteletére alkalmazta. A Hilbert-transzformáció különböző tudományterületeken általánosan használható eljárás, mint például a rádiótechnikában (Öberg 2001, De Freitas 2005) és a potenciálok analízisében (Nabighian 1972, Nabighian, Hansen, 2001, Guspi, Novara 2012, Pusztai, Kis 2013).

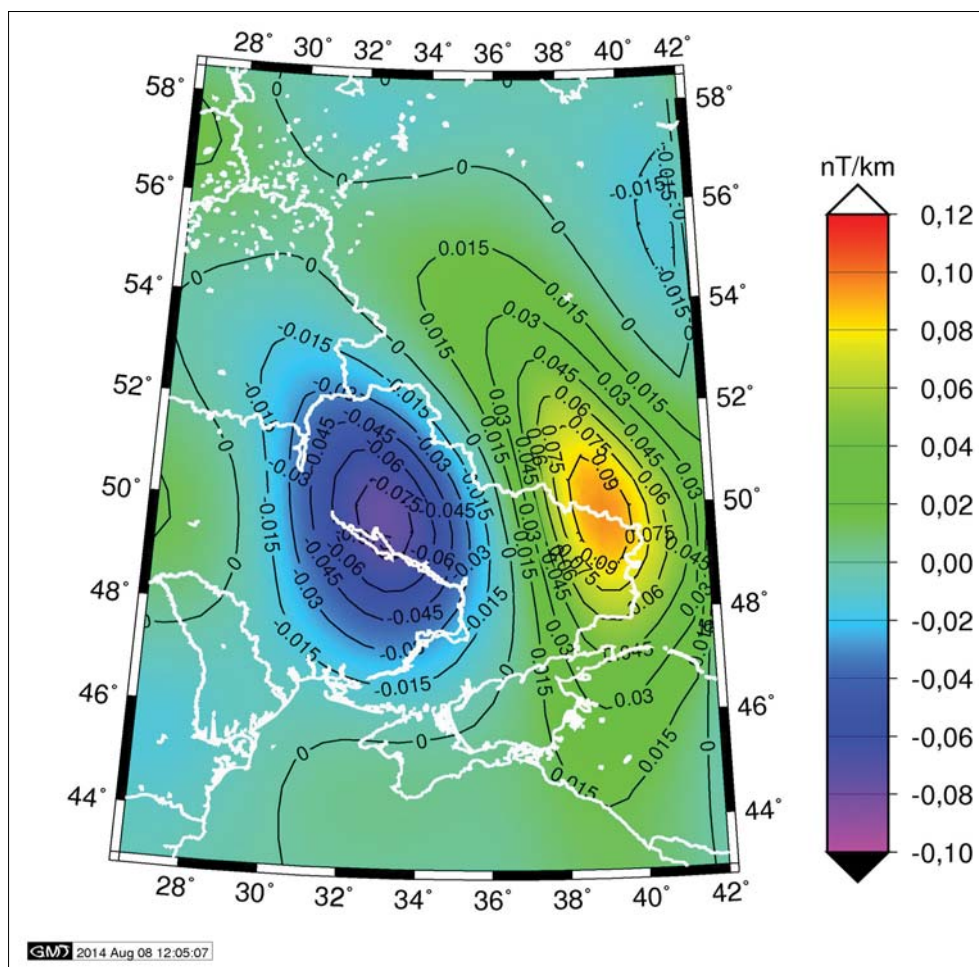
Tekintsük a Nabighian (1984) által megadott egyenletet:

$$F\left\{\frac{\partial T}{\partial z}\right\} = -\frac{jf_x}{(f_x^2 + f_y^2)^{1/2}} F\left\{\frac{\partial T}{\partial x}\right\} - \frac{jf_y}{(f_x^2 + f_y^2)^{1/2}} F\left\{\frac{\partial T}{\partial y}\right\}, \quad (9)$$

ahol F a Fourier-transzformáltat jelenti, míg a többi jelölés megegyezik a korábbiakkal! Az előző egyenlet tömörebb formában:

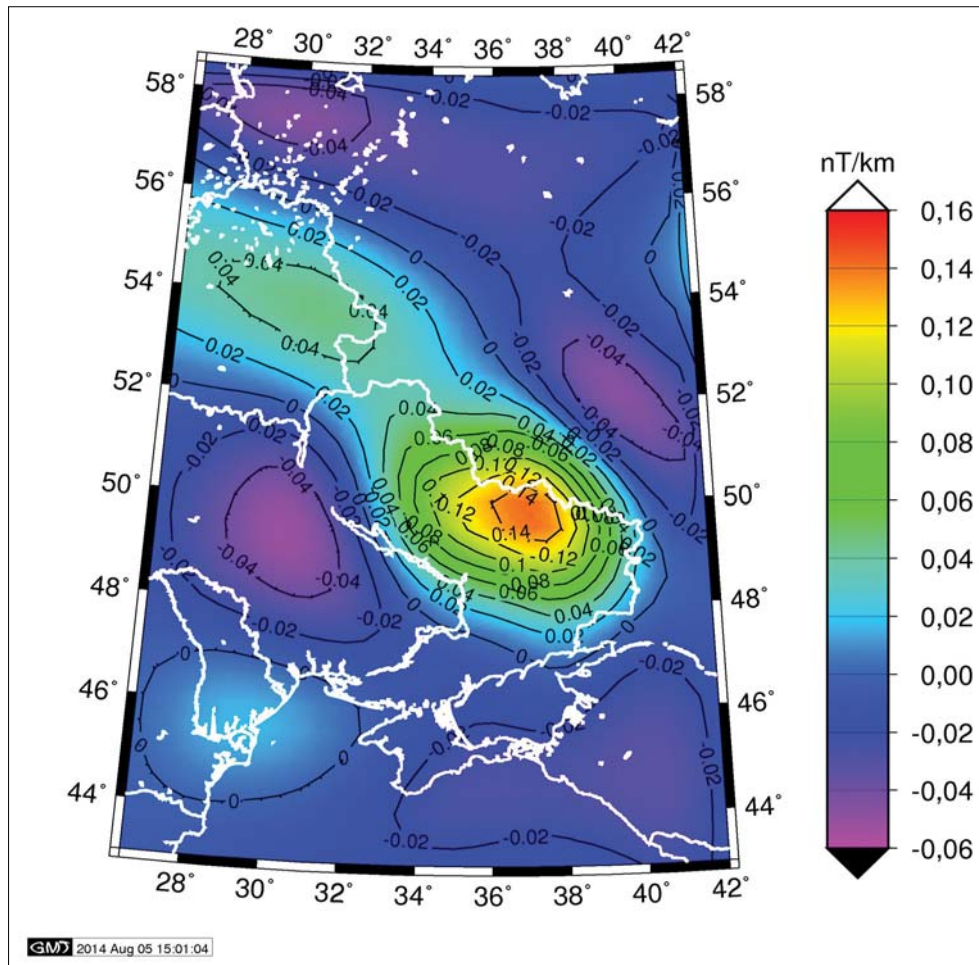
$$F\left\{\frac{\partial T}{\partial z}\right\} = H_1 F\left\{\frac{\partial T}{\partial x}\right\} + H_2 F\left\{\frac{\partial T}{\partial y}\right\}, \quad (10)$$

ahol H_1 és H_2 a Hilbert-transzformáció operátorát jelenti, azaz



7. ábra A kurszki totális mágneses anomáliák (1. ábra) keleti irányú gradiense a CHAMP méréseiből levezetve, 324 km magasságban, Albers-féle vetületben ábrázolva. Az izovonalak egysége nT/km, értékükük 0,015 nT/km

Figure 7 East gradient of the Kursk magnetic anomalies (Fig. 1) computed from the CHAMP data. Anomalies are plotted in an Albers' projection with a contour interval 0.015 nT/km range is given by of 11 color levels



8. ábra A kurszki totális mágneses anomáliák (1. ábra) vertikális irányú gradiense a CHAMP méréseiből levezetve, 324 km magasságban, Albers-féle vetületben ábrázolva. Az izovonalak egysége nT/km, értékükük 0,02 nT/km
Figure 8 Vertical gradient of the Kursk magnetic anomalies (Fig. 1) computed from the CHAMP data with a contour interval 0.02 nT/km (Albers' projection) anomaly range is given by 11 color levels

$$H_1 = \frac{-j f_x}{(f_x^2 + f_y^2)^{1/2}} \quad \text{és} \quad H_2 = \frac{-j f_y}{(f_x^2 + f_y^2)^{1/2}} F \left\{ \frac{\partial T}{\partial y} \right\}. \quad (11)$$

Vegyük a (9) egyenlet inverz Fourier-transzformáltját, és használjuk fel a következő eredményeket:

$$F^{-1} \left\{ \frac{-j f_x}{(f_x^2 + f_y^2)^{1/2}} \right\} = \frac{1}{2\pi} \frac{x}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, \quad (12)$$

és

$$F^{-1} \left\{ \frac{-j f_y}{(f_x^2 + f_y^2)^{1/2}} \right\} = \frac{1}{2\pi} \frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}}. \quad (13)$$

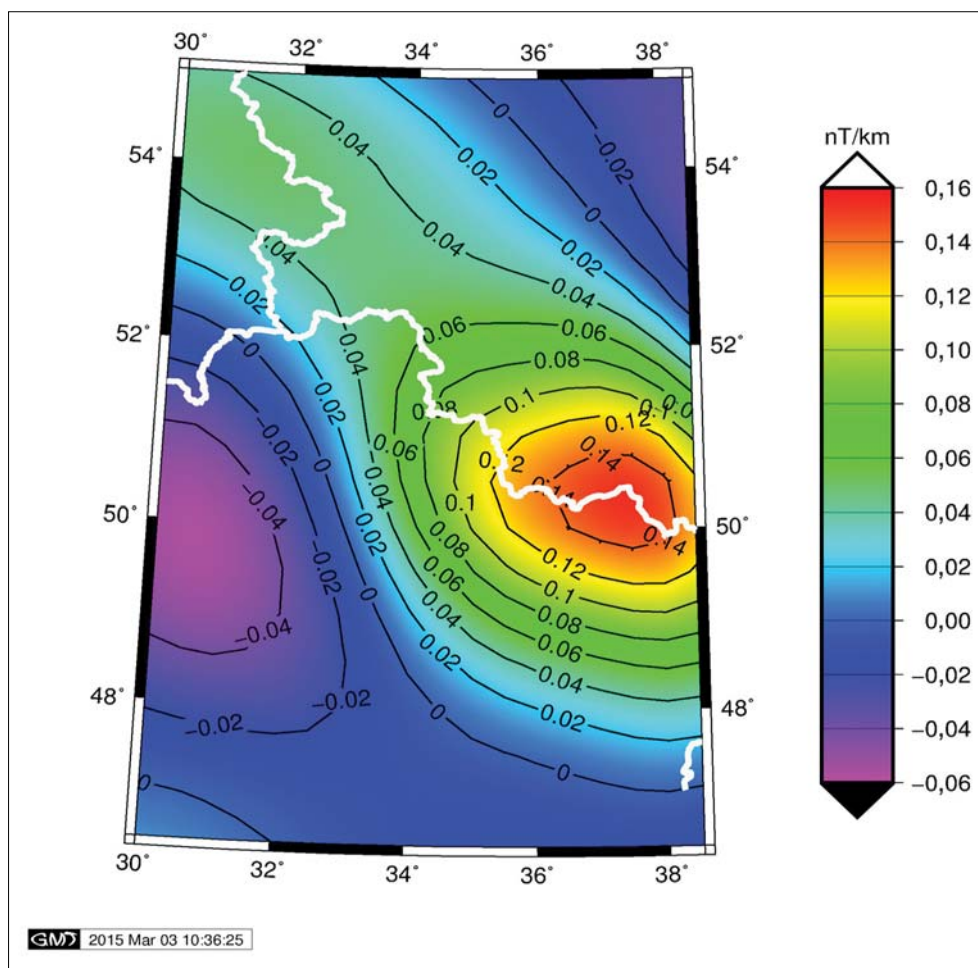
Ezeknek az inverz Fourier-transzformáltaknak meghatározása megtalálható Nabighian (1984, Appendix A), illetve Kis (2009, Appendix 15) könyvében. Ily módon a vertikális gradiens meghatározása konvolúciós feladattá válik. Tekintjük a CHAMP mesterséges hold méréseiből meghatározott kurszki totális mágneses anomália-térképet gömbi polárkoordináta-rendszerben (1. ábra), és határozzuk meg a vertikális gradienst Hilbert-transzformációval (9. ábra)! A ver-

tikális gradiens Hilbert-transzformációval történő meghatározásakor ugyanazokat a transzformációkat kell alkalmazni, mint az előző esetben. A Hilbert-transzformációval meghatározott vertikális gradiens amplitúdója és alakja megegyezik a 8. ábrán bemutatott vertikális gradienssel. A méretbeli eltérés a numerikus módszer következménye.

A kurszki totális mágneses anomália inverziója

A kurszki totális mágneses anomália inverziója a Bayes-féle eljárással készült. A módszer mind a nemzetközi szakirodalomból (Boksz, Tiao 1973, Tarantola 1987, Duijndam 1988a, 1988b, Menke 1989, Gregory 2005), mint pedig a jelen szerzők korábbi tanulmányaiból (Kis et al. 2011, 2012) megismerhető. Ezért itt az inverzióknak csak a legfontosabb lépéseit ismertetjük.

A kurszki anomália inverziójának a nehézséget az okozza, hogy a CHAMP által mért adatokból nyert anomália meghatározása gömbi polárkoordináta-rendszerben történt, amelyet át kellett számítani Descartes-féle koordináta-rendszerbe. A derékszögű koordináta-rendszerben a mélysége-



9. ábra A kurszki totális mágneses anomáliák (1. ábra) vertikális irányú gradiense Hilbert-transzformációval meghatározva, a CHAMP méréseiből levezetve 324 km magasságban, Albers-féle vetületben ábrázolva. Az izovonalak egysége nT/km, értékközük 0,02 nT/km

Figure 9 Vertical gradient of the Kursk magnetic anomalies (Fig. 1) computed by Hilbert transform from the CHAMP data (Albers' projection). Contour interval 0.02 nT/km, anomaly range is given by 11 color levels

ket a mesterséges hold magasságától (324 km) lefelé számítva határoztuk meg.

Az inverzió modellje a Plouff (1976) által levezetett tetszőleges számú csúcsponttal rendelkező sokszög keresztmetszetű, és vízszintes alap- és fedőlappal rendelkező ható, amely esetünkben négyszög keresztmetszetű modellt jelent. Ez a ható a kurszki mágneses anomália idealizált modellje, a hatónak mintegy belefoglaló méretét határozza meg. Az inverzióhoz szükséges a ható erdő mágnesezettségének az értéke, amelyre a Taylor és Frawley (1987) által megadott 3 Am^{-1} nagyságú értéket fogadtuk el. Szükségesek továbbá a ható eredő mágnesezettségének irányát rögzítő értékek, amelyekre Bhattacharayya (1980) 47° -os inklinációt és 67° -os deklinációt határozott meg.

A Bayes-féle módszer alapegyenlete:

$$p(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = p(\mathbf{d}|\mathbf{m}) p(\mathbf{m}), \quad (14)$$

ahol $p(\mathbf{m}|\mathbf{d})$ az $\mathbf{m}$ paraméterek vektorának a $\mathbf{d}$ mérési adatok vektorára vonatkozó a posteriori feltételes valószínűségi sűrűségfüggvénye; $p(\mathbf{d}|\mathbf{m})$ a $\mathbf{d}$ adatok vektorának az $\mathbf{m}$ paraméterek vektorára vonatkozó likelihood feltételes valószínűségi sűrűségfüggvénye; és $p(\mathbf{m})$ a paraméterek vektorának valószínűségi sűrűségfüggvénye. A Bayes-féle összefüggésből levezethető a p^a posteriori valószínűségi sűrűségfüggvény, amely a következő alakban írható:

nuségi sűrűségfüggvénye; és $p(\mathbf{m})$ a paraméterek vektorának valószínűségi sűrűségfüggvénye. A Bayes-féle összefüggésből levezethető a p^a posteriori valószínűségi sűrűségfüggvény, amely a következő alakban írható:

$$\begin{aligned} p^a \text{ posteriori} &\propto \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{m} - \mathbf{m}^{\text{a priori}})^T \mathbf{C}_m^{-1}(\mathbf{m} - \mathbf{m}^{\text{a priori}})\right\} \\ &\times \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{d}^{\text{mért}}(x, y) - \mathbf{T}^{\text{számított}}(x, y, \mathbf{m}))^T \right. \\ &\times \left. \mathbf{C}_D^{-1}(\mathbf{d}^{\text{mért}}(x, y) - \mathbf{T}^{\text{számított}}(x, y, \mathbf{m}))\right\}, \end{aligned} \quad (15)$$

ahol $\mathbf{m}^{\text{a priori}}$ az értelmező által előzetesen becsült paramétervektort, $\mathbf{C}_m$ az a priori becslés kovarianciamátrixát jelenti, $\mathbf{d}^{\text{mért}}$ az (x, y) koordinátájú helyen mért adatok vektorát jelenti, míg $\mathbf{T}^{\text{számított}}$ az $(x, y, \mathbf{m})$ koordinátájú helyen a modelltől számított vektort jelenti, $\mathbf{C}_D$ a mért adatok kovarianciamátrixát jelöli, a T felső index a transzponáltat jelenti. A többváltozós Gauss-féle a posteriori valószínűségi sűrűségfüggvény az a priori és a likelihood valószínűségi sűrűségfüggvények szorzataként állítható elő, amennyiben a konstans szorzóktól eltekintünk (ld. (15) egyenlet).

A többváltozós Laplace-féle eloszlás esetében a $p^{\text{a posteriori}}$ valószínűségi sűrűségfüggvény a következő alakot veszi fel:

$$p^{\text{a posteriori}} \propto \exp \left\{ -\frac{|\mathbf{m} - \mathbf{m}^{\text{a priori}}|}{C_m^{1/2}} \right\} \times \exp \left\{ -\frac{|\mathbf{d}^{\text{mért}}(x, y) - \mathbf{T}^{\text{számított}}(x, y, \mathbf{m})|}{C_D^{1/2}} \right\}. \quad (16)$$

Erről a függvényről az előzőekkel azonos megállapítás tehető.

Az a posteriori valószínűségi sűrűségfüggvény ott veszi fel a maximumát, ahol a kitevőben szereplő mennyiségek minimummal rendelkeznek, tehát többváltozós Gauss-féle eloszlás esetében az $\mathbf{m}$ vektortól függő $E(\mathbf{m})$ függvény a következő alakú:

$$E(\mathbf{m}) = (\mathbf{m} - \mathbf{m}^{\text{a priori}})^T C_m^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^{\text{a priori}}) + (\mathbf{d}^{\text{mért}}(x, y) - \mathbf{T}^{\text{számított}}(x, y, \mathbf{m}))^T \times C_D^{-1} (\mathbf{d}^{\text{mért}}(x, y) - \mathbf{T}^{\text{számított}}(x, y, \mathbf{m})). \quad (17)$$

Többváltozós Laplace-eloszlás esetében a minimalizálandó $E(\mathbf{m})$ függvény az alábbi formában írható:

$$E(\mathbf{m}) = \frac{|\mathbf{m} - \mathbf{m}^{\text{a priori}}|}{C_m^{1/2}} + \frac{|\mathbf{d}^{\text{mért}}(x, y) - \mathbf{T}^{\text{számított}}(x, y, \mathbf{m})|}{C_D^{1/2}}. \quad (18)$$

A minimalizálás során a Tikhonov és Arsenin (1977) által javasolt regularizációt használtuk, ekkor a (17) és (18) egyenleteket egy λ regularizációs paraméterrel kell kiegészíteni, így az egyenletek a következő alakot nyerik:

$$E(\mathbf{m}) = (\mathbf{m} - \mathbf{m}^{\text{a priori}})^T C_m^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}^{\text{a priori}}) + (\mathbf{d}^{\text{mért}}(x, y) - \mathbf{T}^{\text{számított}}(x, y, \mathbf{m}))^T \times C_D^{-1} (\mathbf{d}^{\text{mért}}(x, y) - \mathbf{T}^{\text{számított}}(x, y, \mathbf{m})) + \lambda(m_{i+1} - m_i)^2. \quad (19)$$

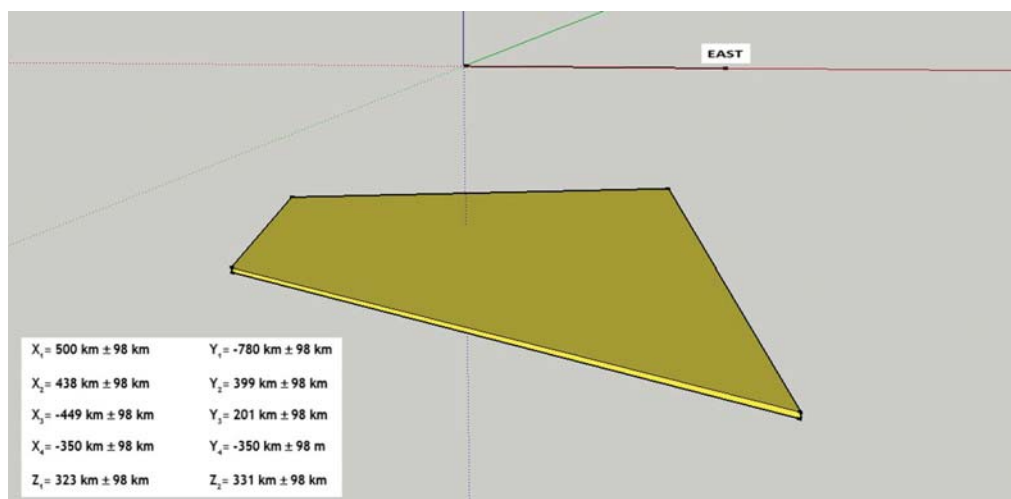
és

$$E(\mathbf{m}) = \frac{|\mathbf{m} - \mathbf{m}^{\text{a priori}}|}{C_m^{1/2}} + \frac{|\mathbf{d}^{\text{mért}}(x, y) - \mathbf{T}^{\text{számított}}(x, y, \mathbf{m})|}{C_D^{1/2}} + \lambda |\mathbf{m}_{i+1} - \mathbf{m}_i|. \quad (20)$$

A λ regularizációs paraméter értéke a korábbi számítások (Kis et al. 2012) során az 1–10 intervallumba esett, így itt is ezt az értéket használtuk. A regularizációs paraméterekben szereplő i indexek az iteráció i . és $(i + 1)$. lépéseit jelentik.

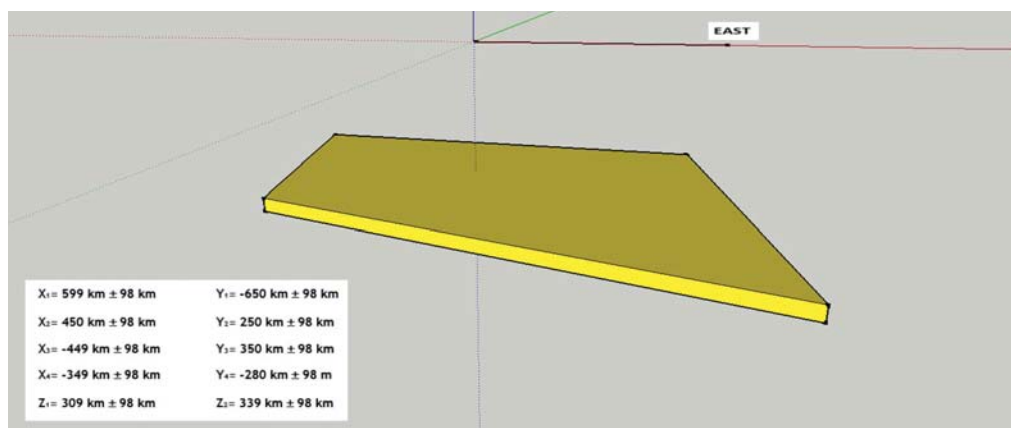
A Plouff-féle direkt feladat megoldása és a (15) egyenlet Descartes-féle koordináta-rendszerben lettek megadva, így a gömbi polárkoordináta-rendszerben leírt kurszki totális mágneses anomáliát transzformálni kell a Descartes-féle koordináta-rendszerbe. A számításokat is itt el kellett végezni, ahogy a minimumfeladat megoldását is Descartes-féle koordináta-rendszerben kapjuk meg. A Descartes-féle koordináta-rendszer kezdőpontja a 324 km magasságban a 48,75° szélességű és a 36,25° hosszúságú pontban helyezkedik el. A (15) egyenletben szereplő a priori értékeket a kurszki transzformált anomália inflexiók pontjaiból határoztuk meg. Az a priori szórások esetében diagonális mátrixot használtunk, a szórásnégyzete 10 nT² volt. Az adatmátrix szintén diagonális volt, a szórásnégyzetek értéke 2 nT² volt.

A minimumfeladat megoldása (azaz az $E(\mathbf{m})$ függvény minimumának meghatározása az $\mathbf{m}$ paramétervektor függvényében) simplex (Walsh 1975) és a simulated annealing (Kirkpatrick et al. 1983) módszerekkel történt. Az inverzióval meghatározott paraméterek értékeit a vizuális megjelenítés (10–13. ábra) mellett táblázatos formában is megadtuk (1. táblázat). A meghatározott hatóalakok nagyjából meg egyeznek Taylor és Frawley (1987) közölt eredményével. A paraméterek hibáit a maximális hibával becsültük, így a hibák a lehető legnagyobb értékűek. Ezek a hibák szintén szerepelnek az említett ábrákon.



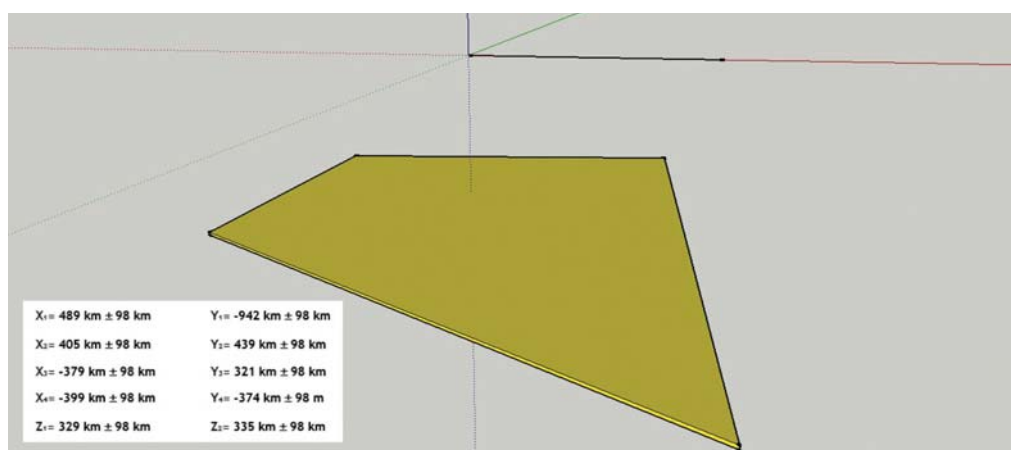
10. ábra Az optimalizálással meghatározott modell elhelyezkedése Descartes-féle koordináta-rendszerben, amikor a paraméterek Gauss-féle eloszlásúak, a szélsőérték-keresés simplex módszerrel történt. Az ábra táblázatos formában megadja a meghatározott paraméterek értékét és a paraméterek maximális hibáit

Figure 10 Computed model in Cartesian coordinate system, data have Gaussian distribution with the minimum problem being solved using the simplex method. The table in the figure shows the determined parameter values and their maximum error



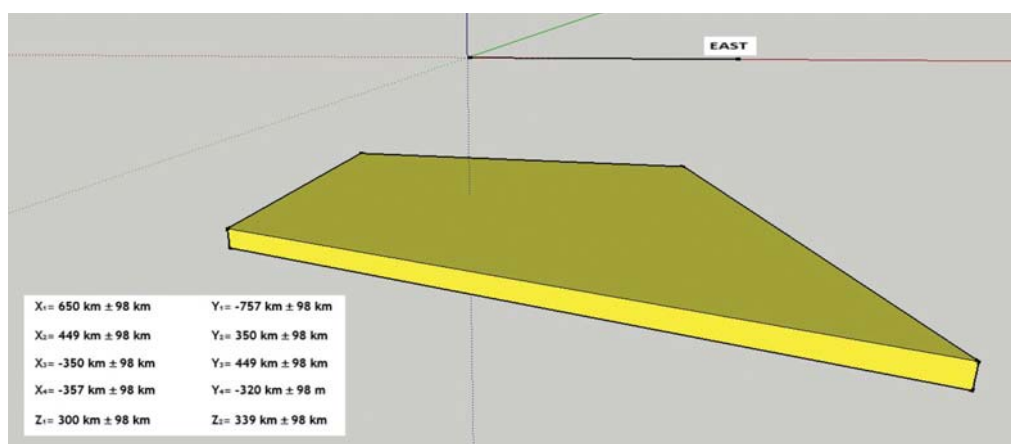
11. ábra Az optimalizálással meghatározott modell elhelyezkedése Descartes-féle koordináta-rendszerben, amikor a paraméterek Gauss-féle eloszlásúak, a szélsőérték-keresés simulated annealing módszerrel történt. Az ábra táblázatos formában megadja a meghatározott paraméterek értékét és a paraméterek maximális hibáit

Figure 11 Computed model in Cartesian coordinates, the data have Gaussian distribution with the minimum problem being solved using the simulated annealing method. The table in the figure shows the calculated parameter values and their maximum error



12. ábra Az optimalizálással meghatározott modell elhelyezkedése Descartes-féle koordináta-rendszerben, amikor a paraméterek Laplace-féle eloszlásúak, a szélsőérték-keresés simplex módszerrel történt. Az ábra táblázatos formában megadja a meghatározott paraméterek értékét és a paraméterek maximális hibáit

Figure 12 Computed model in Cartesian coordinates, the data have a Laplace distribution with the minimum problem being solved by the simplex method. The results are given in tabular form with the determined parameter values and their maximum error



13. ábra Az optimalizálással meghatározott modell elhelyezkedése Descartes-féle koordináta-rendszerben, amikor a paraméterek Laplace-féle eloszlásúak, a szélsőérték-keresés simulated annealing módszerrel történt. Az ábra táblázatos formában megadja a meghatározott paraméterek értékét és a paraméterek maximális hibáit

Figure 13 Computed model in Cartesian coordinates, the data have Laplace distribution with the minimum problem being solved by simulated annealing method. The table in the figure shows the calculated parameter values and their maximum error

1. táblázat Az inverzióval meghatározott paraméterek értékei Gauss-eloszlás és Laplace-eloszlás esetében Descartes-féle koordináta-rendszerben. Az optimalizálás simplex és simulated annealing módszerrel történt

Table 1 Computed models in Cartesian coordinates, the data have Gaussian and Laplace distributions. The optimum problems are solved by simplex and simulated annealing methods

	Paraméterek	Gauss-eloszlású paraméterek (km)	Laplace-eloszlású paraméterek (km)
Simplex módszer	x_1	500 ± 98	489 ± 98
	x_2	438 ± 98	405 ± 98
	x_3	-449 ± 98	-379 ± 98
	x_4	-350 ± 98	-399 ± 98
	y_1	-780 ± 98	-942 ± 98
	y_2	399 ± 98	439 ± 98
	y_3	201 ± 98	321 ± 98
	y_4	-350 ± 98	-374 ± 98
	z_1	323 ± 98	329 ± 98
	z_2	331 ± 98	335 ± 98
Simulated annealing módszer	x_1	599 ± 98	650 ± 98
	x_2	450 ± 98	449 ± 98
	x_3	-449 ± 98	-350 ± 98
	x_4	-349 ± 98	-357 ± 98
	y_1	-650 ± 98	-757 ± 98
	y_2	250 ± 98	350 ± 98
	y_3	350 ± 98	449 ± 98
	y_4	-280 ± 98	-320 ± 98
	z_1	309 ± 98	300 ± 98
	z_2	339 ± 98	339 ± 98

Konklúziók

A különböző módszerekkel meghatározott gradiensek felbontóképességük következtében az anomáliát létrehozó földtani szerkezetek összetettségére utalnak. Ez a felismerés az oka annak, hogy a gradiensek meghatározására különböző eljárásokat vezettek be. A dolgozatban háromféle eljárást tárgyaltunk, amelyek mindegyike eleget tett a gradiensekre előírt követelményeknek. Mindig az adott körülményeknek megfelelő eljárást kell használni! A globális anomáliatérképek esetében a különbségképzéssel meghatározott keleti irányú gradiensek jó eredményt szolgáltatnak, világosan indikálják a későbbi vizsgálat tárgyát képező kurszki anomália felbontását (3–5. ábra). A lokális anomáliák esetében a másodiknak bemutatott eljárás mutat az értelmező számára jó eredményt (6–9. ábra).

Az inverzióval meghatározott hatók jó egyezést mutatnak az anomáliát létrehozó földtani szerkezet belefoglaló méretével. A szimplex és a simulated annealing eljárások különbözősége következtében a simulated annealing eljárás nagyobb számú iterációs lépést kíván. A Gauss-féle és a Laplace-féle eloszlások közül jelen esetben a Laplace-féle eloszlás mutat nagyobb stabilitást.

A tanulmány szerzői

Kis Károly, Patrick T. Taylor, Wittmann Géza

Hivatkozások

- Alexandrov E. A., 1973: The precambrian banded iron formations of the Soviet Union. *Economic Geology* 68, 1035–1062
- Bekker A., Slack J. F., Planavsky N., Krapez B., Hofmann A., Konhauser K. O., Rouxel O. J., 2010: Iron formation: The sedimentary product of a complex interplay among mantle, tectonic, oceanic, and biospheric processes. *Economic Geology* 105, 467–508
- Bhattacharayya B. K., 1980: A generalized multibody model for inversion of magnetic anomalies. *Geophysics* 45, 255–270
- Blakely R., 1995: *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*. Cambridge University Press
- Box G. E. P., Tiao G. C., 1973: *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. Addison-Wesley
- De Freitas J. M., 2005: *Digital Filter Design Solutions*. Artech House, Inc.
- Duijndam A. J. W., 1988a: Bayesian estimation in seismic inversion Part I: Principles. *Geophysical Prospecting* 36, 878–898
- Duijndam A. J. W., 1988b: Bayesian estimation in seismic inversion Part II: Uncertainty Analysis. *Geophysical Prospecting* 36, 899–918

- Gregory P. C., 2005: Bayesian Logical Data Analysis for the Physical Sciences. Cambridge University Press
- Guspi F., Novara I., 2012: Generalized Hilbert transforms of the effect of single magnetic sources. *Geophysics* 77, J7–J14
- Haalck H., 1929: Zur Frage der Erklärung der Kursker magnetischen und gravimetrischen Anomalie. *Gerlands Beiträge zur Geophysik* 22/3–4, 241–255 und 385–399
- Hardy G. H., 1932: On Hilbert transforms. *Quart. J. Math. (Oxford)* 3, 102–112
- Heiland C. A., 1946: *Geophysical Exploration*. Prentice Hall Company
- Kirkpatrick S., Gelatt Jr. C. D., Vecchi N. P., 1983: Optimization by simulated annealing. *Science* 220, 671–680
- Kis K., 2009: *Magnetic Methods of Applied Geophysics*. Eötvös University Press.
- Kis K. I., Pusztai S., 2006: Application of field derivatives for locating Sarmatian graves. *Journal of Applied Geophysics* 60, 13–26
- Kis K. I., Taylor P. T., Wittmann G., Toronyi B., Pusztai S., 2011: Inversion of magnetic measurements of the CHAMP satellite over the Pannonian Basin. *Journal of Applied Geophysics* 75, 412–418
- Kis, K. I., Taylor, P. T., Wittmann G., Toronyi, B., Pusztai, S., 2012: Interpretation of the total magnetic field anomalies measured by the CHAMP satellite over a part of Europe and the Pannonian Basin. *Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica* 47, 130–140
- Kovács Zs., Pálfi J., 2014: A rozsdamentes Föld talányos bányakincse. *Természet Világa* 145, 156–160
- Lapina M. I., 1960: On certain results obtained from the study of vertical gradients of a magnetic field in the area of the Kursk magnetic anomaly. *Bulletin Academy of Sciences, USSR, Geophysics Series*, 390–395
- Lasareff P., 1923: The anomalies of terrestrial magnetism and gravity in the Kursk Government Russia. *Terrestrial Magnetism* 123–124
- Menke W., 1989: *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. Academic Press Inc. San Diego, New York, Boston, Sydney, Tokyo, Toronto
- Nabighian M. N. 1972: The analytical signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: its properties and use for automated anomaly interpretation. *Geophysics* 37, 507–517
- Nabighian M. N., 1984: Toward a three-dimensional automatic interpretation of potential field data via generalized Hilbert transform: fundamental relations. *Geophysics* 49, 780–786
- Nabighian M. N., Hansen R. O., 2001: Unification of Euler and Werner deconvolution in three dimensions via generalized Hilbert transform. *Geophysics* 66, 1805–1810
- Öberg T., 2001: *Modulation Detection and Coding*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Plouff D., 1976: Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain correction. *Geophysics* 41, 727–741
- Pusztai S., Kis K., 2013: A Hilbert-transzformáció alkalmazása a kiskunhalasi kommunális hulladékterületről különböző méretű és vastartalmú tárgyaknak kiterjedés szerinti szeparálásában. *Magyar Geofizika* 54, 154–160
- Rotanova N. M., Kharitonov A. L., Frunze A. Kh., Filippov S. V., Abramova D., 2005: Anomalous magnetic fields measured on the CHAMP satellite for the territory of the Kursk Magnetic anomaly. *Geomagnetism and Aeronomy* 45, 671–678
- Shchipansky A. A., Bogdanova S. V., 1996: The Sarmatian crustal segment: Precambrian correlation between Voronezh Massif and the Ukraine Shield across the Dnieper-Donetsk aulacogen. *Tectonophysics* 286, 109–125
- Slater L. J., 1970: Confluent hypergeometric functions. In: Abramowitz M., Stegun I. A. (szerk.), *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, U. S. Department of Commerce National Bureau of Standards. *Applied Mathematics Series* 55, 503–535.
- Tarantola A., 1987: *Inverse Problem Theory, Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation*. Elsevier, Amsterdam, Oxford, New York, Tokyo
- Taylor P. T., Frawley J. J., 1987: Magsat anomaly data over the Kursk region, U.S.S.R. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 45, 275–265
- Taylor P. T., Kis K. I., Wittmann G., 2014: Satellite-altitude horizontal magnetic gradient anomalies used to define the Kursk Magnetic Anomaly. *Journal of Applied Geophysics* 109, 133–139
- Tikhonov A. N., Arsenin V. Y., 1977: *Solutions of Ill-Posed Problems*. John Wiley & Sons, New York, Toronto, London, Sydney
- Voskresenskaya M. N., 1965: Relations between Archean and Proterozoic rocks in Kursk magnetic anomaly. *International Geology Review* 11, 454–460
- Walsh G. R., 1975: *Methods of Optimization*. John Wiley and Sons, London, New York, Sydney, Toronto